РК 2 по физике

Оглавление

Введение

В этом файле разобрана вся теория по физике по вариантам 1 – 30

Для удобства зубрящих – теория расположена по порядку, точная формулировка вопросов вынесена в оглавление.

Для удобства списывающих (хотя с учётом защиты – это сложно) – теория расположена повариантно, в оглавление вынесены номера вариантов.

Чтобы пройти её всё, учитывая повторы, необходимо изучить теорию из вариантов 1-12 (полностью), а также 1-ых номеров вариантов 13, 15, 16, 20, 24, 25. И ещё 2-ой номер варианта 27.

Основной источник информации – лекции во физике.

Если верить беседам, то здесь https://drive.google.com/drive/folders/1QU4ModrpAy2nt7vBGmHd3DUOBMkb9GcJ можно подсмотреть решения задач.

Добавил к некоторым билетам задачи (тот файл с диска). Гарантировать правильность не могу, но, если нет идей как решить – это будет хоть что-то. Авось получится.

Если подсказка к задачи есть – то в оглавлении стоит Вариант Х + з

Если задача просмотрена лично мной (может быть нашёл ошибку, может и нет) – то в оглавлении стоит Вариант Х + з+пр(в) (проверна, верно) или Х + з+пр(нв) – проверена, неверно

P. S. Задачи, которые решены принциариально верно, но где-то забыт знак или не переведены мм в м отмечены как пр(в), так как этими решениями можно пользоваться, учтя этот момент. Также пр(в) – задачи, для которых добавлено верное решение. пр(нв) – принципиально неверные задачи.

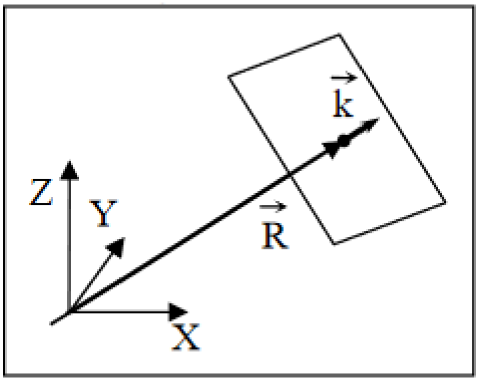
Если найдёте ошибку в решении – сообщите. Особенно я буду рад (да и не только я) верному решению.

Теория (вся)

Уравнение плоской гармонической волны. Характеристики волны: период, частота, длина волны, волновое число и волновой вектор. Единицы измерения этих величин в СИ.

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской.

Пусть плоская волна движется в направлении прямой линии, которая проходит через начало координат. Тогда радиус-вектор любой точки, лежащей на этой прямой, тоже лежит на этой прямой и длина этого вектора равна расстоянию R точки от начала координат.



Уравнение

ξ=Acos(ωt−kR+α)=Asin(ωt-($\bar{k}$, $\bar{R}$)+ α)

Период T=$\frac{2\pi}{\omega}$, сек

Волновое число $k = \frac{\omega}{v}$ рад/м

Длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, м

Волновой вектор $|\bar{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = k, \text{где } k - \text{волновое число}$. Волновой вектор направлен перпендикулярно фазовой (волновой) поверхности волны в сторону её движения.

Первое начало термодинамики (формулировка). Работа, совершаемая телом при изменении объёма (вывод из определения механической работы). Работа идеального газа при изотермическом процессе (вывод из формулы для работы тела при изменении объёма).

Первое начало термодинамики:

1) Изменение внутренней энергии при переходе их одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе: $\Delta U = A + Q$
2) Количество теплоты, переданное системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами: $Q = \Delta U + A$

Работа, совершаемая телом при изменении объёма (вывод из определения механической работы)

$$A = F \cdot \Delta x = \frac{F}{S} \cdot S \cdot \Delta x = P \cdot \Delta V$$

Работа идеального газа при изотермическом процессе (вывод из формулы для работы тела при изменении объёма).

$$A = \ P \cdot \Delta V = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT ln(\frac{V_2}{V_1})$$

Понятие плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской. Если волновая поверхность – сфера, то волна называется сферической.

Уравнение сферической волны:

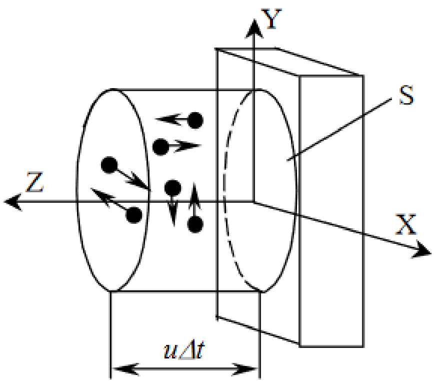
$$\xi = \frac{A_0}{R} \cdot cos\left(\omega t + \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \alpha\right) + \frac{A_0}{R} \cdot cos\left(\omega t - \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \beta\right)$$

Основное уравнение МКТ идеального газа (с выводом). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул (с выводом).

Рассмотрим механическую модель газа, находящегося в термодинамическом равновесии со стенками сосуда. Молекулы упруго сталкиваются не только друг с другом, но и со стенками сосуда, в котором находится газ.

В качестве идеализации модели, заменим атомы в молекулах материальными точками. Величина скорость всех молекул предполагается *одинаковой*. Также предполагаем, что материальные точки не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, поэтому потенциальную энергию такого взаимодействия принимаем нулевой.

Пусть $n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул газа, T – температура газа, u – средняя скорость поступательного движения молекул. Выберем систему координат так, чтобы стенка сосуда лежала в плоскости XY, а ось Z была направлена перпендикулярно стенке внутрь сосуда. Рассмотрим удары молекул о стенки сосуда. Т.к. удары упругие, то после удара о стенку импульс молекулы меняет направление, но его величина не меняется.



За период времени Δt до стенки долетят только те молекулы, которые находятся от стенки на расстоянии не далее, чем $L=u\cdot\Delta t$. Общее число молекул в цилиндре, с площадью основания S и высотой L, объем которого равен $V=LS= u\cdot\Delta t\cdot S$ равно $N=n\cdot V= n\cdot u\cdot\Delta tS$.

В данной точке пространства можно условно выделить три различных направления движения молекул, например, вдоль осей X, Y, Z. Молекула может двигаться вдоль каждого из направлений «вперед» и «назад».

Поэтому по направлению к стенке, будут двигаться не все молекулы в выделенном объёме, а только шестая часть от их общего числа. Следовательно, количество молекул, которые за время Δt ударятся о стенку:

$$N_1=N/6= n\cdot u\cdot\Delta t\cdot S/6.$$

Изменение импульса молекул при ударе равно импульсы силы, действующей на молекулы со стороны стенки - с такой же по величине силой молекулы действуют на стенку

$$\Delta P_Z = P_{2Z} - P_{1Z} = F\cdot\Delta t,$$

или

$$N_1\cdot m_0\cdot u - (-N_1\cdot m_0\cdot u) = F\cdot\Delta t,\ 2\cdot N_1\cdot m_0\ u = F\cdot\Delta t,\ \frac{n\cdot u\cdot\Delta t\cdot S}{6}\cdot 2\cdot m_0 u = F\cdot\Delta t,$$

$$\frac{1}{3}n\cdot m_0 u^2 = \frac{F}{S}.$$

Откуда находим давление газа на стенку: $p = \dfrac{F}{S} = \dfrac{1}{3}n\cdot m_0 u^2 = \dfrac{2}{3}n\cdot W_K^{ПОСТ}$,

где $W_K^{ПОСТ} = \dfrac{m_0 u^2}{2}$ - кинетическая энергия материальной точки (поступательного движения молекулы). Следовательно, давление такого (механического) газа пропорционально кинетической энергии поступательного движения молекул (центра масс молекулы)

$$p = \frac{2}{3}nW_K^{ПОСТ}.$$

Это уравнение называется *основным уравнением МКТ*.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2}\mathrm{kT}.$$

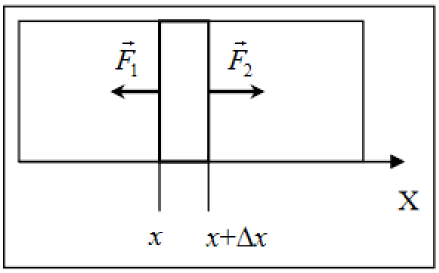
где $k = \frac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i \cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2}\mathrm{kT}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{\text{ПОСТ}} \right\rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Одномерное волновое уравнение для продольной упругой волны в твёрдом теле (с выводом). Общий вид волнового уравнения (без вывода).



Если возвращающая сила пропорциональна смещению точки от положения равновесия, то волна называется *упругой*. Выведем волновое уравнение на примере продольных волн деформации в стержне.

Выделим часть стержня длиной Δx. Если площадь поперечного сечения стержня равна S, плотность материала ρ, то масса этой части $\Delta m = \rho S \Delta x$. При деформациях на эту часть стержня действую силы упругости. Запишем второй закон Ньютона – уравнение движения этой части стержня вдоль оси X:

$$\Delta m a_x = F_2 - F_1.$$

Это уравнение записано в предположении растяжения этой части стержня. Силы с обеих сторон выделенной части вызывают деформацию этой части стержня. При равновесии и отсутствии деформации положение точек в двух близко расположенных сечениях стержня можно задать координатами x и $x+\Delta x$. При деформировании стержня его точки сместятся от равновесных положений. Пусть $x_1(x)$ – задает положение точки стержня при деформации, если её равновесное положение задавалось координатой x. Тогда для близкого сечения новыми координатами будет $x_1+\Delta x_1$. Изменение линейного размера части стержня вызвано смещением точек стержня. Введем величину смещения $\xi = x_1 - x$. По определению, относительная деформация в данном сечении стержня – это отношение изменения длины части стержня к начальной длине этой части: $\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x}$. Если стержень сжимается, то его продольные размеры уменьшаются $\Delta x_1 < \Delta x$ и поэтому ε < 0. Таким образом, при сжатии ε < 0 и при растяжении ε > 0.

Если все точки стержня смещаются на одинаковую величину, то изменения длины участка стержня не происходит. Поэтому деформация равна разности смещений соседних точек $\Delta x_1 - \Delta x = \Delta\xi$. Тогда можно записать $\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta\xi}{\Delta x}$. В пределе (при $\Delta x \to 0$) получаем $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$. С учётом напряжений в сечениях стержня $F_1 = \sigma_x S$, $F_2 = \sigma_{x+\Delta x} S$. Напряжения в сечениях стержня найдем по закону Гука: $\sigma_x = E\varepsilon_x$, $\sigma_{x+\Delta x} = E\varepsilon_{x+\Delta x}$, где E – модуль упругости материала (модуль Юнга).

Относительная деформация меняется вдоль стержня, поэтому можно считать, что $\varepsilon_{x+\Delta x} = \varepsilon_x + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x + \ldots$ (разложение в ряд Тейлора).

Ускорение точек выделенной части стержня $a_x = \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Последовательно подставим эти соотношения в уравнения движения: $\Delta m a_x = F_2 - F_1$, т.е. $\rho S\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \sigma_{x+\Delta x}S - \sigma_x S$,

$\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\varepsilon_2 - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\left(\varepsilon_1 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x\right) - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x$.

С учетом равенства $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$, после сокращений, получаем дифференциальное уравнение, описывающее распространение волны (вдоль одного направления – оси X):

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\cdot\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \text{ или } \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \mathrm{v}^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}.$$

Здесь, ξ - параметр, описывающий колебания (величина смещения точек при деформации), $\mathrm{v} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость волны.♣

Общий вид

Волновое уравнение для движения волны в 3х мерном пространстве в общем случае имеет вид:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}.$$

Если ввести условное обозначение $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \Delta\xi$, то это уравнение можно записать в виде

$$\Delta\xi = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

где $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$ так называемый *оператор Лапласа* (Пьер-Симо́н Лапла́с – французский ученый).

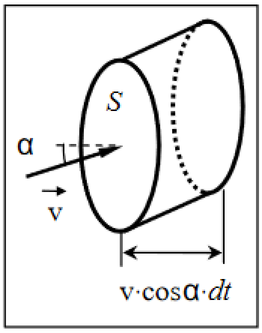
Второе начало термодинамики в формулировках Клазиуса и Томсона (Кельвина).

Формулировка Клаузиуса второго начала термодинамики. Теплота самопроизвольно, без изменения в окружающих телах, не может перейти от менее нагретого тела к более нагретому.

Формулировка Томсона второго начала термодинамики. В природе невозможен круговой процесс, единственным результатом которого была бы механическая работа, совершаемая за счет отвода теплоты от теплового резервуара.

Объёмная плотность энергии упругой волны (вывод на примере плоской продольной волны). Вектор Умова (вектор плотности потока энергии).

Рассмотрим выделенный участок стержня длиной Δx. При колебаниях скорость этого участка $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ и величина деформации $\frac{\partial \xi}{\partial x}$. Соответственно, кинетическая и потенциальные энергии выделенного участка равны $W_K = \frac{1}{2}\rho S \Delta x \left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2$ и $W_П = \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 S \Delta x$. Объем участка $V = S\Delta x$. Объемная плотность механической энергии $w = \frac{W_K + W_П}{V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2} E \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2$.



Пусть энергия переносится со скоростью $\vec{v}$ в направлении под углом α к нормали некоторой малой площадки S. Тогда вся энергия, прошедшая через эту площадку за малое время dt окажется в области, объем которой $dV = S \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot dt$ (на рисунке эта область является косым цилиндром). Если объемная плотность энергии равна w, то энергия этого объема

$$W = w \cdot dV = w \cdot S \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot dt$$

Мощность переноса энергии через площадку S:

$$\frac{dW}{dt} = w \cdot S \cdot v \cdot \cos\alpha .$$

Введем вектор плотности потока энергии (Вектор Умова)

$$\vec{j} = w \cdot \vec{v},$$

тогда $\frac{dW}{dt} = j \cdot S \cdot \cos\alpha$. Если ввести вектор $\vec{S} = \vec{n} \cdot S$, направленный по нормали к площадке, и скалярное произведение $j \cdot S \cdot \cos\alpha = \left(\vec{j}, \vec{S}\right)$ определить как поток вектора Умова через площадку S, то *мощность переноса энергии через площадку определяется потоком вектора Умова через эту площадку* $\frac{dW}{dt} = \left(\vec{j}, \vec{S}\right)$.

Понятие квазистатических, обратимых и необратимых процессов.

Если по ходу процесса рассматриваемая система в каждый момент находится вблизи некоторого состояния термодинамического равновесия, отвечающего суммарному результату произведенного на нее воздействия, то такой процесс называется **квазистатическим или равновесным**. Поскольку равновесное состояние системы характеризуется небольшим числом параметров, то описание равновесного процесса сводится к установлению закона изменения тех же параметров.

Обратимые и необратимые процессы. Процесс называется обратимым, если он может быть проведен в обратном направлении через те же промежуточные состояния, что и прямой процесс, причем во всех остальных телах никаких изменений произойти не должно. Если же это осуществить невозможно, то процесс называется необратимым.

Стоячая волна. Уравнение стоячей волны (вывод из уравнения бегущей волны). Узлы пучности.

Стоячая волна образуется при наложении двух волн одинаковой частоты, бегущих в противоположных направлениях:

$$\begin{cases}\xi_1 = \mathrm{A}\cos(\omega t + kx + \alpha_1)\\ \xi_2 = \mathrm{A}\cos(\omega t - kx + \alpha_2)\end{cases} - \text{исходя из определения сумма: } \xi_{\text{ст.}} = \xi_1 + \xi_2 =$$
$$= \mathrm{A}\cos(\omega t + kx + \alpha_1) + \mathrm{A}\cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

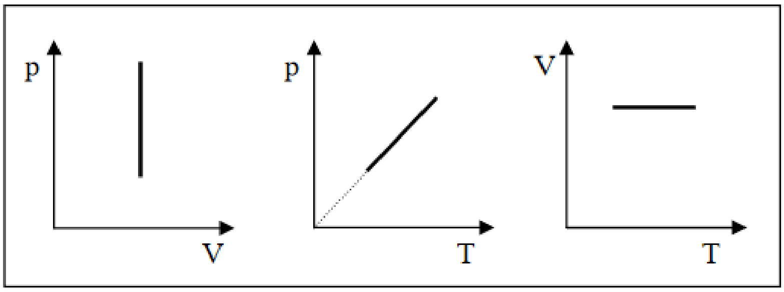
Пусть, например, $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = 0$, тогда $\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \theta)$. Величину $A_0 = 2A\left|\cos(kx)\right|$ можно назвать амплитудой стоячей волны. Так как амплитуда не может быть отрицательной, то необходимо брать модуль $\left|\cos(kx)\right|$. Тогда в тех точках, где $\cos(kx) > 0$ значение θ=0, а в тех точках, где $\cos(kx) < 0$ надо, для учета знака минус, принять θ=π. Точки, где амплитуда стоячей волны максимальная, называются *пучностями*. Эти точки можно найти из условия $\left|\cos(kx)\right| = 1$, откуда $kx = \pm\pi\cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты пучностей $x^{пуч}{}_n = \pm\frac{\pi\cdot n}{k} = \pm\frac{\pi\cdot n}{2\pi}\lambda = \pm n\frac{\lambda}{2}$. Соседние пучности находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны. Точки, где амплитуда стоячей волны равна нулю, называются *узлами*. Эти точки можно найти из условия $\left|\cos(kx)\right| = 0$, откуда $kx = \frac{\pi}{2} \pm \pi\cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты узлов

$$x_n^{уз} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi\cdot n\right)}{k} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi\cdot n\right)}{2\pi}\lambda = \left(\frac{1}{2} \pm n\right)\frac{\lambda}{2}.$$

Соседние узлы находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны.

Теплоёмкость идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах (вывод с использованием формулы для внутренней энергии идеального газа). Уравнение Майера.

1) **Изохорический (изохорный) процесс** – процесс изменения состояния газа, при котором объем газа остается постоянным *V*=const. Для изохорического процесса $\frac{p}{T} = \text{const}$.



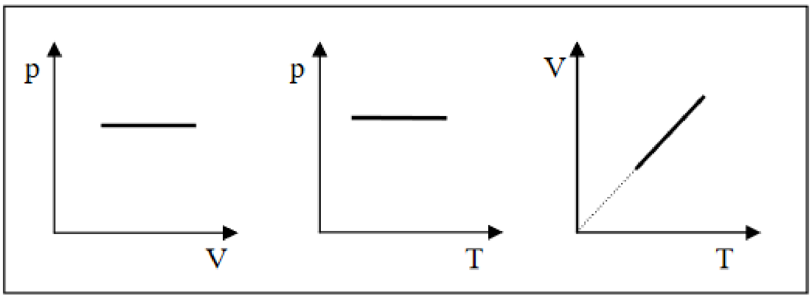
Так как объем газа постоянный, то работа газа равна нулю *A*=0, следовательно все подводимое тепло идет на изменение внутренней энергии Q=ΔU. Для внутренней энергии идеального газа

$$\Delta U = U_K - U_H = \nu \cdot \frac{i}{2} R (T_K - T_H) = \nu \cdot \frac{i}{2} R \cdot \Delta T.$$

Если обозначим молярную теплоемкость газа для изохорического процесса как C_V, то тогда

$$Q = \nu \cdot C_v \Delta T \Rightarrow C_v = \frac{Q}{\nu \Delta T}$$

2) **Изобарический (изобарный) процесс** - процесс изменения состояния газа, при котором д ление газа остается постоянным *p*=const. Для изобарного процесса $\frac{V}{T} = \text{const}$.



В этом случае работа газа равна $A = p(V_K - V_H)$. Первое начало термодинамики для этого процесса: $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p(V_K - V_H)$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p(V_K - V_H) = \frac{m}{\mu} R (T_K - T_H) = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T = \nu \cdot R \cdot \Delta T$.

Поэтому $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p(V_K - V_H) = \nu C_V \Delta T + \nu \cdot R \cdot \Delta T = \nu (C_V + R) \Delta T$.

Если обозначить через C_P - молярную теплоемкость газа для изобарического процесса, то

$$Q_{P=\text{const}} = \nu C_P \Delta T = \nu (C_V + R) \Delta T.$$

Отсюда для *молярной изобарной теплоемкости*:

$$C_P = C_V + R$$

- это равенство называется *соотношением Майера*.

Постулаты специальной теории относительности (СТО). Область применимости СТО.

Постулаты СТО

1) Принцип постоянства скорости света Скорость света не зависит от движения источника и одинакова во всех инерциальных системах отсчета в вакууме и является предельной скоростью передачи сигнала. Величина скорости света в вакууме равна $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$
2) Принцип относительности
Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, следовательно, уравнения выражающие законы природы инвариантны при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Область применения СТО – при движении с релятивистскими скоростями (то есть со скоростями близкими к скорости света).

Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул C_p и C_v.

4) **Адиабатический (адиабатный) процесс**. Это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой δQ=0. Теплоёмкость адиабатического процесса равна нулю. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса: 0=ΔU + A или −ΔU = A - газ совершает положительную работу за счет уменьшения внутренней энергии.
Для малых изменений параметров $dU + pdV = 0$,

$dU = \nu C_V dT$, $d(pV) = d(\nu RT)$ или $Vdp + pdV = \nu RdT$, откуда $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$

Тогда $\nu C_V dT + pdV = 0$, $\nu C_V \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} + pdV = 0$, $C_V Vdp + (C_V + R)pdV = 0$

Учитывая соотношение Майера $C_V + R = C_P$ и деля на pV, получаем

$$C_V \frac{dp}{p} + C_P \frac{dV}{V} = 0, \; d(ln\,p) + d\left(ln V^{\frac{C_P}{C_V}}\right) = 0, \; d\left(ln\left(pV^{\frac{C_P}{C_V}}\right)\right) = 0,$$

Уравнение для адиабатического процесса $pV^{\gamma} = const$ (*Уравнение Пуассона*).

Коэффициент $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ называется показателем адиабаты (или *коэффициентом Пуассона*).

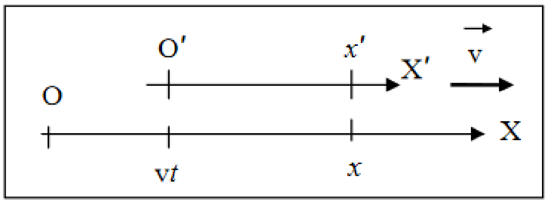
Для идеального газа $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$.

	Одноатомный i=3	Двухатомный i=5	Многоатомный i=6
γ	$\gamma = \frac{5}{3}$	$\gamma = \frac{7}{5}$	$\gamma = \frac{4}{3}$

Преобразования Лоренца для координат и времени (вывод из постулатов СТО).

Для координат

Закон преобразования координат



Так как координата – это расстояние вдоль координатной оси от нулевой точки, то координате x' в движущейся системе К′ соответствует отрезок О′x', длина которого $|x'|$. Поэтому в системе К ему соответствует длина $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. В системе К координата точки О′ равна vt, поэтому $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=|x-vt|$. В координатной записи справедливо равенство $x=x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}+vt$ или

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Но системы отсчета К и К′ равноправны. Поэтому можно считать, что система К движется относительно К′ в противоположном направлении оси X′ со скоростью -v. Поэтому $x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Для времени

Используя эти формулы, найдем формулы преобразования для времени

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{x'+vt'-vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v^2}{c^2}},\quad x'\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)=x'+vt'-vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

$vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=x'\frac{v^2}{c^2}+vt'$, откуда

$$t=\frac{\frac{v}{c^2}x'+t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Аналогично,

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

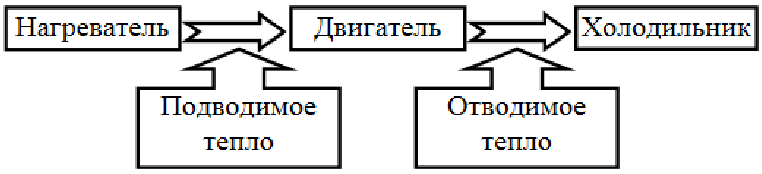
Общий вид

$$t' = \frac{t - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}, \quad x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}},$$

$$y' = y, \qquad z' = z.$$

Тепловая машина (блок-схема). КПД тепловой машины.

Тепловые машины или *тепловые двигатели*, предназначены для получения полезной работы за счет теплоты, выделяемой вследствие химических реакций (сгорания топлива), ядерных превращений или по другим причинам. Для функционирования тепловой машины обязательно необходимы следующие составляющие: нагреватель, холодильник и рабочее тело.



Холодильником может являться, например, окружающая среда.

Коэффициент полезного действия (термический КПД) прямого цикла

$$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{получ}} = \frac{Q_{получ} + Q_{отд}}{Q_{получ}} = \frac{Q_{получ} - Q'_{отд}}{Q_{получ}} = 1 + \frac{Q_{отд}}{Q_{получ}} = 1 - \frac{Q'_{отд}}{Q_{получ}}$$

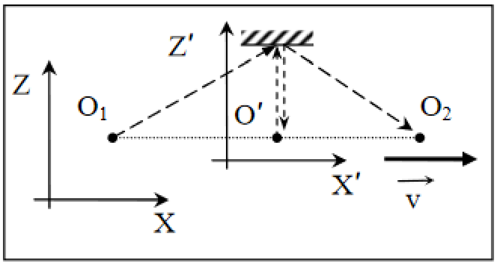
определяется для циклических (повторяемых) процессов. (Для *нециклического* процесса подобное отношение называется *полезным выходом*.)

Замечание. Передача теплоты холодильнику является обязательной для циклического процесса. Иначе рабочее тело придет в тепловое равновесие с нагревателем и передача теплоты

от нагревателя будет невозможной. Поэтому КПД любой тепловой машины всегда меньше единицы

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{отд}|}{Q_{получ}} < 1.$$

Вывод из преобразований Лоренца выражений для изменения промежутка времени между событиями СТО и Лоренцева сокращения длины.



