

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

---

**Н. А. Гладков, Ю. А. Струков, А. С. Чуев**

## **Баллистический маятник**

*Методические указания к выполнению  
лабораторной работы по курсу общей физики*



Москва

**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  
МГТУ им. Н. Э. Баумана

**2 0 1 6**

УДК 531.5  
ББК 22.213  
Г52

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*  
по адресу: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/70/book1379.html>

Факультет «Фундаментальные науки»  
Кафедра «Физика»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом  
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве методических указаний*

*Рецензент*  
доцент *В. А. Велданов*

**Гладков, Н. А.**

Г52      Баллистический маятник : методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу общей физики / Н. А. Гладков, Ю. А. Струков, А. С. Чув. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. — 12, [4] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4339-0

Изложены основные теоретические сведения о законах сохранения момента импульса и энергии во вращательном движении. Приведено описание лабораторной установки, даны указания по проведению измерений и обработке их результатов.

Для студентов 2-го курса всех специальностей МГТУ им. Н.Э. Баумана.

УДК 531.5  
ББК 22.213

## Предисловие

Изучение баллистического маятника связано с изучением фундаментальных законов природы: законов сохранения импульса, момента импульса и энергии. Эти законы определяются свойствами симметрии пространства и времени и лежат в основе современных физических представлений о строении мира. Данные законы действуют на всех уровнях природы: в микро-, макро- и мегамире, хотя их проявление на каждом физическом уровне имеет свои особенности. Так, в механике макромира незаметны квантуемость момента импульса (квантом момента импульса является постоянная Планка — очень малая величина) и наблюдаемые в микромире нарушения закона сохранения энергии, происходящие в силу соотношения неопределенностей Гейзенберга.

*Цель* данной лабораторной работы — закрепление теоретических знаний в области классической механики по законам сохранения импульса, момента импульса и энергии, приобретение навыка в постановке эксперимента и обработке результатов его проведения.

В процессе данной работы студенты получают практический опыт проведения эксперимента и результаты, подтверждающие теоретические сведения по выполнению в макромире законов классической механики, изучаемых ими на лекционных занятиях и по учебной литературе. В частности, работа нацелена на изучение взаимосвязи момента импульса и момента инерции вращающихся тел.

После успешного выполнения лабораторной работы студенты будут:

- *знать* принцип работы и конструктивное устройство баллистического маятника с пружинным метателем тел и оптическим измерителем их скорости;
- *владеть* методикой неконтактного измерения скорости движения метаемых тел;
- *уметь* получать, формировать и обрабатывать экспериментальные данные с привлечением статистических методов, наглядно представлять результаты и формулировать выводы о работе;
- *понимать* взаимосвязь различных механических величин, характеризующих поступательное и вращательное движения.

При подготовке к выполнению работы студентам рекомендуется ознакомиться с рекомендуемой литературой, приводимой в конце методических указаний.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Историческое предназначение баллистических маятников состоит в измерении скорости снарядов, пуль и других тел, метаемых с большими скоростями. В конструктивном отношении в зависимости от конкретного предназначения баллистические маятники сильно различаются, однако все они имеют достаточно массивную мишень, что определяет значительный момент инерции подвижной части маятника. Это обстоятельство, в свою очередь, позволяет маятнику оставаться практически неподвижным при внедрении тела в мишень, движение маятника начинается только после окончания внедрения тела в его мишень.

Аналогично работает баллистический гальванометр, который также имеет достаточно большой момент инерции подвижной части, что позволяет ему измерять малые количества заряда при кратковременных импульсах тока.

Итак, процесс внедрения шарика в мишень баллистического маятника можно рассматривать как абсолютно неупругий удар.

На рис. 1 представлена упрощенная схема баллистического маятника, который состоит из жесткого стержня, к нижнему концу которого прикреплена мишень — ловушка метаемого тела. Другой конец стержня закреплен на оси вращения, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости рисунка.

