КР №2

Бармина Алина
ИУ1-21
Вариант №3.
ЛАиФНП

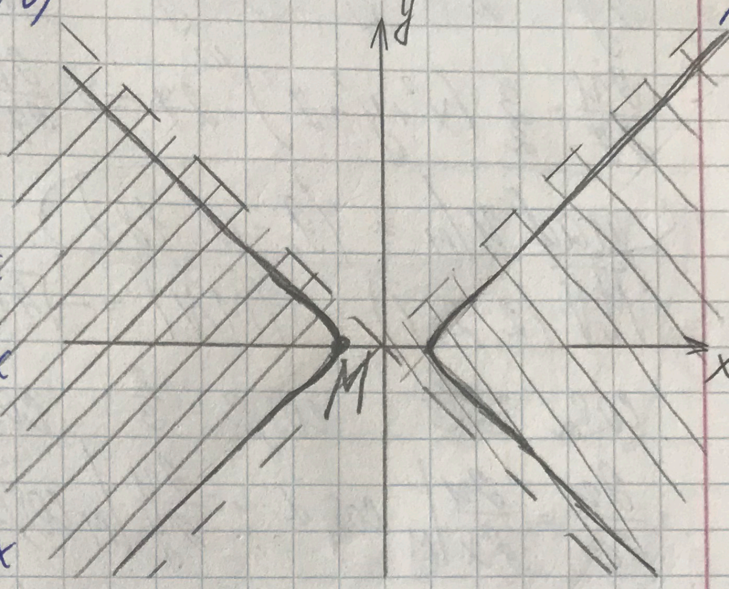
№1.

$z = \ln\sqrt{x^2-y^2}$, $M(-1;0)$

$D(z)$: $x^2-y^2>0$

$(x-y)(x+y)>0$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x-y>0 \\ x+y>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-y<0 \\ x+y<0 \end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} y<x \\ y>-x \end{cases} \\ \begin{cases} y>x \\ y<-x \end{cases}\end{array}\right.$$



Линия уровня: $z|_M = z(-1;0) = \ln\sqrt{1-0} = 0 \Rightarrow$ через $M(-1;0)$ проходит линия уровня 0 ф-ции $z(x,y)$. Уравнение линии: $\ln\sqrt{x^2-y^2}=0$

$x^2-y^2=1$ – гипербола. Через $M(-1;0)$ проходит левая ветвь гиперболы $\Rightarrow$ $\underline{x=-\sqrt{y^2+1}}$ – ур-е линии уровня.

№2.

$u = (x^2+y^2+z^2)^{3/2}$

В точке $M(1,-2,2)$ – найти градиент и производную в напр. $\overline{MN}$, если $N(3,0,3)$.

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}2x \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_M=\frac{3}{2}\sqrt{9}\cdot 2=9$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}2y \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_M=\frac{3}{2}\sqrt{9}\cdot(-4)=-18$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}=\frac{3}{2}(x^2+y^2+z^2)^{1/2}2z \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z}\Big|_M=\frac{3}{2}\sqrt{9}\cdot 4=18$$

$$\operatorname{grad} u\big|_M=(9,-18,18)$$

$$\overline{MN}(2,2,1) \qquad |MN|=\sqrt{4+4+1}=3$$

$$\cos\alpha=\frac{2}{3} \qquad \cos\beta=\frac{2}{3} \qquad \cos\gamma=\frac{1}{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial e}=\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_M\cos\alpha+\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_M\cos\beta+\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_M\cos\gamma=$$

$$=6-12+6=0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial e}\Big|_M=0$$

№3.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} e^{\left(x^{2}-\frac{1}{y^2}\right)}=|y=kx|=\lim_{x\to 0} e^{\left(x-\frac{1}{(kx)^2}\right)}=\lim_{x\to 0} e^{-\infty}=0$$

Предел существует, он единственный и равен 0.

№4.

$$z=f(u(x,y),v(x,y)),\quad f=tg(u-v),$$

$$u=\operatorname{arctg} xy,\quad v=\operatorname{arctg}(x/y)$$

$$z'_x=\frac{1}{\cos^2(\operatorname{arctg}xy-\operatorname{arctg}x/y)}\cdot\left(\frac{y}{1+(xy)^2}-\frac{1}{y(1+(x/y)^2}\right)$$

$$z'_y=\frac{1}{\cos^2(\operatorname{arctg}xy-\operatorname{arctg}x/y)}\cdot\left(\frac{x}{1+(xy)^2}+\frac{x}{y(1+(x/y)^2)}\right)$$

№5.

$F(x,y,z) = xy - z - e^z$ задана в окр-ти $(1,1,0)$

Найти диф-л в $(1,1)$. Приближённо вычислить $z(0{,}9;1{,}2)$

$A(1;1;0)$, $B(1;1)$, $C(0{,}9;1{,}2)$

$$\left.\begin{array}{l} dz = z_x' dx + z_y' dy \\ z_x' = -\frac{F_x'}{F_z'} \quad z_y' = -\frac{F_y'}{F_z'} \\ F_x' = y \quad F_y' = x \\ F_z' = -1 - e^z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} z_x'\big|_B = \frac{y}{1+e^z}\Big|_B = \frac{1}{2} \\ z_y'\big|_B = \frac{x}{1+e^z}\Big|_B = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dz\big|_B = z_x'\big|_B dx + z_y'\big|_B dy = \underline{\frac{1}{2}dx + \frac{1}{2}dy}$$

$$\left.\begin{array}{l} z\big|_C \approx z\big|_B + dz\big|_B \\ z\big|_B = 0 \\ dx = x\big|_C - x\big|_B = 0{,}9 - 1 = -0{,}1 \\ dy = y\big|_C - y\big|_B = 1{,}2 - 1 = 0{,}2 \end{array}\right| \Rightarrow z\big|_C = 0 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5} = \underline{0{,}05}$$