В системе K′ рассмотрим сигнал, пущенный вдоль оси Z′ из точки O′. Пусть этот сигнал отразившись от покоящегося в этой системе отсчета зеркала вернется обратно в точку O′. Если расстояние между точкой O′ и зеркалом равно S, то по собственным часам системы K′ пройдет промежуток времени $\Delta t' = \dfrac{2S}{c}$. Расстояние вдоль вертикальной оси в обеих системах одинаковое. Скорость светового сигнала тоже одинаковая. Так как точка O′ движется относительно системы K, то в этой системе отсчета сигнал будет испущен в точке O_1 и принят в точке O_2. Поэтому по собственным часам системы K промежуток времени надо определить из равенства

$\Delta t = \dfrac{2\sqrt{S^2 + \left(\mathrm{v}\cdot\dfrac{\Delta t}{2}\right)^2}}{c}$. Откуда $\Delta t = \dfrac{2S}{\sqrt{(c)^2 - (\mathrm{v})^2}}$. Поэтому $\dfrac{\Delta t'}{\Delta t} = \dfrac{2S}{c}\,\dfrac{\sqrt{c^2-\mathrm{v}^2}}{2S} = \sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$. Таким образом, промежутки времени в обеих системах отсчёта связаны соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}.$$

Пусть в подвижной системе отсчета K′ параллельно оси X′ расположен стержень длиной L_0. При движении этого стержня со скоростью V вдоль оси X неподвижной системы K он пройдет неподвижные часы за время $\Delta t_0 = \dfrac{L}{\mathrm{V}}$. В системе K′ эти же часы пролетят стержень за время $\Delta t = \dfrac{L_0}{\mathrm{V}}$. Так как часы движутся со скоростью V, то их показания в неподвижной системе отсчета связаны с показаниями в подвижной системе $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$. Откуда получаем

$\dfrac{L}{L_0} = \dfrac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$ или

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}.$$

Таким образом, понятие длины является *относительным*. Однако, уменьшение длины – это кинематический эффект, поэтому в теле не возникает никаких деформаций.

Теорема Карно (1-ая теорема Карно), без доказательства. Термодинамическая шкала температур.

1-я теорема Карно.

КПД любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, не зависит от природы рабочего тела и устройства машины, а является функцией только температур нагревателя и холодильника.

Из выражения для КПД машины, работающей по циклу Карно, следует, что

$$\frac{Q_X}{Q_H} = \frac{T_X}{T_H}.$$

Вообще говоря, это соотношение позволяет опытным путём ввести новую абсолютную шкалу температур, которая *не зависит от свойств рабочего тела* и такую, что КПД для цикла Карно будет зависеть только от новых температур и будет выполняться равенство

$$\frac{Q_X}{Q_H} = \Phi\left(T_X, T_H\right) = \frac{T_X}{T_H}.$$

Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

Преобразование скорости.

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси X со скоростью v_x. Найдем ее скорость в системе К′. Используем формулы для преобразования координат и времени

$$dt' = \frac{dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad dx' = \frac{dx - v\,dt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\left(dx - v\,dt\right)}{\left(dt-\left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x} \Rightarrow v_x' = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x}.$$

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси Y со скоростью v_y. Тогда ее скорость в системе К′: $v_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(dt-\left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}\right)} = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow v_y' = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}.$

Уравнение Ван-дер-Ваальса (без вывода) и область его применимости.

$$\left(p + \frac{a\cdot\nu^2}{V^2}\right)\left(V - b\cdot\nu\right) = \nu RT.$$

Это уравнение в 1873 г. предложил Ван-дер-Ваальс для описания неидеального газа. Константы a, b определяются для каждого газа экспериментально. Газ, для которого справедливо уравнение Ван-дер-Ваальса называется газом Ван-дер-Ваальса.

Это уравнение применяется для неидеального (реального – газ Ван-дер-Ваалься) газа. В реальном газе молекулы взаимодействуют между собой на расстоянии. Это, в частности, приводит к уменьшению давления газа.

Интервал между событиями в СТО. Инвариантность интервала (доказательство на основе преобразований Лоренца).

Интервалом между двумя событиями (мировыми точками) в СТО называется величина, квадрат которой определяется соотношением

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right].$$

Найдем квадрат интервал между двумя событиями в системе К′:

$$s'^2 = c^2(t_2' - t_1')^2 - \left[(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2\right]$$

$$s'^2 = c^2\left(\frac{t_2 - t_1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{x_2 - x_1 - \mathrm{v}(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right]$$

$$s'^2 = \left(\frac{(c + \mathrm{v})(t_2 - t_1) - \left(1 + \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)\right)(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)\left(\frac{(c - \mathrm{v})(t_2 - t_1) + \left(1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)\right)(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right) - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

$$s'^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - \left[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2\right] = s^2$$

Получается, что величина интервала не зависит от системы отсчета. Как принято говорить, интервал является *инвариантной* величиной $s'^2 = inv$.

Понятие политропического процесса. Примеры.

Политропический процесс – термодинамический процесс, протекающий при постоянной теплоёмкости C=const.

Выведем уравнение для политропического процесса (аналогично выводу уравнения Пуассона)

$\delta Q = dU + \delta A$, $\nu C dT = \nu C_V dT + pdV$, $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$, $\nu(C - C_V)\dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} = pdV$,

$(C - C_V)Vdp + (C - C_V - R)pdV = 0$

Показатель политропического процесса $n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$.

Уравнение политропического процесса $pV^n = const$.

Работа при политропическом процессе $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV = \dfrac{p_1 V_1}{n-1}\left(1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right)$.

Частные случаи политропического процесса

1) Пусть $C \to C_V$. Тогда $n \to \infty$. Уравнение политропического процесса можно записать в виде $p^{\frac{1}{n}}V = const$, тогда $\lim\limits_{n\to\infty} p^{\frac{1}{n}}V = V = const$ - т.е. это изохорический процесс.

2) Пусть $C = C_P$, тогда n=0 и $pV^0 = p = const$ - изобарический процесс.

3) Пусть C=0, тогда $n = \dfrac{-C_P}{-C_V} = \gamma$ и $pV^\gamma = const$ - адиабатический процесс.

4) Пусть C=∞, тогда n=1, $pV = \nu RT = const$ - изотермический процесс.

Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

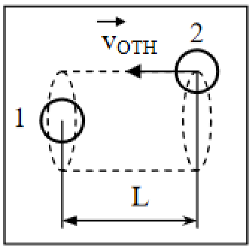
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

Эффективный диаметр молекулы — минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. При столкновении, молекулы сближаются до некоторого наименьшего расстояния, которое условно считается суммой радиусов взаимодействующих молекул.

Длина свободного пробега молекулы λ - это среднее расстояние, которое пролетает молекула между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами.
Замечание. Если молекула чаще сталкивается с другими молекулами, чем со стенками сосуда, то это означает, что размеры сосуда много больше длины свободного пробега.

Рассмотрим газ, состоящий из одинаковых молекул. Размерами молекул *не пренебрегаем*, но средние значения величин скоростей молекул считаем одинаковыми.



Две молекулы столкнутся, если центр одной из них находится на расстоянии не большем, чем d=2r от центра другой при их встречном движении (r – радиус молекулы). Пусть одна из них покоится, а вторая налетает с относительной скоростью v_{OTH}. Рассмотрим прямой цилиндр, связанный с этой покоящейся молекулой, определяемый условием, что внутри цилиндра не должно быть других молекул. Если объём этого цилиндра $V_0 = L\pi d^2$ (L – расстояние до соседней молекулы), то объем всего газа можно определить как V=$N\cdot V_0$, где N – количество молекул. Тогда концентрация молекул

$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{NV_0} = \frac{1}{V_0} = \frac{1}{L\pi d^2}$. Откуда получаем, что $L = \frac{1}{\pi d^2 n}$.

Если λ - длина свободного пробега, то время между двумя последовательными столкновениями не зависит от системы отсчета. Пусть <v> - средняя скорость молекул, тогда

$$\Delta t = \frac{L}{v_{OTH}} = \frac{\lambda}{\langle v\rangle}, \text{ откуда } \lambda = \frac{\langle v\rangle}{v_{OTH}}L.$$

Относительная скорость двух молекул $\vec{v}_{OTH} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, поэтому

$$(\vec{v}_{OTH})^2 = (\vec{v}_2-\vec{v}_1, \vec{v}_2-\vec{v}_1) = v_2^2 + v_1^2 - 2v_1v_2\cos\alpha$$

Усредняем это выражение

$$\left\langle(\vec{v}_{OTH})^2\right\rangle = \left\langle v_2^2\right\rangle + \left\langle v_1^2\right\rangle - 2\left\langle v_1v_2\right\rangle\left\langle\cos\alpha\right\rangle$$

Для среднего значения должно выполняться $\int_0^{2\pi} \langle \cos\alpha \rangle d\alpha = \int_0^{2\pi} \cos\alpha d\alpha = 0$, откуда $\langle \cos\alpha \rangle = 0$.

Поэтому $\left\langle (\vec{v}_{ОТН})^2 \right\rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle = 2\langle v^2 \rangle$, так как по предположению $\langle v_2^2 \rangle = \langle v_1^2 \rangle = \langle v^2 \rangle$.

Вообще-то, $\langle v^2 \rangle \neq \langle v \rangle^2$, но в грубом приближении можно записать $\langle v_{ОТН} \rangle \approx \sqrt{2}\langle v \rangle$.

Окончательно, для длины свободного пробега молекул получаем формулу $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$.

Величина $\sigma = \pi d^2$ называется *эффективным сечением взаимодействия* молекул. Принято считать, что эта величина слабо зависит от температуры.

Длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна концентрации молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}.$$

Средняя частота соударений молекул газа между собой $\nu = \frac{\langle v \rangle}{\lambda} = \sqrt{2}\sigma n \langle v \rangle$.

Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

По теореме об изменении кинетической энергии должно выполняться равенство

$$W_{КИН\_2} - W_{КИН\_1} = A$$

Следовательно, можно принять в качестве кинетической энергии выражение $W_{КИН} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + C$. Значения постоянной С определим из условия равенства нулю кинетической энергии при нулевой скорости $0 = m_0 c^2 + C$, откуда $C = -m_0 c^2$. Итак

$$W_{КИН} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2.$$

С учетом выражения $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, можно записать $W_{КИН} = (m - m_0)c^2$.

При малых скоростях $\frac{v^2}{c^2} << 1$, $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{c^2}$, поэтому получаем классическую формулу для кинетической энергии $W_{КИН} \approx m_0 c^2 \left[1 + \frac{v^2}{2c^2}\right] - m_0 c^2 = \frac{m_0 v^2}{2}$.

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН}+m_0c^2\right)^2=\dfrac{m_0^{\;2}c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2=\dfrac{m_0^{\;2}v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН}+m_0c^2\right)^2-p^2c^2=\dfrac{m_0^{\;2}c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}-\dfrac{m_0^{\;2}v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=m_0^{\;2}c^4$.

Если ввести *энергию покоя* тела $W_0=m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W=W_{КИН}+W_0=\left(m-m_0\right)c^2+m_0c^2=mc^2 \text{ или } W=mc^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

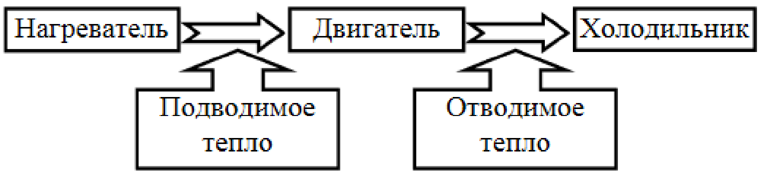
Так как правая часть выражения $W^2-p^2c^2=m_0^{\;2}c^4$ не зависит от системы отсчета, то соотношение между полной энергией и импульсом – является *инвариантом* при любых преобразованиях инерциальных систем отсчета

$$W^2-p^2c^2=inv.$$

Холодильная машина (блок-схема). КПД холодильной машины (холодильный коэффициент).

Процесс, в котором теплота забирается у менее нагретого тела и отдается более нагретому телу в результате совершения работы над системой внешними телами, называется обратным. По обратному циклу работают холодильные машины.

P. S. Изобразите эту блок схему, только перерисуйте стрелки от холодильника к нагревателю.



В холодильной машине внешние тела совершают работу $A_{внеш}$ по отводу теплоты от охлаждаемого тела Q_2 и передачи теплоты к тепловому резервуару (обычно – это окружающая среда) Q_1'. КПД холодильной машины или холодильный коэффициент – это отношение отведенного количества теплоты к затраченной работе

$$\eta_{ХМ}=\frac{Q_2}{A_{ВНЕШ}}=\frac{Q_2}{Q_1'-Q_2}$$

Вообще говоря, этот коэффициент может быть как меньше единицы, так и больше единицы – всё зависит от работы внешних тел.

Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы (вывод на основе известных выражений для полной энергии и релятивистского импульса).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

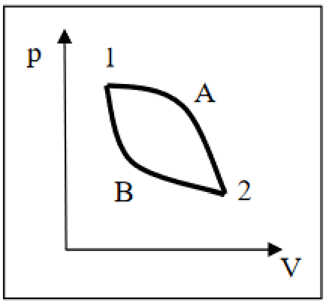
Если ввести *энергию покоя* тела $W_0 = m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W = W_{КИН} + W_0 = (m - m_0)c^2 + m_0c^2 = mc^2 \text{ или } W = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2 = \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0^2c^4$.

Термодинамическая энтропия (определение и обоснование того, что она является функцией состояния). Закон возрастания энтропии в замкнутой системе (с доказательством). Примечание: в ходе рассуждений, неравенство Клазиуса можно считать известным.



Рассмотрим произвольный обратимого циклического процесса, состоящий из двух процессов 1A2 и 2B1. Суммарное приведённое количество теплоты для такого процесса равно нулю

$$\oint_{ЦИКЛ} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

С учетом того, что при смене направления процесса $\int_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = -\int_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$,

получаем $\int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$, т.е. значение интеграла не зависит от процесса, а только от начального и конечного состояний. Поэтому элементарное количество приведенной теплоты для обратимого процесса является полным дифференциалом некоторой функции равновесного состояния системы

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

изменение которой равно суммарному количеству приведённой теплоты в равновесном процессе $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. Это величина называется *термодинамической энтропией S* и измеряется в Дж/К. Энтропия является аддитивной величиной – энтропия системы равна сумме энтропий частей, входящих в систему.

Теперь рассмотрим циклический процесс, одна половина которого 1A2 – необратимый процесс, а вторая половина 2B1 – обратимый процесс. Тогда должно быть $\oint\limits_{цикл} \frac{\delta Q}{T} \le 0$.

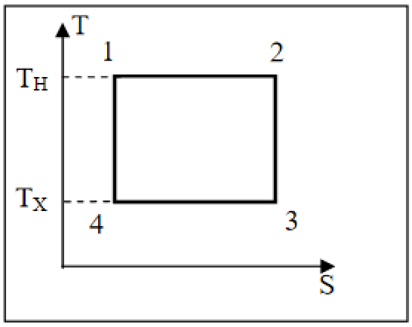
Действуя по аналогии, получаем

$$\oint\limits_{цикл} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - \int\limits_{1B2} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - \left(S_2 - S_1\right) \le 0$$

$$\text{т.е. } S_2 - S_1 \ge \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T}.$$

Если система является адиабатически изолированной, то $\delta Q = 0$, поэтому $S_2 - S_1 \ge 0$

В адиабатически изолированной системе энтропия не убывает. Это закон возрастания энтропии для адиабатически замкнутой системы. Отсюда следует смысл энтропии - энтропия служит мерой необратимости процесса. Она показывает направление протекания необратимого процесса.



Пример. Наша Вселенная является адиабатически изолированной системой (в силу единственности). Поэтому суммарная энтропия Вселенной возрастает. Рано или поздно она достигнет максимального значения и все тепловые процессы прекратятся. Как говорят, наступит т*епловая смерть Вселенной*.

Пример. Рассмотрим цикл Карно в переменных температура – энтропия. П*роцесс 1-2* – изотермический. В этом процессе T_H=*const*. Т.к. в этом процессе $\delta Q = \delta A = pdV$, то $dS = \frac{pdV}{T}$. Считая, что рабочее тело является идеальным газом, из уравнения Менделеева-Клапейрона находим $\frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V}$. Поэтому

$S_2 - S_1 = \int_1^2 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R\, ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$. Т.к. газ расширяется, то $\frac{V_2}{V_1} > 1$ и энтропия увеличивается.

Процесс 2-3 – адиабатический – газ расширяется без теплообмена δQ=0, следовательно *dS*=0, откуда *S*=*const*.

Процесс 3-4 – газ отдает тепло холодильнику-термостату T_X=*const*. Т.к. газ сжимается, то

$S_4 - S_3 = \int_3^4 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R\, ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$.

Процесс 4-1 – адиабатический – газ сжимается без теплообмена *S*=*const*.

Т.к. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, то полное изменение энтропии за цикл $\Delta S = 0$ как и должно быть в равновесном процессе.

Замечание. Закон возрастания энтропии означает, что в замкнутой системе энтропия не может уменьшаться без внешнего воздействия. Если на систему оказывается воздействие (т.е. система незамкнутая), то энтропия может убывать.

Определение числа степеней свободы гармонической системы. Число степеней свободы молекул идеального газа. Равномерное распределение энергии по степеням свободы (без вывода). Внутренняя энергия идеального газа (вывод на основе формулы для средней кинетической энергии поступательного движения молекул).

Количеством степеней свободы тела i называется минимальное количество координат, которые надо задать для однозначного определения положения тела.

Для материальной точки – это три координаты (x, y, z) –поэтому количество степеней свободы для материальной точки равно i=3.

Для двух материальных точек, соединенных жестким стержнем постоянной длины, необходимо задать 5 координат: 3 координаты для одной точки и 2 угла для определения положения второй точки относительно первой. Поэтому в этом случае количество степеней равно i=5.

Максимально возможное количество степеней свободы, связанных с движением в пространстве, равно 6.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2}\mathrm{kT}.$$

где $k = \frac{R}{N_A} \approx 1{,}38\cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i\cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2}\mathrm{kT}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{ПОСТ}\right\rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Средний квадрат скорости, одинаковый для всех молекул можно определить из соотношения

$$\left\langle W_K^{ПОСТ}\right\rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0\left\langle \mathrm{v}^2\right\rangle}{2} \quad \text{или} \quad \left\langle \mathrm{v}^2\right\rangle = \frac{3kT}{m_0}.$$

Средней квадратичной скоростью называется величина

$$\mathrm{v}_{КВ} = \sqrt{\left\langle \mathrm{v}^2\right\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Так как у идеального газа отсутствует потенциальная энергия взаимодействия молекул, то *внутренняя энергия равна суммарной кинетической энергии всех молекул*:

$$\mathrm{U} = \sum_{\mathrm{N}} \mathrm{W_K} = \mathrm{NW_K} = \nu\cdot \mathrm{N_A}\frac{i}{2}\mathrm{kT} = \frac{i}{2}\nu\cdot \mathrm{RT}.$$

$$\mathrm{U} = \nu\cdot\frac{i}{2}\mathrm{RT} = \frac{\mathrm{m}}{\mu}\cdot\frac{i}{2}\mathrm{RT}.$$

Из этого соотношения следует, как и предполагалось, что температура – это мера внутренней энергии идеального газа.

Неравенство Клазиуса (вывод из теоремы Карно). Равенство Клазиуса.

Из второй теоремы Карно следует $\frac{Q'_{НЕРАВ\_Х}}{T_X} > \frac{Q_{НЕРАВ\_Н}}{T_Н}$. Перепишем его в виде

$$\frac{Q'_X}{T_X} \geq \frac{Q_Н}{T_Н}$$

подразумевая, что для обратимых процессов выполняется равенство, а для необратимых - неравенство. По договоренности об обозначениях $Q'_X = |Q_X|$, т.е. $Q_X = -Q'_X$, откуда $Q'_X = -Q_X$.

Следовательно

$$0 \geq \frac{Q_Н}{T_Н} - \frac{Q'_X}{T_X} = \frac{Q_Н}{T_Н} + \frac{Q_X}{T_X}$$

В общем случае циклический процесс можно разделить на некоторое множество участков, на которых подводится или отводится теплота.

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Величина $\frac{Q}{T}$ называется *приведённым количеством теплоты* (Дж/К)

В пределе для элементарных количеств теплоты

$$\oint\limits_{цикл} \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$

(Кружок в интеграле показывает, что процесс круговой.)

Это соотношение носит название неравенства Клаузиуса - суммарное количество приведенной теплоты в любом замкнутом цикле для любой термодинамической системы не может быть положительным.

Знак равенства можно поставить только для обратимых процессов.

$$\oint\limits_{цикл} \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Принцип Ле Шателье-Брауна

Принцип Ле Шателье-Брауна гласит, что если на систему действуют внешние факторы, выводящие её из состояния устойчивого равновесия, то в системе возникают процессы, стремящиеся ослабить это воздействие. Принцип является термодинамическим аналогом закона индукции Ленца.

Значение принципа Ле Шателье-Брауна состоит в том, что он позволяет предсказывать направление, в котором под влиянием внешнего воздействия, изменится термодинамический процесс.

Например, если смеси воды и льда, находящейся в равновесии при 0 0С, сообщать теплоту, то лёд начнет таять с поглощением этой теплоты. Если наоборот, отводить теплоту, то вода начнёт замерзать с выделением

Третье начало термодинамики (формулировка)

Третье начало термодинамики (теорема Нернста).

Энтропия определена с точностью до произвольного слагаемого

$$S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 .$$

Если этому слагаемому S_1 придать какое-то конкретное значение, то можно говорить об абсолютном значении энтропии.

Теорема Нернста. (Справедлива только для равновесных систем.)

При стремлении температуры любой равновесной системы к абсолютному нулю её энтропия стремится к постоянной величине, которую можно принять равной нулю. Теплоёмкости также стремятся к нулю.

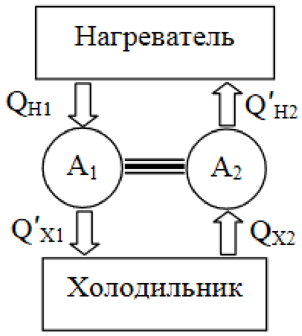
$$\lim_{T \to 0} S = 0 \text{ и } \lim_{T \to 0} C_V = \lim_{T \to 0} C_P = 0 .$$

Идеальная тепловая машина. Теорема Карно (1-ая теорема Карно), с доказательством. КПД цикла Карно (вывод выражения КПД и обоснование справедливости полученного выражения для рабочего тела любой природы).

Идеальная тепловая машина Карно работает по циклу, состоящему из двух изотерм и двух адиабат. Идеальный тепловой двигатель – это такой двигатель, в котором все процессы могут быть проведены обратимым образом и так, что в каждый момент его состояние являлось бы равновесным.

1-я теорема Карно.

КПД любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, не зависит от природы рабочего тела и устройства машины, а является функцией только температур нагревателя и холодильника.



Докажем 1-ю теорему Карно.

Возьмем две тепловые машины, возможно, разной конструкции и использующие разные рабочие тела, но имеющие общие нагреватель и холодильник и работающие по циклу Карно.

Пусть КПД 1й машины больше чем КПД 2й машины $\eta_1 > \eta_2$.

Это означает, что $1-\dfrac{Q'_{X1}}{Q_{H1}} > 1-\dfrac{Q'_{X2}}{Q_{H2}}$.

Запустим 1ю машину по прямому циклу, а вторую по – обратному. Учитывая, что для прямого и обратного цикла выполняется равенство $\eta_{ПР} = \dfrac{1}{\eta_{ОБР}}$, соотношение для КПД примет вид

$$1-\frac{Q'_{X1}}{Q_{H1}} > 1-\frac{Q_{X2}}{Q'_{H2}} \text{ или } \frac{Q_{X2}}{Q'_{H2}} > \frac{Q'_{X1}}{Q_{H1}}$$

Установим связь между обеими машинами так, чтобы первая совершала работу над второй и, при этом, выполнялось равенство $Q'_{X1} = Q_{X2}$. Тогда $Q_{H1} > Q'_{H2}$ или $Q_{H1} - Q'_{X1} > Q_{H2} - Q'_{X2}$. Но это означает, что работа первой машины больше чем работа, которую надо совершить над второй машиной. Поэтому

$$A_{ОБЩ} = A_1 + A_2 = Q_{H1} - Q'_{X1} - \left(Q_{H2} - Q'_{X2}\right) > 0\,.$$

Итак, общая теплота, получаемая холодильником, будет равна нулю, а у нагревателя будет отобрана теплота $Q_H = Q_{H1} - Q'_{H2} > 0$ и при этом совершена работа $A_{ОБЩ} > 0$. Противоречие со вторым началом термодинамики в формулировке Томсона. Следовательно, неравенство $\eta_1 > \eta_2$ не выполняется.

Пусть теперь $\eta_1 < \eta_2$. Запустим первую машину по обратному циклу, а вторую – по прямому. И повторим рассуждения.

Отсюда следует, что машины имеют одинаковые КПД. Однако если рабочим телом одной из машин является идеальный газ, то КПД такого процесса известен $\eta = 1-\dfrac{T_X}{T_H}$.

В итоге получаем, что для любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно

$$\eta = 1-\frac{Q'_X}{Q_H} = 1-\frac{T_X}{T_H}\,.$$

Отсюда следует полезное равенство $\dfrac{Q'_X}{Q_H} = \dfrac{T_X}{T_H}$.

Теория по вариантам

Вариант 1 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **1**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Уравнение плоской гармонической волны. Характеристики волны: период, частота, длина волны, волновое число и волновой вектор. Единицы измерения этих величин в СИ.

2. Первое начало термодинамики (формулировка).
Работа, совершаемая телом при изменении объёма (вывод из определения механической работы).
Работа идеального газа при изотермическом процессе (вывод из формулы для работы тела при изменении объёма).

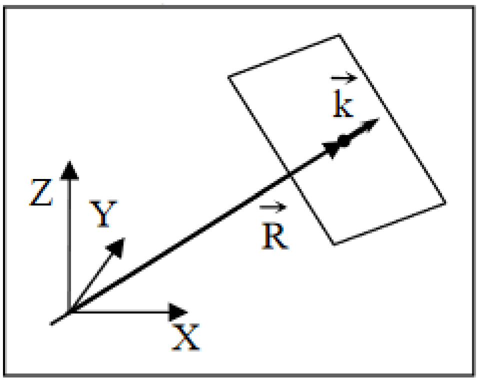
3. Найдите интервал между событиями, для которых, в некоторой системе отсчета K, разность координат $\Delta x = 3$ км, $\Delta y = \Delta z = 0$, а разность времени $\Delta t = (5/3)\cdot 10^{-5}$ с.
Чему равен интервал между этими событиями в системе отсчета K', движущейся относительно системы отсчета K со скоростью $1{,}5\cdot 10^{8}$ м/с?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Уравнение плоской гармонической волны. Характеристики волны: период, частота, длина волны, волновое число и волновой вектор. Единицы измерения этих величин в СИ.