В данной лабораторной работе в качестве метаемого тела используется стальной шарик массой  $m = 33$  г и диаметром  $d = 20$  мм.

При выстреле шарик движется со скоростью  $v$  и попадает в мишень баллистического маятника, в которой застревает. Для механической системы (МС), состоящей из шарика и маятника, должен выполняться закон сохранения момента импульса МС относительно оси вращения маятника (точки  $O$ ):

$$mvr = J\omega_z, \quad (1)$$

где  $mvr$  — момент импульса шарика до момента его внедрения в мишень;  $J\omega_z$  — момент импульса МС относительно оси  $Oz$  после

внедрения шарика в мишень;  $J$  — момент инерции МС относительно той же оси  $Oz$ ;  $\omega_z$  — проекция угловой скорости вращения МС на ось  $Oz$ .

Ось  $Oz$ , направление которой определяется правилом правого винта, совпадает с осью вращения маятника. При этом

$$J = J_0 + mr^2, \quad (2)$$

где  $J_0$  — момент инерции маятника относительно оси  $Oz$ ;  $mr^2$  — момент инерции застрявшего в мишени шарика относительно той же оси.

Дальнейшее движение МС (после внедрения шарика в мишень) происходит в соответствии с уравнением динамики вращательного движения этой МС относительно оси  $Oz$ :

$$J\varepsilon_z = -(M + m)gl \sin \alpha, \quad (3)$$

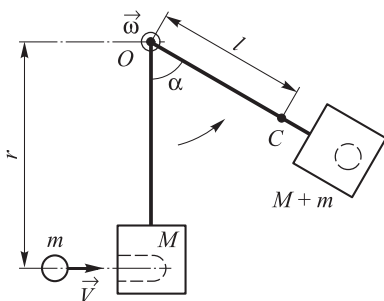
где  $\varepsilon_z$  — проекция углового ускорения МС на ось  $Oz$ ;  $M$  — масса баллистического маятника;  $g$  — ускорение свободного падения,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ ;  $l$  — расстояние от оси вращения  $Oz$  до точки  $C$  (центра масс МС);  $\alpha$  — угол отклонения маятника от вертикального положения.

Знак минус в уравнении (3) показывает, что движение МС после внедрения шарика в мишень будет замедленным.

Поскольку после окончания внедрения шарика в мишень для описания последующего движения МС диссипативными силами разной природы можно пренебречь, для такой МС должен выполняться закон сохранения механической энергии:

$$\frac{J\omega_z^2}{2} = (M + m)gl(1 - \cos \alpha). \quad (4)$$

Левая часть уравнения (4) соответствует кинетической энергии МС сразу после окончания внедрения шарика в мишень. Впоследствии эта кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию МС



**Рис. 1.** Схема баллистического маятника

в поле тяжести Земли, чему соответствует правая часть уравнения (4). Здесь  $\alpha$  — максимальный угол отклонения маятника.

Если из уравнения (1) выразить угловую скорость

$$\omega_z = \frac{mvr}{J}, \quad (5)$$

а затем равенство (5) подставить в (4), то после соответствующих преобразований можно прийти к зависимости следующего вида:

$$v^2 = \frac{2J(M+m)gl}{m^2 r^2} (1 - \cos \alpha). \quad (6)$$

Зависимость (6) интересна тем, что если откладывать по оси ординат величину  $v^2$ , а по оси абсцисс — величину  $1 - \cos \alpha$ , то график, соответствующий зависимости (6) в этих координатах, будет иметь вид прямой линии.

Для того чтобы было удобнее работать с таким графиком, приведем формулу (6) к безразмерному виду. С этой целью разделим правую и левую части зависимости (6) на величину  $v_0^2$ , где  $v_0 = 1$  м/с. Тогда выражение (6) примет вид

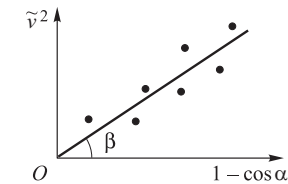
$$\tilde{v}^2 = \frac{2J(M+m)gl}{m^2 r^2 v_0^2} (1 - \cos \alpha), \quad (7)$$

где  $\tilde{v} = v/v_0$  — безразмерная скорость.

