

Содержание

1	Цель работы	1
2	Преобразование структурной схемы по формуле Мейсона	3
3	Пошаговое преобразование структурной схемы	3
4	Моделирование в Simulink	8

1 Цель работы

Целью второй лабораторной работы является исследование способов преобразования структурных схем систем автоматического управления (САУ) в эквивалентную передаточную функцию двумя методами:

1. Непосредственно используя правила преобразования структурных схем (применение основных формул свёртки звеньев, переноса точек разветвления и сумматоров).
2. Применяя представление САУ в виде сигнального графа и используя формулу Мейсона для получения эквивалентной передаточной функции.

Краткие теоретические сведения

В ходе решения задач анализа и синтеза систем автоматического управления часто возникает необходимость перехода от заданной структурной схемы к её эквивалентному представлению в виде передаточной функции. Такая процедура упрощает исследование динамических свойств системы.

Преобразование структурной схемы

Структурная схема САУ представляет собой набор динамических звеньев, соединённых между собой линиями передачи сигналов. Каждый блок (звено) имеет вход и выход, а также передаточную функцию $W(s)$, характеризующую преобразование входного сигнала в выходной.

Для упрощения структурных схем используются типовые приёмы преобразований:

- Последовательное соединение звеньев: эквивалентная передаточная функция равна произведению передаточных функций звеньев.

- Параллельное соединение звеньев: эквивалентная передаточная функция равна сумме передаточных функций звеньев.
- Обратная связь: эквивалентная передаточная функция рассчитывается с помощью соотношения

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s) W_2(s)},$$

где знак в знаменателе определяется типом обратной связи (положительная или отрицательная).

- Перенос сумматора и точек разветвления: используется для переконмутации блоков, упрощения структуры и выделения типовых соединений.

Метод сигнального графа и формула Мейсона

Альтернативный подход к преобразованию структурных схем основан на представлении системы в виде сигнального графа. Узлы графа соответствуют переменным системы, а направленные рёбра (ветви) описывают передачу сигналов (динамические звенья). Для определения эквивалентной передаточной функции $W(s)$ используют формулу Мейсона:

$$W(s) = \frac{\sum_{i=1}^N P_i \Delta_i}{\Delta},$$

где:

- P_i — передаточный коэффициент i -го пути от входа к выходу,
- Δ — определитель графа (учитывает все контуры и их сочетания),
- Δ_i — дополнительный множитель для i -го пути (определитель графа без контуров, пересекающихся с данным путём),
- N — общее число путей от входа к выходу.

2 Преобразование структурной схемы по формуле Мейсона

$$\begin{aligned}e_1 &= u - e_3 \\e_2 &= (u - e_3)W_1 \\e_3 &= uW_3 + e_2 - y = uW_3 + (u - e_3)W_1 - y \\e_3(1 + W_1) &= uW_3 + uW_1 - y \\e_3 &= \frac{uW_3 + uW_1 - y}{1 + W_1} \\y &= e_3W_2 = \frac{uW_3 + uW_1 - y}{1 + W_1}W_2 \\y(1 + W_1) &= uW_3W_2 + uW_1W_2 - yW_2 \\y(1 + W_1 + W_2) &= u(W_3W_2 + W_1W_2)\end{aligned}$$

$$W_{\text{общ}} = \frac{y}{u} = \frac{W_3W_2 + W_1W_2}{1 + W_1 + W_2}$$

3 Пошаговое преобразование структурной схемы

Шаг 1: Исходная схема

На первом этапе представлена исходная схема. Для упрощения структуры осуществляется перенос узла вперёд за блок, а также замена положений узлов для удобства последующих свёрток.

