Цель: Выполнить исследование устойчивости замкнутой САУ по заданной передаточной функции разомкнутой системы по критериям Гурвица, Найквиста, ЛАФЧХ.

Теоретическая часть

Устойчивость САУ является одним из основных условий её работоспособности и включает требование затухания во времени переходных процессов. Система считается устойчивой, если при ограниченном входном сигнале её выходной сигнал также ограничен. Если система устойчива, то она противостоит внешним воздействиям и возвращается в состояние равновесия. При наличии расходящегося переходного процесса система считается неустойчивой и неработоспособной.

Критерии устойчивости делятся на алгебраические и частотные. К алгебраическим относится критерий Гурвица, к частотным — критерий Найквиста.

Критерий Гурвица

Пусть имеется характеристическое уравнение замкнутой системы:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0 = 0.$$

Из коэффициентов этого уравнения составляется матрица Гурвица:

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

Условие устойчивости: все главные угловые миноры этой матрицы положительны:

$$\Delta_1 = a_{n-1}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}, \quad \ldots$$

Критерий Найквиста

Частотный критерий устойчивости анализирует АФЧХ разомкнутой системы:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega).$$

Построив годограф Найквиста на комплексной плоскости, исследуем его охват точки $(-1, j0)$. Основные положения:

- Если система устойчива, годограф не должен охватывать $(-1, j0)$.
- Если у разомкнутой системы n полюсов в правой полуплоскости, то годограф должен охватить точку $(-1, j0)$ n раз по часовой стрелке.

Физический смысл: при фазовом сдвиге более $180°$ и усилении больше 1 система становится неустойчивой.

Практическая часть

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W(s) = \frac{2}{s^4 + 5s^3 + 5s^2 + 3s + 1}$$

Проверка на устойчивость по критерию Гурвица

$$W_{\text{замк}}(s) = \frac{2}{s^4 + 5s^3 + 5s^2 + 3s + 3}$$

Характеристическое уравнение:

$$s^4 + 5s^3 + 5s^2 + 3s + 3 = 0$$

Матрица Гурвица:

$$H = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Определители:

$$\Delta_1 = 5, \quad \Delta_2 = 22, \quad \Delta_3 = -9, \quad \Delta_4 = -27$$

Вывод: не все определители положительны, следовательно, система неустойчива по критерию Гурвица.

Проверка устойчивости по критерию Найквиста

Найдены полюса системы:

$$\begin{aligned} &-3.8978 + 0.0001i \\ &-0.6311 + 0.0000i \\ &-0.2356 + 0.5925i \\ &-0.2356 - 0.5925i \end{aligned}$$

Ни один из полюсов не находится в правой полуплоскости. Следовательно, годограф не должен охватывать $(-1, j0)$.

Вывод: система охватывает точку $(-1, j0)$, следовательно, неустойчива по Найквисту.

Критерий по ЛАФЧХ

Если при пересечении амплитудной характеристики нуля фаза меньше $-180°$, то система неустойчива.

