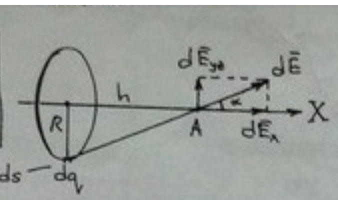
1 билет

Q, R

$E(h), \varphi(h) - ?$



Разобьём кольцо на элементарные участки длиной ds. Каждый такой участок несет заряд dq:

$$dq = \tau \cdot ds = \frac{Q \cdot ds}{2\pi R};$$

Заряд dq создает в точке A электростатическое поле с напряженностью $dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 \left(\sqrt{R^2+h^2}\right)^2} = \dfrac{\tau \cdot ds}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)}$;

В силу симметрии кольца относительно оси X сумма всех составляющих dE_{yz}, параллельных плоскости кольца, равна нулю. Результирующая напряженность E равна сумме всех составляющих $dE_x = dE \cdot \cos\alpha = dE \cdot \dfrac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}$

Найдём E, интегрируя dE_x по ds в пределах от 0 до $2\pi R$:

$$E = \int_0^{2\pi R} dE_x = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau \cdot ds}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)} \cdot \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}} = \frac{Q}{2\pi R} \cdot \frac{h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \cdot 2\pi R = \frac{Qh}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}};$$

Найдем зависимость потенциала φ от h, используя связь напряженности и потенциала: $E = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial h} \Rightarrow \varphi = -\int E\,dh$:

$$\varphi = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{h\,dh}{(R^2+h^2)^{3/2}} = -\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}\int \frac{d(h^2+R^2)}{(h^2+R^2)^{3/2}} = -\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(h^2+R^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{h^2+R^2}} + C;$$

Константу C найдем из условия равенства нулю потенциала при $h = +\infty$:

$$\varphi(\infty) = 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \varphi(h) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{h^2+R^2}};$$

Ответ: Зависимости потенциала и напряженности поля от h имеют вид:

$$E(h) = \frac{Qh}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}}; \quad \varphi(h) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{h^2+R^2}}$$

2 билет

Пример В соленоиде длиной ℓ=50см и диаметром d=6см сила тока равномерно увеличивается на 0,3А за одну секунду. Определите число витков соленоида, если сила индукционного тока в кольце радиусом 3,1 см из медной проволоки (ρ=17нОм·м), надетом на катушку, $I_к$=0,3 А.

Дано: ℓ=50см=0,5 м; d=6см=0,06м; $\frac{dI}{dt}=0{,}3$ А/с ;$r_К$=3,1см=$3.1\cdot10^{-2}$м; ρ=17нОм·м=$17\cdot10^{-9}$ Ом·м; $I_к$=0,3 А.

Найти: N.

Решение. При изменении силы тока в соленоиде возникает ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_i = - L\frac{dI}{dt} \quad (1)$$

где $L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{\ell}$ - индуктивность соленоида. Подставив это выражение в (1)

с учётом $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$, получим

$$|\varepsilon_{is}| = \mu_0 \mu \frac{N^2 \pi \cdot d^2}{4\ell} \frac{dI}{dt}.$$

ЭДС индукции, возникающая в одном кольце, в N раз меньше, чем найденное значение ЭДС самоиндукции в соленоиде, состоящем из N витков, т.е.

$$|\varepsilon_{is}| = \frac{|\varepsilon_{is}|}{N} = \mu_0 \mu \frac{N\ \pi \cdot d^2}{4\ell} \frac{dI}{dt}. \quad (2)$$