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской.

Пусть плоская волна движется в направлении прямой линии, которая проходит через начало координат. Тогда радиус-вектор любой точки, лежащей на этой прямой, тоже лежит на этой прямой и длина этого вектора равна расстоянию R точки от начала координат.



Уравнение

$\xi = A\cos(\omega t - kR + \alpha) = A\sin(\omega t - (\bar{k}, \bar{R}) + \alpha)$

Период $T = \frac{2\pi}{\omega}$, сек

Волновое число $k = \frac{\omega}{v}$ рад/м

Длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, м

Волновой вектор $|\bar{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = k, \text{где } k - \text{волновое число}$. Волновой вектор направлен перпендикулярно фазовой (волновой) поверхности волны в сторону её движения.

Первое начало термодинамики (формулировка). Работа, совершаемая телом при изменении объёма (вывод из определения механической работы). Работа идеального газа при изотермическом процессе (вывод из формулы для работы тела при изменении объёма).

Первое начало термодинамики:

1) Изменение внутренней энергии при переходе их одного состояния в другое равно сумме работы внешних сил и количества теплоты, переданного системе: $\Delta U = A + Q$
2) Количество теплоты, переданное системе, идёт на изменение её внутренней энергии и на совершение системой работы над внешними телами: $Q = \Delta U + A$

Работа, совершаемая телом при изменении объёма (вывод из определения механической работы)

$$A = F \cdot \Delta x = \frac{F}{S} \cdot S \cdot \Delta x = P \cdot \Delta V$$

Работа идеального газа при изотермическом процессе (вывод из формулы для работы тела при изменении объёма).

$$A = P \cdot \Delta V = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT ln(\frac{V_2}{V_1})$$

Задача

Вариант 1.

№3.

Дано:

$\Delta x = 3\text{км} = 3\cdot 10^3 \text{м}$

$\Delta t = 5/3 \cdot 10^{-5} \text{с}$

$V_{k' \to k} = 1{,}5 \cdot 10^8 \text{м/с}$

$S' - ?$

Решение:

Интервал в СТО:

$$S^2 = c^2(t_2 - t_1) - \left[(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2\right]$$

Интервал – инвариантная величина; он не зависит от системы отсчёта.

$S^2 = inv$

Тогда:

$$S'^2 = S^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (3\cdot 10^8)^2\left(\frac{5}{3}\cdot 10^{-5}\right)^2 - (3\cdot 10^3)^2 = \cancel{9}\cdot 10^{16}\cdot \frac{25}{\cancel{9}}\cdot 10^{-10} - 9\cdot 10^6 = 16\cdot 10^6$$

$|S| = \sqrt{S^2} = 4\cdot 10^3$

Ответ: $4\cdot 10^3$

Вариант 2 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № 2
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № 2

1. Понятия плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

2. Основное уравнение МКТ идеального газа (с выводом). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул (с выводом).

3. Пи-мезон движется относительно системы отсчета K' так, что его полная энергия составляет 1,25 энергии покоя.

В свою очередь, система отсчета K' движется со скоростью $0{,}5c$ относительно системы отсчета K, в том же направлении.

Найдите скорость и полную энергию пи-мезона в системе отсчета K, если его масса покоя равна m_0.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Понятие плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской. Если волновая поверхность – сфера, то волна называется сферической.

Уравнение сферической волны:

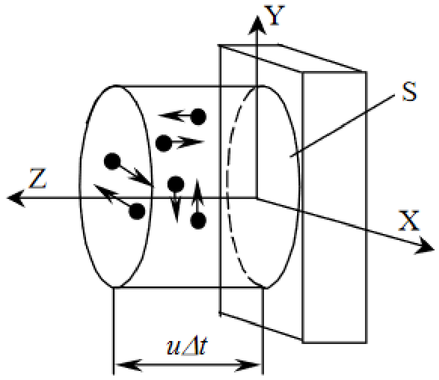
$$\xi = \frac{A_0}{R}\cdot cos\left(\omega t + \left(\vec{k},\vec{R}\right) + \alpha\right) + \frac{A_0}{R}\cdot cos\left(\omega t - \left(\vec{k},\vec{R}\right) + \beta\right)$$

Основное уравнение МКТ идеального газа (с выводом). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул (с выводом).

Рассмотрим механическую модель газа, находящегося в термодинамическом равновесии со стенками сосуда. Молекулы упруго сталкиваются не только друг с другом, но и со стенками сосуда, в котором находится газ.

В качестве идеализации модели, заменим атомы в молекулах материальными точками. Величина скорость всех молекул предполагается *одинаковой*. Также предполагаем, что материальные точки не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, поэтому потенциальную энергию такого взаимодействия принимаем нулевой.

Пусть $n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул газа, T – температура газа, u – средняя скорость поступательного движения молекул. Выберем систему координат так, чтобы стенка сосуда лежала в плоскости XY, а ось Z была направлена перпендикулярно стенке внутрь сосуда. Рассмотрим удары молекул о стенки сосуда. Т.к. удары упругие, то после удара о стенку импульс молекулы меняет направление, но его величина не меняется.



За период времени Δt до стенки долетят только те молекулы, которые находятся от стенки на расстоянии не далее, чем $L=u\cdot\Delta t$. Общее число молекул в цилиндре, с площадью основания S и высотой L, объем которого равен $V=LS= u\cdot\Delta t\cdot S$ равно $N=n\cdot V= n\cdot u\cdot\Delta tS$.

В данной точке пространства можно условно выделить три различных направления движения молекул, например, вдоль осей X, Y, Z. Молекула может двигаться вдоль каждого из направлений «вперед» и «назад».

Поэтому по направлению к стенке, будут двигаться не все молекулы в выделенном объёме, а только шестая часть от их общего числа. Следовательно, количество молекул, которые за время Δt ударятся о стенку:

$$N_1=N/6= n\cdot u\cdot\Delta t\cdot S/6.$$

Изменение импульса молекул при ударе равно импульсы силы, действующей на молекулы со стороны стенки - с такой же по величине силой молекулы действуют на стенку

$$\Delta P_Z = P_{2Z} - P_{1Z} = F\cdot\Delta t,$$

или

$$N_1\cdot m_0\cdot u - (-N_1\cdot m_0\cdot u) = F\cdot\Delta t,\ 2\cdot N_1\cdot m_0\ u = F\cdot\Delta t,\ \frac{n\cdot u\cdot\Delta t\cdot S}{6}\cdot 2\cdot m_0 u = F\cdot\Delta t,$$

$$\frac{1}{3}n\cdot m_0 u^2 = \frac{F}{S}.$$

Откуда находим давление газа на стенку: $p = \dfrac{F}{S} = \dfrac{1}{3}n\cdot m_0 u^2 = \dfrac{2}{3}n\cdot W_K^{ПОСТ}$,

где $W_K^{ПОСТ} = \dfrac{m_0 u^2}{2}$ - кинетическая энергия материальной точки (поступательного движения молекулы). Следовательно, давление такого (механического) газа пропорционально кинетической энергии поступательного движения молекул (центра масс молекулы)

$$p = \frac{2}{3}nW_K^{ПОСТ}.$$

Это уравнение называется *основным уравнением МКТ* .

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2}\mathrm{k}\mathrm{T}.$$

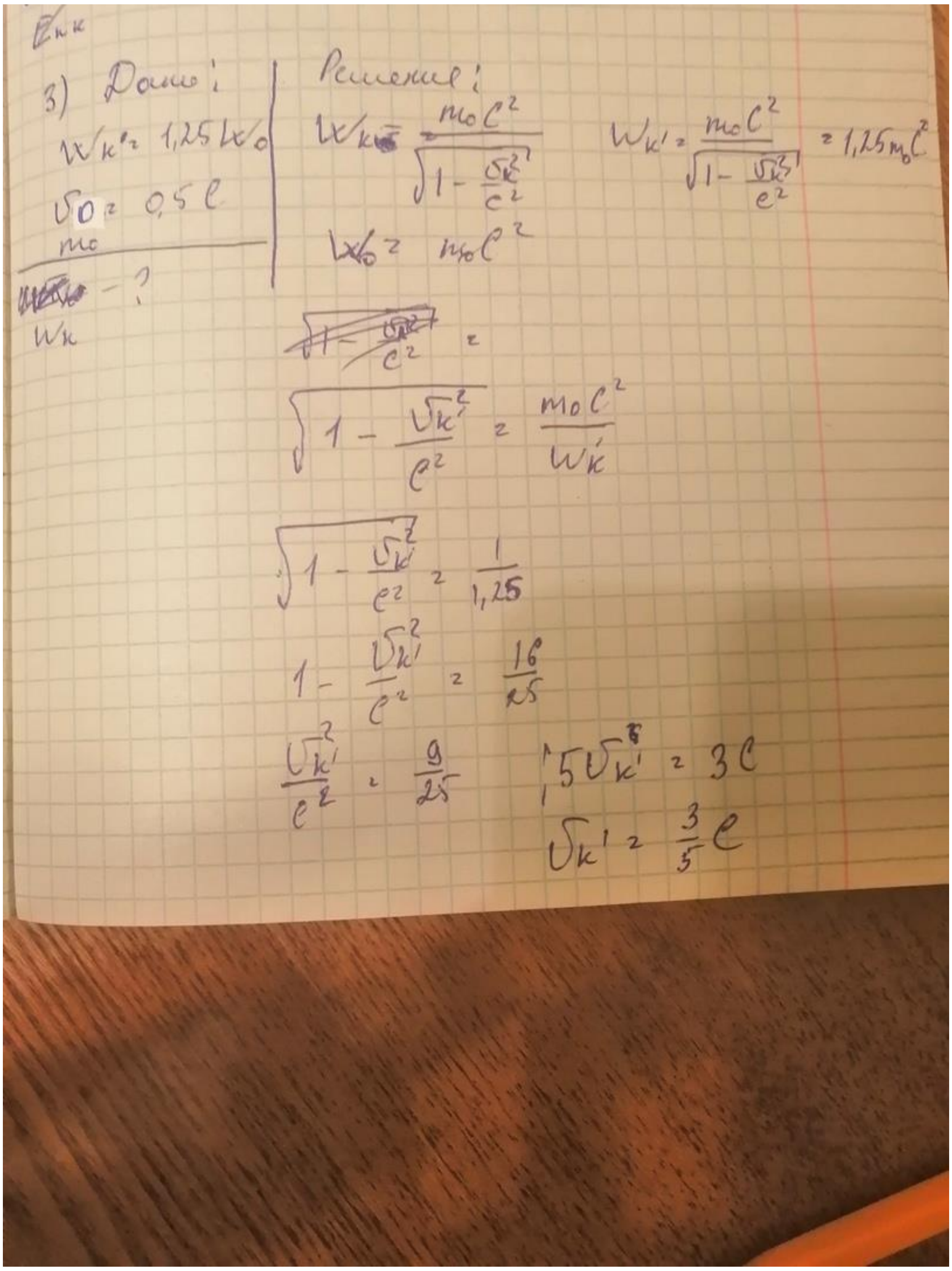
где $k = \frac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i \cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2}\mathrm{kT}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{ПОСТ} \right\rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Задача



3) Дано:

$W_k' = 1{,}25 W_0$

$v_0 = 0{,}5c$

m_0

W_k - ?

Решение:

$W_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}}}$ $\quad W_k' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_k'^2}{c^2}}} = 1{,}25 m_0 c^2$

$W_0 = m_0 c^2$

$\sqrt{1 - \frac{v_k'^2}{c^2}} = \frac{m_0 c^2}{W_k'}$

$\sqrt{1 - \frac{v_k'^2}{c^2}} = \frac{1}{1{,}25}$

$1 - \frac{v_k'^2}{c^2} = \frac{16}{25}$

$\frac{v_k'^2}{c^2} = \frac{9}{25}$ $\quad 5 v_k' = 3c$

$v_k' = \frac{3}{5}c$

$$v_k = \frac{v_{k'} + v_0}{1 + \frac{v_0 v_{k'}}{c^2}} = \frac{0{,}6c + 0{,}5c}{1 + \frac{0{,}3c^2}{c^2}} = \frac{11}{13}c$$

$$W_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{121\, c^2}{169\, c^2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{\frac{48}{169}}} = \frac{13 m_0 c^2}{4\sqrt{3}}$$

Ответ: $\frac{13 m_0 c^2}{4\sqrt{3}}$

Кажется верно.

Вариант 3 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **3**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Одномерное волновое уравнение для продольной упругой волны в твёрдом теле (с выводом). Общий вид волнового уравнения (без вывода).

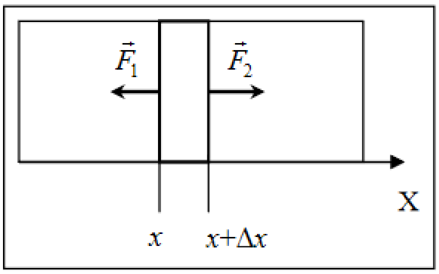
2. Второе начало термодинамики в формулировках Клаузиуса и Томсона (Кельвина).

3. Азот массой 56 г расширяется от 1 л до 7,39 л при постоянной температуре, равной 27°С. Найти работу, совершаемую газом. Атомная масса азота равна 14 а.е.м.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Одномерное волновое уравнение для продольной упругой волны в твёрдом теле (с выводом). Общий вид волнового уравнения (без вывода).



Если возвращающая сила пропорциональна смещению точки от положения равновесия, то волна называется *упругой*. Выведем волновое уравнение на примере продольных волн деформации в стержне.

Выделим часть стержня длиной Δx. Если площадь поперечного сечения стержня равна S, плотность материала ρ, то масса этой части $\Delta m = \rho S \Delta x$. При деформациях на эту часть стержня действую силы упругости. Запишем второй закон Ньютона – уравнение движения этой части стержня вдоль оси X:

$$\Delta m a_x = F_2 - F_1 .$$

Это уравнение записано в предположении растяжения этой части стержня. Силы с обеих сторон выделенной части вызывают деформацию этой части стержня. При равновесии и отсутствии деформации положение точек в двух близко расположенных сечениях стержня можно задать координатами x и $x+\Delta x$. При деформировании стержня его точки сместятся от равновесных положений. Пусть $x_1(x)$ – задает положение точки стержня при деформации, если её равновесное положение задавалось координатой x. Тогда для близкого сечения новыми координатами будет $x_1+\Delta x_1$. Изменение линейного размера части стержня вызвано смещением точек стержня. Введем величину смещения $\xi = x_1 - x$. По определению, относительная деформация в данном сечении стержня – это отношение изменения длины части стержня к начальной длине этой части: $\varepsilon = \dfrac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x}$. Если стержень сжимается, то его продольные размеры уменьшаются $\Delta x_1 < \Delta x$ и поэтому $\varepsilon < 0$. Таким образом, при сжатии $\varepsilon < 0$ и при растяжении $\varepsilon > 0$.

Если все точки стержня смещаются на одинаковую величину, то изменения длины участка стержня не происходит. Поэтому деформация равна разности смещений соседних точек $\Delta x_1 - \Delta x = \Delta\xi$. Тогда можно записать $\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta\xi}{\Delta x}$. В пределе (при $\Delta x \to 0$) получаем $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$. С учётом напряжений в сечениях стержня $F_1 = \sigma_x S$, $F_2 = \sigma_{x+\Delta x} S$. Напряжения в сечениях стержня найдем по закону Гука: $\sigma_x = E\varepsilon_x$, $\sigma_{x+\Delta x} = E\varepsilon_{x+\Delta x}$, где E – модуль упругости материала (модуль Юнга).

Относительная деформация меняется вдоль стержня, поэтому можно считать, что $\varepsilon_{x+\Delta x} = \varepsilon_x + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x + \ldots$ (разложение в ряд Тейлора).

Ускорение точек выделенной части стержня $a_x = \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Последовательно подставим эти соотношения в уравнения движения: $\Delta m a_x = F_2 - F_1$, т.е.

$\rho S\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \sigma_{x+\Delta x} S - \sigma_x S$,

$\rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\varepsilon_2 - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\left(\varepsilon_1 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x\right) - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x$.

С учетом равенства $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$, после сокращений, получаем дифференциальное уравнение, описывающее распространение волны (вдоль одного направления – оси X):

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\cdot\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \text{ или } \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \mathrm{v}^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}.$$

Здесь, ξ - параметр, описывающий колебания (величина смещения точек при деформации), $\mathrm{v} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость волны.♣

Общий вид

Волновое уравнение для движения волны в 3х мерном пространстве в общем случае имеет вид:

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}.$$

Если ввести условное обозначение $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \Delta\xi$, то это уравнение можно записать в виде

$$\Delta\xi = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

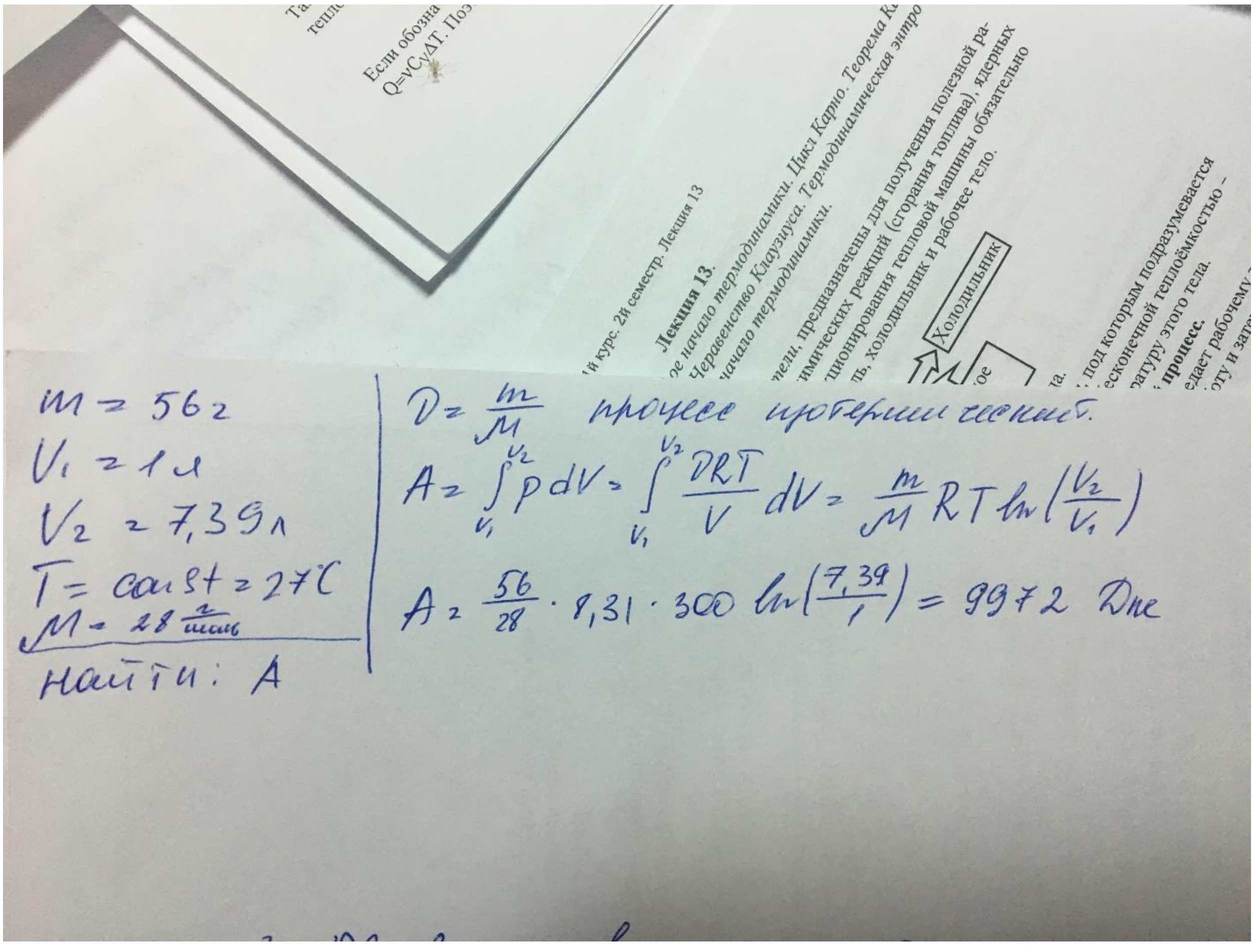
где $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$ так называемый *оператор Лапласа* (Пьер-Симо́н Лапла́с – французский ученый).

Второе начало термодинамики в формулировках Клазиуса и Томсона (Кельвина).

Формулировка Клаузиуса второго начала термодинамики. Теплота самопроизвольно, без изменения в окружающих телах, не может перейти от менее нагретого тела к более нагретому.

Формулировка Томсона второго начала термодинамики. В природе невозможен круговой процесс, единственным результатом которого была бы механическая работа, совершаемая за счет отвода теплоты от теплового резервуара.

Задача



$m = 56$ г

$V_1 = 1$ л

$V_2 = 7{,}39$ л

$T = const = 27°C$

$M = 28 \frac{г}{моль}$

Найти: A

$\nu = \frac{m}{M}$ процесс изотермический.

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V}\,dV = \frac{m}{M} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$A = \frac{56}{28} \cdot 8{,}31 \cdot 300 \ln\left(\frac{7{,}39}{1}\right) = 9972 \text{ Дж}$$

Кажется верно.

Вариант 4 + з +пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **4**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Объёмная плотность энергии упругой волны (вывод на примере плоской продольной волны). Вектор Умова (вектор плотности потока энергии).

2. Понятия квазистатических, обратимых и необратимых процессов.

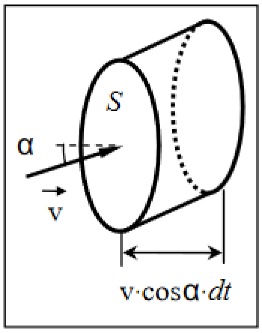
3. В закрытом сосуде объёмом 10 л находится водород при давлении 1 атм. Ему было сообщено количество теплоты, равное 10^4 Дж. Во сколько раз повысилось при этом давление в сосуде?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Объёмная плотность энергии упругой волны (вывод на примере плоской продольной волны). Вектор Умова (вектор плотности потока энергии).

Рассмотрим выделенный участок стержня длиной Δx. При колебаниях скорость этого участка $\frac{\partial\xi}{\partial t}$ и величина деформации $\frac{\partial\xi}{\partial x}$. Соответственно, кинетическая и потенциальные энергии выделенного участка равны $W_K = \frac{1}{2}\rho S\Delta x\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2$ и $W_\Pi = \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 S\Delta x$. Объем участка $V = S\Delta x$. Объемная плотность механической энергии $w = \frac{W_K + W_\Pi}{V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2$.



Пусть энергия переносится со скоростью $\vec{v}$ в направлении под углом α к нормали некоторой малой площадки S. Тогда вся энергия, прошедшая через эту площадку за малое время dt окажется в области, объем которой $dV = S\cdot v\cdot \cos\alpha\cdot dt$ (на рисунке эта область является косым цилиндром). Если объемная плотность энергии равна w, то энергия этого объема

$$W = w\cdot dV = w\cdot S\cdot v\cdot \cos\alpha\cdot dt$$

Мощность переноса энергии через площадку S:

$$\frac{dW}{dt} = w\cdot S\cdot v\cdot \cos\alpha\,.$$

Введем вектор плотности потока энергии (Вектор Умова)

$$\vec{j} = w\cdot\vec{v}\,,$$

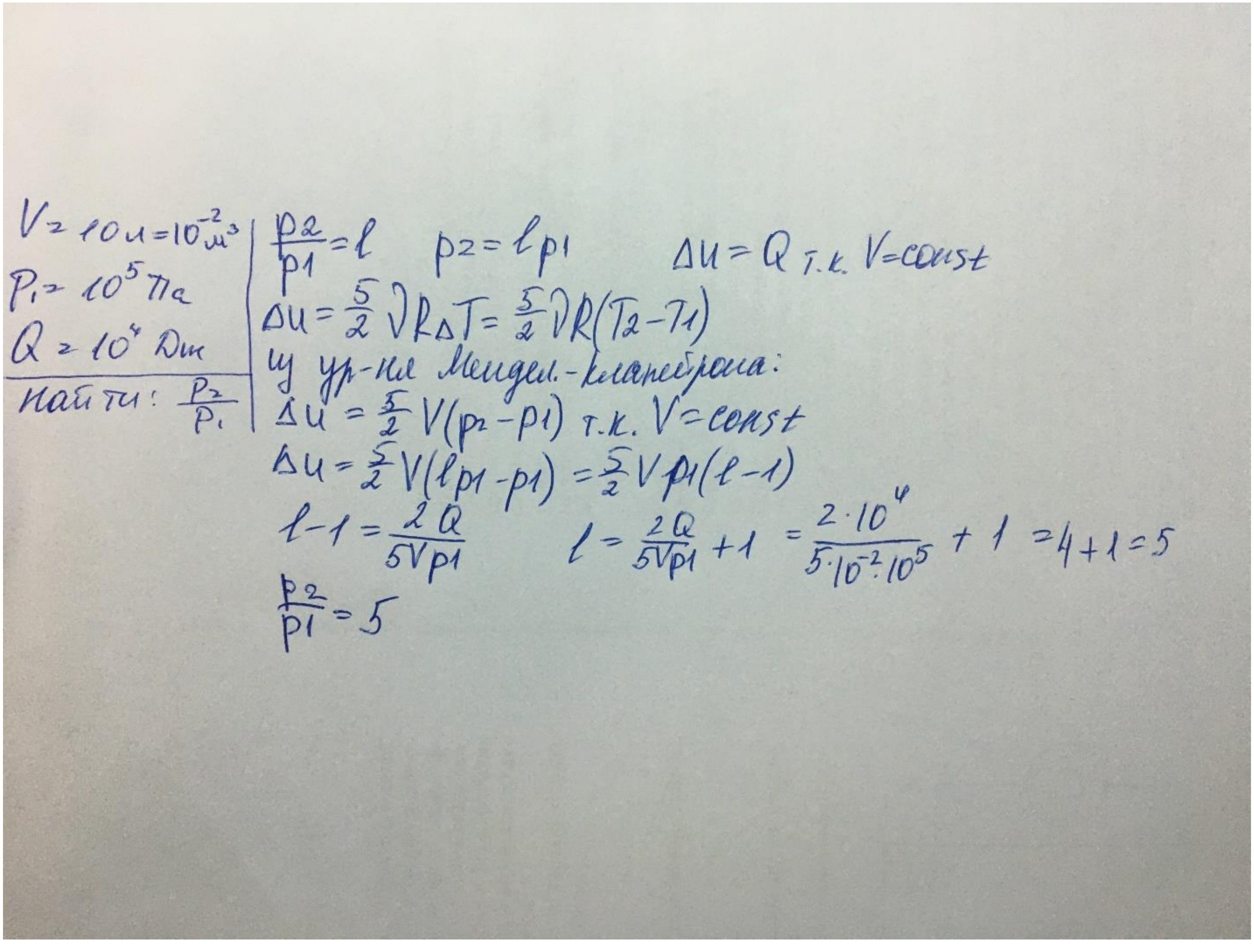
тогда $\frac{dW}{dt} = j\cdot S\cdot \cos\alpha$. Если ввести вектор $\vec{S} = \vec{n}\cdot S$, направленный по нормали ı площадке, и скалярное произведение $j\cdot S\cdot \cos\alpha = \left(\vec{j},\vec{S}\right)$ определить как поток векто ра Умова через площадку S, то *мощность переноса энергии через площадку опре деляется потоком вектора Умова через эту площадку* $\frac{dW}{dt} = \left(\vec{j},\vec{S}\right)$.