График зависимости  $\tilde{v}^2$  от  $1 - \cos \alpha$ , соответствующий формуле (7), представлен на рис. 2.

Тангенс угла наклона прямой, изображенной на графике рис. 2, будет равен дробному множителю в правой части формулы (7):

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2J(M+m)gl}{m^2 r^2 v_0^2}. \quad (8)$$

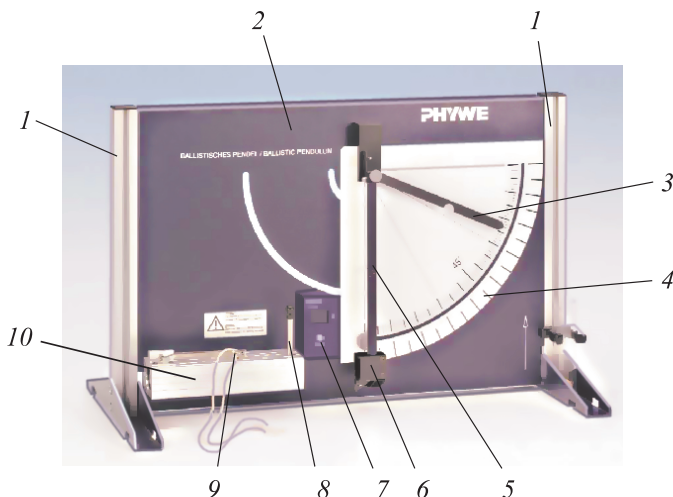


**Рис. 2.** График зависимости безразмерной скорости  $\tilde{v}^2$  от  $1 - \cos \alpha$

Формула (8) позволяет вычислить момент инерции  $J$  на основе других величин, входящих в эту формулу.

## ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная установка (рис. 3), содержащая баллистический маятник, состоит из металлической пластины 2, вертикально закрепленной на лабораторном столе с помощью опор 1. К пластине 2 прикреплен баллистический маятник, представляющий собой стержень 5 с мишенью 6 для улавливания выстреливаемого шарика.



**Рис. 3.** Устройство экспериментальной установки:  
1 — опоры; 2 — металлическая пластина; 3 — подвижная стрелка; 4 — угломерная шкала; 5 — стержень баллистического маятника; 6 — мишень маятника; 7 — цифровой измеритель скорости; 8 — рукоятка взведения; 9 — спусковой рычаг; 10 — пусковое устройство

В мишени сделано специальное отверстие, в которое попадает металлический шарик, вылетающий из пускового устройства 10. Внутри пускового устройства находится пружина со штоком. Взведенное пусковое устройство можно зафиксировать в трех различных положениях с помощью рукоятки 8. Шток снабжен магнитом, который удерживает шарик от перемещения до выстрела. Пусковой механизм приводится в действие с помощью спускового рычага 9. После выстрела шарик совместно со стержнем 5, мише-

нью 6 и стрелкой 3 перемещается в вертикальной плоскости. Максимальное отклонение маятника в вертикальной плоскости от положения равновесия определяется по отклонению от нулевого значения подвижной стрелки 3 на угломерной шкале 4. Для прямого измерения скорости шарика установка имеет цифровой измеритель скорости 7, снабженный двумя фоторегистраторами. Цифровой измеритель скорости 7 крепится к пластине 2.

