

9.247

$$\begin{cases} y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'} \\ y(2) = 0 \\ y'(2) = 4 \end{cases}$$

Задача Коши

0.0.3 $x \neq 0$

$y \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y \neq \text{const}$

нем $y \Rightarrow$ Замена

$$\begin{aligned} p = y' &\rightarrow p(x) = y'(x) \\ p' = y'' &\rightarrow p'(x) = y''(x) \end{aligned}$$

$$p' = \frac{p}{x} + \frac{x^2}{p}$$

$$p' - \frac{p}{x} = \frac{x^2}{p}$$

Формулы относительно p

$$m = -1$$

$$p = u \cdot v$$

$$p(x) = u(x) \cdot v(x)$$

$$u'v + uv' - \frac{u \cdot v}{x} = \frac{x^2}{uv}$$

$$\left(u' - \frac{u}{x} \right) v + uv' = \frac{x^2}{uv} \quad (*)$$

||
0

$$u' = \frac{u}{x} \quad | : u, u \neq 0$$

$$\frac{du}{u} = \frac{dx}{x} \quad \text{справа перем.}$$

$$\ln|u| = \ln|x| + C, \quad \forall C$$

$$|u| = |x| \cdot C_1, \quad \forall C_1 > 0, C_1 = e^C$$

$$u = C_2 \cdot x, \quad \forall C_2 = \pm C_1, \quad C_1 = e^c$$

$u = 0$ нет-реш.

$$u = C_3 \cdot x, \quad \forall C_3.$$

$$C_3 = 1.$$

$u = x$ → подставим в (*)

$$xv' = \frac{x^2}{xv} \quad \text{с раз. переми.}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{1}{v}$$

$$v dv = dx$$

$$\frac{v^2}{2} = x + C, \quad \forall C.$$

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2x + 2C \\ u^2 = x^2 \end{array} \right\} \Rightarrow p^2 = u^2 \cdot v^2 = x^2 \cdot 2(x + C)$$

$$(y')^2 = 2x^2(x + C)$$

обратная замена $y' = p$

Начальные условия
 $x = 2, y = 0, y' = 4$

$$4^2 = 16 = 2 \cdot 2^2 (2 + C)$$

$$8(2 + C) = 16$$

$$2 + C = 2$$

$$C = 0$$

$$(y')^2 = 2x^3$$

$$y' = \pm \sqrt{2x^3} = \pm \sqrt{2} \cdot x^{\frac{3}{2}}$$

Выбираем \oplus т.к. из начального условия видно, что $y' = 4$ т.е. $y' > 0$.

$$y' = \sqrt{2} \cdot x^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{2} x^{\frac{3}{2}} \quad \text{с раз. переми.}$$

$$dy = \sqrt{2} x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$y = \sqrt{2} \cdot \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \tilde{C}$$

$$y = \frac{2\sqrt{2}}{5} \sqrt{x^5} + \tilde{C}$$

Начальные условия: $x = 2, y = 0, y' = 4$

$$\frac{2\sqrt{2}}{5} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + \tilde{C} = 0$$

$$\frac{16}{5} + \tilde{C} = 0 \Rightarrow \tilde{C} = -\frac{16}{5}$$

$$y = \frac{2\sqrt{2}}{5} x^2 \sqrt{x} - \frac{16}{5}$$

Ответ.