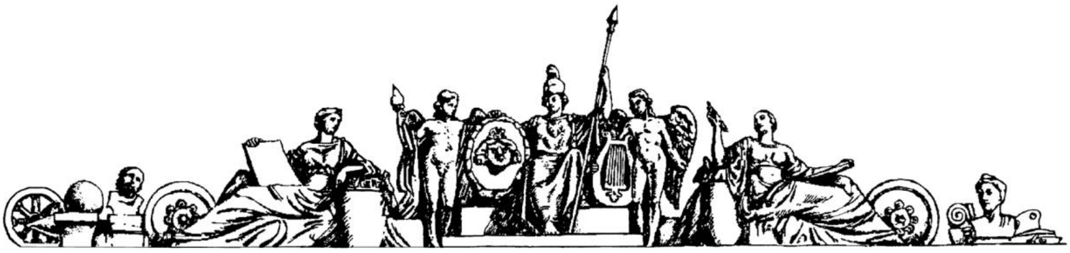


Министерство образования Российской Федерации

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. Н.Э. БАУМАНА

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2:

Магнитостатика

Вариант №1

Москва,2022г

Условие:

Если у вас вопросы напиши мне на почту studizba.helpme@gmail.com я отвечу в течение 1-2 дня

Оставьте 5 звезд и активные комментарии и скиньте мне скриншоты через почту, вы получите подарок 20 руб.

Вариант 1

Задача 2.1

Проводник с током, равномерно распределённым по его поперечному сечению и имеющему плотность j, имеет форму трубки, внешний и внутренний радиусы которой равны R_0 и R соответственно. Магнитная проницаемость меняется по закону $\mu = f(r)$.

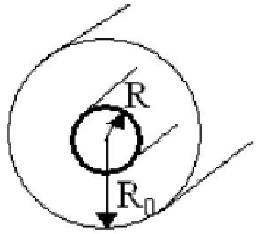


Рис. 2.1. Условие задачи 2.1.

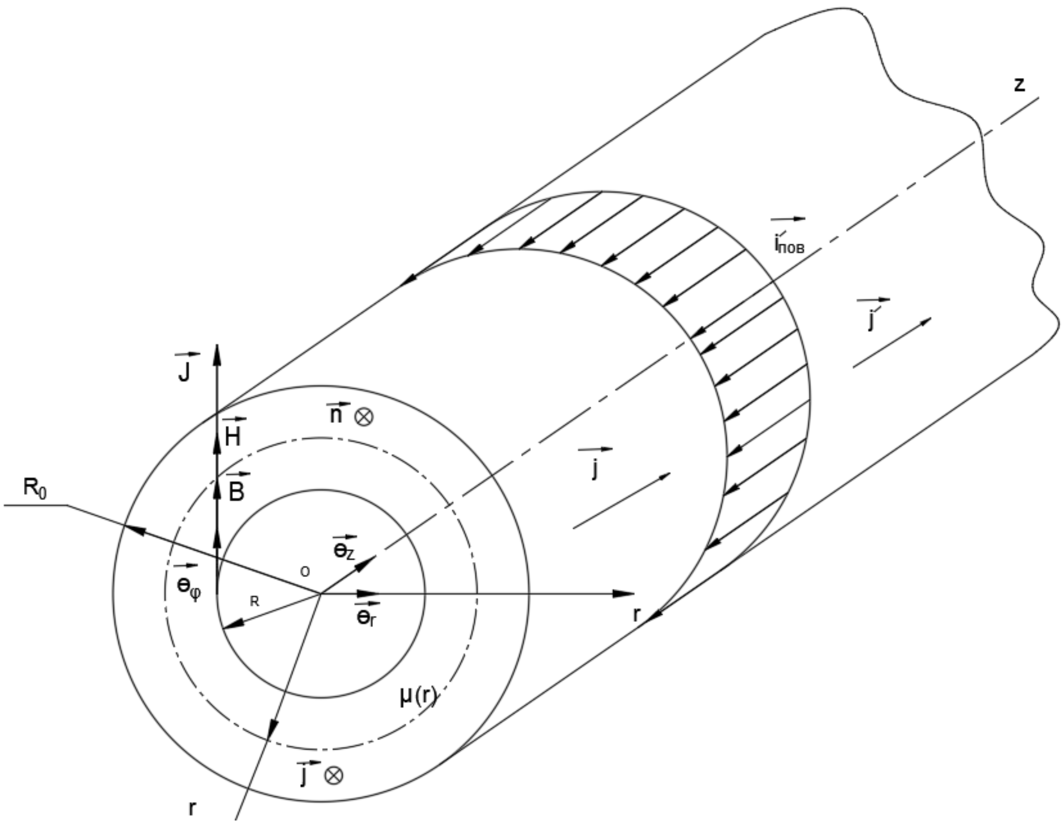
Построить графически распределения модулей векторов индукции магнитного поля B и напряжённости магнитного поля H, а также модуля вектора намагниченности J в зависимости от r в интервале от R до R_0. Определить поверхностную плотность токов намагничивания $i'_{\text{п}}$ на внутренней и внешней поверхностях трубки и распределение объёмной плотности токов намагничивания $i'_{\text{об}}(r)$.

