

Задача.

№3

$$C = (-9; 11; 7; 7)^T \in \mathbb{R}^4$$

$$a = (3, 2, 1, 1)^T \text{ и } b = (-7, 1, 1, 1)^T$$

$$C = \lambda_1 a + \lambda_2 b$$

$$\begin{cases} 3\lambda_1 - 7\lambda_2 = -9 \\ 2\lambda_1 + \lambda_2 = 11 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 7 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 + \lambda_2 = 11 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 7 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 7 \end{cases}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 7$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 7$$

$$21 = \lambda_2 - 7\lambda_2 = -9$$

$$11 - \lambda_2 + \lambda_2 = 11 \Rightarrow$$

$$\lambda_2 = 7 - \lambda_1$$

$$\lambda_1 = 7 - \lambda_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 4 \\ \lambda_2 = 3 \end{cases}$$

А, следовательно

Ответ:

$$C = 4a + 3b$$

5.4

$$Q(x_1, x_2) = -x_1^2 + 5x_2^2 + 6x_1x_2$$

$$e'_1 = e_1 + 2e_2 \quad e'_2 = 2e_1 - 3e_2$$

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$T_{B \rightarrow B'} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad T_{B \rightarrow B'}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$Q' = T_{B \rightarrow B'}^T \cdot Q \cdot T_{B \rightarrow B'} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 13 \\ -11 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & -29 \\ -29 & 5 \end{pmatrix}$$

$$Q_{B \rightarrow B'} \cdot Q' = 31x_1^2 - 58x_1x_2 + 5x_2^2$$

5.5

$$Q_1 = (3, -2)^T$$

$$Q_2 = (-4, 3)^T$$

$$b_1 = (-1, -1)^T$$

$$b_2 = (1, 1)^T$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B' = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = B' \cdot B^{-1}$$

$$B^{-1} = \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{I+II} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{II+2I} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{I+II} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Отсюда } A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta \approx 6$$

$4xy - 4x^2 - y^2$ - кв. форма.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = -4 < 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$$

$\Delta_2 = 0 \Rightarrow$ по критерия Сильвестра кв. форма. } каноническая

$$\begin{pmatrix} -4 - \lambda & 2 \\ 2 & -1 - \lambda \end{pmatrix} = -[4 + \lambda] [- (1 + \lambda)] - 4 = (4 + \lambda)(1 + \lambda) - 4 =$$

$$4 + 4\lambda + \lambda^2 - 4 = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = -5$$

$$f(x', y') = -5y'^2$$

$$\lambda = 0$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bar{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = -5$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{matrix} x=-2 \\ y=1 \end{matrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \bar{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{5}} (x' - 2y')$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}} (2x' + y')$$

$$4x^2y^2 - 4y^2 = 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} (x' - 2y') \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} (2x' + y') - 4 \frac{(x' - 2y')^2}{5}$$

$$\frac{-(2x' + y')^2}{5} = -5y'^2 \quad \left. \begin{matrix} f(x', y') = -5y'^2 \\ \text{канонический вид кв. формы} \end{matrix} \right\}$$

Теорема

1) Матрица векторов $\{a_i\}$ в базисе a называется матрицей перехода от базиса b к базису a и обозначается

$T_{a \rightarrow b}$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Определитель определителю a и b

2)

Th:

Содержательные векторы являются линейно независимыми. Определитель, определитель a и b .