Согласно закону Ома, сила индукционного тока в кольце

$$I_к = \frac{|\varepsilon_к|}{R_к}, \quad (3)$$

где $R_к = \frac{\rho \cdot \ell_к}{S_к}$ - сопротивление кольца. Поскольку $\ell_К$=πd, а $S_К=\pi r_К^2$, выражение (3) примет вид

$$I_к = \frac{|\varepsilon_к| r_к^2}{\rho \cdot d}$$

Подставив в эту формулу выражение (2), найдём искомое число витков соленоид

$$N = \frac{4\ell\rho \cdot I_к}{\mu_0 \mu \cdot \pi d \frac{dI}{dt} r_к^2}.$$

Ответ: N=150

3 билет

Дано

$R_1 = 6 см = 0{,}06 м$

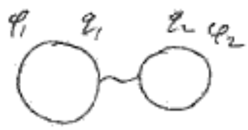
$\varphi_1 = 300 B$

$R_2 = 4 см = 0{,}04 м$

$\varphi_2 = 500 B$

$\varphi = ?$

17.5



Заряды шаров до соединения

$q_1 = \varphi_1 C_1$, $q_2 = \varphi_2 C_2$

где $C_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1$, $C_2 = 4\pi\varepsilon_0 R_2$

После соединения потенциалы выравниваются $\varphi = q_1'/C_1 = q_2'/C_2$;

Отсюда заряды после соединения $q_2' = q_1' \frac{C_2}{C_1}$ и по закону сохранения заряда

$$q = q_1 + q_2 = q_1' + q_2' = q_1'\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = q_1'\left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$$

Тогда $q_1' = \frac{(q_1 + q_2)R_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(\varphi_1 C_1 + C_2\varphi_2\right)$ и

$$\varphi = \frac{q_1'}{C_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(4\pi\varepsilon_0(R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2)\right) / 4\pi\varepsilon_0 R_1 =$$

$$= \frac{\varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{300 B \cdot 0{,}06 м + 500 B \cdot 0{,}04 м}{0{,}1 м} = 380 B$$

Ответ: $\varphi = 380 B$

4 билет **ЗДЕСЬ НАШЛИ СКОРОСТЬ, А У ВАС ОНА ЕСТЬ И НАДО НАЙТИ R. ИДИТЕ ОТ ОБРАТНОГО**

Дано:

$r_0 = 1$ м

$\sigma = 10^{-12}$ Кл/м^2

$r = 10^4$ м

v_{min} — ?

Решение:

Найдем напряженность поля цилиндра с помощью теоремы Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S \bar{E} d\bar{S} = E \cdot S = E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot 2\pi r_0 l}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma \cdot 2\pi r_0 l}{2\pi r l \varepsilon_0} = \frac{\sigma r_0}{\varepsilon_0 \cdot r};$$

Сила, действующая на электроны:

$$F = E \cdot e = \frac{\sigma \cdot e \cdot r_0}{\varepsilon_0 \cdot r}$$

По закону сохр. энергии $\frac{m v_{min}^2}{2} = A_E$

где A_E — работа поля:

$$A_E = \int_{r_0}^{r_{max}} F dr = \int_{r_0}^{r_{max}} \frac{e \sigma r_0}{\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{e \sigma r_0}{\varepsilon_0} \ln \frac{r_{max}}{r_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \geq \sqrt{\frac{2 e \sigma r_0 \ln \frac{r_{max}}{r_0}}{m \varepsilon_0}}$$

$$v_{min} \approx 6{,}05 \cdot 10^5 \text{ м/с}$$

Ответ: Минимальная скорость электрона равна $v_{min} = 6{,}05 \cdot 10^5$ м/с

5 билет

19.14

$I - ?$

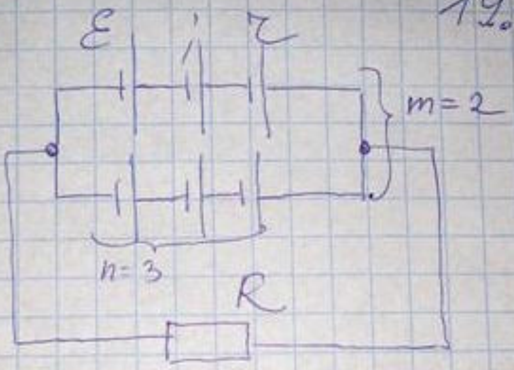
$r = 0{,}2$ Ом

$R = 1{,}5$ Ом

$\mathcal{E} = 1{,}2$ В

$n = 3$

$m = 2$



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}\ ; \quad I = \frac{\mathcal{E} \cdot n}{R + \frac{r \cdot n}{m}}$$

$$I = \frac{1{,}2 \cdot 3}{1{,}5 + \frac{0{,}2 \cdot 3}{2}} = \frac{3{,}6}{1{,}5 + 0{,}3} = \frac{3{,}6}{1{,}8} = 2 \text{ А}.$$