Функция $\mu = f(r)$ для нечётных вариантов имеет вид: $\mu = \frac{R_0^n + R^n - r^n}{R^n}$.

$R_0/R = 2/1$, $n = 1$

По результатам проведённых вычислений построить графически зависимости $\frac{B(r)}{B(R)}, \frac{H(r)}{H(R)}$ в интервале значений r от R до R_0 для задач 2.1 и 2.2, и зависимости $\frac{B(y)}{B(0)}, \frac{H(y)}{H(0)}$ в интервале значений y от 0 до d для задачи 2.3.

Все зависимости изобразить на одном графике.



Решение:

1)

$$\varepsilon = \frac{R_0^n + R^n - r^n}{R^n} = \frac{(2R)^1 + R^1 - r^1}{R^1} = \frac{3R - r}{R}$$

Найти вектор напряженности H магнитного поля внутри трубки

$$\oint_L (\vec{H}\vec{dl}) = \int_S (\vec{j}\vec{ds})$$

- ⇨ H.2πr =j.π.$(r^2 - R^2)$
- ⇨ H = $\frac{j(r^2 - R^2)}{2r}$ (R<r<R0)

(где L – окружность длиной 2πr, площадь S от πR^2 до πr^2

H(R) = 0

H(2R) = = $\frac{3jR}{4}$

Найдем модуль вектора маг. Индукции B

$\vec{B} = \mu.\mu_0.\vec{H}$

- ⇨ B = $\frac{3R-r}{R}\mu_0\frac{j(r^2-R^2)}{2r} = \frac{j.\mu_0.(3R-r)(r^2-R^2)}{2Rr}$
- ⇨ B(R) = 0
- ⇨ B(2R) = $\frac{3jR\mu_0}{4}$

Найдем модуль вектора намагниченности J при R<r<R0

$\vec{J}=(\mu-1)\,\vec{H}=k\vec{H}$

J $=(\frac{3R-r}{R}-1)\frac{j(r^2-R^2)}{2r}=\frac{j(2R-r)(r^2-R^2)}{2Rr}$

J(R)=J(2R)=0

При r $>$ R0 и r $>$ R, J $=0$, т.к. в этой области магн. отсутствует $\mu-1=0$

2. Найти плотность тока намагниченности J

rot $\vec{J}=$ i'

$$\mathrm{rot}\,\vec{J}=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial J_z}{\partial\varphi}-\left(\frac{\partial(rJ_\varphi)}{\partial z}\right)\right)\overrightarrow{e_r}+\left(\frac{\partial J_r}{\partial z}-\left(\frac{\partial(J_z)}{\partial r}\right)\right)\overrightarrow{e_\varphi}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rJ_\varphi)}{\partial r}-\left(\frac{\partial(J_r)}{\partial\varphi}\right)\right)\overrightarrow{e_z}$$