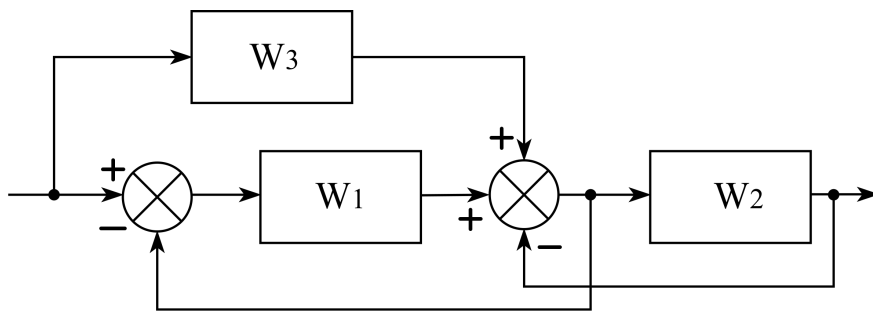


Рис. 1: Исходная схема и первый перенос узла

Шаг 2: Разделение сумматора

Сумматор с тремя входами разбивается на два последовательно соединённых сумматора с двумя входами каждый.

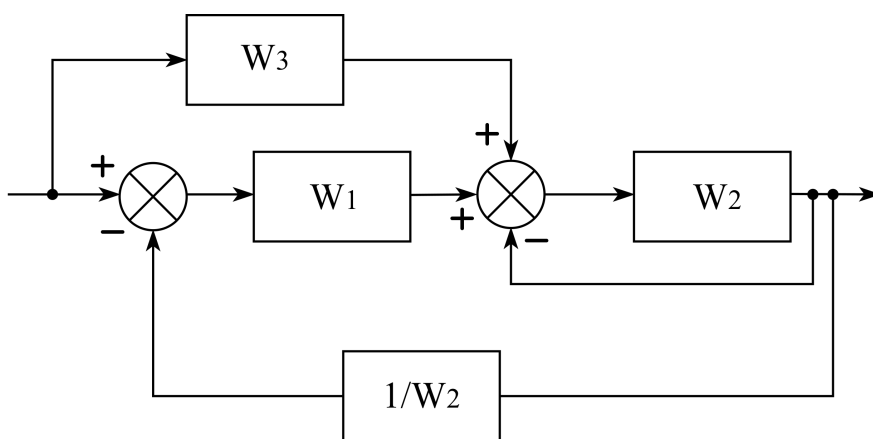


Рис. 2: Разделение сумматора

Шаг 3: Устранение обратной связи

Применяется правило преобразования отрицательной обратной связи.

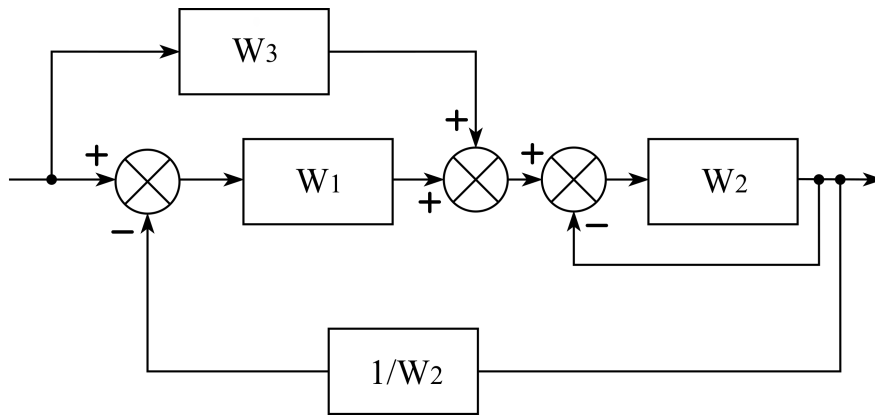


Рис. 3: Ликвидация отрицательной обратной связи

Шаг 4: Перенос сумматора и перестановка

Сумматор переносится назад за блок, меняется местоположение двух сумматоров для получения формы, удобной для свёртки.