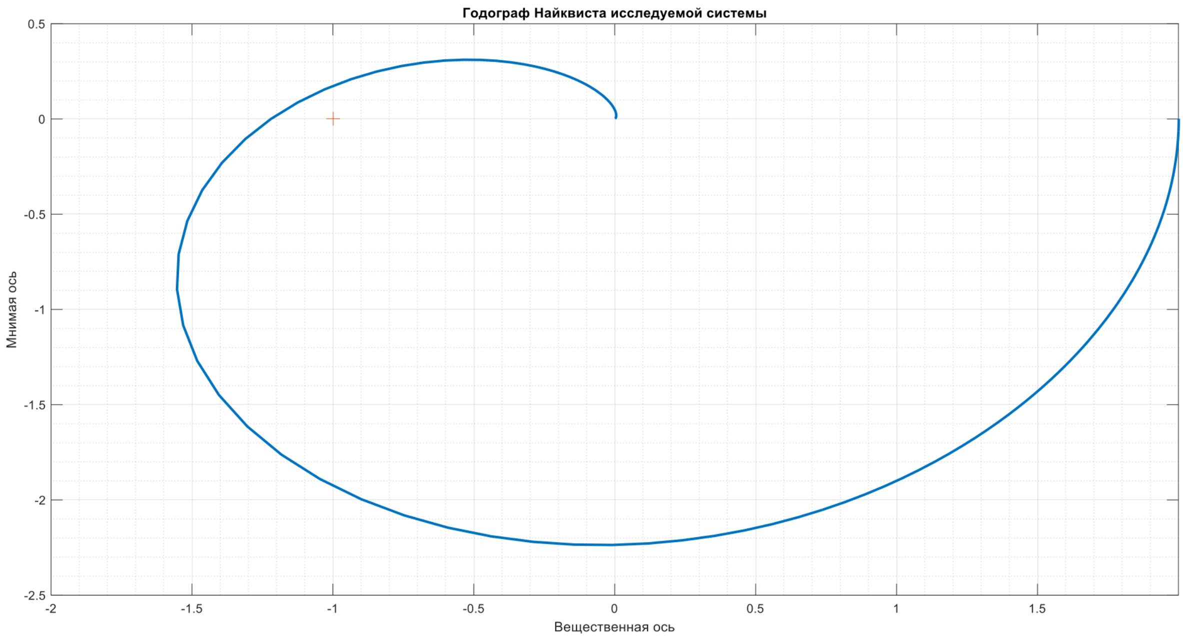

Рис. 1: Годограф Найквиста исследуемой системы

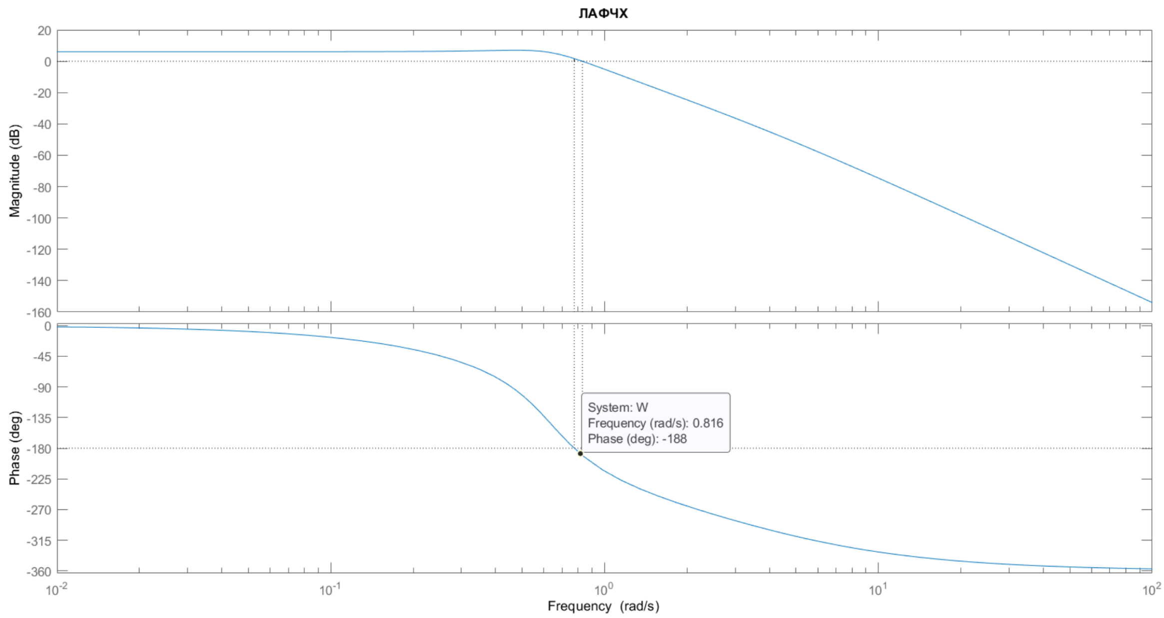

Рис. 2: ЛАФЧХ системы

Вывод: при пересечении амплитудной характеристики нуля, фаза составляет $-188°$. Система неустойчива. Отрицательный запас устойчивости.

Переходная характеристика системы

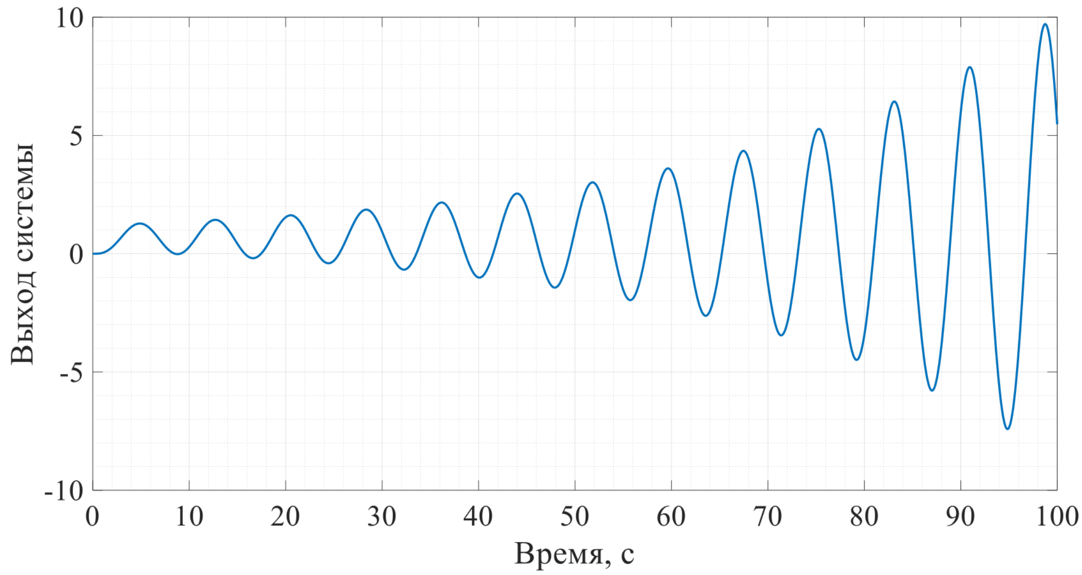

Рис. 3: Переходная характеристика замкнутой системы

Из графика переходного процесса видно, что система неустойчива.

Заключение

Проверка по критериям Гурвица, Найквиста, ЛАФЧХ и переходная характеристика показала, что исследуемая система неустойчива.