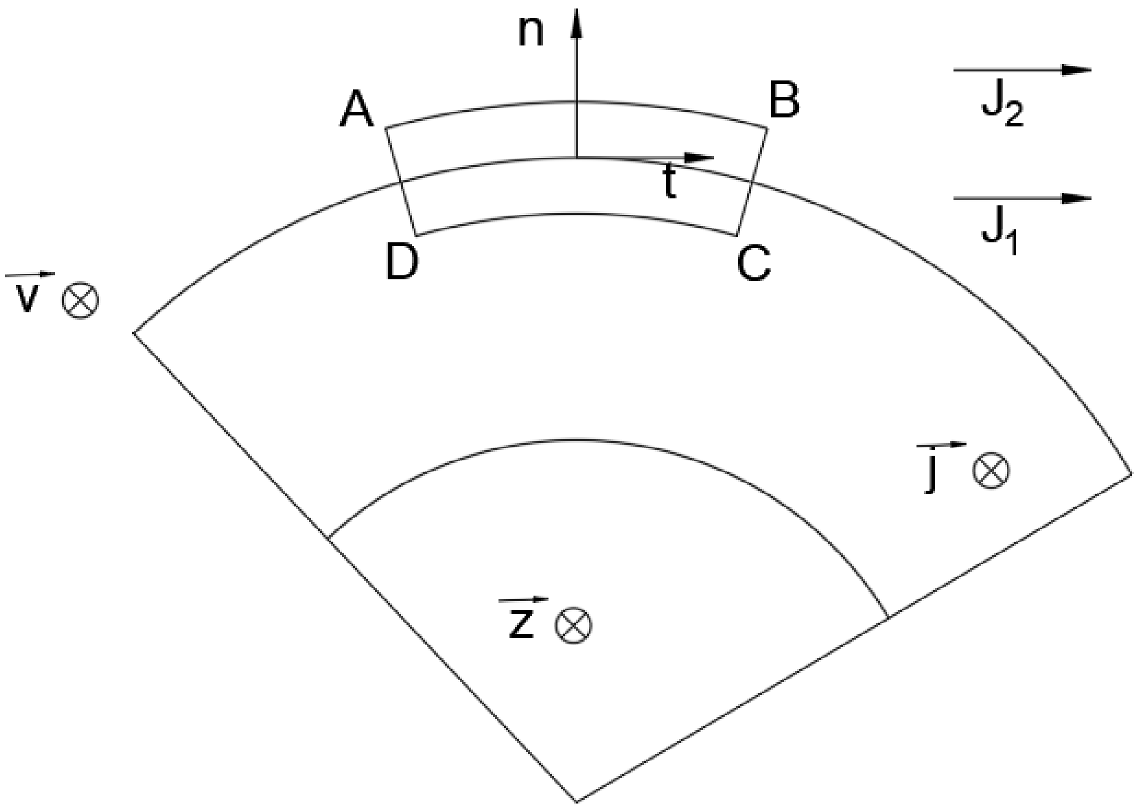
где $J_r=J_z=0$ и $\frac{\partial(J_\varphi)}{\partial z}=0$

$$\Rightarrow(\mathrm{rot}\,\vec{J})_z=(\vec{J}')_z=\frac{1}{r}\frac{\partial(rJ_\varphi)}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{j(2R-r)(r^2-R^2)}{2R}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{j(2Rr^2-r^3-2R^3+rR^2)}{2R}\right)=$$

$$=\frac{1}{r}\frac{j(4Rr-3r^2+R^2)}{2R}=\frac{j(4Rr-3r^2+R^2)}{2Rr}$$

Найдем линейную плотность поверхностных токов намагничивания:

$$\oint_L(\vec{J}d\vec{l})=I'$$



Применим о циркуляции вектора J к контуру ABCD, который перпендикуляр. оси Oz.

Следуем вектор J перпендикуляр. вектор dl (BC, DA) то $\oint_{BC}(\vec{J},\overrightarrow{dl}) = \oint_{DA}(\vec{J},\overrightarrow{dl}) = 0$