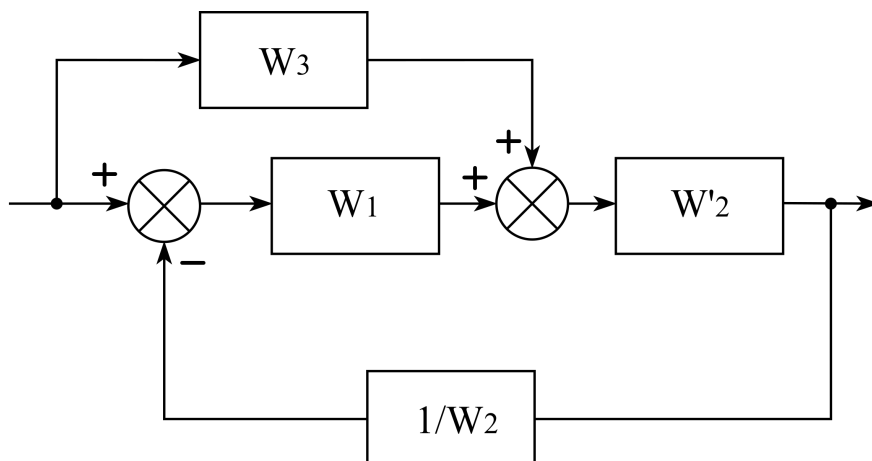


Рис. 4: Перенос сумматора назад и перестановка

Шаг 5: Свёртка последовательных блоков

Выполняется свёртка двух последовательно соединённых блоков.

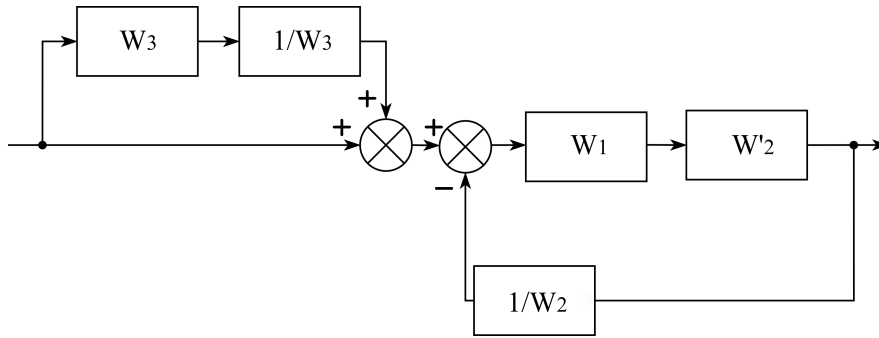


Рис. 5: Ликвидация последовательного соединения блоков

Шаг 6: Параллельная свёртка и обратная связь

Проводится свёртка параллельных блоков и устраняется ещё одна отрицательная обратная связь.

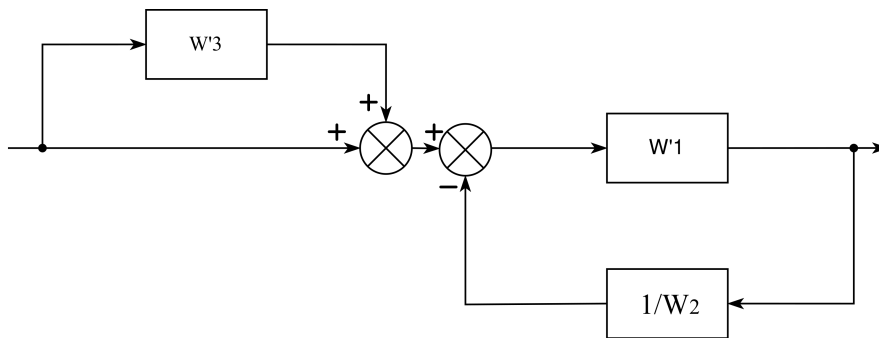


Рис. 6: Ликвидация параллельного соединения и обратной связи

Шаг 7: Финальная последовательная свёртка

Финальное соединение блоков в последовательной цепи.