Понятие квазистатических, обратимых и необратимых процессов.

Если по ходу процесса рассматриваемая система в каждый момент находится вблизи некоторого состояния термодинамического равновесия, отвечающего суммарному результату произведенного на нее воздействия, то такой процесс называется **квазистатическим или равновесным**. Поскольку равновесное состояние системы характеризуется небольшим числом параметров, то описание равновесного процесса сводится к установлению закона изменения тех же параметров.

Обратимые и необратимые процессы. Процесс называется обратимым, если он может быть проведен в обратном направлении через те же промежуточные состояния, что и прямой процесс, причем во всех остальных телах никаких изменений произойти не должно. Если же это осуществить невозможно, то процесс называется необратимым.

Задача



$V = 10$ л $= 10^{-2}$ м^3

$P_1 = 10^5$ Па

$Q = 10^4$ Дж

Найти: $\frac{P_2}{P_1}$

$\frac{p_2}{p_1} = \ell \quad p_2 = \ell p_1 \quad \Delta U = Q$ т.к. $V = const$

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu R \Delta T = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1)$

Из ур-ия Мендел.-Клапейрона:

$\Delta U = \frac{5}{2}V(p_2 - p_1)$ т.к. $V = const$

$\Delta U = \frac{5}{2}V(\ell p_1 - p_1) = \frac{5}{2}V p_1(\ell - 1)$

$\ell - 1 = \frac{2Q}{5Vp_1} \qquad \ell = \frac{2Q}{5Vp_1} + 1 = \frac{2\cdot 10^4}{5\cdot 10^{-2}\cdot 10^5} + 1 = 4 + 1 = 5$

$\frac{p_2}{p_1} = 5$

Кажется верно.

Вариант 5 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **5**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Стоячая волна. Уравнение стоячей волны (вывод из уравнения бегущей волны). Узлы и пучности.

2. Теплоёмкость идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах (вывод с использованием формулы для внутренней энергии идеального газа). Уравнение Майера.

3. Найдите расстояние Δl между точками, в которых происходят события, разность времени которых равна $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ с, если известно, что интервал между ними равен 12 км.
Найдите интервал между этими событиями в системе отсчета, движущейся относительно исходной со скоростью $2 \cdot 10^{8}$ м/с.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Стоячая волна. Уравнение стоячей волны (вывод из уравнения бегущей волны). Узлы пучности.

Стоячая волна образуется при наложении двух волн одинаковой частоты, бегущих в противоположных направлениях:

$$\begin{cases} \xi_1 = A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) \\ \xi_2 = A\cos(\omega t - kx + \alpha_2) \end{cases} - \text{исходя из определения сумма: } \xi_{\text{ст.}} = \xi_1 + \xi_2 =$$
$$= A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) + A\cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

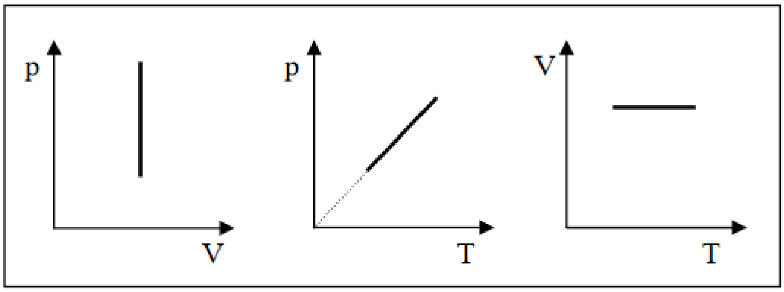
Пусть, например, $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = 0$, тогда $\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \theta)$.
Величину $A_0 = 2A|\cos(kx)|$ можно назвать амплитудой стоячей волны. Так как амплитуда не может быть отрицательной, то необходимо брать модуль $|\cos(kx)|$. Тогда в тех точках, где $\cos(kx) > 0$ значение θ=0, а в тех точках, где $\cos(kx) < 0$ надо, для учета знака минус, принять θ=π. Точки, где амплитуда стоячей волны максимальная, называются *пучностями*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 1$, откуда $kx = \pm\pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты пучностей $x^{ПУЧ}_n = \pm\frac{\pi \cdot n}{k} = \pm\frac{\pi \cdot n}{2\pi}\lambda = \pm n\frac{\lambda}{2}$. Соседние пучности находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны. Точки, где амплитуда стоячей волны равна нулю, называются *узлами*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 0$, откуда $kx = \frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты узлов

$$x^{УЗ}_n = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{k} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{2\pi}\lambda = \left(\frac{1}{2} \pm n\right)\frac{\lambda}{2}.$$

Соседние узлы находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны.

Теплоёмкость идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах (вывод с использованием формулы для внутренней энергии идеального газа). Уравнение Майера.

1) **Изохорический (изохорный) процесс** – процесс изменения состояния газа, при котором объем газа остается постоянным V=const. Для изохорического процесса $\frac{p}{T} = \text{const}$.



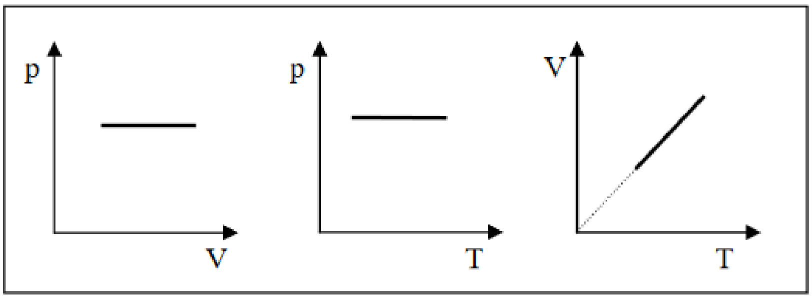
Так как объем газа постоянный, то работа газа равна нулю A=0, следовательно все подводимое тепло идет на изменение внутренней энергии Q=ΔU. Для внутренней энергии идеального газа

$$\Delta U = U_К - U_Н = \nu \cdot \frac{i}{2}R(T_К - T_Н) = \nu \cdot \frac{i}{2}R \cdot \Delta T.$$

Если обозначим молярную теплоемкость газа для изохорического процесса как C_V, то тогда

$$Q = \nu \cdot C_v \Delta T \Rightarrow C_v = \frac{Q}{\nu \Delta T}$$

2) **Изобарический (изобарный) процесс** - процесс изменения состояния газа, при котором да-
ление газа остается постоянным *p*=const. Для изобарного процесса $\frac{V}{T} = \text{const}$.



В этом случае работа газа равна $A=p(V_K - V_H)$. Первое начало термодинамики для этого процесса: $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p\left(V_K - V_H\right)$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p\left(V_K - V_H\right) = \frac{m}{\mu} R\left(T_K - T_H\right) = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T = \nu \cdot R \cdot \Delta T$.

Поэтому $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p\left(V_K - V_H\right) = \nu C_V \Delta T + \nu \cdot R \cdot \Delta T = \nu\left(C_V + R\right)\Delta T$.

Если обозначить через C_P - молярную теплоемкость газа для изобарического процесса, то

$$Q_{P=const} = \nu C_P \Delta T = \nu\left(C_V + R\right)\Delta T.$$

Отсюда для *молярной изобарной теплоемкости*:

$$C_P = C_V + R$$

- это равенство называется *соотношением Майера*.

Задача

Билет №4.

Дано:

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$S = 12$ км $= 12 \cdot 10^3$ м

$\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ с

$V_{к \to к'} = 2 \cdot 10^8$ м/с

$\Delta l - ?$

$S' - ?$

Решение:

1. Интервал инвариантен - он не зависит от системы отсчёта.

$$S' = S = inv \Rightarrow S' = 12 \text{ км}$$

2. $S^2 = c^2(\Delta t^2) - (\Delta l)^2$

$$\Delta l = \sqrt{c^2(\Delta t)^2 - S^2} =$$

$$= \sqrt{9 \cdot 10^{16} \cdot 25 \cdot 10^{-10} - 144 \cdot 10^6} = \sqrt{(225 - 144) \cdot 10^6} =$$

$$= 9 \cdot 10^3 \text{ м} = 9 \text{ км}$$

Ответ: 9 км

Вариант 6 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № 6
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № 2

1. Постулаты специальной теории относительности (СТО). Область применимости СТО.

2. Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул для C_P и C_V.

3. Уравнение волны имеет вид: $\xi = 30\cos(900t + 10{,}6x - \pi/7)$, где ξ – в микрометрах, t - в секундах, y - в метрах.
Найдите частоту, фазовую скорость, волновой вектор, а также максимальное ускорение частиц среды.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Постулаты специальной теории относительности (СТО). Область применимости СТО.

Постулаты СТО

3) Принцип постоянства скорости света Скорость света не зависит от движения источника и одинакова во всех инерциальных системах отсчета в вакууме и является предельной скоростью передачи сигнала. Величина скорости света в вакууме равна $c \approx 3 \cdot 10^8\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$
4) Принцип относительности
Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, следовательно, уравнения выражающие законы природы инвариантны при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Область применения СТО – при движении с релятивистскими скоростями (то есть со скоростями близкими к скорости света).

Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул для C_p и C_v.

4) **Адиабатический (адиабатный) процесс**. Это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой $\delta Q=0$. Теплоёмкость адиабатического процесса равна нулю. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса: $0=\Delta U + A$ или $-\Delta U = A$ - газ совершает положительную работу за счет уменьшения внутренней энергии.

Для малых изменений параметров $dU + pdV = 0$,

$dU = \nu C_V dT$, $d(pV) = d(\nu RT)$ или $Vdp + pdV = \nu RdT$, откуда $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$

Тогда $\nu C_V dT + pdV = 0$, $\nu C_V \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} + pdV = 0$, $C_V Vdp + (C_V + R)pdV = 0$

Учитывая соотношение Майера $C_V + R = C_P$ и деля на pV, получаем

$$C_V \frac{dp}{p} + C_P \frac{dV}{V} = 0,\ d(\ln p) + d\left(\ln V^{\frac{C_P}{C_V}}\right) = 0,\ d\left(\ln\left(pV^{\frac{C_P}{C_V}}\right)\right) = 0,$$

Уравнение для адиабатического процесса $pV^{\gamma} = const$ (*Уравнение Пуассона*).

Коэффициент $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ называется показателем адиабаты (или *коэффициентом Пуассона*).

Для идеального газа $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$.

	Одноатомный i=3	Двухатомный i=5	Многоатомный i=6
γ	$\gamma = \frac{5}{3}$	$\gamma = \frac{7}{5}$	$\gamma = \frac{4}{3}$

Задача

Дано

$\xi = 30\cos(900t + 10{,}6x - \pi/7)$

$\nu = ?;\ \upsilon = ?;\ k = ?;\ a_{max} = ?$

Решение

$\xi = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$ – уравнение плоской волны, распространяющейся в положительном направлении

Тогда $A = 30$ м

$\omega = 900$ с$^{-1}$

$k = -10{,}6$ м$^{-1}$ $\Rightarrow |k| = 10{,}6$ м$^{-1}$

$\upsilon = \dfrac{d\xi}{dt} = A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi)$

$a = \dfrac{d\upsilon}{dt} = \dfrac{d^2\xi}{dt} = A\omega^2\cos(\omega t - kx + \varphi)$

$a_{max} = A\omega^2 = 3\cdot 9\cdot 9\cdot 10^5 = 2{,}43\cdot 10^7\ \frac{м}{с^2}$

$\upsilon = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{900}{10{,}6} = 84{,}9\ \frac{м}{с}$

$\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{900}{2\pi} = 143$ Гц

Ответ $\nu = 143$ Гц

$\upsilon = 84{,}9$ м/с

$|k| = 10{,}6$ м$^{-1}$

$a_{max} = 2{,}43\cdot 10^7$ м/с^2

Кажется верно (только не забудьте, что cos’=-sin и sin’=cos – это единственная помарка, которая правда не влияет на ответ, так как в него идёт модуль).

Вариант 7 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № 7
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Преобразования Лоренца для координат и времени (вывод из постулатов СТО).

2. Тепловая машина (блок-схема). КПД тепловой машины.

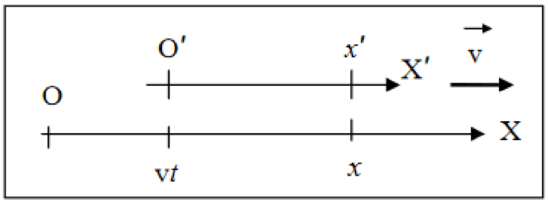
3. Как изменяется давление углекислого газа CO_2 при адиабатном уменьшении его объёма в 8 раз?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Преобразования Лоренца для координат и времени (вывод из постулатов СТО).

Для координат

Закон преобразования координат



Так как координата – это расстояние вдоль координатной оси от нулевой точки, то координате x' в движущейся системе K′ соответствует отрезок $O'x'$, длина которого $|x'|$. Поэтому в системе K ему соответствует длина $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. В системе K координата точки O′ равна vt, поэтому $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = |x - vt|$. В координатной записи справедливо равенство $x = x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + vt$ или

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Но системы отсчета K и K′ равноправны. Поэтому можно считать, что система K движется относительно K′ в противоположном направлении оси X′ со скоростью -v. Поэтому $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Для времени

Используя эти формулы, найдем формулы преобразования для времени

$$x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = \frac{\frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} - \mathrm{v}t}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = \frac{x' + \mathrm{v}t' - \mathrm{v}t\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}, \quad x'\left(1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\right) = x' + \mathrm{v}t' - \mathrm{v}t\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}},$$

$\mathrm{v}t\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} = x'\frac{\mathrm{v}^2}{c^2} + \mathrm{v}t'$, откуда

$$t = \frac{\frac{\mathrm{v}}{c^2}x' + t'}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}.$$

Аналогично,

$$t' = \frac{t - \frac{\mathrm{v}}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$

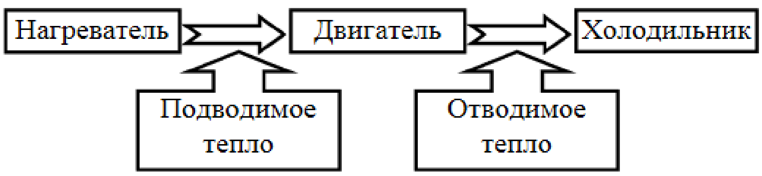
Общий вид

$$t' = \frac{t - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)x}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}, \quad x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}},$$

$$y' = y, \qquad z' = z.$$

Тепловая машина (блок-схема). КПД тепловой машины.

Тепловые машины или *тепловые двигатели*, предназначены для получения полезной работы за счет теплоты, выделяемой вследствие химических реакций (сгорания топлива), ядерных превращений или по другим причинам. Для функционирования тепловой машины обязательно необходимы следующие составляющие: нагреватель, холодильник и рабочее тело.



Холодильником может являться, например, окружающая среда.

Коэффициент полезного действия (термический КПД) прямого цикла

$$\eta = \frac{A_{цикл}}{Q_{получ}} = \frac{Q_{получ} + Q_{отд}}{Q_{получ}} = \frac{Q_{получ} - Q'_{отд}}{Q_{получ}} = 1 + \frac{Q_{отд}}{Q_{получ}} = 1 - \frac{Q'_{отд}}{Q_{получ}}$$

определяется для циклических (повторяемых) процессов. (Для *нециклического* процесса подобное отношение называется *полезным выходом*.)

Замечание. Передача теплоты холодильнику является обязательной для циклического процесса. Иначе рабочее тело придет в тепловое равновесие с нагревателем и передача теплоты от нагревателя будет невозможной. Поэтому КПД любой тепловой машины всегда меньше единицы

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ОТД}|}{Q_{ПОЛУЧ}} < 1.$$

Задача

№3 Как изменится давление углекислого газа CO_2 при адиабатном уменьшении его объема в 8 раз?

$V = \frac{V_0}{8}$; $i = 6$, т.к. газ многоатомный.

$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{4}{3}$

Так как процесс адиабатный $pV^\gamma = const = \alpha$.

Тогда $p_0 V_0^\gamma = \alpha$ и $p \cdot \left(\frac{V_0}{8}\right)^\gamma = \alpha$;

$p_0 V_0^\gamma = p\left(\frac{V_0}{8}\right)^\gamma$; $\frac{p_0}{p} = \frac{V_0^\gamma}{8^\gamma \cdot V_0^\gamma}$; $p_0 = \frac{p}{8^\gamma} = \frac{p}{8^{4/3}} = \frac{p}{16}$.

$p = 16 p_0$.

Ответ: давление увеличится ~~уменьшится~~ в 16 раз.

Кажется верно.

Вариант 8 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **8**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

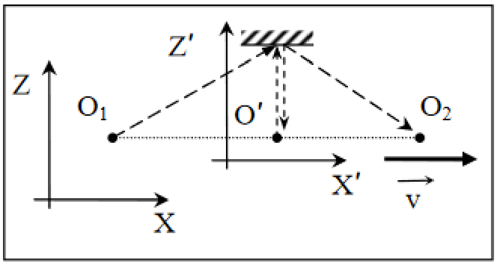
1. Вывод из преобразований Лоренца выражений для изменения промежутка времени между событиями в СТО и Лоренцева сокращения длины.

2. Теорема Карно (1-ая теорема Карно), без доказательства. Термодинамическая шкала температур.
Примечание: доказательство теоремы Карно есть в составе курса, преподаватель может его спросить в виде дополнительного вопроса.

3. Идеальный одноатомный газ расширяется, подчиняясь уравнению $p = \alpha V^3$, где α – известная постоянная. Начальный объём равен V_0.
Найдите работу, совершаемую газом при увеличении его объёма в 2 раза. Во сколько раз при этом возрастает его внутренняя энергия?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Вывод из преобразований Лоренца выражений для изменения промежутка времени между событиями СТО и Лоренцева сокращения длины.



В системе К′ рассмотрим сигнал, пущенный вдоль оси Z′ из точки O′. Пусть этот сигнал отразившись от покоящегося в этой системе отсчета зеркала вернется обратно в точку O′. Если расстояние между точкой O′ и зеркалом равно S, то по собственным часам системы К′ пройдет промежуток времени $\Delta t' = \frac{2S}{c}$. Расстояние вдоль вертикальной оси в обеих системах одинаковое. Скорость светового сигнала тоже одинаковая. Так как точка O′ движется относительно системы К, то в этой системе отсчета сигнал будет испущен в точке O_1 и принят в точке O_2. Поэтому по собственным часам системы К промежуток времени надо определить из равенства

$\Delta t = \frac{2\sqrt{S^2 + \left(\mathrm{v}\cdot\frac{\Delta t}{2}\right)^2}}{c}$. Откуда $\Delta t = \frac{2S}{\sqrt{(c)^2 - (\mathrm{v})^2}}$. Поэтому $\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{2S}{c}\frac{\sqrt{c^2 - \mathrm{v}^2}}{2S} = \sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$. Таким образом, промежутки времени в обеих системах отсчёта связаны соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}.$$

Пусть в подвижной системе отсчета К′ параллельно оси X′ расположен стержень длиной L_0. При движении этого стержня со скоростью V вдоль оси X неподвижной системы К он пройдет неподвижные часы за время $\Delta t_0 = \frac{L}{V}$. В системе К′ эти же часы пролетят стержень за время $\Delta t = \frac{L_0}{V}$. Так как часы движутся со скоростью V, то их показания в неподвижной системе отсчета связаны с показаниями в подвижной системе $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Откуда получаем

$$\frac{L}{L_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$ или

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Таким образом, понятие длины является *относительным*. Однако, уменьшение длины – это кинематический эффект, поэтому в теле не возникает никаких деформаций.

Теорема Карно (1-ая теорема Карно), без доказательства. Термодинамическая шкала температур.

1-я теорема Карно.

КПД любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, не зависит от природы рабочего тела и устройства машины, а является функцией только температур нагревателя и холодильника.

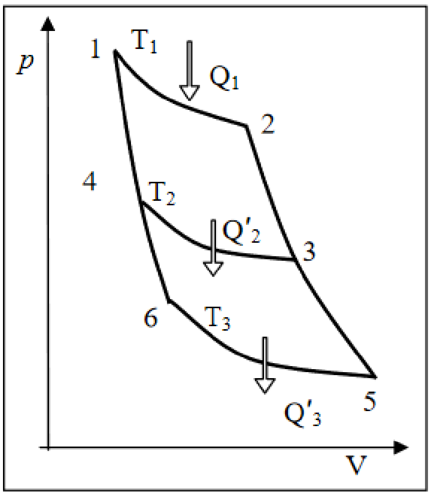
Из выражения для КПД машины, работающей по циклу Карно, следует, что

$$\frac{Q_X}{Q_H} = \frac{T_X}{T_H}.$$

Вообще говоря, это соотношение позволяет опытным путём ввести новую абсолютную шкалу температур, которая *не зависит от свойств рабочего тела* и такую, что КПД для цикла Карно будет зависеть только от новых температур и будет выполняться равенство

$$\frac{Q_X}{Q_H} = \Phi\left(T_X, T_H\right) = \frac{T_X}{T_H}.$$

Рассмотрим цикл Карно 1-2-5-6 с температурами нагревателя T_1 и холодильника T_3, состоящий из двух «подциклов» 1-2-3-4 и 3-5-6-4 с промежуточной температурой T_2.



Для всех трех циклов можно записать

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = \Phi(T_2, T_1),\ \frac{Q_3'}{Q_2} = \Phi(T_3, T_2),\ \frac{Q_3'}{Q_1} = \Phi(T_3, T_1).$$

Так как $\frac{Q_3'}{Q_1} = \frac{Q_3'}{Q_2}\frac{Q_2'}{Q_1}$, то при этом должно выполняться

$$\Phi(T_3, T_1) = \Phi(T_2, T_1)\Phi(T_3, T_2).$$

Но левая часть не зависит от T_2. Это возможно в случае, когда $\Phi(T_3, T_1) = \frac{\Theta(T_3)}{\Theta(T_1)}$, $\Phi(T_3, T_2) = \frac{\Theta(T_3)}{\Theta(T_2)}$ и $\Phi(T_2, T_1) = \frac{\Theta(T_2)}{\Theta(T_1)}$

где $\Theta(T)$ искомая температура.

В области, где выполняется приближение идеального газа должно выполняться равенство $\Theta(T) = T$ в реперных токах (например, в «тройной точке» для воды). Поэтому введенная ранее температура совпадает с абсолютной термодинамической температурой.

Задача

Билет №8

$$A = \int_{V_0}^{2V_0} p\,dV = \int_{V_0}^{2V_0} \alpha V^3 dV = \frac{\alpha}{4} V^4 \Big|_{V_0}^{2V_0}$$

$$= \frac{\alpha}{4}(16 V_0^4 - V_0^4) = \frac{15}{4}\alpha V_0^4$$

$$U_0 = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot T_0 = \frac{i}{2} \cdot p_0 V_0 = \frac{i}{2} \cdot \alpha \cdot V_0^4$$

$$U_1 = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot T_1 = \frac{i}{2} p_1 \cdot V_1 = \frac{i}{2} \cdot \alpha \cdot (2V_0)^3 \cdot 2V_0$$

$$= \frac{i}{2} \cdot \alpha\, 16 \cdot V_0^4$$

$$\rightarrow \frac{U_1}{U_0} = 16.$$

Кажется верно.

Вариант 9 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **9**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).
2. Уравнение Ван-дер-Ваальса (без вывода) и область его применимости.
3. Как изменяется объём кислорода при адиабатном уменьшении его температуры в 4 раза?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 — 23.04.2020г. (число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 — А.Н. Морозов

Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

Преобразование скорости.

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси X со скоростью v_x. Найдем ее скорость в системе К′. Используем формулы для преобразования координат и времени

$$dt' = \frac{dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},\quad dx' = \frac{dx - v\,dt}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\left(dx - v\,dt\right)}{\left(dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x} \Rightarrow v_x' = \frac{v_x - v}{1-\left(\frac{v}{c^2}\right)v_x}.$$

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси Y со скоростью v_y. Тогда ее скорость в системе К′:

$$v_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx\right)} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\left(1-\left(\frac{v}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}\right)} = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow v_y' = v_y\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}.$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса (без вывода) и область его применимости.

$$\left(p + \frac{a\cdot \nu^2}{V^2}\right)\left(V - b\cdot\nu\right) = \nu RT.$$

Это уравнение в 1873 г. предложил Ван-дер-Ваальс для описания неидеального газа. Константы a, b определяются для каждого газа экспериментально. Газ, для которого справедливо уравнение Ван-дер-Ваальса называется газом Ван-дер-Ваальса.

Это уравнение применяется для неидеального (реального – газ Ван-дер-Ваальса) газа. В реальном газе молекулы взаимодействуют между собой на расстоянии. Это, в частности, приводит к уменьшению давления газа.

Задача

Билет 9

№3

O_2; $i = 5$

$4T_2 = T_1$

V_1

$\frac{V_2}{V_1} = ?$

Для адиабатического процесса $pV^{\gamma} = const$ с учетом $p = \frac{\nu RT}{V}$ получаем $TV^{\gamma-1} = const$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\gamma = \frac{i+2}{i}; \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$4\cancel{T_2} V_1^{\frac{2}{5}} = \cancel{T_2} V_2^{\frac{2}{5}}$$

$$1024 V_1^2 = V_2^2$$

$$V_2 = 32 V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 32$$

Ответ: увеличится в 32 раза.

