Черкашин С.С. ИУ1-21

№1

$xy'\sin\frac{y}{x}+x=y\sin\frac{y}{x}$

$y'=\frac{y}{x}-(\sin(\frac{y}{x}))^{-1}$ - однородное ур-ние

$z=\frac{y}{x}$; $y=z\cdot x$; $y'=z'\cdot x+z$

$z'\cdot x+z=\frac{z\sin z-1}{\sin z}$

$\int\frac{dx}{x}=-\int\sin z\,dz$

$\ln|x|=\cos z+C$

$\ln|x|=\cos\frac{y}{x}+C$

№2

$xy\,dx=(x^2+4y)\,dy$

$x'_y-\frac{x}{y}=\frac{4}{x}$ - ур-ние Бернулли,

$x(y)=u(y)\cdot v(y)$, $x'_y(y)=u'_y(y)v(y)+u(y)v'_y(y)$,

$v'_y-\frac{v}{y}=0$, $u'_y=\frac{4}{uv}$

$\int\frac{dv}{v}=\int\frac{dy}{y}$

$v(y)=\exp(\ln|y|)=|y|$,

$\int u\,du=\int\frac{4\,dy}{y^2}$

$\frac{u^2}{2} = c - \frac{4}{y}$

$u(y) = \sqrt{2c - \frac{8}{y}}$

$x(y) = (y)\sqrt{2c - \frac{8}{y}}$

№3

$\frac{y}{y'} = \ln y, \; y\left(\frac{1}{2}\right) = e$

$dx = \frac{\ln y \, dy}{y}$

$\int dx = \int \frac{\ln y \, dy}{y}$

$x = \frac{\ln^2 y}{2} + C$

Решение задачи Коши: $C = 0$,

$x = \frac{\ln^2 y}{2}$

№4

$y' \cos x + y \sin x = 1 \quad y(0) = 1$

$y' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ - линейное ур-ние

$\int \frac{dy}{y} = -\int \operatorname{tg} x \, dx$

$y(x) = C \cos x, \; \int dC = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx, \; C(x) = \operatorname{tg} x + C_1$

$y(x) = \sin x + C_1 \cos x$

Решение ~~задачи~~ Коши: $C_1 = 1$

$y(x) = \sin x + \cos x$