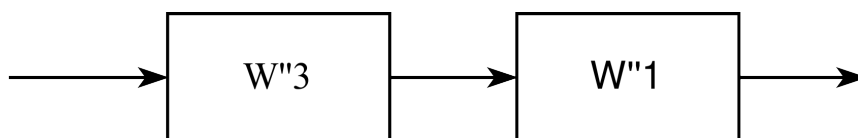


Рис. 7: Финальная свёртка последовательных блоков

Шаг 8: Полученная преобразованная схема

Результат всех преобразований — эквивалентная структурная схема, готовая для анализа или определения передаточной функции.



Рис. 8: Итоговая эквивалентная схема

Преобразование выражения для $W_{\text{общ}}$

Исходное выражение:

$$W_{\text{общ}} = W_3'' W_1'' = (W_3' + 1) \cdot \frac{W_1'}{1 + \frac{W_1'}{W_2}}$$

Подставим:

$$W_3' = \frac{W_3}{W_1}, \quad W_1' = \frac{W_1 W_2}{1 + W_2}$$

Подставим в формулу:

$$W_{\text{общ}} = \left(\frac{W_3}{W_1} + 1 \right) \cdot \frac{\frac{W_1 W_2}{1 + W_2}}{1 + \frac{1 + W_2}{W_2}}$$

Упростим знаменатель:

$$1 + \frac{\frac{W_1 W_2}{1 + W_2}}{W_2} = 1 + \frac{W_1}{1 + W_2} = \frac{1 + W_2 + W_1}{1 + W_2}$$

Теперь упрощаем всё выражение:

$$W_{\text{общ}} = \left(\frac{W_3}{W_1} + 1 \right) \cdot \frac{W_1 W_2}{1 + W_1 + W_2} = \frac{(W_3 + W_1) W_2}{1 + W_1 + W_2}$$

Окончательный результат:

$$W_{\text{общ}} = \frac{W_3 W_2 + W_1 W_2}{1 + W_1 + W_2}$$

4 Моделирование в Simulink

Исходная схема в Simulink

Исходная структурная схема была собрана в среде Simulink на основе первоначального варианта, без выполнения преобразований. Это позволило сравнить поведение исходной и преобразованной схем для различных входных воздействий.

