КИРиТФКП, 3-й сем., ИУ1, ИУ2
Вопросы для подготовки к экзамену

Теоретические вопросы

1. Знать определение двойного интеграла и его основные свойства. Доказательство теоремы о среднем для двойного интеграла, а так же следствие из нее.
2. Доказательство теоремы о формуле Грина для выпуклой односвязной области в R^2. Доказательство ее применимости в случае нарушения условия выпуклости области, а так же в случае в случае нарушения условия односвязности области.
3. Теорема о четырех эквивалентных условиях независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (с док-ом).
4. Знать определение числового ряда, сходящегося числового ряда, знакоположительного числового ряда, знакопеременного и знакочередующегося числовых рядов. Доказательство необходимого признака сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда.
5. Доказать признак сравнения и предельный признак сравнения числовых рядов.
6. Доказать интегральный признак Коши для знакоположительных числовых рядов. Ряды Дирихле.
7. Доказать признак Даламбера для знакоположительных числовых рядов и его предельный вариант.
8. Доказать признак Коши (с радикалом) для знакоположительных числовых рядов и его предельный вариант.
9. Доказать признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Оценка остатка ряда, удовлетворяющего признаку Лейбница.
10. Доказать теорему о сходимости абсолютно сходящегося числового ряда. Сформулировать теоремы о перестановках членов абсолютно и условно сходящихся рядов.
11. Знать определение функционального ряда, равномерной сходимости функционального ряда. Уметь доказывать: теорему о равномерной сходимости степенного ряда, признак Вейерштрасса.
12. Знать определение степенного ряда и интервала сходимости степенного ряда. Доказать теорему об абсолютной и равномерной сходимости степенного ряда внутри интервала сходимости.
13. Доказать теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных рядов.
14. Доказать теорему Абеля. Следствия из теоремы Абеля (6 свойств, свойство об абсолютной сходимости на границе круга сходимости с док-ом).
15. Доказать теорему о необходимых условиях дифференцируемости функции комплексного переменного. Сформулировать следствие из нее.
16. Доказать теорему о достаточных условиях дифференцируемости функции комплексного переменного.
17. Действительная и мнимая части аналитической функции как сопряженные гармонические функции. Нахождение аналитической функции по ее действительной (мнимой) части.

18. Дать определение интеграла от функции комплексного переменного. Сформулировать его основные свойства.

19. Сформулировать и доказать теорему Коши для односвязной области и следствие из нее.

20. Сформулировать и доказать теорему об интегральной формуле Коши.

21. Дать определение аналитититичности функции комплексного переменного в области и в точке. Доказать бесконечную дифференцируемость аналитической функции.

22. Доказать теорему Тейлора для функции $f(z)$, аналитической в области $\mathbb{G}$.

23. Классификация конечных изолированных особых точек аналитической функции. Доказать необходимое и достаточное условие устранимой особой точки, полюса порядка m. Доказать теорему о виде ряда Лорана в окрестности полюса m-го порядка.

24. Определение изолированной особой точки $z_0 = \infty$ аналитической функции. Классификация бесконечно удалённых изолированных особых точек аналитических функций и вид ряда Лорана в окрестности этих точек.

25. Определение вычета функции комплексного переменного в её изолированной особой точке (в том числе и в бесконечно удалённой). Связь вычета с разложением в ряд Лорана в окрестности данной точки. Вывод формулы для вычисления вычета в полюсе порядка m.

26. Сформулировать и доказать теорему Коши о вычетах и теорему о сумме вычетов, аналитической функции, имеющей в $\mathbb{C}$ лишь изолированные особые точки.

27. Определение логарифмической функции $\operatorname{Ln} z$ комплексного переменного z. Свойства $\operatorname{Ln} z$. Главное значение $\ln z$ логарифмической функции $\operatorname{Ln} z$. Общая показательная и степенная функции.

28. Определение функций $\sin z$ и $\cos z$ комплексного переменного z. Их свойства.

29. Определение функций e^z, $\sin z, \cos z$ комплексного переменного z. Вывести формулы Эйлера. Вывести свойства функции e^z.

30. Постановка и решение задачи о наилучшей аппроксимации. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля (формулировки). Ряд Фурье.

31. Сформулировать теорему Дирихле. Разложение в неполный тригонометрический ряд функций, заданных на интервале $(0; l)$ (разложение по синусам и косинусам). Разложение в тригонометрический ряд функций, заданных на интервале $(-l; l)$. Разложение в тригонометрический ряд функций, заданных на произвольном интервале $(a; b)$.