Кажется верно.

Вариант 10 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **10**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Интервал между событиями в СТО. Инвариантность интервала (доказательство на основе преобразований Лоренца).

2. Понятие политропического процесса. Примеры.

3. При изобарном расширении двухатомного газа была совершена работа равная 157 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу? Чему равно изменение его внутренней энергии?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Интервал между событиями в СТО. Инвариантность интервала (доказательство на основе преобразований Лоренца).

Интервалом между двумя событиями (мировыми точками) в СТО называется величина, квадрат которой определяется соотношением

$$s^2 = c^2\left(t_2 - t_1\right)^2 - \left[\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right].$$

Найдем квадрат интервал между двумя событиями в системе К′:

$$s'^2 = c^2\left(t_2' - t_1'\right)^2 - \left[\left(x_2' - x_1'\right)^2 + \left(y_2' - y_1'\right)^2 + \left(z_2' - z_1'\right)^2\right]$$

$$s'^2 = c^2\left(\frac{t_2 - t_1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{x_2 - x_1 - \mathrm{v}\left(t_2 - t_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right]$$

$$s'^2 = \left(\frac{\left(c + \mathrm{v}\right)\left(t_2 - t_1\right) - \left(1 + \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right)\left(\frac{\left(c - \mathrm{v}\right)\left(t_2 - t_1\right) + \left(1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}\right) - \left(y_2 - y_1\right)^2 - \left(z_2 - z_1\right)^2$$

$$s'^2 = c^2\left(t_2 - t_1\right)^2 - \left[\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right] = s^2$$

Получается, что величина интервала не зависит от системы отсчета. Как принято говорить, интервал является *инвариантной* величиной $s'^2 = inv$.

Понятие политропического процесса. Примеры.

Политропический процесс – термодинамический процесс, протекающий при постоянной теплоёмкости C=const.

Выведем уравнение для политропического процесса (аналогично выводу уравнения Пуассона)

$\delta Q = dU + \delta A$, $\nu C dT = \nu C_V dT + pdV$, $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$, $\nu\left(C - C_V\right)\dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} = pdV$,

$\left(C - C_V\right)Vdp + \left(C - C_V - R\right)pdV = 0$

Показатель политропического процесса $n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$.

Уравнение политропического процесса $pV^n = const$.

Работа при политропическом процессе $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV = \dfrac{p_1V_1}{n-1}\left(1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right)$.

Частные случаи политропического процесса

1) Пусть $C \to C_V$. Тогда $n \to \infty$. Уравнение политропического процесса можно записать в виде $p^{\frac{1}{n}}V = const$, тогда $\lim\limits_{n\to\infty} p^{\frac{1}{n}}V = V = const$ - т.е. это изохорический процесс.

2) Пусть $C = C_P$, тогда $n=0$ и $pV^0 = p = const$ - изобарический процесс.

3) Пусть $C=0$, тогда $n = \dfrac{-C_P}{-C_V} = \gamma$ и $pV^\gamma = const$ - адиабатический процесс.

4) Пусть $C=\infty$, тогда $n=1$, $pV = \nu RT = const$ - изотермический процесс.

Задача

3) Задача: При изобарном расширении двухатомного газа была совершена работа равная 157 Дж. Какое кол-во теплоты было сообщ. газу? Чему равно изменение его внутр. энергии?

Дано:
$A = 157$ Дж
$p = const$ (т.к. изобарн. расширен.)
$i = 5$ (т.к. двухатомн. газ)

Найти:
$Q - ?$; $\Delta U - ?$

$p = const$ $\quad \frac{V}{T} = const$; $i_{полн} = i_{пост} + i_{вращ}$
$i_{полн} = 3 + 2 = 5$
$i = 5$

I начало т/д:
$\boxed{Q = \Delta U + A}$ $*$

Из ур-я Менделеева - Клапейрона: $\boxed{p\Delta V = \nu R \Delta T}$

$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R T = \frac{i}{2} p \Delta V$

для $p = const$: $A = p\Delta V$

$\Delta U = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} \cdot 157$ Дж $= 392,5$ Дж

Из $*$ => $Q = \frac{i}{2} A + A = \frac{5}{2} \cdot 157$ Дж $+ 157$ Дж $=$

$= 392,5$ Дж $+ 157$ Дж $= 549,5$ Дж

Ответ: $Q = 549,5$ Дж
$\Delta U = 392,5$ Дж

Кажется верно.

Вариант 11 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **11**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

2. Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

3. В упругой среде распространяется продольная механическая волна. Амплитуда равна 1 мм, волновое число - 5 $м^{-1}$, а круговая частота - 5000 $с^{-1}$. Найдите фазовую скорость волны, а также отношение фазовой скорости к максимальной скорости частиц среды.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

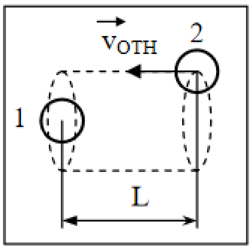
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

Эффективный диаметр молекулы — минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. При столкновении, молекулы сближаются до некоторого наименьшего расстояния, которое условно считается суммой радиусов взаимодействующих молекул.

Длина свободного пробега молекулы λ - это среднее расстояние, которое пролетает молекула между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами.
Замечание. Если молекула чаще сталкивается с другими молекулами, чем со стенками сосуда, то это означает, что размеры сосуда много больше длины свободного пробега.

Рассмотрим газ, состоящий из одинаковых молекул. Размерами молекул *не пренебрегаем*, но средние значения величин скоростей молекул считаем одинаковыми.



Две молекулы столкнутся, если центр одной из них находится на расстоянии не большем, чем $d=2r$ от центра другой при их встречном движении (r – радиус молекулы). Пусть одна из них покоится, а вторая налетает с относительной скоростью $v_{ОТН}$. Рассмотрим прямой цилиндр, связанный с этой покоящейся молекулой, определяемый условием, что внутри цилиндра не должно быть других молекул. Если объём этого цилиндра $V_0 = L\pi d^2$ (L – расстояние до соседней молекулы), то объем всего газа можно определить как $V=N\cdot V_0$, где N – количество молекул. Тогда концентрация молекул

$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{NV_0} = \frac{1}{V_0} = \frac{1}{L\pi d^2}$. Откуда получаем, что $L = \frac{1}{\pi d^2 n}$.

Если λ - длина свободного пробега, то время между двумя последовательными столкновениями не зависит от системы отсчета. Пусть <v> - средняя скорость молекул, тогда

$$\Delta t = \frac{L}{v_{ОТН}} = \frac{\lambda}{\langle v\rangle}, \text{ откуда } \lambda = \frac{\langle v\rangle}{v_{ОТН}} L.$$

Относительная скорость двух молекул $\vec{v}_{ОТН} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, поэтому

$$\left(\vec{v}_{ОТН}\right)^2 = \left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1, \vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) = v_2^2 + v_1^2 - 2v_1v_2\cos\alpha$$

Усредняем это выражение

$$\left\langle \left(\vec{v}_{ОТН}\right)^2 \right\rangle = \left\langle v_2^2\right\rangle + \left\langle v_1^2\right\rangle - 2\left\langle v_1v_2\right\rangle\left\langle\cos\alpha\right\rangle$$

Для среднего значения должно выполняться $\int_0^{2\pi}\left\langle\cos\alpha\right\rangle d\alpha = \int_0^{2\pi}\cos\alpha d\alpha = 0$, откуда $\left\langle\cos\alpha\right\rangle = 0$.

Поэтому $\left\langle \left(\vec{v}_{ОТН}\right)^2 \right\rangle = \left\langle v_2^2\right\rangle + \left\langle v_1^2\right\rangle = 2\left\langle v^2\right\rangle$, так как по предположению $\left\langle v_2^2\right\rangle = \left\langle v_1^2\right\rangle = \left\langle v^2\right\rangle$.

Вообще-то, $\left\langle v^2\right\rangle \neq \left\langle v\right\rangle^2$, но в грубом приближении можно записать $\left\langle v_{ОТН}\right\rangle \approx \sqrt{2}\left\langle v\right\rangle$.

Окончательно, для длины свободного пробега молекул получаем формулу $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$.

Величина $\sigma = \pi d^2$ называется *эффективным сечением взаимодействия* молекул. Принято считать, что эта величина слабо зависит от температуры.

Длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна концентрации молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}.$$

Средняя частота соударений молекул газа между собой $\nu = \frac{\langle v\rangle}{\lambda} = \sqrt{2}\sigma n\langle v\rangle$.

Задача

Билет 11

Продольная мех. волна

$A = 1$ мм

$k = 5\ м^{-1}$

$\omega = 5000\ c^{-1}$

$v_{фаз}$ - ?

$\frac{v_{фаз}}{v_{ор\ max}} = ?$

Решение:

Ур-е плоской продольной мех. волны:

$$\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$$

Из дано получаем:

$$\xi = 1\cos(5000t - 5x + \alpha)$$

$$v_{фаз} = \frac{dx}{dt}$$

$$5000t - 5x + \alpha = const$$

$$5000dt - 5dx = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{5000}{5} = 1000\ \frac{м}{с} = v_{фаз}$$

$$v_{ор} = \frac{d\xi}{dt} = \xi'$$

$$v_{ор} = -1\sin(5000t - 5x + \alpha) \cdot 5000 =$$

$$= -5000\sin(\underbrace{5000t - 5x + \alpha}_{x})$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

max при $\sin x = -1$

$$v_{ор\ max} = 5000\ \frac{мм}{с}$$

$$\frac{v_{фаз}}{v_{ор\ max}} = \frac{1000}{5000} = \frac{1}{5}$$

Ответ: ...

Всё хорошо. Только тут не переведены мм в м. Из-за этого ошибки на 1 порядок. Но можете пользоваться.

Вариант 12 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **12**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

2. Холодильная машина (блок-схема). КПД холодильной машины (холодильный коэффициент).

3. Определите работу при расширении трёхатомного газа при постоянном давлении, если газу сообщено количество теплоты, равное 2 кДж.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

По теореме об изменении кинетической энергии должно выполняться равенство

$$W_{КИН\_2} - W_{КИН\_1} = A$$

Следовательно, можно принять в качестве кинетической энергии выражение $W_{КИН} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + C$. Значения постоянной С определим из условия равенства нулю кинетической энергии при нулевой скорости $0 = m_0 c^2 + C$, откуда $C = -m_0 c^2$. Итак

$$W_{КИН} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 .$$

С учетом выражения $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, можно записать $W_{КИН} = (m - m_0)c^2$.

При малых скоростях $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$, $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{c^2}$, поэтому получаем классическую формулу для кинетической энергии $W_{КИН} \approx m_0 c^2\left[1+\frac{v^2}{2c^2}\right] - m_0 c^2 = \frac{m_0 v^2}{2}$.

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 = \dfrac{m_0{}^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2 = \dfrac{m_0{}^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 - p^2c^2 = \dfrac{m_0{}^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} - \dfrac{m_0{}^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} = m_0{}^2c^4$.

Если ввести *энергию покоя* тела $W_0 = m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W = W_{КИН} + W_0 = \left(m - m_0\right)c^2 + m_0c^2 = mc^2 \text{ или } W = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

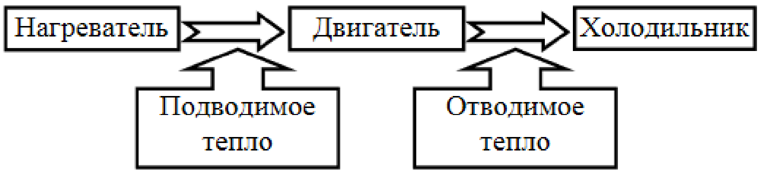
Так как правая часть выражения $W^2 - p^2c^2 = m_0{}^2c^4$ не зависит от системы отсчета, то соотношение между полной энергией и импульсом – является *инвариантом* при любых преобразованиях инерциальных систем отсчета

$$W^2 - p^2c^2 = inv.$$

Холодильная машина (блок-схема). КПД холодильной машины (холодильный коэффициент).

Процесс, в котором теплота забирается у менее нагретого тела и отдается более нагретому телу в результате совершения работы над системой внешними телами, называется обратным. По обратному циклу работают холодильные машины.

P. S. Изобразите эту блок схему, только перерисуйте стрелки от холодильника к нагревателю.



В холодильной машине внешние тела совершают работу $A_{внеш}$ по отводу теплоты от охлаждаемого тела Q_2 и передачи теплоты к тепловому резервуару (обычно – это окружающая среда) Q_1'. КПД холодильной машины или холодильный коэффициент – это отношение отведенного количества теплоты к затраченной работе

$$\eta_{ХМ} = \frac{Q_2}{A_{ВНЕШ}} = \frac{Q_2}{Q_1' - Q_2}$$

Вообще говоря, этот коэффициент может быть как меньше единицы, так и больше единицы – всё зависит от работы внешних тел.

Задача

В 12 РК 2.

№3

$p = const$

$\Delta Q = 2$ кДж $= 2 \cdot 10^3$ Дж

$A = ?$

$p\Delta V = \nu R \Delta T$

$A = p\Delta V$

$U = \nu \bar{E}_k = \nu \frac{i}{2} kT \to$ i – число степеней свободы

$\Rightarrow U = \frac{6}{2} \nu R T$

$\Delta U = \frac{6}{2} p\Delta V$

$\Delta Q = \Delta U + A = 4p\Delta V$

$A = \frac{\Delta Q}{4}$

$A = 0{,}5$ кДж.

Кажется верно.

Вариант 13 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **13**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы (вывод на основе известных выражений для полной энергии и релятивистского импульса).

2. Второе начало термодинамики в формулировках Клаузиуса и Томсона (Кельвина).

3. При нагревании двух молей газа при постоянном давлении на $\Delta t = 10° C$, ему было сообщено количество теплоты, равное 300 Дж. Определите изменение внутренней энергии газа.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 — 23.04.2020г. (число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 — А.Н. Морозов

Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы (вывод на основе известных выражений для полной энергии и релятивистского импульса).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Если ввести *энергию покоя* тела $W_0 = m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W = W_{КИН} + W_0 = (m - m_0)c^2 + m_0c^2 = mc^2 \text{ или } W = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2 = \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0^2c^4$.

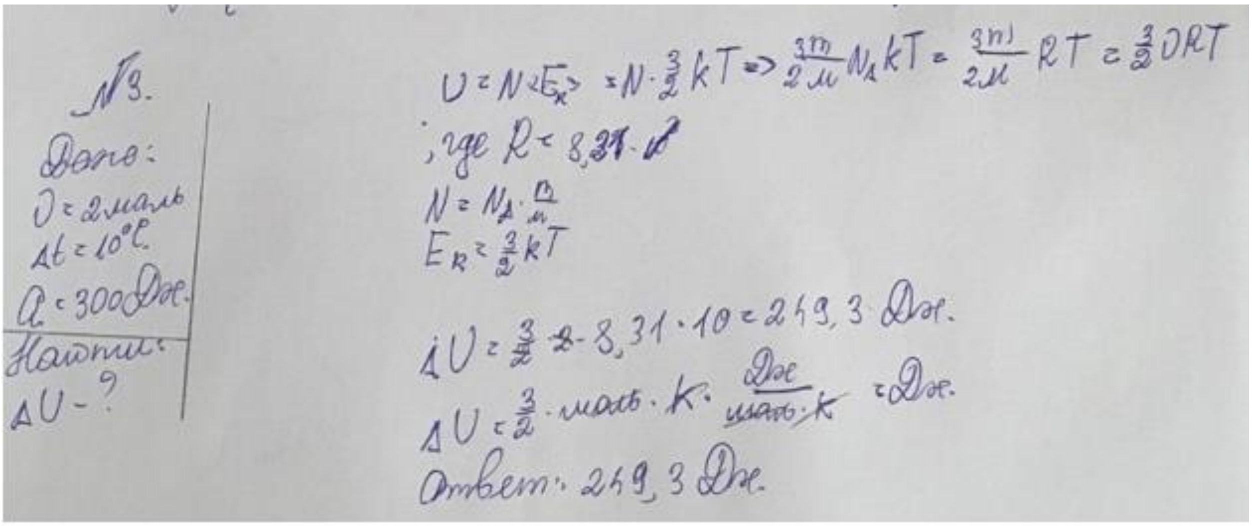
Второе начало термодинамики в формулировках Клазиуса и Томсона (Кельвина).

Формулировка Клаузиуса второго начала термодинамики. Теплота самопроизвольно, без изменения в окружающих телах, не может перейти от менее нагретого тела к более нагретому.

Формулировка Томсона второго начала термодинамики. В природе невозможен круговой процесс, единственным результатом которого была бы механическая работа, совершаемая за счет отвода теплоты от теплового резервуара.

Задача

Неверно



№3.

Дано:

$\nu = 2$ моль

$\Delta t = 10°C$

$Q = 300$ Дж.

Найти:

ΔU - ?

$U = N\langle E_k\rangle = N\cdot\frac{3}{2}kT \Rightarrow \frac{3m}{2M}N_A kT = \frac{3m}{2M}RT = \frac{3}{2}\nu RT$

; где $R = 8{,}31$

$N = N_A\cdot\frac{m}{M}$

$E_k = \frac{3}{2}kT$

$\Delta U = \frac{3}{2}\cdot 2\cdot 8{,}31\cdot 10 = 249{,}3$ Дж.

$\Delta U = \frac{3}{2}\cdot$ моль $\cdot$ К $\cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} =$ Дж.

Ответ: 249,3 Дж.

Верно:

$$Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = Q - A = Q - p\Delta V \Rightarrow (\text{по уравнению Менделеева} - \text{Клайперона})\ Q -$$

$$-\nu R\Delta T = 300 - 2 * 8{,}314 * 10 = 300 - 166{,}28 = 133{,}72 \text{ Дж}$$

Вариант 14 + з

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **14**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Холодильная машина (блок-схема). КПД холодильной машины (холодильный коэффициент).

2. Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

3. Гармоническая волна распространяется вдоль оси x. Определите разность фаз колебаний в двух точках среды, разность координат которых $\Delta x = 0{,}5$ м, если длина волны равна 1 м. Как соотносятся направления скоростей частиц среды в этих точках?

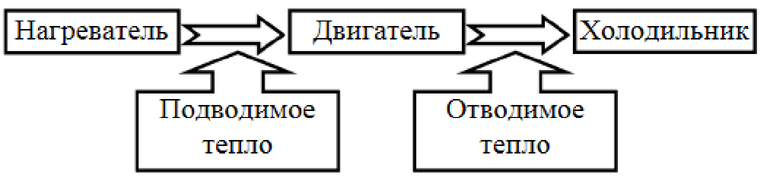
Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Холодильная машина (блок-схема). КПД холодильной машины (холодильный коэффициент).

Процесс, в котором теплота забирается у менее нагретого тела и отдается более нагретому телу в результате совершения работы над системой внешними телами, называется обратным. По обратному циклу работают холодильные машины.

P. S. Изобразите эту блок схему, только перерисуйте стрелки от холодильника к нагревателю.



В холодильной машине внешние тела совершают работу $A_{внеш}$ по отводу теплоты от охлаждаемого тела Q_2 и передачи теплоты к тепловому резервуару (обычно – это окружающая среда) Q_1'. КПД холодильной машины или холодильный коэффициент – это отношение отведенного количества теплоты к затраченной работе

$$\eta_{XM} = \frac{Q_2}{A_{ВНЕШ}} = \frac{Q_2}{Q_1' - Q_2}$$

Вообще говоря, этот коэффициент может быть как меньше единицы, так и больше единицы – всё зависит от работы внешних тел.

Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

Преобразование скорости.

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси X со скоростью v_x. Найдем ее скорость в системе К′. Используем формулы для преобразования координат и времени

$$dt' = \frac{dt - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}, \quad dx' = \frac{dx - \mathrm{v}dt}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}\left(dx - \mathrm{v}dt\right)}{\left(dt - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx\right)\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} = \frac{\frac{dx}{dt} - \mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - \mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)v_x} \Rightarrow v_x' = \frac{v_x - \mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)v_x}.$$

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси Y со скоростью v_y. Тогда ее скорость в системе К′: $v_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{\left(dt - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx\right)} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{\left(1 - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}\right)} = v_y\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2} \Rightarrow v_y' = v_y\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}$.

Задача

Билет 14 22 27

гармоническая волна вдоль OX

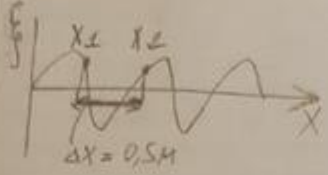
$\Delta X = 0,5$ м

$\lambda = 1$ м

$\frac{v_{ср1}}{v_{ср2}}$ направления

$\Delta\varphi$ – ?

Решение:



ур-е гармонической волны:

$$\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$$

Для т.1: $\xi(x_1) = A\cos(\underbrace{\omega t - kx_1 + \alpha}_{\varphi_1})$

Для т.2: $\xi(x_2) = A\cos(\underbrace{\omega t - kx_2 + \alpha}_{\varphi_2})$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k(x_2 - x_1) = k\Delta x$$

волновое число: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi$ м$^{-1}$

$$\Delta\varphi = k\Delta x = 2\pi \cdot 0,5 = 3,14 \text{ рад}$$

Н-м соотношение направлений скоростей частиц среды в точках 1 и 2:

$v_{ср1} = -A\sin(\omega t - kx_1 + \alpha)\cdot\omega$

$v_{ср2} = -A\sin(\omega t - kx_2 + \alpha)\cdot\omega$

$x_2 = x_1 + \Delta x = x_1 + 0,5$

$v_{ср.2} = -A\sin(\omega t - kx_1 - 0,5k + \alpha)\omega$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ м$^{-1}$

$v_{ср.1} = -A\sin(\omega t - 2\pi x_1 + \alpha)\omega$

$v_{ср.2} = -A\sin(\omega t - 2\pi x_1 + \pi + \alpha)\omega =$

$= -A\sin((\omega t - 2\pi x_1 + \alpha) + \pi)\omega =$

$= \{\sin(x + \pi) = -\sin x\} = A\sin(\omega t - 2\pi x_1 + \alpha)\omega$

$v_{ср1} \uparrow\downarrow v_{ср2}$ т.к. разн. знак

Вариант 15 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **15**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

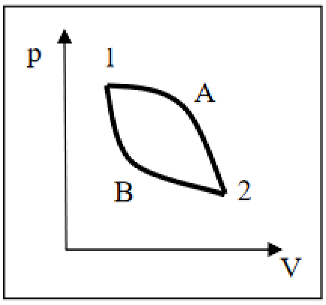
1. Термодинамическая энтропия (определение и обоснование того, что она является функцией состояния). Закон возрастания энтропии в замкнутой системе (с доказательством).
Примечание: в ходе рассуждений, неравенство Клаузиуса можно считать известным.

2. Объёмная плотность энергии упругой волны (вывод на примере плоской продольной волны). Вектор Умова (вектор плотности потока энергии).

3. Во сколько раз изменяется объем метана CH_4 при адиабатном увеличении его давления в 16 раз? Найдите также удельную теплоемкость метана при постоянном давлении.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Термодинамическая энтропия (определение и обоснование того, что она является функцией состояния). Закон возрастания энтропии в замкнутой системе (с доказательством). Примечание: в ходе рассуждений, неравенство Клазиуса можно считать известным.



Рассмотрим произвольный обратимого циклического процесса, состоящий из двух процессов 1A2 и 2B1. Суммарное приведённое количество теплоты для такого процесса равно нулю

$$\oint\limits_{ЦИКЛ} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = 0 .$$

С учетом того, что при смене направления процесса $\int\limits_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = -\int\limits_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$,

получаем $\int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$, т.е. значение интеграла не зависит от процесса, а только от начального и конечного состояний. Поэтому элементарное количество приведенной теплоты для обратимого процесса является полным дифференциалом некоторой функции равновесного состояния системы

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

изменение которой равно суммарному количеству приведённой теплоты в равновесном процессе $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. Это величина называется *термодинамической энтропией* S и измеряется в Дж/К. Энтропия является аддитивной величиной – энтропия системы равна сумме энтропий частей, входящих в систему.

Теперь рассмотрим циклический процесс, одна половина которого 1А2 – необратимый процесс, а вторая половина 2В1 – обратимый процесс. Тогда должно быть $\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} \le 0$.

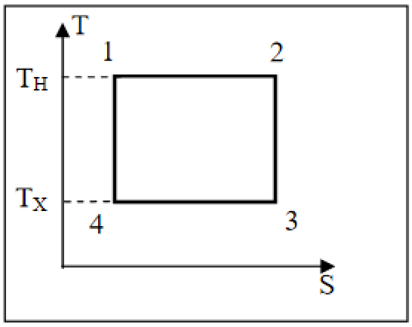
Действуя по аналогии, получаем

$$\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1B2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - (S_2 - S_1) \le 0$$

$$\text{т.е. } S_2 - S_1 \ge \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T}.$$

Если система является адиабатически изолированной, то $\delta Q = 0$, поэтому $S_2 - S_1 \ge 0$

В адиабатически изолированной системе энтропия не убывает. Это закон возрастания энтропии для адиабатически замкнутой системы. Отсюда следует смысл энтропии - энтропия служит мерой необратимости процесса. Она показывает направление протекания необратимого процесса.



Пример. Наша Вселенная является адиабатически изолированной системой (в силу единственности). Поэтому суммарная энтропия Вселенной возрастает. Рано или поздно она достигнет максимального значения и все тепловые процессы прекратятся. Как говорят, наступит т*епловая смерть Вселенной*.

Пример. Рассмотрим цикл Карно в переменных температура – энтропия. П*роцесс 1-2* – изотермический. В этом процессе T_H=*const*. Т.к. в этом процессе $\delta Q = \delta A = pdV$, то $dS = \frac{pdV}{T}$. Считая, что рабочее тело является идеальным газом, из уравнения Менделеева-Клапейрона находим $\frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V}$. Поэтому

$S_2 - S_1 = \int_1^2 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$. Т.к. газ расширяется, то $\frac{V_2}{V_1} > 1$ и энтропия увеличивается.

Процесс 2-3 – адиабатический – газ расширяется без теплообмена δQ=0, следовательно *dS*=0, откуда *S*=*const*.