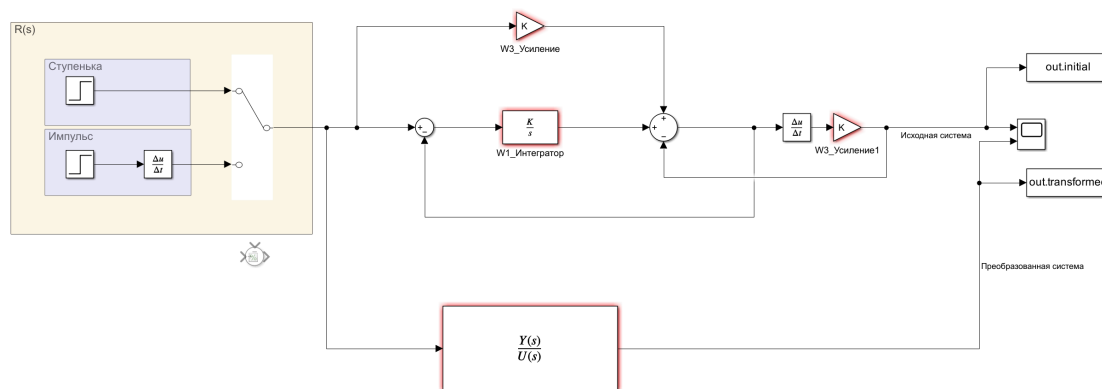


Рис. 9: Исходная схема в Simulink

Сравнение реакций систем на ступеньчатое и импульсное воздействия

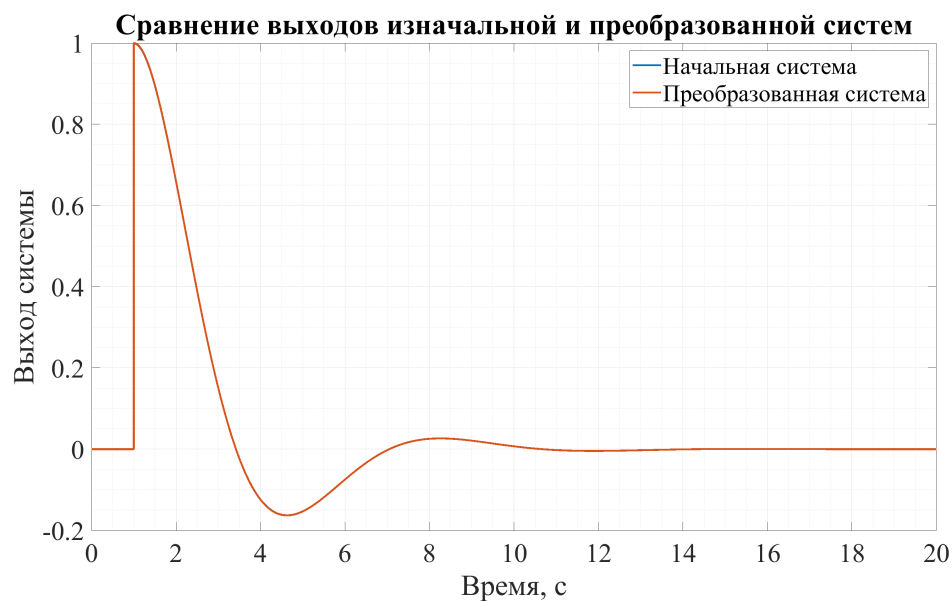


Рис. 10: Сравнение выходов начальной и преобразованной систем на ступень

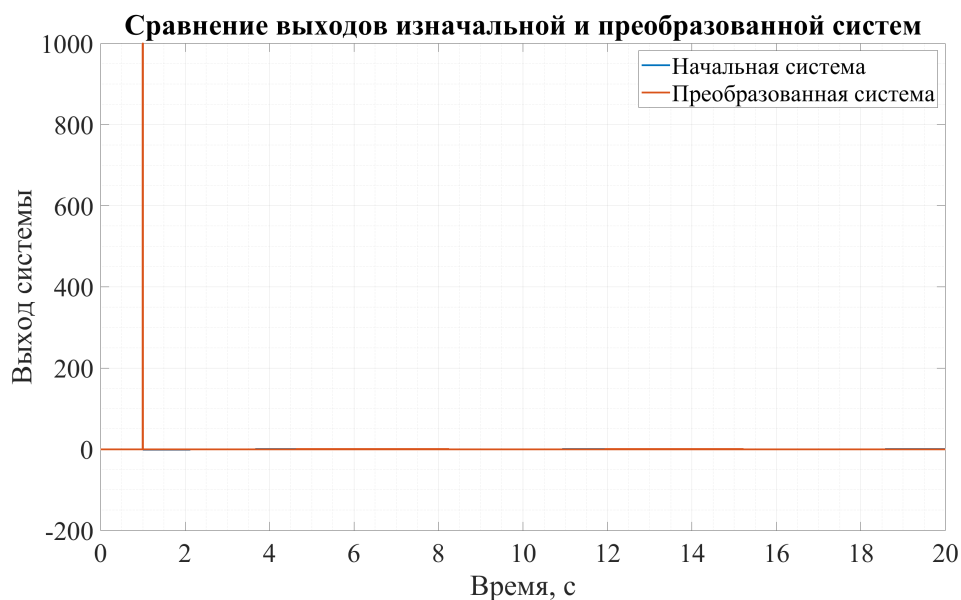


Рис. 11: Сравнение выходов начальной и преобразованной систем на импульс

Вывод: Результаты моделирования показали полное совпадение откликов начальной и преобразованной систем при подаче обоих сигналов. Графики накладываются друг на друга по всем точкам, что подтверждает эквивалентность структур. Таким образом, аналитически найденная передаточная функция верно описывает поведение исходной схемы.