22/04/2012

6 билет

Решение:

Во вращении принимают участие три стороны рамки: одна вертикальная и две горизонтальные. Найдем их моменты по отдельности, а затем сложим.

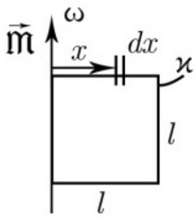


Рис. 7.1: К задаче 5.18.

Разобьем горизонтальный участок на отрезки длиной dx с зарядом $dq = \kappa dx$ (рис. 7.1). Полный момент двух таких участков находится интегрированием:

$$\mathfrak{M}_1 = 2\int \frac{\kappa dx \cdot \omega}{2\pi c} \cdot \pi x^2 = \frac{\kappa\omega l^3}{3c}\,.$$

Момент вертикальной стороны

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{1}{c} \cdot \frac{\kappa\omega l}{2\pi} \cdot \pi l^2 = \frac{\kappa\omega l^3}{2c}\,.$$

Магнитный момент всей рамки сонаправлен с $\vec{\omega}$:

$$\vec{\mathfrak{M}} = \vec{\mathfrak{M}}_1 + \vec{\mathfrak{M}}_2 = \frac{5}{6}\frac{\kappa\vec{\omega} l^3}{c}\,.$$

7 билет

$\boxed{3.288}$

$y = k \cdot x^2$

B

$t = 0$

1. $v = const$
2. $a = const$

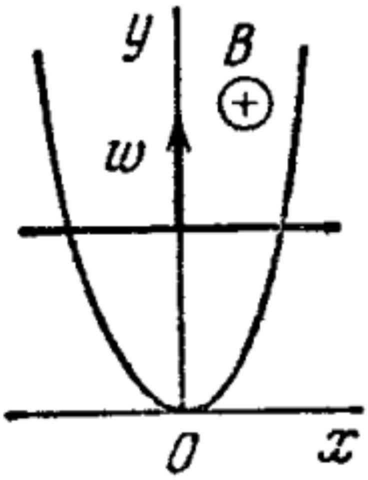
$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$ $\Phi = B \cdot S$ $x = \sqrt{\frac{y}{k}}$ $U = 2 \cdot \varepsilon$ (т. к. интегрирование только по одной ветви пораболы)

1. $v \cdot t = y$ $S(t) = \int_0^{v \cdot t} \sqrt{\frac{y}{k}}\,dy = \frac{2}{3} \cdot \left(v \cdot \frac{t}{k}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot k$ $\varepsilon = \frac{d}{dt} B \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(v \cdot \frac{t}{k}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot k = B \cdot \sqrt{v \cdot \frac{t}{k}} \cdot v = B \cdot v \cdot \sqrt{\frac{y}{k}}$

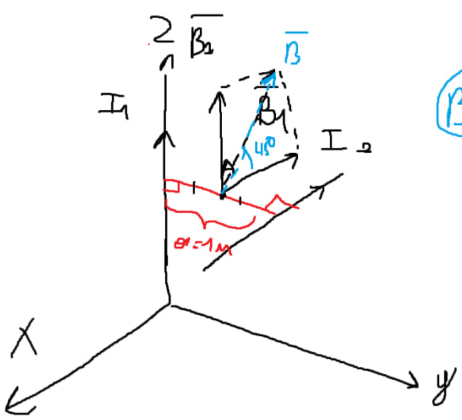
$U_1 = 2 \cdot B \cdot v \cdot \sqrt{\frac{y}{k}}$

