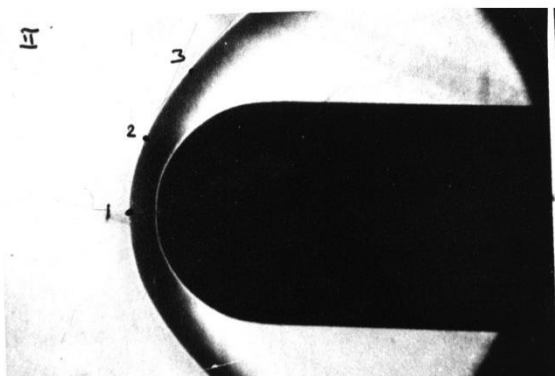


Оптический метод расчета параметров потока за скачком уплотнения при обтекании ЛА



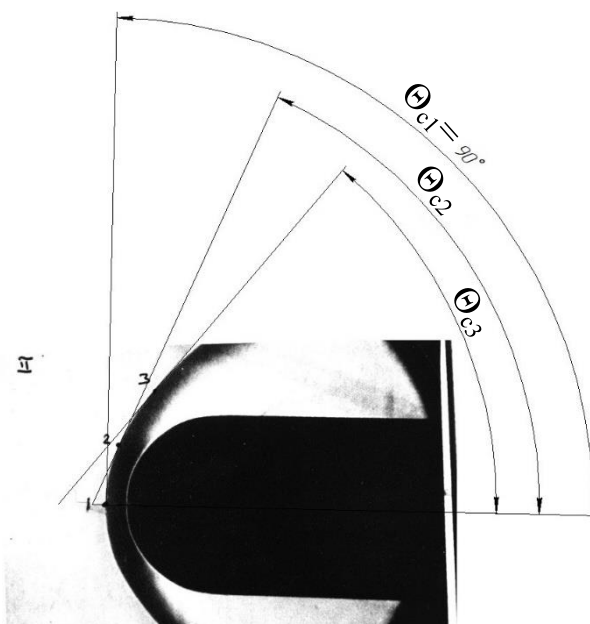
При известных параметрах определить параметры набегающего потока и параметры за скачком уплотнения в заданных точках.

$$\begin{aligned}M_{\infty} &= \\P_{0\infty} &= \text{Па} \\T_{0\infty} &= \text{К} \\k &= 1,4 \\R &= 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}\end{aligned}$$

Параметры перед скачком уплотнения обозначаются индексом «1», параметры за скачком уплотнения обозначаются индексом «2».

Решение

1. Графически определим углы наклона скачка уплотнения в точках 1-3;



$$\theta_{\text{СК1}} = 90^\circ;$$

$$\theta_{\text{СК2}} = ;$$

$$\theta_{\text{СК3}} = ;$$

2. Определим недостающие параметры набегающего потока

С помощью уравнения состояния (1) определим значение плотности торможения ρ_0 .

$$P = \rho \cdot R \cdot T \quad (1)$$

$$\rho_{0\infty} = \frac{P_{0\infty}}{RT_{0\infty}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

С помощью газодинамических функций (2 – 4) определим статические параметры набегающего потока.

$$\pi(M) = \frac{P}{P_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} \quad (2)$$

$$\varepsilon(M) = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{k-1}} \quad (3)$$

$$\tau(M) = \frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1} \quad (4)$$

$$P_\infty = P_0 * \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2\right)^{-\frac{k}{k-1}} = \text{Па};$$

$$\rho_\infty = \rho_0 * \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2\right)^{-\frac{1}{k-1}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$T_\infty = T_0 * \left(1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2\right)^{-1} = \text{К};$$

По формуле расчета скорости звука (5) определим скорость звука в набегающем потоке.

$$a = \sqrt{k \cdot R \cdot T} \quad (5)$$

$$a_\infty = \sqrt{k \cdot R \cdot T_\infty} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Из определения числа Маха (6) определим скорость набегающего потока.

$$M = \frac{V}{a} \quad (6)$$

$$V_\infty = M_\infty \cdot a_\infty = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Определим нормальные составляющие скорости и числа Маха набегающего потока к фронту скачка уплотнения в точках.