Процесс 3-4 – газ отдает тепло холодильнику-термостату T_X=*const*. Т.к. газ сжимается, то

$S_4 - S_3 = \int_3^4 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$.

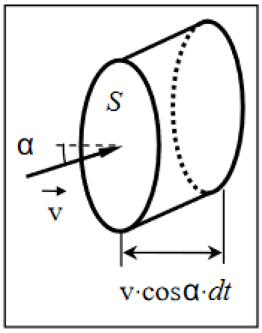
Процесс 4-1 – адиабатический – газ сжимается без теплообмена *S*=*const*.

Т.к. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, то полное изменение энтропии за цикл $\Delta S = 0$ как и должно быть в равновесном процессе.

Замечание. Закон возрастания энтропии означает, что в замкнутой системе энтропия не может уменьшаться без внешнего воздействия. Если на систему оказывается воздействие (т.е. система незамкнутая), то энтропия может убывать.

Объёмная плотность энергии упругой волны (вывод на примере плоской продольной волны). Вектор Умова (вектор плотности потока энергии).

Рассмотрим выделенный участок стержня длиной Δx. При колебаниях скорость этого участка $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ и величина деформации $\frac{\partial \xi}{\partial x}$. Соответственно, кинетическая и потенциальные энергии выделенного участка равны $W_К = \frac{1}{2}\rho S\Delta x\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2$ и $W_П = \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 S\Delta x$. Объем участка $V = S\Delta x$. Объемная плотность механической энергии $w = \frac{W_К + W_П}{V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2$.



Пусть энергия переносится со скоростью $\vec{v}$ в направлении под углом α к нормали некоторой малой площадки S. Тогда вся энергия, прошедшая через эту площадку за малое время dt окажется в области, объем которой $dV = S \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot dt$ (на рисунке эта область является косым цилиндром). Если объемная плотность энергии равна w, то энергия этого объема

$$W = w \cdot dV = w \cdot S \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot dt$$

Мощность переноса энергии через площадку S:

$$\frac{dW}{dt} = w \cdot S \cdot v \cdot \cos\alpha .$$

Введем вектор плотности потока энергии (Вектор Умова)

$$\vec{j} = w \cdot \vec{v},$$

тогда $\frac{dW}{dt} = j \cdot S \cdot \cos\alpha$. Если ввести вектор $\vec{S} = \vec{n} \cdot S$, направленный по нормали і площадке, и скалярное произведение $j \cdot S \cdot \cos\alpha = \left(\vec{j}, \vec{S}\right)$ определить как поток векто ра Умова через площадку S, то *мощность переноса энергии через площадку опре деляется потоком вектора Умова через эту площадку* $\frac{dW}{dt} = \left(\vec{j}, \vec{S}\right)$.

Задача

Неверно

№3

Дано:

CH_4 (метан)

$p_2 = 16p_1$

$\frac{V_1}{V_2}$ – ?

c – ?

Решение:

$p = \frac{1}{3} n m_0 v^2$ (1) $\quad n = \frac{N}{V}$ (2)

Подставим формулу (2) в формулу (1).

$p = \frac{N}{3V} m_0 v^2$

Тогда: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{N}{3V_1} m_0 v^2 : \frac{N}{3V_2} m_0 v^2 \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{16p_1}{p_1} = \frac{16}{1} \Rightarrow$

$\Rightarrow V_1 = 16V_2$, значит, объем уменьшился в 16 раз

Молярная теплоемкость при $p = const$: $C_p = \frac{i+2}{2} R$

В случае многоатомного газа (метан имеет 5 атомов в каждой мол. вещ-ва) $i = 6 \Rightarrow C_p = \frac{6+2}{2} R = 4R$

$C_p = M \cdot c \Rightarrow c = \frac{C_p}{M} = \frac{4R}{16} = \frac{R}{4} \approx 2{,}15 \frac{Дж}{кг \cdot К}$

Ответ: объем уменьшился в 16 раз

c (удельная теплота) $= 2{,}15 \frac{Дж}{кг \cdot К}$

Верно

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma = 16 p_0 V_1^\gamma \Rightarrow (\frac{V_1}{V_0})^\gamma = \frac{p_0}{16p_0} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{V_1}{V_0} = (\frac{1}{16})^{\frac{1}{\gamma}}, \text{где } \gamma =$$

$$= \frac{i+2}{i}, \text{где } i = 6 \text{ для многоатомного} \Rightarrow \frac{V_1}{V_0} = (\frac{1}{16})^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \text{объём уменьшится в 8 раз}$$

Ошибка этого человека в том, что он взял формулу для идеального газа (метан не идеален).

Вторая часть решения верная.

Вариант 16 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **16**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Определение числа степеней свободы механической системы. Число степеней свободы молекул идеального газа. Равномерное распределение энергии по степеням свободы (без вывода). Внутренняя энергия идеального газа (вывод на основе формулы для средней кинетической энергии поступательного движения молекул).

2. Уравнение плоской гармонической волны. Характеристики волны: период, частота, длина волны, волновое число и волновой вектор. Единицы измерения этих величин в СИ.

3. Найдите импульс электрона, если известно, что его полная энергия в $\sqrt{5}$ раз больше энергии покоя. Масса покоя электрона - $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Определение числа степеней свободы гармонической системы. Число степеней свободы молекул идеального газа. Равномерное распределение энергии по степеням свободы (без вывода). Внутренняя энергия идеального газа (вывод на основе формулы для средней кинетической энергии поступательного движения молекул).

Количеством степеней свободы тела i называется минимальное количество координат, которые надо задать для однозначного определения положения тела.

Для материальной точки – это три координаты (x, y, z) –поэтому количество степеней свободы для материальной точки равно i=3.

Для двух материальных точек, соединенных жестким стержнем постоянной длины, необходимо задать 5 координат: 3 координаты для одной точки и 2 угла для определения положения второй точки относительно первой. Поэтому в этом случае количество степеней равно i=5.

Максимально возможное количество степеней свободы, связанных с движением в пространстве, равно 6.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2}\mathrm{kT}\,.$$

где $k = \dfrac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i \cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2}\mathrm{kT}\,.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{\text{ПОСТ}} \right\rangle = \frac{3}{2}kT\,.$$

Средний квадрат скорости, одинаковый для всех молекул можно определить из соотношения

$$\left\langle W_K^{ПОСТ} \right\rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0 \left\langle v^2 \right\rangle}{2} \text{ или } \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{3kT}{m_0}.$$

Средней квадратичной скоростью называется величина

$$v_{КВ} = \sqrt{\left\langle v^2 \right\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Так как у идеального газа отсутствует потенциальная энергия взаимодействия молекул, то *внутренняя энергия равна суммарной кинетической энергии всех молекул*:

$$U = \sum_N W_K = NW_K = \nu \cdot N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu \cdot RT.$$

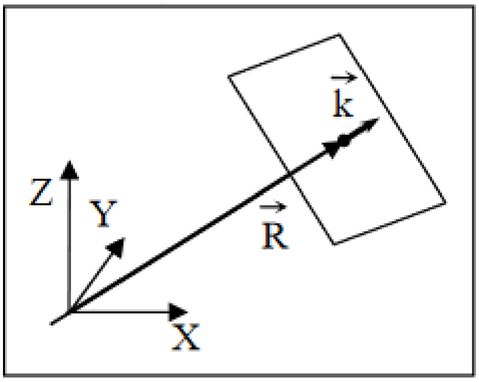
$$U = \nu \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

Из этого соотношения следует, как и предполагалось, что температура – это мера внутренней энергии идеального газа.

Уравнение плоской гармонической волны. Характеристики волны: период, частота, длина волны, волновое число и волновой вектор. Единицы измерения этих величин в СИ.

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской.

Пусть плоская волна движется в направлении прямой линии, которая проходит через начало координат. Тогда радиус-вектор любой точки, лежащей на этой прямой, тоже лежит на этой прямой и длина этого вектора равна расстоянию R точки от начала координат.



Уравнение

ξ=Acos(ωt−kR+α)=Asin(ωt-($\overline{k}$, $\overline{R}$)+ α)

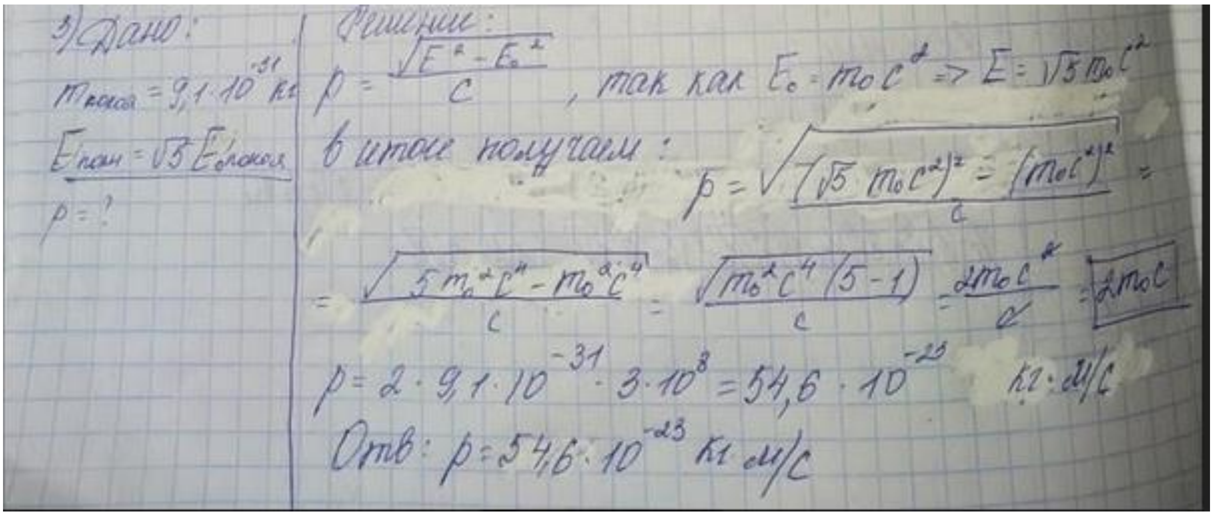
Период T=$\frac{2\pi}{\omega}$, сек

Волновое число $k = \frac{\omega}{v}$ рад/м

Длина волны $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, м

Волновой вектор $\left|\bar{k}\right| = \frac{2\pi}{\lambda} = k,$ где $k -$ волновое число. Волновой вектор направлен перпендикулярно фазовой (волновой) поверхности волны в сторону её движения.

Задача



3) Дано:

$m_{покоя} = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг

$E_{полн} = \sqrt{5}\, E_{покоя}$

$p = ?$

Решение:

$p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}$, так как $E_0 = m_0 c^2 \Rightarrow E = \sqrt{5} m_0 c^2$

в итоге получаем:

$p = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}\, m_0 c^2)^2 - (m_0 c^2)^2}}{c} = \frac{\sqrt{5 m_0^2 c^4 - m_0^2 c^4}}{c} = \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 (5-1)}}{c} = \frac{2 m_0 c^2}{c} = \boxed{2 m_0 c}$

$p = 2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8} = 54{,}6\cdot 10^{-23}$ кг·м/с

Отв: $p = 54{,}6\cdot 10^{-23}$ кг м/с

Верно. Можно ещё через формулу

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Тогда $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} =$

$\sqrt{5} m_0 c^2$ Отсюда найдём $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, отсюда v и потом импульс.

После всех сокращений как раз получим $p = 2 m_0 c$

Вариант 17 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **17**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Теплоёмкость идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах (вывод с использованием формулы для внутренней энергии идеального газа). Уравнение Майера.

2. Интервал между событиями в СТО. Инвариантность интервала (доказательство на основе преобразований Лоренца).

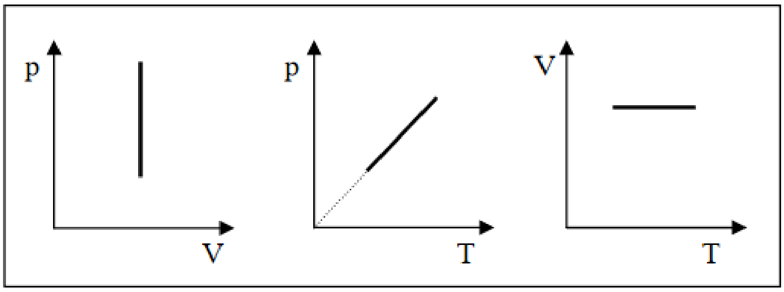
3. Идеальный двухатомный газ расширяется, подчиняясь уравнению $p = \beta\sqrt{V}$, где β – известная постоянная. Начальное давление равно p_0.
Найдите работу, совершаемую газом при увеличении его объёма в 4 раза.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Теплоёмкость идеального газа в изохорическом и изобарическом процессах (вывод с использованием формулы для внутренней энергии идеального газа). Уравнение Майера.

1) **Изохорический (изохорный) процесс** – процесс изменения состояния газа, при котором объем газа остается постоянным V=const. Для изохорического процесса $\frac{p}{T} = \text{const}$.



Так как объем газа постоянный, то работа газа равна нулю A=0, следовательно все подводимое тепло идет на изменение внутренней энергии Q=ΔU. Для внутренней энергии идеального газа

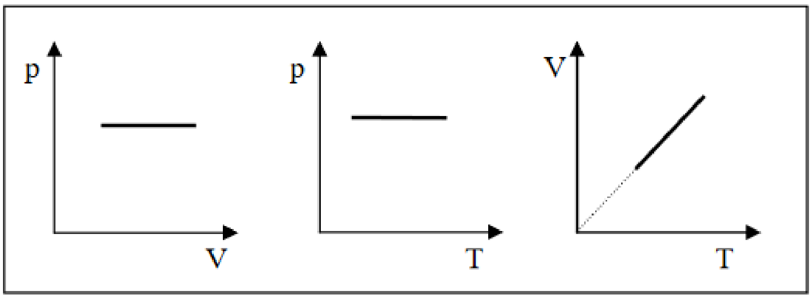
$$\Delta U = U_К - U_Н = \nu \cdot \frac{i}{2} R \left(T_К - T_Н\right) = \nu \cdot \frac{i}{2} R \cdot \Delta T.$$

Если обозначим молярную теплоемкость газа для изохорического процесса как C_V, то тогда

$$Q = \nu \cdot C_v \Delta T \Rightarrow C_v = \frac{Q}{\nu \Delta T}$$

2) **Изобарический (изобарный) процесс** - процесс изменения состояния газа, при котором да

ление газа остается постоянным p=const. Для изобарного процесса $\frac{V}{T} = \text{const}$.



В этом случае работа газа равна $A = p(V_К - V_Н)$. Первое начало термодинамики для этого процесса: $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p\left(V_К - V_Н\right)$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p\left(V_К - V_Н\right) = \frac{m}{\mu} R\left(T_К - T_Н\right) = \frac{m}{\mu} R \cdot \Delta T = \nu \cdot R \cdot \Delta T$.

Поэтому $Q = \Delta U + A = \nu C_V \Delta T + p\left(V_К - V_Н\right) = \nu C_V \Delta T + \nu \cdot R \cdot \Delta T = \nu\left(C_V + R\right)\Delta T$.

Если обозначить через C_P - молярную теплоемкость газа для изобарического процесса, то

$$Q_{P=const} = \nu C_P \Delta T = \nu\left(C_V + R\right)\Delta T .$$

Отсюда для *молярной изобарной теплоемкости*:

$$C_P = C_V + R$$

- это равенство называется *соотношением Майера*.

Интервал между событиями в СТО. Инвариантность интервала (доказательство на основе преобразований Лоренца).

Интервалом между двумя событиями (мировыми точками) в СТО называется величина, квадрат которой определяется соотношением

$$s^2 = c^2\left(t_2 - t_1\right)^2 - \left[\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right].$$

Найдем квадрат интервал между двумя событиями в системе К′:

$$s'^2 = c^2\left(t_2' - t_1'\right)^2 - \left[\left(x_2' - x_1'\right)^2 + \left(y_2' - y_1'\right)^2 + \left(z_2' - z_1'\right)^2\right]$$

$$s'^2 = c^2\left(\frac{t_2 - t_1 - \left(\frac{v}{c^2}\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right)^2 - \left[\left(\frac{x_2 - x_1 - v\left(t_2 - t_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right]$$

$$s'^2 = \left(\frac{\left(c + v\right)\left(t_2 - t_1\right) - \left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right)\left(\frac{\left(c - v\right)\left(t_2 - t_1\right) + \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)\right)\left(x_2 - x_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right) - \left(y_2 - y_1\right)^2 - \left(z_2 - z_1\right)^2$$

$$s'^2 = c^2\left(t_2 - t_1\right)^2 - \left[\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2 + \left(z_2 - z_1\right)^2\right] = s^2$$

Получается, что величина интервала не зависит от системы отсчета. Как принято говорить, интервал является *инвариантной* величиной $s'^2 = inv$.

Задача (как в билете 8)

$$A = \int_{V_0}^{V_1} p dV = \int_{V_0}^{V_1} \beta dV = \frac{2}{3}\beta V^{\frac{3}{2}} \begin{cases} V_1 \\ V_0 \end{cases} = \frac{2}{3}\beta V^{\frac{3}{2}} \begin{cases} 4V_0 \\ V_0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ после подстановки получаем $A = \dfrac{2}{3}\beta * 7V_0$, но $p_0 = \beta\sqrt{V_0} \Rightarrow$

$$\Rightarrow A = \frac{14}{3}\frac{p_0^2}{\beta}$$

Вариант 18 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **18**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул для C_p и C_V.

2. Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

3. Уравнение волны имеет вид: $\xi = 50\cos(1800t - 10{,}6y + \pi/12)$, где ξ – в микрометрах, t - в секундах, y - в метрах.
Найдите волновой вектор, фазовую скорость, длину волны, а также максимальную скорость частиц среды.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул C_p и C_v.

4) **Адиабатический (адиабатный) процесс**. Это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой $\delta Q=0$. Теплоёмкость адиабатического процесса равна нулю. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса: $0=\Delta U + A$ или $-\Delta U = A$ - газ совершает положительную работу за счет уменьшения внутренней энергии.
Для малых изменений параметров $dU + pdV = 0$,

$dU = \nu C_V dT$, $d(pV) = d(\nu RT)$ или $Vdp + pdV = \nu RdT$, откуда $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$

Тогда $\nu C_V dT + pdV = 0$, $\nu C_V \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} + pdV = 0$, $C_V Vdp + (C_V + R)pdV = 0$

Учитывая соотношение Майера $C_V + R = C_P$ и деля на pV, получаем

$$C_V\frac{dp}{p} + C_P\frac{dV}{V} = 0,\ d(ln\,p) + d\left(ln V^{\frac{C_P}{C_V}}\right) = 0,\ d\left(ln\left(pV^{\frac{C_P}{C_V}}\right)\right) = 0,$$

Уравнение для адиабатического процесса $pV^{\gamma} = const$ (*Уравнение Пуассона*).

Коэффициент $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ называется показателем адиабаты (или *коэффициентом Пуассона*).

Для идеального газа $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$.

	Одноатомный i=3	Двухатомный i=5	Многоатомный i=6
γ	$\gamma = \frac{5}{3}$	$\gamma = \frac{7}{5}$	$\gamma = \frac{4}{3}$

Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

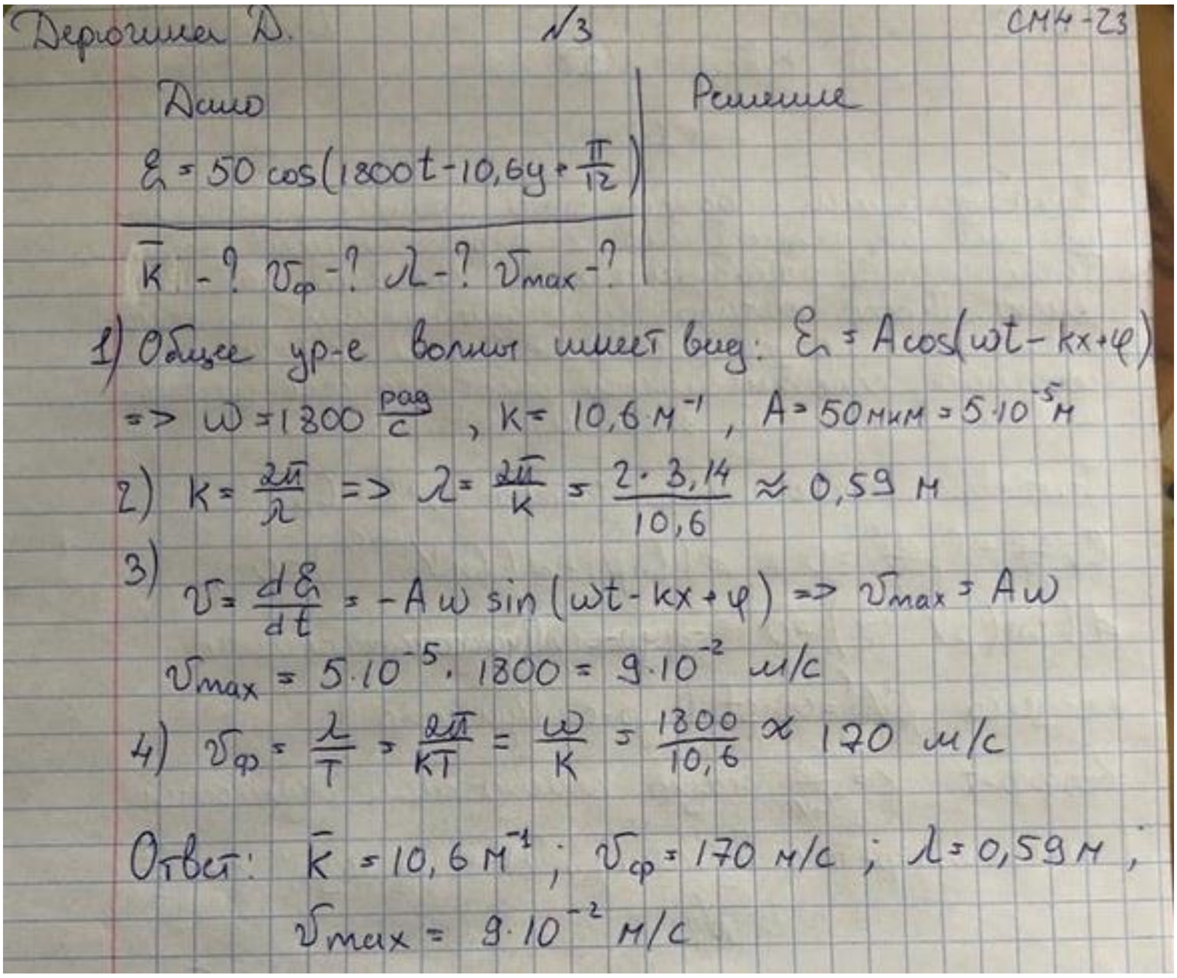
Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Задача



Дерюгина Д. №3 СМ4-23

Дано:

$\xi = 50\cos(1800t - 10{,}6y + \frac{\pi}{12})$

$\bar{k}$ - ? $v_ф$ - ? λ - ? v_{max} - ?

Решение

1) Общее ур-е волны имеет вид: $\xi = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

$\Rightarrow \omega = 1800\ \frac{рад}{с}$, $k = 10{,}6\ м^{-1}$, $A = 50\ мкм = 5\cdot10^{-5}\ м$

2) $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cdot3{,}14}{10{,}6} \approx 0{,}59\ м$

3) $v = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi) \Rightarrow v_{max} = A\omega$

$v_{max} = 5\cdot10^{-5}\cdot1800 = 9\cdot10^{-2}\ м/с$

4) $v_ф = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{kT} = \frac{\omega}{k} = \frac{1800}{10{,}6} \approx 170\ м/с$

Ответ: $\bar{k} = 10{,}6\ м^{-1}$; $v_ф = 170\ м/с$; $\lambda = 0{,}59\ м$; $v_{max} = 9\cdot10^{-2}\ м/с$

Кажется верно.

Вариант 19 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **19**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Понятие политропического процесса. Примеры.

2. Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы (вывод на основе известных выражений для полной энергии и релятивистского импульса).

3. Во сколько раз изменяется температура азота при адиабатном увеличении его объема в 32 раза?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Понятие политропического процесса. Примеры.

Политропический процесс – термодинамический процесс, протекающий при постоянной теплоёмкости C=const.

Выведем уравнение для политропического процесса (аналогично выводу уравнения Пуассона)

$\delta Q = dU + \delta A$, $\nu C dT = \nu C_V dT + pdV$, $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$, $\nu(C - C_V)\dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} = pdV$,

$(C - C_V)Vdp + (C - C_V - R)pdV = 0$

Показатель политропического процесса $n = \dfrac{C - C_P}{C - C_V}$.

Уравнение политропического процесса $pV^n = const$.

Работа при политропическом процессе $A = \int\limits_{V_1}^{V_2} pdV = \dfrac{p_1V_1}{n-1}\left(1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right)$.

Частные случаи политропического процесса

1) Пусть $C \to C_V$. Тогда $n \to \infty$. Уравнение политропического процесса можно записать в виде $p^{\frac{1}{n}}V = const$, тогда $\lim\limits_{n\to\infty} p^{\frac{1}{n}}V = V = const$ - т.е. это изохорический процесс.

2) Пусть $C = C_P$, тогда n=0 и $pV^0 = p = const$ - изобарический процесс.

3) Пусть C=0, тогда $n = \dfrac{-C_P}{-C_V} = \gamma$ и $pV^\gamma = const$ - адиабатический процесс.

4) Пусть C=∞, тогда n=1, $pV = \nu RT = const$ - изотермический процесс.

Связь между импульсом и энергией релятивистской частицы (вывод на основе известных выражений для полной энергии и релятивистского импульса).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Если ввести *энергию покоя* тела $W_0 = m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W = W_{КИН} + W_0 = (m - m_0)c^2 + m_0c^2 = mc^2 \text{ или } W = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2 = \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{v^2}{c^2}} - \frac{m_0^2v^2}{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0^2c^4$.

Задача

N-азот

$V_2 = 32 V_1$

19.3

$\frac{T_2}{T_1} - ?$

$$T V^{\gamma - 1} = const$$

$i = 5$

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$T_1 V_1^{\frac{2}{5}} = T_2 V_2^{\frac{2}{5}}$$

$$\cancel{T_1 V_1 = T_2 V_2}$$

$$\cancel{\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{32}}$$

$$\cancel{T_2 = \frac{T_1}{32}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(2^{-5}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4} \quad T_2 = \frac{T_1}{4}$$

Кажется верно.

