

Ложкин Максим. ИУ1-21.

КР2 „Дифференциальные
уравнения 1^{го} порядка“

Вариант-10.

$$\textcircled{1.} \quad xy' = \frac{3y^3 + 14x^2y}{3y^2 + 7x^2}$$

$$y' = \frac{3y^3 + 14x^2y}{(3y^2 + 7x^2)x} - \text{однородное уравнение}$$

$$z = \frac{y}{x} \quad y = z \cdot x \quad y' = z' \cdot x + z$$

$$z' \cdot x + z = \frac{z(3z^2 + 14)}{3z^2 + 7}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{3z^2 + 7}{z^3 + 7z} dz$$

$$\ln|x| = \ln|z^3 + 7z| + C$$

$$z^3 + 7z = Cx$$

$$y^3 + 7yx^2 = Cx^4$$

$$(2) x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0$$

$$\frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{y dy}{\sqrt{1-y^2}} - \text{гр-е с разг. переменными}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\int \frac{y dy}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$-\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-y^2} + C$$

$$x \equiv \pm 1; y \equiv \pm 1$$

$$(3) y e^{-y^2} \sin y dy = dx + 2xy dy, y(1) = 0$$

$$x'_y + 2yx = y e^{-y^2} \sin y - \text{~~линейное уравнение~~}$$

КОНУ

$$\frac{dx}{x} = -\int 2y dy$$

$$x(y) = C e^{-y^2}$$

$$\int dC = \int y \sin(y) dy$$

$$C(y) = \sin y - y \cos y + C_1$$

$$x(y) = (\sin y - y \cos y + C_1) e^{-y^2}$$

$$C_1 = 0$$

$$x(y) = (\sin y - y \cos y) e^{-y^2}$$

$$(4) \quad x dx + (x^2 - y^2) dy = 0, \quad y(-\frac{1}{2}) = 0$$

$$x'_y + x = \frac{y^2}{x} - \text{ур-е Бернулли}$$

$$x(y) = u(y)v(y) \quad x'_y(y) = u'_y(y)v(y) + u(y)v'_y(y)$$

$$v'_y + v = 0 \quad u'_y = \frac{y^2}{u v^2}$$

$$\int \frac{dv}{v} = -\int dy \quad v(y) = e^{-y}$$

$$\int u du = \int e^{2y} y^2 dy,$$

$$\frac{1}{2} u^2 = \frac{1}{4} (1 - 2y + 2y^2) e^{2y} + C$$

$$u(y) = \pm \sqrt{\frac{1}{2} (1 - 2y + 2y^2) e^{2y} + 2C}$$

$$x(y) = \pm e^{-y} \sqrt{\frac{1}{2} (1 - 2y + 2y^2) e^{2y} + 2C}$$

$$C = \frac{1}{4}$$

$$x(y) = -e^{-y} \sqrt{\frac{1}{2} (1 - 2y + 2y^2) e^{2y} + \frac{1}{2}}$$