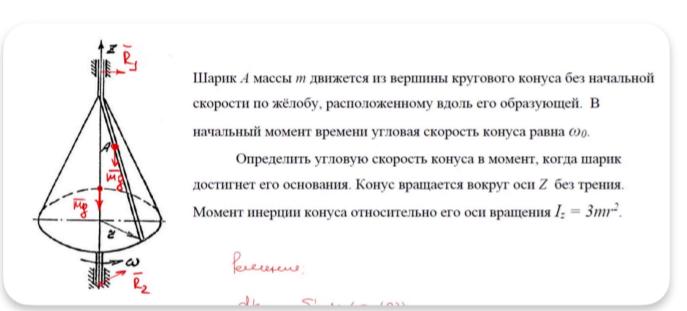


Изменение кинетического момента

Левая часть



$$\frac{dk_z}{dt} = \sum_{k=0} M(F_k^{(e)})$$

[внешние силы кем, которые бы создавали как движение вокруг оси Z] \Rightarrow
 $\Rightarrow \frac{dk_z}{dt} = 0 \Rightarrow k_z = \text{const}$

$$k_z^{(0)} = k_z^{(\text{const})}$$

$$\begin{cases} k_z^{(0)} = I_z \cdot \omega_0 \\ k_z^{(\text{const})} = I_z \omega + m r^2 \omega = \omega(I_z + m r^2) \end{cases}$$

$$I_z \omega_0 = \omega(I_z + m r^2)$$

$$\omega = \frac{I_z \omega_0}{I_z + m r^2}$$

изменение инерции ω

$$k = I \cdot \omega$$

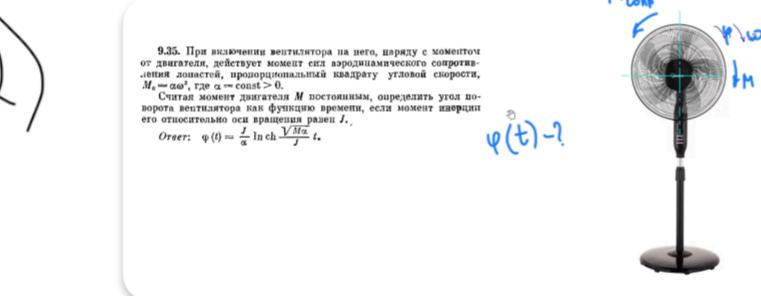
$\Rightarrow \frac{dk}{dt} = \omega \frac{dI}{dt}$

Тонкое кольцо	$m r^2$
Полый цилиндр	$\frac{m}{2} r^2$
Полый тонкостенный цилиндр	$\frac{m}{2} (r_i^2 + r_o^2)$
Диск	$\frac{m}{2} r^2$
Диск	$\frac{m}{4} r^2$
Шар Половина тонкостенная сфера	$\frac{2m}{3} r^2$
Тонкий стержень длиной l	$\frac{m}{12} l^2$
Четырехугольная пластина	$\frac{m}{12} l^2$

Правая часть

$$M(F^{(e)}) = F \cdot l$$

(сила на него)



$$\frac{dk_z}{dt} = \sum_k M(F_k^{(e)})$$

$$k_0 = I \omega$$

$$\frac{dk_z}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} = I \ddot{\omega}$$

$$I \ddot{\omega} = -d\omega^2 + M$$

$$\int \frac{I d\omega}{M - d\omega^2} = \int dt$$

$$\frac{I}{2} \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{M - \omega^2} = t$$

$$\frac{I}{2} \cdot \frac{\sqrt{M}}{2\sqrt{M}} \ln \left(\frac{\sqrt{M} + \omega}{\sqrt{M} - \omega} \right) = t$$

that's all!



$$\frac{dk}{dt} = 0 \Rightarrow k = \text{const}$$

$$k^{(0)} = 2m \ell^2 \cdot \omega_0 + \frac{m(2\ell)^2}{12} \cdot \omega_0$$

$$k^{(\text{const})} = 2m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \cdot \omega + \frac{m(\ell)^2}{12} \omega$$

$$\Rightarrow 2m \ell^2 \omega_0 + \frac{m(2\ell)^2}{12} \omega_0 = 2m \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \omega + \frac{m(\ell)^2}{12} \omega$$

$$2m \ell^2 \omega_0 + \frac{4m \ell^2}{12} \omega_0 = \omega \left(m \frac{\ell^2}{2} + \frac{m \ell^2}{3} \right)$$

$$\omega = \frac{2m \ell^2 \omega_0 + \frac{m \ell^2}{3} \omega_0}{\frac{m \ell^2}{2} + \frac{m \ell^2}{3}} = \frac{\omega_0 (2\ell^2 + \frac{\ell^2}{3})}{\frac{5\ell^2}{6}} = \frac{\frac{6}{5} \omega_0}{\frac{5\ell^2}{6}} = \frac{42 \omega_0}{15} = \frac{14 \omega_0}{5}$$