$$\oint_{ABCD}(\vec{J},\overrightarrow{dl}) = (J_{2t} - J_{1t})l$$

$$I'_{\text{пов.}} = \int_0^l (i_{\text{пов}})v\,dl$$

$$J_{2t} - J_{1t} = i_{\text{пов}}v \qquad (z\uparrow\uparrow v)$$

$$J_{1t} = \frac{j(2R-r)(r^2-R^2)}{2Rr}$$

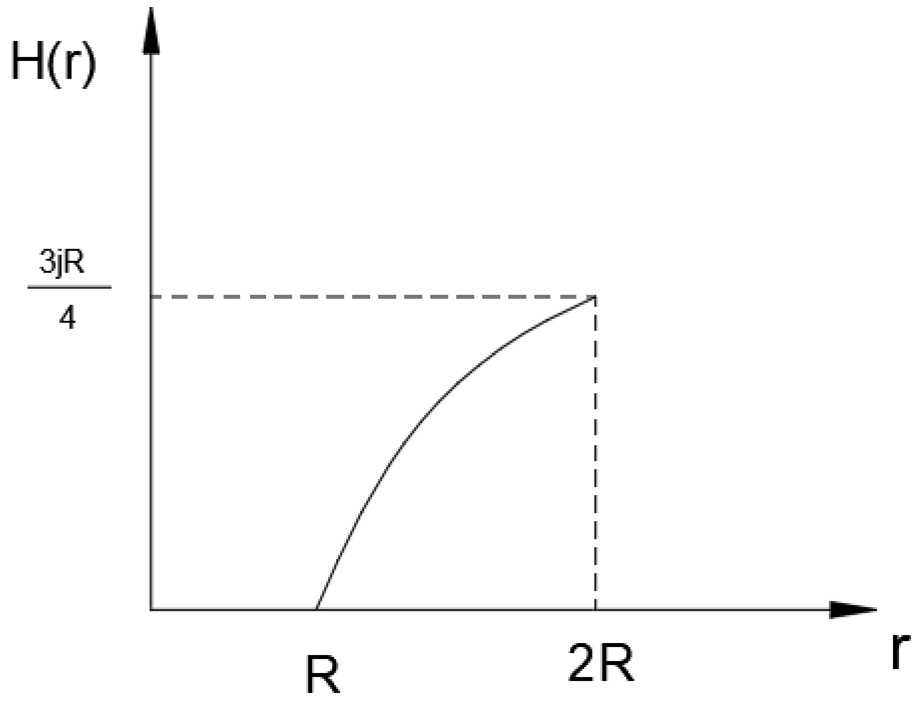
$$J_{2t} = 0 \text{ (вакуум)}$$

Графики:

H = $\frac{j(r^2-R^2)}{2r}$ (R<r<R0)

H(R) = 0

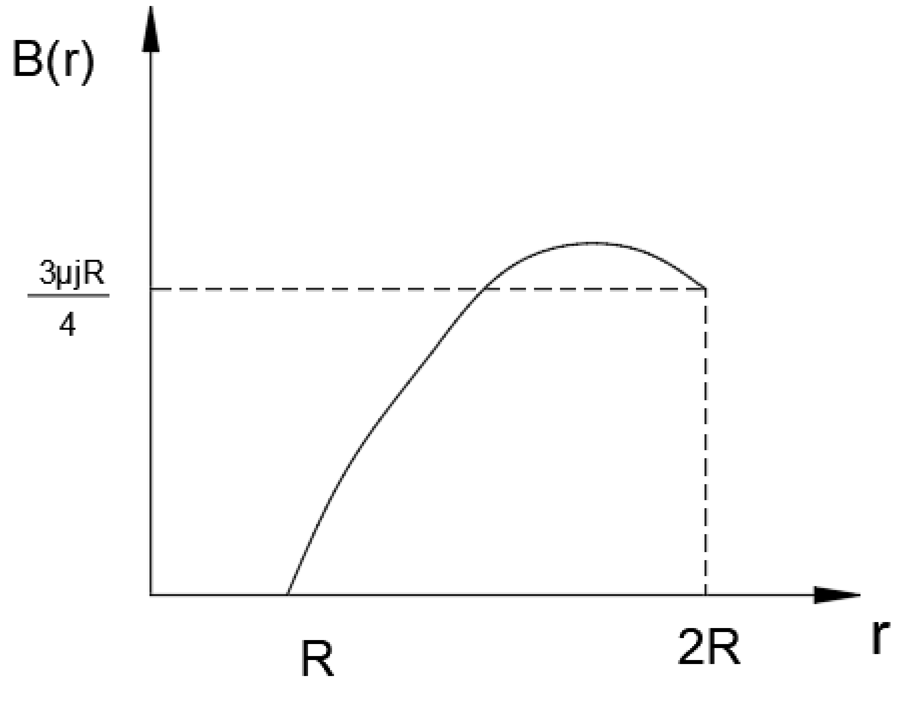
H(2R) = = $\frac{3jR}{4}$



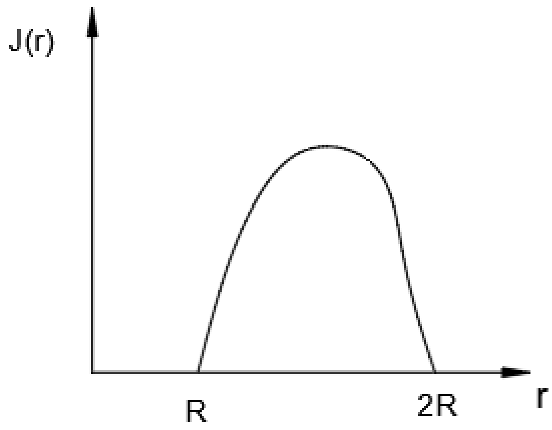
B(r)= $\frac{j.\mu_0.(3R-r)(r^2-R^2)}{2Rr}$

B(R) = 0

B(2R) = $\frac{3jR\mu_0}{4}$



J = $\frac{j(2R-r)(r^2-R^2)}{2Rr}$


J(r)
R
2R
r