Корнаков Макар
ИУ1-21

КР по ДУ

вариант 7

№1

$y' - y\cos x + 2\sin x = 0$

$y' - y\cos x = -2\sin x$ – линейное уравнение

$\int \frac{dy}{y} = \int \cos dx$

$y(x) = Ce^{\sin x}$; $\int dC = -\int \frac{\sin 2x}{e^{\sin x}}\,dx$; $C(x) = 2e^{-\sin x}(\sin x+1)+C_1$

$y(x) = (2e^{-\sin x}(\sin x+1)+C_1)e^{\sin x}$,

$y(x) = 2(\sin x+1)+C_1e^{\sin x}$

Ответ: $y(x) = 2(\sin x+1)+C_1e^{\sin x}$

~~$2x(x^2+y^2$ №2~~

~~$y' = \frac{1}{2}\frac{y(y^2+2x^2)}{x(x^2+y^2)}$ однородное уравнение~~

№2

$2x(x^2+y^2)dy = y(y^2+2x^2)dx$

$y' = \frac{1}{2}\frac{y(y^2+2x^2)}{x(x^2+y^2)}$ – однородное уравнение

$z = \frac{y}{x}$; $y = z\cdot x$; $y' = z'\cdot x + z$

$z'\cdot x + z = \frac{1}{2}\frac{z(z^2+2)}{1+z^2}$

$\int\frac{dx}{x} = -2\int\frac{1+z^2}{z^3}\,dz$; $\ln|x| = z^{-2} - 2\ln|z| + C$

$\ln|x| = \frac{x^2}{y^2} - 2\ln\left|\frac{y}{x}\right| + C$

Ответ: $\ln|x| = \frac{x^2}{y^2} - 2\ln\left|\frac{y}{x}\right| + C$.

№3

$xy' - 2y - xy^3 = 0$, $y(1) = 1$

$y' - 2\frac{y}{x} = y^3$ – уравнение Бернулли

$y(x) = u(x)v(x)$; $y'(x) = u'(x)v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$v' - \frac{2v}{x} = 0$; $u' = u^3 v^2$

$\int \frac{dv}{v} = \int \frac{2dx}{x}$, $v(x) = e^{2\ln|x|} = x^2$

$\int \frac{du}{u^3} = \int x^4 dx$; $-\frac{1}{2u^2} = \frac{1}{5}x^5 + C$, $u(x) = \frac{1}{\sqrt{-\frac{2}{5}x^5 - 2C}}$

$y(x) = \frac{5x^2}{\sqrt{-10x^5 - 50C}}$; искл. решение: $y(x) = 0$

решение задачи Коши: $C = -\frac{7}{10}$; $y(x) = \frac{5x^2}{\sqrt{-10x^5 + 35}}$

Ответ: $y(x) = \frac{5x^2}{\sqrt{-10x^5 + 35}}$, $C = -\frac{7}{10}$.

№4

$y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$, $y(0) = e$

$\frac{\ln y\, dy}{y} = \frac{dx}{\cos x}$, $\int \frac{\ln y\, dy}{y} = \int \frac{dx}{\cos x}$

$\frac{\ln^2 y}{2} = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$

искл. решения: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$; $k \in \mathbb{Z}$

решение задачи Коши: $C = \frac{1}{2}$, $\frac{\ln^2 y}{2} = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + \frac{1}{2}$

Ответ: $C = \frac{1}{2}$, $\frac{\ln^2 y}{2} = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + \frac{1}{2}$.