$$M_{11n} = M_{\infty} \cdot \sin(\theta_{\text{СК1}}) = ;$$

$$V_{11n} = M_{1n} \cdot a_{\infty} = \frac{M}{c};$$

$$M_{21n} = M_{\infty} \cdot \sin(\theta_{\text{СК2}}) = ;$$

$$V_{21n} = M_{2n} \cdot a_{\infty} = \frac{M}{c};$$

$$M_{31n} = M_{\infty} \cdot \sin(\theta_{\text{СК3}}) = ;$$

$$V_{31n} = M_{3n} \cdot a_{\infty} = \frac{M}{c};$$

Определим касательные составляющие скорости набегающего потока к фронту скачка уплотнения в точках.

$$V_{11\tau} = V_{\infty} \cdot \cos(\theta_{\text{СК1}}) = \frac{M}{c};$$

$$V_{21\tau} = V_{\infty} \cdot \cos(\theta_{\text{СК2}}) = \frac{M}{c};$$

$$V_{31\tau} = V_{\infty} \cdot \cos(\theta_{\text{СК3}}) = \frac{M}{c};$$

3. Определим параметры потока за скачком уплотнения в точках

Отношения газодинамических параметров при переходе через косой скачок уплотнения можно записать относительно нормальной составляющей числа Маха невозмущенного потока.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1}; \quad (7)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)M_{1n}^2}{2 + (k-1)M_{1n}^2}; \quad (8)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \cdot \left(\frac{2 + (k-1)M_{1n}^2}{(k+1)M_{1n}^2} \right) \quad (9)$$

Определим газодинамические параметры за скачком уплотнения в точках.

$$P_{12} = P_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{11n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) = \text{Па};$$

$$P_{22} = P_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{21n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) = \text{Па};$$

$$P_{32} = P_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{31n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) = \text{Па};$$

$$\rho_{12} = \rho_{\infty} \cdot \frac{(k+1)M_{11n}^2}{2 + (k-1)M_{11n}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_{22} = \rho_{\infty} \cdot \frac{(k+1)M_{21n}^2}{2 + (k-1)M_{21n}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_{32} = \rho_{\infty} \cdot \frac{(k+1)M_{31n}^2}{2 + (k-1)M_{31n}^2} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$T_{12} = T_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{11n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \cdot \left(\frac{2 + (k-1)M_{11n}^2}{(k+1)M_{11n}^2} \right) = K;$$

$$T_{22} = T_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{21n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \cdot \left(\frac{2 + (k-1)M_{21n}^2}{(k+1)M_{21n}^2} \right) = K;$$

$$T_{23} = T_{\infty} \cdot \left(\frac{2k}{k+1} M_{31n}^2 - \frac{k-1}{k+1} \right) \cdot \left(\frac{2 + (k-1)M_{31n}^2}{(k+1)M_{31n}^2} \right) = K;$$

По формуле (5) определим скорость звука за скачком уплотнения в точках.

$$a_{12} = \sqrt{k \cdot R \cdot T_{12}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$a_{22} = \sqrt{k \cdot R \cdot T_{12}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$a_{32} = \sqrt{k \cdot R \cdot T_{32}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Для косоугольного скачка уплотнения можно записать уравнение сохранения для единичной площадки в виде.

$$\rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n} \quad (10)$$

Из соотношения 10 определим нормальную составляющую скорости за скачком уплотнения.

$$V_{12n} = \frac{V_{11n}}{\rho_{12}} \cdot \rho_{\infty} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$V_{22n} = \frac{V_{21n}}{\rho_{22}} \cdot \rho_{\infty} = \frac{M}{c};$$

$$V_{32n} = \frac{V_{31n}}{\rho_{32}} \cdot \rho_{\infty} = \frac{M}{c};$$

В теории косо́го скачка уплотнения полагается, что касательная составляющая скорости при переходе через косо́й скачок не меняется.

$$V_{1\tau} = V_{2\tau} \quad (10)$$

Тогда,

$$V_{11\tau} = V_{12\tau};$$

$$V_{21\tau} = V_{22\tau};$$

$$V_{31\tau} = V_{32\tau};$$

Определим полную составляющую скорости за скачком уплотнения в точках.