Вариант 20 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **20**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Неравенство Клаузиуса (вывод из теоремы Карно). Равенство Клаузиуса.

2. Вывод из преобразований Лоренца выражений для изменения промежутка времени между событиями в СТО и Лоренцева сокращения длины.

3. Уравнение волны имеет вид: $\xi = \frac{15}{r}\cos(600t - 15{,}6r + \pi/5)$, где ξ – в микрометрах, t - в секундах, r - в метрах. Найдите частоту, фазовую скорость, длину волны, а также максимальное ускорение частиц среды при $r=1$ м.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Неравенство Клазиуса (вывод из теоремы Карно). Равенство Клазиуса.

Из второй теоремы Карно следует $\frac{Q'_{НЕРАВ\_Х}}{T_X} > \frac{Q_{НЕРАВ\_Н}}{T_Н}$. Перепишем его в виде

$$\frac{Q'_X}{T_X} \geq \frac{Q_Н}{T_Н}$$

подразумевая, что для обратимых процессов выполняется равенство, а для необратимых - неравенство. По договоренности об обозначениях $Q'_X = |Q_X|$, т.е. $Q_X = -Q'_X$, откуда $Q'_X = -Q_X$. Следовательно

$$0 \geq \frac{Q_Н}{T_Н} - \frac{Q'_X}{T_X} = \frac{Q_Н}{T_Н} + \frac{Q_X}{T_X}$$

В общем случае циклический процесс можно разделить на некоторое множество участков, на которых подводится или отводится теплота.

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Величина $\frac{Q}{T}$ называется *приведённым количеством теплоты* (Дж/К)

В пределе для элементарных количеств теплоты

$$\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} \leq 0.$$

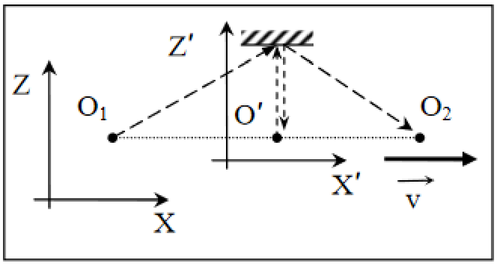
(Кружок в интеграле показывает, что процесс круговой.)

Это соотношение носит название неравенства Клаузиуса - суммарное количество приведенной теплоты в любом замкнутом цикле для любой термодинамической системы не может быть положительным.

Знак равенства можно поставить только для обратимых процессов.

$$\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Вывод из преобразований Лоренца выражений для изменения промежутка времени между событиями СТО и Лоренцева сокращения длины.



В системе K′ рассмотрим сигнал, пущенный вдоль оси Z′ из точки O′. Пусть этот сигнал отразившись от покоящегося в этой системе отсчета зеркала вернется обратно в точку O′. Если расстояние между точкой O′ и зеркалом равно S, то по собственным часам системы K′ пройдет промежуток времени $\Delta t' = \dfrac{2S}{c}$. Расстояние вдоль вертикальной оси в обеих системах одинаковое. Скорость светового сигнала тоже одинаковая. Так как точка O′ движется относительно системы K, то в этой системе отсчета сигнал будет испущен в точке O_1 и принят в точке O_2. Поэтому по собственным часам системы K промежуток времени надо определить из равенства

$\Delta t = \dfrac{2\sqrt{S^2 + \left(v\cdot\dfrac{\Delta t}{2}\right)^2}}{c}$. Откуда $\Delta t = \dfrac{2S}{\sqrt{(c)^2 - (v)^2}}$. Поэтому $\dfrac{\Delta t'}{\Delta t} = \dfrac{2S}{c}\dfrac{\sqrt{c^2 - v^2}}{2S} = \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$. Таким образом, промежутки времени в обеих системах отсчёта связаны соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

Пусть в подвижной системе отсчета K′ параллельно оси X′ расположен стержень длиной L_0. При движении этого стержня со скоростью V вдоль оси X неподвижной системы K он пройдет неподвижные часы за время $\Delta t_0 = \dfrac{L}{V}$. В системе K′ эти же часы пролетят стержень за время $\Delta t = \dfrac{L_0}{V}$. Так как часы движутся со скоростью V, то их показания в неподвижной системе отсчета связаны с показаниями в подвижной системе $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$. Откуда получаем

$\dfrac{L}{L_0} = \dfrac{\Delta t_0}{\Delta t} = \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$ или

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Таким образом, понятие длины является *относительным*. Однако, уменьшение длины – это кинематический эффект, поэтому в теле не возникает никаких деформаций.

Задача

Билет 20

$\xi = \frac{15}{r}\cos\left(600t - 15,6r + \frac{\pi}{5}\right)$, ξ в микрометрах [мкм]

t в [с]

r в [м]

ур-е сферической волны

$\xi = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - kr + \alpha)$

Частота: $\omega = 2\pi\nu$

$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{600}{2\pi} = 95,49$ Гц

Фазовая скорость: $v = \left| k = \frac{\omega}{v} \right| = \frac{\omega}{k} = \frac{600}{15,6} = 38,46\ \frac{м}{с}$

Длина волны: $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{15,6} = 0,40$ м

максимальное ускорение частицы среды при $r = 1$ м: $v_{ср} = \frac{d\xi}{dt} = \xi'$

$a_{ср} = \xi'' = v'_{ср}$

$\xi'^{\,r=1} = \left(15\cos\left(600t - 15,6 + \frac{\pi}{5}\right)\right)' =$

$= -15\sin\left(600t - 15,6 + \frac{\pi}{5}\right)\cdot 600$

$\xi'' = -9000\cos\left(600t - 15,6 + \frac{\pi}{5}\right)\cdot 600 =$

$= -54\cdot 10^5\cos\underbrace{\left(600t - 15,6 + \frac{\pi}{5}\right)}_{x}$

$-1 \le \cos x \le 1$

Макс. знач. при $\cos x = -1$, т.е.

$a_{ср\,max} = 54\cdot 10^5\ \frac{мкм}{с^2}$

Кажется верно.

Вариант 21 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **21**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

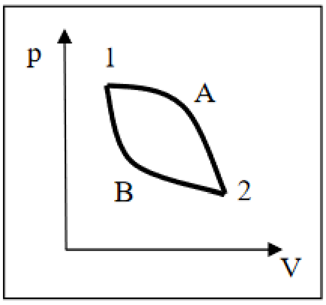
1. Термодинамическая энтропия (определение и обоснование того, что она является функцией состояния). Закон возрастания энтропии в замкнутой системе (с доказательством).
Примечание: в ходе рассуждений, неравенство Клаузиуса можно считать известным.

2. Стоячая волна. Уравнение стоячей волны (вывод из уравнения бегущей волны). Узлы и пучности.

3. Определите показатель адиабаты для одноатомного газа. Используя известное уравнение Пуассона, получите уравнение адиабаты этого газа в переменных V, T.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Термодинамическая энтропия (определение и обоснование того, что она является функцией состояния). Закон возрастания энтропии в замкнутой системе (с доказательством). Примечание: в ходе рассуждений, неравенство Клазиуса можно считать известным.



Рассмотрим произвольный обратимого циклического процесса, состоящий из двух процессов 1А2 и 2В1. Суммарное приведённое количество теплоты для такого процесса равно нулю

$$\oint\limits_{ЦИКЛ} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int\limits_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = 0 .$$

С учетом того, что при смене направления процесса $\int\limits_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = -\int\limits_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$,

получаем $\int\limits_{1A2} \frac{\delta Q}{T} = \int\limits_{1B2} \frac{\delta Q}{T}$, т.е. значение интеграла не зависит от процесса, а только от начального и конечного состояний. Поэтому элементарное количество приведенной теплоты для обратимого процесса является <u>полным дифференциалом</u> некоторой функции равновесного состояния системы

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

изменение которой равно суммарному количеству приведённой теплоты в равновесном процессе $S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. Это величина называется *термодинамической энтропией* S и измеряется в Дж/К. Энтропия является аддитивной величиной – энтропия системы равна сумме энтропий частей, входящих в систему.

Теперь рассмотрим циклический процесс, одна половина которого 1А2 – необратимый процесс, а вторая половина 2В1 – обратимый процесс. Тогда должно быть $\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} \le 0$.

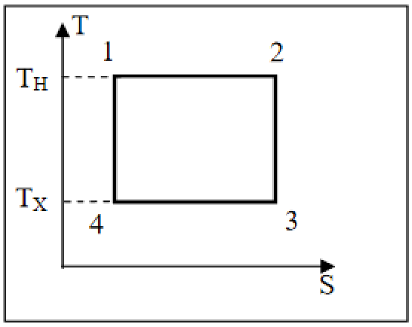
Действуя по аналогии, получаем

$$\oint_{цикл} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B1} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1B2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T} - (S_2 - S_1) \le 0$$

т.е. $S_2 - S_1 \ge \int_{1A2} \frac{\delta Q}{T}$.

Если система является адиабатически изолированной, то $\delta Q = 0$, поэтому $S_2 - S_1 \ge 0$

В адиабатически изолированной системе энтропия не убывает. Это закон возрастания энтропии для адиабатически замкнутой системы. Отсюда следует смысл энтропии - энтропия служит мерой необратимости процесса. Она показывает направление протекания необратимого процесса.



Пример. Наша Вселенная является адиабатически изолированной системой (в силу единственности). Поэтому суммарная энтропия Вселенной возрастает. Рано или поздно она достигнет максимального значения и все тепловые процессы прекратятся. Как говорят, наступит т*епловая смерть Вселенной.*

Пример. Рассмотрим цикл Карно в переменных температура – энтропия. П*роцесс 1-2* – изотермический. В этом процессе T_H=*const*. Т.к. в этом процессе $\delta Q = \delta A = pdV$, то $dS = \frac{pdV}{T}$. Считая, что рабочее тело является идеальным газом, из уравнения Менделеева-Клапейрона находим $\frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V}$. Поэтому $S_2 - S_1 = \int_1^2 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R\, ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$. Т.к. газ расширяется, то $\frac{V_2}{V_1} > 1$ и энтропия увеличивается.

Процесс 2-3 – адиабатический – газ расширяется без теплообмена δQ=0, следовательно dS=0, откуда S=*const*.

Процесс 3-4 – газ отдает тепло холодильнику-термостату T_X=*const*. Т.к. газ сжимается, то $S_4 - S_3 = \int_3^4 \nu R \frac{dV}{V} = \nu R\, ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$.

Процесс 4-1 – адиабатический – газ сжимается без теплообмена S=*const*.

Т.к. $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$, то полное изменение энтропии за цикл $\Delta S = 0$ как и должно быть в равновесном процессе.

Замечание. Закон возрастания энтропии означает, что в замкнутой системе энтропия не может уменьшаться без внешнего воздействия. Если на систему оказывается воздействие (т.е. система незамкнутая), то энтропия может убывать.

Стоячая волна. Уравнение стоячей волны (вывод из уравнения бегущей волны). Узлы пучности.

Стоячая волна образуется при наложении двух волн одинаковой частоты, бегущих в противоположных направлениях:

$$\begin{cases} \xi_1 = A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) \\ \xi_2 = A\cos(\omega t - kx + \alpha_2) \end{cases} - \text{исходя из определения сумма: } \xi_{ст.} = \xi_1 + \xi_2 =$$
$$= A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) + A\cos(\omega t - kx + \alpha_2)$$

Пусть, например, $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = 0$, тогда $\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \theta)$. Величину $A_0 = 2A|\cos(kx)|$ можно назвать амплитудой стоячей волны. Так как амплитуда не может быть отрицательной, то необходимо брать модуль $|\cos(kx)|$. Тогда в тех точках, где $\cos(kx) > 0$ значение $\theta=0$, а в тех точках, где $\cos(kx) < 0$ надо, для учета знака минус, принять $\theta=\pi$. Точки, где амплитуда стоячей волны максимальная, называются *пучностями*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 1$, откуда $kx = \pm\pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты пучностей $x^{ПУЧ}{}_n = \pm\frac{\pi \cdot n}{k} = \pm\frac{\pi \cdot n}{2\pi}\lambda = \pm n\frac{\lambda}{2}$. Соседние пучности находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны. Точки, где амплитуда стоячей волны равна нулю, называются *узлами*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 0$, откуда $kx = \frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты узлов

$$x_n^{УЗ} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{k} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{2\pi}\lambda = \left(\frac{1}{2} \pm n\right)\frac{\lambda}{2}.$$

Соседние узлы находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны.

Задача

3

$\gamma = \frac{i+2}{i}$, где i – число степ. своб. У одноат газа $i = 3 \Rightarrow \gamma \approx 1,67$

ур-е Пуассона: $pV^{\gamma} = const$. Ур-е Менд-Клапейрона:

$pV = \nu RT \rightarrow p = \frac{\nu RT}{V}$. Подст в ур. П: $TV^{\gamma-1} = const$

$TV^{0,67} = const$

Кажется верно.

Вариант 22 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **22**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Основное уравнение МКТ идеального газа (с выводом). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул (с выводом).

2. Постулаты специальной теории относительности (СТО). Область применимости СТО.

3. В упругой среде распространяется поперечная механическая волна. Амплитуда равна 2 мм, волновое число - 10 м$^{-1}$, а круговая частота - 1000 с$^{-1}$.
Найдите длину волны, фазовую скорость, а также максимальное значение ускорения частиц среды.

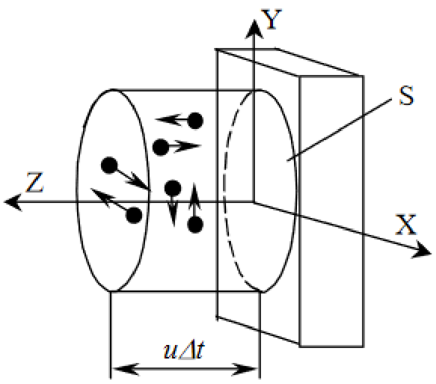
Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Основное уравнение МКТ идеального газа (с выводом). Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул (с выводом).

Рассмотрим механическую модель газа, находящегося в термодинамическом равновесии со стенками сосуда. Молекулы упруго сталкиваются не только друг с другом, но и со стенками сосуда, в котором находится газ.

В качестве идеализации модели, заменим атомы в молекулах материальными точками. Величина скорость всех молекул предполагается *одинаковой*. Также предполагаем, что материальные точки не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, поэтому потенциальную энергию такого взаимодействия принимаем нулевой.

Пусть $n = \dfrac{N}{V}$ – концентрация молекул газа, T – температура газа, u – средняя скорость поступательного движения молекул. Выберем систему координат так, чтобы стенка сосуда лежала в плоскости XY, а ось Z была направлена перпендикулярно стенке внутрь сосуда. Рассмотрим удары молекул о стенки сосуда. Т.к. удары упругие, то после удара о стенку импульс молекулы меняет направление, но его величина не меняется.



За период времени Δt до стенки долетят только те молекулы, которые находятся от стенки на расстоянии не далее, чем $L=u\cdot\Delta t$. Общее число молекул в цилиндре, с площадью основания S и высотой L, объем которого равен $V=LS= u\cdot\Delta t\cdot S$ равно $N=n\cdot V= n\cdot u\cdot\Delta tS$.

В данной точке пространства можно условно выделить три различных направления движения молекул, например, вдоль осей X, Y, Z. Молекула может двигаться вдоль каждого из направлений «вперед» и «назад».

Поэтому по направлению к стенке, будут двигаться не все молекулы в выделенном объёме, а только шестая часть от их общего числа. Следовательно, количество молекул, которые за время Δt ударятся о стенку:

$$N_1 = N/6 = n \cdot u \cdot \Delta t \cdot S/6.$$

Изменение импульса молекул при ударе равно импульсы силы, действующей на молекулы со стороны стенки - с такой же по величине силой молекулы действуют на стенку

$$\Delta P_Z = P_{2Z} - P_{1Z} = F \cdot \Delta t,$$

или

$$N_1 \cdot m_0 \cdot u - (-N_1 \cdot m_0 \cdot u) = F \cdot \Delta t,\ 2 \cdot N_1 \cdot m_0\ u = F \cdot \Delta t,\ \frac{n \cdot u \cdot \Delta t \cdot S}{6} \cdot 2 \cdot m_0 u = F \cdot \Delta t,$$

$$\frac{1}{3} n \cdot m_0 u^2 = \frac{F}{S}.$$

Откуда находим давление газа на стенку: $p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} n \cdot m_0 u^2 = \frac{2}{3} n \cdot W_K^{ПОСТ}$,

где $W_K^{ПОСТ} = \frac{m_0 u^2}{2}$ - кинетическая энергия материальной точки (поступательного движения молекулы). Следовательно, давление такого (механического) газа пропорционально кинетической энергии поступательного движения молекул (центра масс молекулы)

$$p = \frac{2}{3} n W_K^{ПОСТ}.$$

Это уравнение называется *основным уравнением МКТ*.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2} \mathrm{kT}.$$

где $k = \frac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i \cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2} \mathrm{kT}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{ПОСТ} \right\rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Постулаты специальной теории относительности (СТО). Область применимости СТО.

Постулаты СТО

1) Принцип постоянства скорости света Скорость света не зависит от движения источника и одинакова во всех инерциальных системах отсчета в вакууме и является предельной скоростью передачи сигнала. Величина скорости света в вакууме равна $c \approx 3 \cdot 10^8\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$
2) Принцип относительности

Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, следовательно, уравнения выражающие законы природы инвариантны при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Область применения СТО – при движении с релятивистскими скоростями (то есть со скоростями близкими к скорости света).

Задача

Билет №22

$A = 2$ мм
$k = 10\ м^{-1}$
$\omega = 1000\ с^{-1}$

λ - ?
$v_{фаз}$ - ?
$a_{ср\ max}$ - ?

Решение

$$\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$$

$$\xi = 2\cos(1000t - 10x + \alpha)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} = 0{,}63\ м$$

$$v_{фаз} = \frac{dx}{dt}$$

$$1000t - 10x + \alpha = const$$

$$1000dt - 10dx = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1000}{10} = 100\ \frac{м}{с} = v_{фаз}$$

$$a_{ср\ max} = \xi'' = v'_{ср}$$

$$\xi' = -2\sin(1000t - 10x + \alpha)\cdot 1000$$

$$\xi'' = -2000\cos(1000t - 10x + \alpha)\cdot 1000 =$$

$$= -2\cdot 10^6 \cos(\underbrace{1000t - 10x + \alpha}_{x})$$

$$-1 \le \cos x \le 1$$

max зн. при $\cos x = -1$

$$a_{ср\ max} = 2\cdot 10^6\ \frac{мм}{с^2}$$

Верно. Фазовую скорость можно найти проще, как $v_{фаз.} = \frac{\omega}{k}$. И ответ лучше давать в СИ.

Вариант 23 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **23**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Определение числа степеней свободы механической системы. Число степеней свободы молекул идеального газа. Равномерное распределение энергии по степеням свободы (без вывода). Внутренняя энергия идеального газа (вывод на основе формулы для средней кинетической энергии поступательного движения молекул).

2. Понятия плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

3. Сколько молекул содержится в двухатомном идеальном газе, если при температуре 20°С его внутренняя энергия равна 1,5 кДж?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 — 23.04.2020г. (число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 — А.Н. Морозов

Определение числа степеней свободы гармонической системы. Число степеней свободы молекул идеального газа. Равномерное распределение энергии по степеням свободы (без вывода). Внутренняя энергия идеального газа (вывод на основе формулы для средней кинетической энергии поступательного движения молекул).

Количеством степеней свободы тела i называется минимальное количество координат, которые надо задать для однозначного определения положения тела.

Для материальной точки – это три координаты (x, y, z) –поэтому количество степеней свободы для материальной точки равно i=3.

Для двух материальных точек, соединенных жестким стержнем постоянной длины, необходимо задать 5 координат: 3 координаты для одной точки и 2 угла для определения положения второй точки относительно первой. Поэтому в этом случае количество степеней равно i=5.

Максимально возможное количество степеней свободы, связанных с движением в пространстве, равно 6.

Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы гласит, что средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы при тепловом движении равна

$$W_1 = \frac{1}{2}\mathrm{kT}.$$

где $k = \dfrac{R}{N_A} \approx 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана (Дж/К). Поэтому полная кинетическая энергия одной молекулы, у которой число степеней свободы равно i определяется соотношением

$$\mathrm{W_K} = i \cdot \mathrm{W_1} = \frac{i}{2}\mathrm{kT}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы равна, очевидно, кинетической энергии движения центра масс (как точки), поэтому:

$$\left\langle W_K^{ПОСТ} \right\rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Средний квадрат скорости, одинаковый для всех молекул можно определить из соотношения

$$\left\langle W_K^{ПОСТ} \right\rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0\left\langle v^2 \right\rangle}{2} \quad \text{или} \quad \left\langle v^2 \right\rangle = \frac{3kT}{m_0}.$$

Средней квадратичной скоростью называется величина

$$v_{КВ} = \sqrt{\left\langle v^2 \right\rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Так как у идеального газа отсутствует потенциальная энергия взаимодействия молекул, то *внутренняя энергия равна суммарной кинетической энергии всех молекул*:

$$U = \sum_N W_K = NW_K = \nu \cdot N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu \cdot RT.$$

$$U = \nu \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT.$$

Из этого соотношения следует, как и предполагалось, что температура – это мера внутренней энергии идеального газа.

Понятие плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской. Если волновая поверхность – сфера, то волна называется сферической.

Уравнение сферической волны:

$$\xi = \frac{A_0}{R} \cdot cos\left(\omega t + \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \alpha\right) + \frac{A_0}{R} \cdot cos\left(\omega t - \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \beta\right)$$

Задача

3) Сколько молекул содержится в двух-атомном идеальном газе, если при температуре 20°C его внутренняя энергия равна 1,5 кДж.

Дано:

$i = 5$

$T = 293\ K$

$U = 1500\ Дж$

$N - ?$

Решение:

$$U = \sum_N W_k = N \cdot W_k = N \frac{i}{2} kT$$

$$N = \frac{2U}{i \cdot k \cdot T} = \frac{2 \cdot 1500\ Дж}{5 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К} \cdot 293\ К} =$$

$\approx 1{,}48 \cdot 10^{23}$ молекул

Ответ: $N = 1{,}48 \cdot 10^{23}$ молекул

Кажется верно.

Вариант 24

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **24**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Принцип Ле Шателье - Брауна.

2. Одномерное волновое уравнение для продольной упругой волны в твёрдом теле (с выводом). Общий вид волнового уравнения (без вывода).

3. Найдите удельную теплоёмкость молекулярного кислорода для: а) V = const; б) p = const. Относительная атомная масса атома кислорода равна 16.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г. (число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

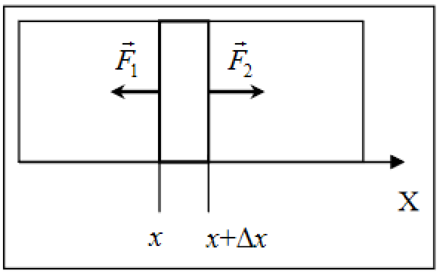
Принцип Ле Шателье-Брауна

Принцип Ле Шателье-Брауна гласит, что если на систему действуют внешние факторы, выводящие её из состояния устойчивого равновесия, то в системе возникают процессы, стремящиеся ослабить это воздействие. Принцип является термодинамическим аналогом закона индукции Ленца.

Значение принципа Ле Шателье-Брауна состоит в том, что он позволяет предсказывать направление, в котором под влиянием внешнего воздействия, изменится термодинамический процесс.

Например, если смеси воды и льда, находящейся в равновесии при 0 0С, сообщать теплоту, то лёд начнет таять с поглощением этой теплоты. Если наоборот, отводить теплоту, то вода начнёт замерзать с выделением теплоты.

Одномерное волновое уравнение для продольной упругой волны в твёрдом теле (с выводом). Общий вид волнового уравнения (без вывода).



Если возвращающая сила пропорциональна смещению точки от положения равновесия, то волна называется *упругой*. Выведем волновое уравнение на примере продольных волн деформации в стержне.

Выделим часть стержня длиной Δx. Если площадь поперечного сечения стержня равна S, плотность материала ρ, то масса этой части $\Delta m = \rho S \Delta x$. При деформациях на эту часть стержня действую силы упругости. Запишем второй закон Ньютона – уравнение движения этой части стержня вдоль оси X:

$$\Delta m a_x = F_2 - F_1 .$$

Это уравнение записано в предположении растяжения этой части стержня. Силы с обеих сторон выделенной части вызывают деформацию этой части стержня. При равновесии и отсутствии деформации положение точек в двух близко расположенных сечениях стержня можно задать координатами x и $x+\Delta x$. При деформировании стержня его точки сместятся от равновесных положений. Пусть $x_1(x)$ – задает положение точки стержня при деформации, если её равновесное положение задавалось координатой x. Тогда для близкого сечения новыми координатами будет $x_1+\Delta x_1$. Изменение линейного размера части стержня вызвано смещением точек стержня. Введем величину смещения $\xi = x_1 - x$. По определению, относительная деформация в данном сечении стержня – это отношение изменения длины части стержня к начальной длине этой части: $\varepsilon = \dfrac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x}$. Если стержень сжимается, то его продольные размеры уменьшаются $\Delta x_1 < \Delta x$ и поэтому $\varepsilon < 0$. Таким образом, при сжатии $\varepsilon < 0$ и при растяжении $\varepsilon > 0$.

Если все точки стержня смещаются на одинаковую величину, то изменения длины участка стержня не происходит. Поэтому деформация равна разности смещений соседних точек $\Delta x_1 - \Delta x = \Delta\xi$. Тогда можно записать $\varepsilon = \dfrac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \dfrac{\Delta\xi}{\Delta x}$. В пределе (при $\Delta x \to 0$) получаем $\varepsilon = \dfrac{\partial\xi}{\partial x}$. С учётом напряжений в сечениях стержня $F_1 = \sigma_x S$, $F_2 = \sigma_{x+\Delta x} S$. Напряжения в сечениях стержня найдем по закону Гука: $\sigma_x = E\varepsilon_x$, $\sigma_{x+\Delta x} = E\varepsilon_{x+\Delta x}$, где E – модуль упругости материала (модуль Юнга).

