

1. $xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right)$

$y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) - 0,4y$

$t = \frac{y}{x}; y = t \cdot x; y' = t' \cdot x + t$

$t' \cdot x + t = t + \operatorname{tg}(t) \Rightarrow \frac{dt}{dx} \cdot x = \operatorname{tg}(t) \Rightarrow \int \frac{dx}{x} = \int \frac{dt}{\operatorname{tg}(t)}$

$\ln|x| = \ln|\sin(t)| + C_1$

$\ln|x| = \ln\left|\sin\left(\frac{y}{x}\right)\right| + C_1 \Rightarrow x = C_2 \cdot \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ или $y = x \cdot \arcsin\left(\frac{x}{C_2}\right)$

2. $xy' + 2y = xy y' - 4y$ с разб. пер.

$xy' - xy y' = -2y$; $y \neq 0; y=0; 0+0=0$

$\frac{xy'(1-y)}{y} = -2 \Rightarrow \frac{(1-y)dy}{y} = \frac{-2dx}{x} \Rightarrow \int \frac{(1-y)dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$

$\ln|y| - y = -2 \ln|x| + C$; Потерянное решение $y=0$

3. $yx dx = (x^2 - y^4) dy$; $y(1-3) = 1$

$\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 - \frac{1}{y} \cdot x = y^3 \cdot x^{-1}$ - УР-Е БЕРНУЛЛИ

$x(y) = u(y) \cdot v(y) \Rightarrow u'v + v'u - \frac{uv}{y} = \frac{-y^3}{v}$

$v(u' - \frac{u}{y}) + v'u = \frac{-y^3}{v}$

$\rightarrow v' = \frac{-y^3}{v^2}$ (2)

$\rightarrow u' - \frac{u}{y} = 0 \Rightarrow \int \frac{du}{u} = \int \frac{dy}{y} \Rightarrow u = |y| \rightarrow (1) \Rightarrow$

$\Rightarrow v' = \frac{-y}{v^2} \rightarrow \int v dv = - \int y dy \Rightarrow \frac{v^2}{2} = \frac{y^2}{2} + C \Rightarrow v = \pm \sqrt{2C - y^2}$

$x = u \cdot v$

$x = \pm |y| \cdot \sqrt{2C - y^2}$; из усл. задачи Коши $\rightarrow C=5$, а знак перед $\sqrt{\quad}$ - отрицательный

$x = -\sqrt{10y^2 - y^4}$ - ИИДУ

4. $y' \sin x - y \cos x = 1(2)$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

$y' \sin x - y \cos x = 0$ - соответствующее ЛОБУ $\rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \operatorname{ctg} x dx$

$\ln|y| = \ln|\sin x| + C_1 \Rightarrow \ln|y| = \ln|\sin x| + \ln|C_2| \Rightarrow \left. \begin{aligned} y &= C_2 \cdot \sin x \\ y' &= C_2' \cdot \sin x + C_2 \cdot \cos x \end{aligned} \right\} \rightarrow$

$\rightarrow (2) \rightarrow (C_2' \cdot \sin x + C_2 \cdot \cos x) \cdot \sin x - C_2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 1 \rightarrow C_2' = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow \int dC_2 = \int \frac{dx}{\sin^2 x} \rightarrow C_2 = -\operatorname{ctg}(x) + C_0$

$y = (-\operatorname{ctg}(x) + C_0) \cdot \sin x = -\cos x + C_0 \cdot \sin x$; из усл. задачи Коши $\rightarrow C_0 = 0$

$y = -\cos x$