Метрологические данные приборов, используемых в лабораторной установке, приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Метрологические данные приборов**

№ п/п	Название прибора	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Абсолютная приборная погрешность
1	Угломерная шкала	0...90°	90	1,0°	$(\Delta\alpha)_{\text{пр}} = 0,5^\circ$
2	Цифровой измеритель скорости	0...10 м/с	—	0,01 м/с	$(\Delta v)_{\text{пр}} = 0,01 \text{ м/с}$

Параметры экспериментальной установки:

$$(m \pm \Delta m) = (33,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$(M \pm \Delta M) = (97,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$

$$(r \pm \Delta r) = (0,250 \pm 0,001) \text{ м};$$

$$(l \pm \Delta l) = (0,160 \pm 0,001) \text{ м}.$$

## ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

В ходе лабораторной работы осуществляются измерения максимального угла отклонения баллистического маятника и скорости полета шарика.

На рабочем месте студента в лаборатории необходимо строго соблюдать требования по технике безопасности и охране труда.

Поскольку «неправильно» вылетающий из пускового устройства шарик может нанести механические травмы и вызвать порчу



лабораторного оборудования, перед каждым выстрелом необходимо убедиться, что шарик прикреплен к центру магнита, а отверстие мишени *б* находится точно напротив отверстия пускового устройства.

Работу следует выполнять в строгом соответствии с изложенным ниже порядком.

1. Включить в сеть цифровой измеритель скорости 7. Цифровое табло должно загореться. Нажать кнопку «Reset» на лицевой панели измерителя, чтобы обнулить его показания.

2. Убедиться, что пружина пускового устройства *10* не сжата. Вставить шарик в отверстие пускового устройства, прикрепив его точно к центру магнита.

3. С помощью рукоятки *8* сжать пружину пускового устройства и зафиксировать ее в первом положении деформированного состояния.

4. Убедиться, что отверстие мишени *б* находится точно напротив отверстия пускового устройства *10*, а конец подвижной стрелки *3* указывает на нуль угломерной шкалы.

5. Выполнить выстрел, потянув вверх за спусковой рычаг *9*.

6. Зафиксировать угол  $\alpha$  максимального отклонения маятника по показаниям подвижной стрелки *3* на шкале *4*. Результат измерения записать в табл. 2.

7. По показаниям цифрового измерителя скорости определить скорость  $v$  шарика и записать ее в табл. 2.

8. Повторить измерения угла  $\alpha$  максимального отклонения маятника и скорости  $v$  шарика в соответствии с пп. 2–7 еще 4 раза.

9. С помощью рукоятки *8* сжать пружину пускового устройства *10* и зафиксировать ее во втором положении деформированного состояния.

10. Повторить операции, указанные в пп. 2, 4–7, при втором положении сжатой пружины. Для этого измерения деформированного состояния пружины провести 5 раз. Результаты измерений также занести в табл. 2.

11. С помощью рукоятки *8* сжать пружину и зафиксировать ее в третьем положении деформированного состояния.

12. Повторить операции, указанные в пп. 2, 4–7, при третьем положении деформированного состояния пружины. Измерения провести 5 раз. Результаты измерений также занести в табл. 2.

**Измерение максимального угла отклонения маятника  
и прямые измерения скорости шарика**

№ п/п	Измеряемые и вычисляемые параметры				
	$\alpha_i$ , град	$\Delta\alpha_i$ , град	$v_i$ , м/с	$\Delta v_i$ , м/с	$\Delta v_i^2$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>
<i>Положение I рукоятки</i>					
1 ⋮ 5					
Среднее значение					
<i>Положение II рукоятки</i>					
1 ⋮ 5					
Среднее значение					
<i>Положение III рукоятки</i>					
1 ⋮ 5					
Среднее значение					

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Используя данные табл. 2, вычислить средние значения угла отклонения маятника  $\langle\alpha\rangle$  и скорости  $\langle v\rangle$ , абсолютные погрешности отдельных измерений  $\Delta\alpha_i$  и  $\Delta v_i$ , средние квадратичные погрешности  $\sigma_{\bar{\alpha}}$  и  $\sigma_{\bar{v}}$  для трех различных деформированных состояний пружины по формулам

$$\langle\alpha\rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \alpha_i; \quad \Delta\alpha_i = |\langle\alpha\rangle - \alpha_i|; \quad \sigma_{\bar{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \Delta\alpha_i^2}{5(5-1)}};$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i; \quad \Delta v_i = |\langle v \rangle - v_i|; \quad \sigma_{\bar{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \Delta v_i^2}{5(5-1)}}.$$

Результаты расчетов занести в табл. 2.