$$V_{12} = \sqrt{V_{12\tau}^2 + V_{12n}^2} = \frac{M}{c};$$

$$V_{22} = \sqrt{V_{22\tau}^2 + V_{22n}^2} = \frac{M}{c};$$

$$V_{32} = \sqrt{V_{32\tau}^2 + V_{32n}^2} = \frac{M}{c};$$

Определим значения чисел Маха за скачком уплотнения в точках.

$$M_{12} = \frac{V_{12}}{a_{12}} =;$$

$$M_{22} = \frac{V_{22}}{a_{22}} =;$$

$$M_{32n} = \frac{V_{32n}}{a_{32}} =;$$

Используя формулы (2–4) определим параметры торможения за скачком уплотнения в точках.

$$P_{012} = \frac{P_{12}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{12}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} = \text{Па};$$

$$P_{0_{22}} = \frac{P_{22}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{22}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} = \text{Па};$$

$$P_{0_{32}} = \frac{P_{32}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{32}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} = \text{Па};$$

$$\rho_{0_{12}} = \frac{\rho_{12}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{12}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_{0_{22}} = \frac{\rho_{22}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{22}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_{0_{32}} = \frac{\rho_{32}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{32}^2\right)^{\frac{1}{k-1}}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$T_{0_{12}} = \frac{T_{12}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{12}^2\right)^{-1}} = \text{К};$$

$$T_{0_{22}} = \frac{T_{22}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{22}^2\right)^{-1}} = \text{К};$$

$$T_{0_{32}} = \frac{T_{32}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{32}^2\right)^{-1}} = \text{К};$$

Коэффициент восстановления полного давления может быть найден по формуле (11).

$$v = \frac{P_{02}}{P_{01}} \quad (11)$$

Найдем коэффициент восстановления полного давления в точках.

$$v_1 = \frac{P_{0_{12}}}{P_{0\infty}} = ;$$

$$v_2 = \frac{P_{0_{22}}}{P_{0\infty}} = ;$$

$$v_3 = \frac{P_{0_{32}}}{P_{0\infty}} = ;$$

Угол β разворота потока рассчитывается по формуле (12).

$$tg(\beta) = ctg(\theta_{ск}) (M_1^2 \sin^2(\theta_{ск}) - 1) \left[1 + \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2(\theta_{ск}) \right) M_1^2 \right]^{-1} \quad (12)$$

Рассчитаем угол разворота потока за скачком в точках.

$$\beta_1 = arctg \left[tg(\theta_{ск1}) (M_\infty^2 \sin^2(\theta_{ск}) - 1) \left[1 + \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2(\theta_{ск1}) \right) M_\infty^2 \right]^{-1} \right] = ;$$

$$\beta_2 = arctg \left[tg(\theta_{ск2}) (M_\infty^2 \sin^2(\theta_{ск}) - 1) \left[1 + \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2(\theta_{ск2}) \right) M_\infty^2 \right]^{-1} \right] = ;$$

$$\beta_3 = arctg \left[tg(\theta_{ск3}) (M_\infty^2 \sin^2(\theta_{ск}) - 1) \left[1 + \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2(\theta_{ск2}) \right) M_\infty^2 \right]^{-1} \right] = ;$$

Таблица 1 – параметры набегающего потока

Параметр набегающего потока	Значение
M_∞	
$P_{0\infty}$, Па	
$T_{0\infty}$, К	
$\rho_{0\infty}$, $\frac{кг}{м^3}$	
P_∞ , Па	
ρ_∞ , $\frac{кг}{м^3}$	
T_∞ , К	
a_∞ , м/с	
V_∞ , м/с	

Таблица 2 – параметры в точках

№ Параметр	1	2	3
$\theta_{ск}^{\circ}$			
M_{1n}			
$V_{1n}, \text{м/с}$			
$V_{1т}, \text{м/с}$			
$P_2, \text{Па}$			
$\rho_2, \text{кг/м}^3$			
$T_2, \text{К}$			
$a_2, \text{м/с}$			
$V_{2n}, \text{м/с}$			
$V_2, \text{м/с}$			
M_2			
$P_{02}, \text{Па}$			
$\rho_{02}, \text{кг/м}^3$			
$T_{02}, \text{К}$			
v			
$\beta, ^{\circ}$			