

Вариант №3
Теория.

№1.

Бармина
Алина
УЧ-21
ПА РК1

- Базис — это набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть представлен в виде лин. комбинации этих векторов, при том единственным образом.
- n -размерность лин. пр-ва; если в n -мерном лин. пр-ве K существует n линейно независимых векторов, а любые $n+1$ векторы уже линейно зависимы.

Вариант №3.
Практика.

Бармина Анна
УЧ1-21

ПА РК1

№3.

$\bar{c} \in \mathbb{R}^2$, $\bar{c} (1, -1)^T$ в базисе $e_1 (1, 0)^T, e_2 (0, 1)^T$

Найти: $\bar{c}'$ в базисе $e'_1 (2, 1)^T, e'_2 (1, 1)^T$

Решение:

$$e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad e' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{B \rightarrow B'} = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{c}' = T_{B \rightarrow B'}^{-1} \cdot \bar{c} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ответ}$$

№5.

Лин. оператор $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$

Найти: соб. числа и соб. векторы

Решение:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 5-\lambda & 2 \\ -6 & -3-\lambda \end{vmatrix} = (5-\lambda)(-3-\lambda) + 12 =$$

$$= \lambda^2 - 2\lambda - 3$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$$

$$D = 16$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ соб. числа}$$

$$\bar{\lambda} = -1$$

$$(A - \lambda E)X = 0$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_2 = -3x_1$$

$$\underline{X_{c.v} = C \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}}$$

$$\lambda = 3$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2$$

$$\underline{X_{c.v} = C \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}$$

нб.

Определить вид квадратичной формы

$2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_3x_4 + 5x_4^2$ с помощью

критерия Сильвестра.

Решение:

→

Решение:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = |2| = 2 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 > 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 > 0$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} \sim \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 0,5 \cdot 1 \cdot 1 = 1 > 0$$

По критерию Сильвестра данная квадратичная форма положительно определённая.

н.ч.

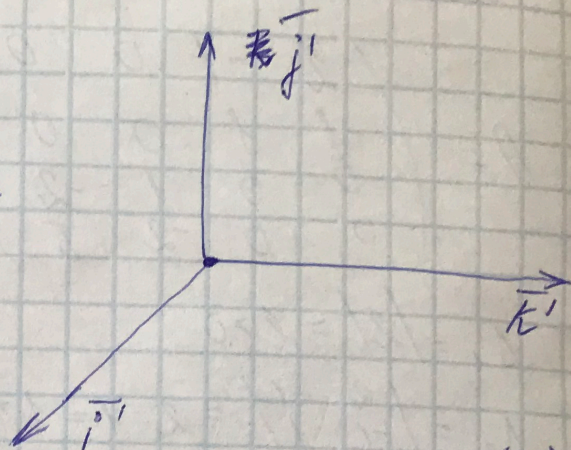
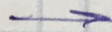
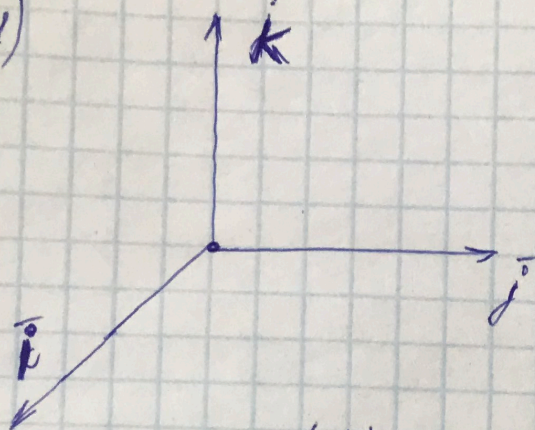
$B' = \{\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}'\}$ получен из $B = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ $\angle = 90^\circ$ вокруг $\vec{i}$.

$B'' = \{\vec{i}'', \vec{j}'', \vec{k}''\}$ получен из B' $\angle = 90^\circ$ вокруг $\vec{k}'$.

Найти: $T_{B \rightarrow B''}$ - ?

Решение:

1)



$$\bar{e}_1 = \bar{i} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{e}_2 = \bar{j} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{e}_3 = \bar{k} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

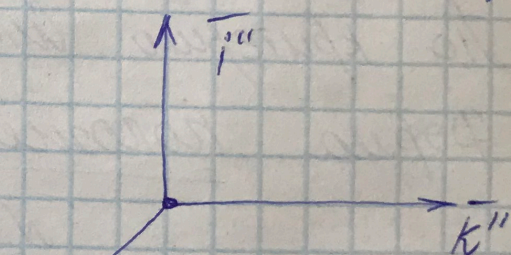
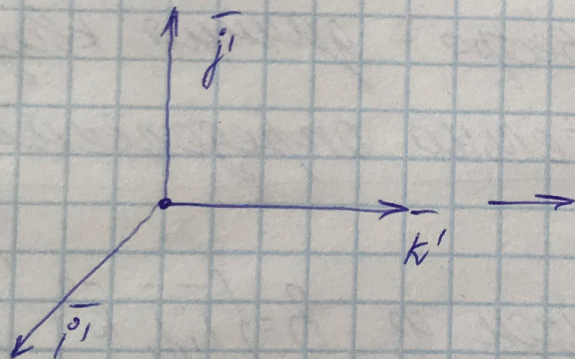
$$\bar{e}'_1 = \bar{i}' \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{e}'_2 = \bar{k}' \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{e}'_3 = -\bar{j}' \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Pi_{B \rightarrow B'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2)



$$\Pi_{B' \rightarrow B''} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \bar{e}''_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{e}''_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad \bar{e}''_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Pi_{B \rightarrow B''} = \Pi_{B \rightarrow B'} \cdot \Pi_{B' \rightarrow B''} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ ответ}$$