2. Определить полную абсолютную погрешность угла  $\Delta\alpha$  и скорости  $\Delta v$ :

$$\Delta\alpha = t_{P,n} \sigma_{\bar{\alpha}} \pm (\Delta\alpha)_{\text{пр}}; \quad \Delta v = t_{P,n} \sigma_{\bar{v}} \pm (\Delta v)_{\text{пр}}.$$

Абсолютные приборные погрешности  $(\Delta\alpha)_{\text{пр}}$  и  $(\Delta v)_{\text{пр}}$  взять из табл. 1. Значение коэффициента Стьюдента  $t_{P,n}$  для нашего случая принять равным 1,2.

Определить относительные погрешности измерений угла  $\alpha$  и скорости  $v$  по формулам

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta\alpha}{\langle\alpha\rangle}; \quad \varepsilon_v = \frac{\Delta v}{\langle v\rangle}.$$

3. Разместить экспериментальные результаты табл. 2 в системе координат  $\tilde{v}^2$  от  $(1 - \cos\alpha)$  (см. рис. 2), где  $\tilde{v} = \frac{v}{v_0} = \frac{v}{1 \text{ м/с}}$ .

Данные, полученные для трех начальных деформированных состояний пружины, должны образовать на координатной плоскости 15 экспериментальных точек. От начала координат и через полученное поле экспериментальных данных провести прямую линию так, чтобы число экспериментальных точек слева и справа от проведенной прямой было приблизительно одинаковым.

4. Вычислить по графику значение  $\text{tg } \beta$ . При вычислении  $\text{tg } \beta$  брать наиболее удаленные от начала координат точки прямой.

5. Вычислить момент инерции МС (маятник + шарик) в соответствии с формулой (8):

$$J = \frac{m^2 r^2 v_0^2 \text{tg} \beta}{2(M + m)gl}. \quad (9)$$

Тогда момент инерции маятника согласно (2) будет равен

$$J_0 = J - mr^2. \quad (10)$$

6. Рассчитать момент инерции МС и маятника по формулам (9) и (10).

Строго говоря, в величину  $J_0$  входит, в соответствии с методикой проведения эксперимента, момент инерции стрелки 3. Но момент инерции самого маятника с шариком на порядок больше момента инерции стрелки. Поэтому моментом инерции стрелки можно пренебречь.

## ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Форма отчета о лабораторной работе должна соответствовать общепринятым на кафедре физики требованиям. Предварительный отчет, который студент готовит до выполнения лабораторной работы, должен включать: наименование и номер лабораторной работы, краткое изложение цели работы, основные теоретические сведения по теме лабораторной работы, письменный ответ на пять контрольных вопросов методички, выбираемых студентом самостоятельно, схему лабораторной установки с обозначениями и расшифровкой позиций, заготовки таблиц для размещения данных. Окончательный отчет должен включать раздел по обработке экспериментальных данных с выполнением необходимых расчетов, заключение или выводы по работе. Выводы по работе должны отражать достижение поставленных целей и формулируются студентом самостоятельно.

Результаты выполнения заданий приводят в виде таблиц и графиков. Графики следует выполнять на миллиметровой бумаге.

## ЭТАПЫ КОНТРОЛЯ И ГРАДАЦИЯ ОЦЕНОК

Контроль успешности выполнения лабораторной работы осуществляется в три этапа:

1) *допуск* к лабораторной работе, который заключается в проверке преподавателем наличия у студента предварительно подготовленного отчета и демонстрации им знаний теории по теме ла-

бораторной работы и методике ее выполнения; при отсутствии предварительно подготовленного отчета студент к выполнению лабораторной работы не допускается;

2) *наблюдение* за самостоятельным выполнением студентом лабораторной работы с проверкой правильности записи и разумности значений получаемых результатов;

3) *защита* студентом выполненной лабораторной работы, которая состоит в проверке качества отчета, достоверности полученных результатов, а также ответах на контрольные и дополнительные вопросы преподавателя по теме лабораторной работы.

