Барышева Алина ИУ1-21 Вариант №3 ЛА и ФНП

РК №2.

Теория.

№2.

1. Если ФНП $f: R^n \to R$ дифф-ма в т. $x \subset R^n$, то в этой точке $\frac{\partial f(x)}{\partial n} = \text{пр}_n \overline{\text{grad}} f(x)$, где $\text{пр}_{\bar{b}} \bar{a}$ – проекция $\bar{a}$ на направ $\bar{b}$.
2. Если ф-я $f: R^n \to R$ дифф-ма в т. $x \subset R^n$, $n = \overline{\text{grad}} f(x) \neq 0$, то $\frac{\partial f(x)}{\partial n} = |\text{grad} f(x)|$
3. Если скаляр. ф-ция $f: R^n \to R$ дифф-ма в т. $x \in R^n$, то в этой точке вектор $\overline{\text{grad}} f(x)$ указ. направ. наиб. роста $f(x)$.
4. Если скал. ф-ция $f: R^n \to R$ дифф-ма в т. X, то в этой т. вектор $(\overline{-\text{grad}} f(x))$ задаёт направление наиб. убыв. $f(x)$
5. Если скал. ф-ция $f(x): R^n \to R$ дифф-ма в т. X, то наиб. скорость роста (убыв.) $f(x)$ в т. $X = |\text{grad} f(x)|$ $(|-\text{grad} f(x)|)$.

№1.

1. Мн-во $A \in R^n$ называют <u>ограниченным</u>, если сущ. такое положит. число r, что r-окр-ность точки $O = (0, \dots, 0)$ содержит мн-во A.

2. Мн-во $A \subseteq \mathbb{R}^n$, любые 2е точки которого можно соединить непрерывной кривой, целиком лежащей в этом мн-ве, называют линейно связным.

Практика.

№4.

$xy + e^{xz} = 0 \qquad M_0\left(5; \frac{1}{5}; 0\right)$

$F = xy + e^{xz}$

$F'_x(M_0)(x - x_0) + F'_y(M_0)(y - y_0) + F'_z(M_0)(z - z_0) = 0$

ур-е касательной пл-ти в т. M_0

$$\frac{x - x_0}{F'_x(M_0)} = \frac{y - y_0}{F'_y(M_0)} = \frac{z - z_0}{F'_z(M_0)}$$ ур-е нормали к пов-ти

Найдём част. пр-е.

$F'_x(M_0) = y + ze^{xz}\big|_{M_0} = -0{,}2$

$F'_y(M_0) = x\big|_{M_0} = 5$

$F'_z(M_0) = xe^{z}\big|_{M_0} = 5$

$-0{,}2(x - 5) + 5(y + 0{,}2) + 5z = 0$

$-x + 25y + 25z + 2 = 0$ ур-е кас. пл-ти

$$\frac{x - 5}{-0{,}2} = \frac{y + 0{,}2}{5} = \frac{z - 0}{5}$$

$$-\frac{5(x - 5)}{1} = \frac{y + 0{,}2}{5} = \frac{z}{5}$$ ур-е нормали

№ 5.

$z = x^3 + y^3 + xy + 2$

Част. пр-е 1-го порядка:

$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + y$; $\frac{\partial z}{\partial y} = 3y^2 + x$

Необходимое усл. сущ. экстр. (найдём т.):

$\begin{cases} 3x^2 + y = 0 \\ 3y^2 + x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -3x^2 \\ 3 \cdot 9x^4 + x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -3x^2 \\ x(27x^3 + 1) = 0 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{array} \right.$

Найдём знач. 2-х пр-х в н. т.:

	$M_1(0;0)$	$M_2(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$
$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x$	0	$-2 < 0$
$C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6y$	0	-2
$B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 1$	1	$3 > 0$
тип. экстр.	—	т. max
знач. ф.		$z_m = 2\frac{1}{27}$

№ 6.

$z = e^x - y$

Первые част. пр-е:

$\frac{\partial L}{\partial x} = e^x - \lambda$, $\frac{\partial L}{\partial y} = -1 + \lambda$

$$\begin{cases} e^x - \lambda = 0 \\ \lambda - 1 = 0 \\ y - x - 5 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = 1 \\ x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$$

Вторые част. пр-е:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} = e^x, \quad \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 L}{\partial x \partial y} = 0$$

Тогда: $d^2 L = dx^2 + 0 \cdot dy^2 + 0 \cdot dx\,dy$

положит. опр. кв. форма $\Rightarrow$ M(0;5) — точка усл. min