Относительная деформация меняется вдоль стержня, поэтому можно считать, что $\varepsilon_{x+\Delta x} = \varepsilon_x + \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x + \ldots$ (разложение в ряд Тейлора).

Ускорение точек выделенной части стержня $a_x = \dfrac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Последовательно подставим эти соотношения в уравнения движения: $\Delta m a_x = F_2 - F_1$, т.е.

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \sigma_{x+\Delta x} S - \sigma_x S ,$$

$$\rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\varepsilon_2 - E\varepsilon_1 , \quad \rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\left(\varepsilon_1 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x\right) - E\varepsilon_1 , \quad \rho\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x .$$

С учетом равенства $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$, после сокращений, получаем дифференциальное уравнение, описывающее распространение волны (вдоль одного направления – оси X):

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \text{ или } \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \mathrm{v}^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Здесь, ξ - параметр, описывающий колебания (величина смещения точек при деформации), $\mathrm{v} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость волны.♣

Общий вид

Волновое уравнение для движения волны в 3х мерном пространстве в общем случае имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Если ввести условное обозначение $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \Delta\xi$, то это уравнение можно записать в виде

$$\Delta\xi = \frac{1}{\mathrm{v}^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$ так называемый *оператор Лапласа* (Пьер-Симо́н Лапла́с – французский ученый).

Вариант 25 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **25**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Третье начало термодинамики (формулировка).

2. Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

3. Какое количество теплоты необходимо сообщить молю кислорода, находящегося в закрытом сосуде при температуре 300 К, чтобы средняя квадратическая скорость его молекул возросла в 2 раза?

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Третье начало термодинамики (формулировка)

Третье начало термодинамики (теорема Нернста).

Энтропия определена с точностью до произвольного слагаемого

$$S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 .$$

Если этому слагаемому S_1 придать какое-то конкретное значение, то можно говорить об абсолютном значении энтропии.

Теорема Нернста. (Справедлива только для равновесных систем.)

При стремлении температуры любой равновесной системы к абсолютному нулю её энтропия стремится к постоянной величине, которую можно принять равной нулю. Теплоёмкости также стремятся к нулю.

$$\lim_{T\to 0} S = 0 \text{ и } \lim_{T\to 0} C_V = \lim_{T\to 0} C_P = 0 .$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

По теореме об изменении кинетической энергии должно выполняться равенство

$$W_{КИН\_2} - W_{КИН\_1} = A$$

Следовательно, можно принять в качестве кинетической энергии выражение

$W_{КИН} = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} + C$. Значения постоянной С определим из условия равенства нулю кинетической энергии при нулевой скорости $0 = m_0 c^2 + C$, откуда $C = -m_0 c^2$. Итак

$$W_{КИН} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 .$$

С учетом выражения $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, можно записать $W_{КИН} = \left(m - m_0\right)c^2$.

При малых скоростях $\dfrac{v^2}{c^2} << 1$, $\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \left(-\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{v^2}{c^2}$, поэтому получаем классическую формулу для кинетической энергии $W_{КИН} \approx m_0c^2\left[1+\dfrac{v^2}{2c^2}\right] - m_0c^2 = \dfrac{m_0v^2}{2}$.

Рассмотрим подробнее выражения $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 = \dfrac{m_0{}^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ и $p^2c^2 = \dfrac{m_0{}^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$.

Они связаны очевидным соотношением $\left(W_{КИН} + m_0c^2\right)^2 - p^2c^2 = \dfrac{m_0{}^2c^4}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} - \dfrac{m_0{}^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}} = m_0{}^2c^4$.

Если ввести *энергию покоя* тела $W_0 = m_0c^2$, то полная энергия тела будет определяться формулой

$$W = W_{КИН} + W_0 = \left(m - m_0\right)c^2 + m_0c^2 = mc^2 \text{ или } W = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

Так как правая часть выражения $W^2 - p^2c^2 = m_0{}^2c^4$ не зависит от системы отсчета, то соотношение между полной энергией и импульсом – является *инвариантом* при любых преобразованиях инерциальных систем отсчета

$$W^2 - p^2c^2 = inv.$$

Задача

№3 Дано:

$T_1 = 300K$

$\nu = 1$ моль

O_2

$\frac{v_2}{v_1} = 2$

$V = const$

$Q - ?$

Первое начало ТД принимает вид:

$V = const \Rightarrow Q = \Delta U$

$\mu(O_2) = 32 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$

$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R \Delta T$ $\quad i(O_2) = 5$ — степени свободы для двухатомной молекулы

$Q = \Delta U = \nu \frac{5}{2} R \Delta T = \nu \frac{5}{2} R (T_2 - T_1)$

$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

$v_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}} \approx 483$ (м/с)

$v_2 = 2 v_1 = 966$ (м/с)

$v_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{\mu}} \Rightarrow T_2 = \frac{v_2^2 \cdot \mu}{3R} = 4 \cdot \frac{3RT_1}{\mu} \cdot \frac{\mu}{3R} = 4T_1$

$Q = \frac{5}{2} \nu R (4T_1 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \cdot 3T_1 = \frac{5}{2} \cdot 1 \cdot 8{,}31 \cdot 3 \cdot 300$

$= 6232{,}5$ (Дж)

Ответ: $\boxed{6232{,}5 \text{ Дж}}$

2

Кажется верно.

Вариант 26 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **26**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Понятия квазистатических, обратимых и необратимых процессов.

2. Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул для C_p и C_V.

3. Неподвижная частица распалась на две релятивистские частицы, массами m_1 и m_2, движущиеся со скоростями V_1 и V_2, соответственно. Найдите массу исходной частицы.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Понятие квазистатических, обратимых и необратимых процессов.

Если по ходу процесса рассматриваемая система в каждый момент находится вблизи некоторого состояния термодинамического равновесия, отвечающего суммарному результату произведенного на нее воздействия, то такой процесс называется **квазистатическим или равновесным**. Поскольку равновесное состояние системы характеризуется небольшим числом параметров, то описание равновесного процесса сводится к установлению закона изменения тех же параметров.

Обратимые и необратимые процессы. Процесс называется обратимым, если он может быть проведен в обратном направлении через те же промежуточные состояния, что и прямой процесс, причем во всех остальных телах никаких изменений произойти не должно. Если же это осуществить невозможно, то процесс называется необратимым.

Адиабатический процесс. Вывод уравнения Пуассона для идеального газа на основе известных формул C_p и C_v.

4) **Адиабатический (адиабатный) процесс**. Это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой $\delta Q=0$. Теплоёмкость адиабатического процесса равна нулю. Первое начало термодинамики для адиабатического процесса: $0=\Delta U + A$ или $-\Delta U = A$ - газ совершает положительную работу за счет уменьшения внутренней энергии.
Для малых изменений параметров $dU + pdV = 0$,

$dU = \nu C_V dT$, $d(pV) = d(\nu RT)$ или $Vdp + pdV = \nu RdT$, откуда $dT = \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R}$

Тогда $\nu C_V dT + pdV = 0$, $\nu C_V \dfrac{Vdp + pdV}{\nu R} + pdV = 0$, $C_V Vdp + (C_V + R)pdV = 0$

Учитывая соотношение Майера $C_V + R = C_P$ и деля на pV, получаем

$$C_V \frac{dp}{p} + C_P \frac{dV}{V} = 0,\ d(\ln p) + d\left(\ln V^{\frac{C_P}{C_V}}\right) = 0,\ d\left(\ln\left(pV^{\frac{C_P}{C_V}}\right)\right) = 0,$$

Уравнение для адиабатического процесса $pV^{\gamma} = const$ (*Уравнение Пуассона*).

Коэффициент $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ называется показателем адиабаты (или *коэффициентом Пуассона*).

Для идеального газа $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$.

	Одноатомный i=3	Двухатомный i=5	Многоатомный i=6
γ	$\gamma = \frac{5}{3}$	$\gamma = \frac{7}{5}$	$\gamma = \frac{4}{3}$

Задача

3.

m_1, m_2
V_1 и V_2
M-?

$$Mc^2 = \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_2 c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}$$

$$\cancel{Mc^2 = \frac{(m_1+m_2)c^2}{\sqrt{\left(1-\frac{v_1^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v_2^2}{c^2}\right)}}}$$

$$\cancel{M = \frac{(m_1+m_2)}{\sqrt{(1-v_1^2/c^2)(1-v_2^2/c^2)}}}$$

$$M = \frac{m_1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}$$

Кажется верно.

Вариант 27 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № 27
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № 2

1. Выражение для импульса в СТО. Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

2. Идеальная тепловая машина. Теорема Карно (1-ая теорема Карно), с доказательством. КПД цикла Карно (вывод выражения для КПД и обоснование справедливости полученного выражения для рабочего тела любой природы).

3. Определите длину бегущих волн, образовавших стоячую волну, если известно, что расстояние между первым и четвёртым узлами стоячей волны равно 18 см.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Выражение для импульса в СТО (без вывода). Основное уравнение релятивистской динамики (без вывода).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v}$$

Основное уравнение релятивистской динамики

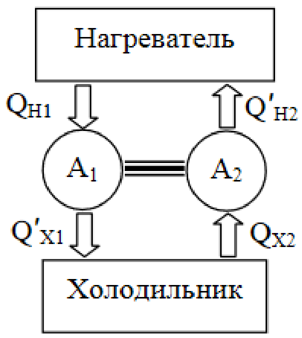
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Идеальная тепловая машина. Теорема Карно (1-ая теорема Карно), с доказательством. КПД цикла Карно (вывод выражения КПД и обоснование справедливости полученного выражения для рабочего тела любой природы).

Идеальная тепловая машина Карно работает по циклу, состоящему из двух изотерм и двух адиабат. Идеальный тепловой двигатель – это такой двигатель, в котором все процессы могут быть проведены обратимым образом и так, что в каждый момент его состояние являлось бы равновесным.

1-я теорема Карно.

КПД любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, не зависит от природы рабочего тела и устройства машины, а является функцией только температур нагревателя и холодильника.



Докажем 1-ю теорему Карно.

Возьмем две тепловые машины, возможно, разной конструкции и использующие разные рабочие тела, но имеющие общие нагреватель и холодильник и работающие по циклу Карно.

Пусть КПД 1й машины больше чем КПД 2й машины $\eta_1 > \eta_2$.

Это означает, что $1 - \dfrac{Q'_{X1}}{Q_{H1}} > 1 - \dfrac{Q'_{X2}}{Q_{H2}}$.

Запустим 1ю машину по прямому циклу, а вторую по – обратному. Учитывая, что для прямого и обратного цикла выполняется равенство $\eta_{ПР} = \dfrac{1}{\eta_{ОБР}}$, соотношение для КПД примет вид

$$1 - \frac{Q'_{X1}}{Q_{H1}} > 1 - \frac{Q_{X2}}{Q'_{H2}} \text{ или } \frac{Q_{X2}}{Q'_{H2}} > \frac{Q'_{X1}}{Q_{H1}}$$

Установим связь между обеими машинами так, чтобы первая совершала работу над второй и, при этом, выполнялось равенство $Q'_{X1} = Q_{X2}$. Тогда $Q_{H1} > Q'_{H2}$ или $Q_{H1} - Q'_{X1} > Q_{H2} - Q'_{X2}$. Но это означает, что работа первой машины больше чем работа, которую надо совершить над второй машиной. Поэтому

$$A_{ОБЩ} = A_1 + A_2 = Q_{H1} - Q'_{X1} - (Q_{H2} - Q'_{X2}) > 0.$$

Итак, общая теплота, получаемая холодильником, будет равна нулю, а у нагревателя будет отобрана теплота $Q_H = Q_{H1} - Q'_{H2} > 0$ и при этом совершена работа $A_{ОБЩ} > 0$. Противоречие со вторым началом термодинамики в формулировке Томсона. Следовательно, неравенство $\eta_1 > \eta_2$ не выполняется.

Пусть теперь $\eta_1 < \eta_2$. Запустим первую машину по обратному циклу, а вторую – по прямому. И повторим рассуждения.

Отсюда следует, что машины имеют одинаковые КПД. Однако если рабочим телом одной из машин является идеальный газ, то КПД такого процесса известен $\eta = 1 - \dfrac{T_X}{T_H}$.

В итоге получаем, что для любой тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно

$$\eta = 1 - \frac{Q'_X}{Q_H} = 1 - \frac{T_X}{T_H}.$$

Отсюда следует полезное равенство $\dfrac{Q'_X}{Q_H} = \dfrac{T_X}{T_H}$.

Задача

Расстояние между пучностями (для справки):

$$l = (n_2 - n_1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{(n_2 - n_1)}, \text{где } n_1 \text{ и } n_2 - \text{просто номера пучностей}$$

Расстояние между узлами:

$$l = (n_2 - n_1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{(n_2 - n_1)}, \text{где } n_1 \text{ и } n_2 - \text{просто номера узлов}$$

Отсюда $\lambda = 0{,}12$ метра

Вариант 28 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **28**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

2. Понятия плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

3. В закрытом сосуде объёмом 2 л находится углекислый газ CO_2, плотность которого - 1,6 кг/м^3. Какое количество теплоты надо сообщить газу, чтобы нагреть его на $\Delta t = 100°C$? Относительная атомная масса углерода равна 12, а кислорода - 16.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

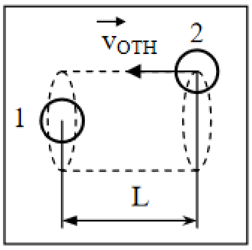
Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

Эффективный диаметр молекулы — минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. При столкновении, молекулы сближаются до некоторого наименьшего расстояния, которое условно считается суммой радиусов взаимодействующих молекул.

Длина свободного пробега молекулы λ - это среднее расстояние, которое пролетает молекула между двумя последовательными столкновениями с другими молекулами.
Замечание. Если молекула чаще сталкивается с другими молекулами, чем со стенками сосуда, то это означает, что размеры сосуда много больше длины свободного пробега.

Рассмотрим газ, состоящий из одинаковых молекул. Размерами молекул *не пренебрегаем*, но средние значения величин скоростей молекул считаем одинаковыми.



Две молекулы столкнутся, если центр одной из них находится на расстоянии не большем, чем d=2r от центра другой при их встречном движении (r – радиус молекулы). Пусть одна из них покоится, а вторая налетает с относительной скоростью $v_{ОТН}$. Рассмотрим прямой цилиндр, связанный с этой покоящейся молекулой, определяемый условием, что внутри цилиндра не должно быть других молекул. Если объём этого цилиндра $V_0 = L\pi d^2$ (L – расстояние до соседней молекулы), то объем всего газа можно определить как V=N·V_0, где N – количество молекул. Тогда концентрация молекул

$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{NV_0} = \frac{1}{V_0} = \frac{1}{L\pi d^2}$. Откуда получаем, что $L = \frac{1}{\pi d^2 n}$.

Если λ - длина свободного пробега, то время между двумя последовательными столкновениями не зависит от системы отсчета. Пусть <v> - средняя скорость молекул, тогда

$$\Delta t = \frac{L}{v_{ОТН}} = \frac{\lambda}{\langle v \rangle}, \text{ откуда } \lambda = \frac{\langle v \rangle}{v_{ОТН}} L.$$

Относительная скорость двух молекул $\vec{v}_{ОТН} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, поэтому

$$(\vec{v}_{ОТН})^2 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1, \vec{v}_2 - \vec{v}_1) = v_2^2 + v_1^2 - 2v_1v_2\cos\alpha$$

Усредняем это выражение

$$\left\langle (\vec{v}_{ОТН})^2 \right\rangle = \left\langle v_2^2 \right\rangle + \left\langle v_1^2 \right\rangle - 2\left\langle v_1v_2 \right\rangle \left\langle \cos\alpha \right\rangle$$

Для среднего значения должно выполняться $\int\limits_0^{2\pi} \langle\cos\alpha\rangle d\alpha = \int\limits_0^{2\pi} \cos\alpha d\alpha = 0$, откуда $\langle\cos\alpha\rangle = 0$.

Поэтому $\left\langle (\vec{v}_{ОТН})^2 \right\rangle = \left\langle v_2^2 \right\rangle + \left\langle v_1^2 \right\rangle = 2\left\langle v^2 \right\rangle$, так как по предположению $\left\langle v_2^2 \right\rangle = \left\langle v_1^2 \right\rangle = \left\langle v^2 \right\rangle$.

Вообще-то, $\left\langle v^2 \right\rangle \neq \langle v \rangle^2$, но в грубом приближении можно записать $\langle v_{ОТН} \rangle \approx \sqrt{2}\langle v \rangle$.

Окончательно, для длины свободного пробега молекул получаем формулу $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$.

Величина $\sigma = \pi d^2$ называется *эффективным сечением взаимодействия* молекул. Принято считать, что эта величина слабо зависит от температуры.

Длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна концентрации молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}.$$

Средняя частота соударений молекул газа между собой $\nu = \dfrac{\langle v \rangle}{\lambda} = \sqrt{2}\sigma n \langle v \rangle$.

Понятие плоских и сферических волн. Уравнение сферической волны (без вывода).

Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны одинаковая называют волновой или фазовой поверхностью. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени ωt+kx=const или ωt-kx=const. Поэтому волна называется плоской. Если волновая поверхность – сфера, то волна называется сферической.

Уравнение сферической волны:

$$\xi = \frac{A_0}{R}\cdot cos\left(\omega t + \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \alpha\right) + \frac{A_0}{R}\cdot cos\left(\omega t - \left(\vec{k}, \vec{R}\right) + \beta\right)$$

Задача

Билет 28

Дано:

$V = 2л = 2 \cdot 10^{-3} м^3$

$\rho = 1,6 кг/м^3$

$\Delta T = 100°C = 100K$

$\mu = 0,028 кг/моль$

$i(CO_2) = 5$

$Q - ?$

Решение:

$$Q = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{\rho V}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T$$

$$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{1,6 кг/м^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} м^3}{0,028 кг/моль} \cdot 8,31 \cdot 100K$$

$$Q = 237 Дж$$

Ответ: 237 Дж

Для углекислого газа (многоатомная молекула) i=6. В остальном принцип решения верен.

Вариант 29 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **29**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Принцип Ле Шателье - Брауна.
2. Преобразования Лоренца для координат и времени (вывод из постулатов СТО).
3. Углекислый газ CO_2, массой 8 г, был изобарно нагрет на $\Delta t = 20°$ C. Найдите работу газа и изменение его внутренней энергии. Относительная атомная масса углерода равна 12, а кислорода - 16.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4 23.04.2020г.
(число, месяц, год)

Заведующий кафедрой ФН-4 А.Н. Морозов

Принцип Ле Шателье-Брауна

Принцип Ле Шателье-Брауна гласит, что если на систему действуют внешние факторы, выводящие её из состояния устойчивого равновесия, то в системе возникают процессы, стремящиеся ослабить это воздействие. Принцип является термодинамическим аналогом закона индукции Ленца.

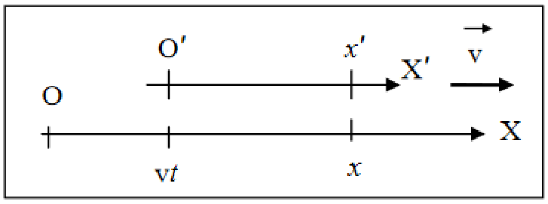
Значение принципа Ле Шателье-Брауна состоит в том, что он позволяет предсказывать направление, в котором под влиянием внешнего воздействия, изменится термодинамический процесс.

Например, если смеси воды и льда, находящейся в равновесии при 0 0С, сообщать теплоту, то лёд начнет таять с поглощением этой теплоты. Если наоборот, отводить теплоту, то вода начнёт замерзать с выделением теплоты.

Преобразования Лоренца для координат и времени (вывод из постулатов СТО).

Для координат

Закон преобразования координат



Так как координата – это расстояние вдоль координатной оси от нулевой точки, то координате x' в движущейся системе К′ соответствует отрезок О′x', длина которого $|x'|$. Поэтому в системе К ему соответствует длина $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. В системе К координата точки О′ равна vt, поэтому $|x'|\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = |x - vt|$. В координатной записи справедливо равенство $x = x'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + vt$ или

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Но системы отсчета К и К′ равноправны. Поэтому можно считать, что система К движется относительно К′ в противоположном направлении оси X′ со скоростью -v. Поэтому $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Для времени

Используя эти формулы, найдем формулы преобразования для времени

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x' + vt' - vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{v^2}{c^2}}, \quad x'\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = x' + vt' - vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

$vt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = x'\frac{v^2}{c^2} + vt'$, откуда

$$t = \frac{\frac{v}{c^2}x' + t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Аналогично,

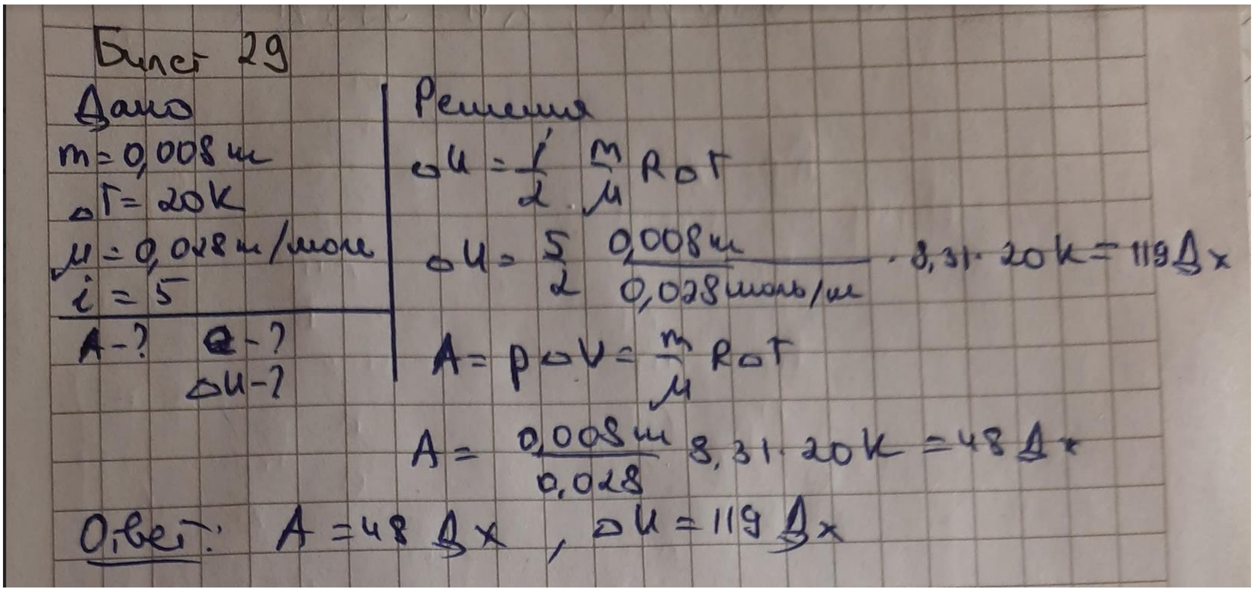
$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Общий вид

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

$$y' = y, \qquad z' = z.$$

Задача



Билет 29

Дано

$m = 0{,}008$ кг

$\Delta T = 20$ K

$\mu = 0{,}028$ кг/моль

$i = 5$

$A - ?$ $Q - ?$ $\Delta U - ?$

Решение

$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$\Delta U = \frac{5}{2} \frac{0{,}008 \text{ кг}}{0{,}028 \text{ моль/кг}} \cdot 8{,}31 \cdot 20 \text{ K} = 119$ Дж

$A = p\Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T$

$A = \frac{0{,}008 \text{ кг}}{0{,}028} \cdot 8{,}31 \cdot 20 \text{ K} = 48$ Дж

Ответ: $A = 48$ Дж, $\Delta U = 119$ Дж

Для углекислого газа (многоатомная молекула) i=6. В остальном принцип решения верен.

Вариант 30 + з + пр(в)

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
БИЛЕТ № **30**
К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ
по курсу «Физика» для всех специальностей, модуль № **2**

1. Третье начало термодинамики (только формулировка).

2. Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

3. Идеальный трёхатомный газ расширяется, подчиняясь уравнению $p = \frac{\alpha}{V^2}$, где α – известная постоянная. Начальный объём равен V_0.
Найдите работу, совершаемую газом при увеличении его объёма в 3 раза.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	23.04.2020г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

Третье начало термодинамики (формулировка)

Третье начало термодинамики (теорема Нернста).

Энтропия определена с точностью до произвольного слагаемого

$$S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + S_1 .$$

Если этому слагаемому S_1 придать какое-то конкретное значение, то можно говорить об абсолютном значении энтропии.

Теорема Нернста. (Справедлива только для равновесных систем.)

При стремлении температуры любой равновесной системы к абсолютному нулю её энтропия стремится к постоянной величине, которую можно принять равной нулю. Теплоёмкости также стремятся к нулю.

$$\lim_{T \to 0} S = 0 \text{ и } \lim_{T \to 0} C_V = \lim_{T \to 0} C_P = 0 .$$

Преобразование компонент скорости при переходе в другую систему отсчета в СТО (вывод из преобразований Лоренца).

Преобразование скорости.

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси X со скоростью v_x. Найдем ее скорость в системе К′. Используем формулы для преобразования координат и времени

$$dt' = \frac{dt - \left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}},\ dx' = \frac{dx - \mathrm{v}dt}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$v_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}\left(dx - \mathrm{v}dt\right)}{\left(dt-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx\right)\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}} = \frac{\frac{dx}{dt}-\mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - \mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)v_x} \Rightarrow v_x' = \frac{v_x - \mathrm{v}}{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)v_x}.$$

Пусть точка движется в системе отсчета К вдоль оси Y со скоростью v_y. Тогда ее скорость в системе К′: $v_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{\left(dt-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)dx\right)} = \frac{\frac{dy}{dt}\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}}{\left(1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c^2}\right)\frac{dx}{dt}\right)} = v_y\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2} \Rightarrow v_y' = v_y\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2}$.

Задача

30.3

$p = \frac{\alpha}{V^2}$

$V_1 = V_0$

$V_2 = 3V_0$

$A - ?$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV =$$

$$= \alpha \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^2}\,dV = -\alpha \cdot V^{-1}\Big|_{V_1}^{V_2} =$$

$$= -\frac{\alpha}{V_2} + \frac{\alpha}{V_1} = \alpha \left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 V_2}\right) =$$

$$= \alpha \frac{2V_0}{3V_0^2} = \frac{2 \cdot \alpha}{3 \cdot V_0}$$

Кажется верно.