Лабораторная работа считается защищенной, если за нее начислен 1 балл и более. Максимальная оценка составляет 3 балла.

Градация оценок за лабораторную работу:

3 — лабораторная работа выполнена в срок и защищена в соответствии с графиком; хорошее качество отчета, полные и правильные ответы на вопросы, задаваемые на защите;

2 — лабораторная работа выполнена в срок, но защищена с нарушением графика, качество отчета удовлетворительное, неполные ответы на вопросы, задаваемые при защите;

1 — лабораторная работа выполнена со значительным нарушением графика без уважительных причин, качество отчета и его содержание неудовлетворительные, неправильные ответы на задаваемые вопросы;

0 — лабораторная работа не выполнена и не защищена.

Защита лабораторной работы проводится в форме устных вопросов и ответов по теме или тестирования. Защита проводится в течение 10 мин, задается не менее трех вопросов. Защита лабораторной работы спустя два месяца с момента ее выполнения не может оцениваться выше одного балла.

Лабораторная работа считается успешно выполненной, если студент ее защитил и получил в сумме не менее двух баллов.

Студенты, допущенные к защите, но не набравшие достаточно-го минимума баллов, могут быть допущены к повторной защите в сроки, установленные кафедрой.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое баллистический маятник?
2. Как формулируется закон сохранения импульса?
3. Как формулируется закон сохранения механической энергии?
4. Что называется моментом импульса материальной точки и твердого тела относительно точки и относительно оси вращения?
5. Что называется моментом инерции материальной точки и твердого тела?
6. Какими формулами определяется кинетическая энергия материальной точки и твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
7. Какие физические величины в лабораторной работе определяются в результате прямых измерений, а какие в результате косвенных?
8. Как определить приборную погрешность круговой шкалы?
9. Как определить приборную погрешность цифрового измерителя скорости?
10. Перечислите единицы измерения и размерности физических величин, используемых в данной работе, запишите уравнения их связи.

## Литература

*Иродов И.Е.* Механика. Основные законы. 12-е изд. М.: БИНОМ. 2014. 309 с.

*Савельев И.В.* Курс общей физики: в 5 кн. Кн. 1: Механика. М.: АСТ. 2008. 336 с.

*Сивухин Д.В.* Общий курс физики: в 5 т. Т. 1: Механика. М.: Физматлит; МФТИ, 2005. 559 с.

## Содержание

Предисловие .....	3
Основные теоретические сведения .....	4
Описание лабораторной установки .....	7
Задание и порядок выполнения работы .....	8
Обработка результатов измерений .....	10
Требования к отчету о лабораторной работе .....	12
Этапы контроля и градация оценок .....	12
Контрольные вопросы .....	14
Литература .....	15

*Учебное издание*

**Гладков Николай Алексеевич**  
**Струков Юрий Алексеевич**  
**Чуев Анатолий Степанович**

## **Баллистический маятник**

Редактор *С.А. Серебрякова*  
Художник *Я.М. Ильина*  
Корректор *О.Ю. Соколова*  
Компьютерная верстка *С.А. Серебряковой*

В оформлении использованы шрифты  
Студии Артемия Лебедева.

Оригинал-макет подготовлен  
в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Подписано в печать 16.12.2015. Формат 60×90/16.  
Усл. печ. л. 1,0. Тираж 50 экз. Изд. № 508-2015. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
[press@bmstu.ru](mailto:press@bmstu.ru)  
[www.baumanpress.ru](http://www.baumanpress.ru)

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
[baumanprint@gmail.com](mailto:baumanprint@gmail.com)