2. $y = \frac{a \cdot t^2}{2}$

$$S(t) = \int_0^{\frac{a \cdot t^2}{2}} \sqrt{\frac{y}{k}}\,dy = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(a \cdot \frac{t^2}{k}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot k \qquad \varepsilon = \frac{d}{dt} \frac{1}{6} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(a \cdot \frac{t^2}{k}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot k \cdot B = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(a \cdot \frac{t^2}{k}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a \cdot t \cdot B = \sqrt{\frac{2a}{k} \cdot \frac{a \cdot t^2}{2}} = \sqrt{\frac{2a}{k}} \cdot y \cdot B \quad U_2 = \sqrt{\frac{8a}{k}} \cdot y \cdot B$$



8 билет



$$\boxed{B=\sqrt{2}\,B_1 = B_2}$$

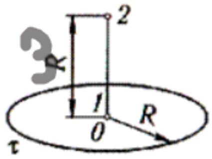
$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{d}{2}}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}{\pi\cdot 1}=$$

$$=4\text{ мкТл}$$

$$B=\sqrt{2}\cdot B_1=5{,}65\text{ мкТл}$$

9 билет

15.48.Электрическое поле создано равномерно распределенным по кольцу зарядом ($\tau=1$ мкКл
центре кольца) в точку 2, находящуюся на перпендикуляре к плоскости кольца (рисунок ниже).



Дано:

$\tau = 10^{-6}$ *Кл/м*

$Q = 10 \cdot 10^{-9}$ *Кл*

$A_{1,2}$ -?

R= 3см

Решение:

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\varphi_1 = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\tau \cdot 2\pi R}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\tau}{2\varepsilon_0}$$

$$\varphi_2 = \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}R} = \frac{\tau}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\tau \cdot 2\pi R}{4\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\tau}{2\sqrt{2}\varepsilon_0}$$

$$A = Q\left(\frac{\tau}{2\varepsilon_0} - \frac{\tau}{2\sqrt{2}\varepsilon_0}\right) = \frac{Q\tau}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 165.5\text{мкДж}$$

Ответ: 165,5 *мкДж*

10 билет

(3.313)

Дано:

$\Phi = at(\tau - t)$

$R; \tau$

$Q = ?$

Решение:

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -a(\tau - 2t)$

$P = \mathcal{E} I = \mathcal{E} \cdot \frac{\mathcal{E}}{R_\tau} = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

$Q = \int_0^\tau P\,dt = \int_0 \frac{a^2}{R}(\tau - 2t)^2 dt = \frac{a^2}{R}\int_0^\tau (\tau^2 - 4\tau t + 4t^2)\,dt =$

$= \frac{a^2}{R}\left(\tau^2 t - 4\tau\frac{t^2}{2} + \frac{4t^3}{3}\right)\Big|_0^\tau = \frac{a^2}{R}\left(\tau^3 - 2\tau^3 + \frac{4}{3}\tau^3\right) = \frac{a^2\tau^3}{3R}$

Ответ: $Q = \frac{a^2\tau^3}{3R}$

11 билет

АККУРАТНЕЕ! СМОТРИ ЧТО НУЖНО ИСКАТЬ ПО УСЛОВИЮ, НЕ ПИШИ ЛИШНЕГО

Дано:	Решение:
$U=600\ В$ $d_1=7\ мм=7\cdot10^{-4}\ м$ $d_2=3\ мм=3\cdot10^{-4}\ м$ $S=200\ см^2=2\cdot10^{-2}\ м2$	$C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1}+\dfrac{d_2}{\varepsilon_2}}=88{,}5\cdot10^{-12}Ф$, $\varepsilon_1=7$, $\varepsilon_2=3$
C-? D-? E-? $\Delta\varphi$-?	$Q=C\cdot U$, $\sigma=\dfrac{Q}{S}=\dfrac{C\cdot U}{S}$, $D=E\varepsilon\cdot\varepsilon_0$

$$D_1=D_2=\sigma=\frac{C\cdot U}{S}=2{,}66мкКл/м^2$$

$$E_1=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_1}=42{,}9кВ/м \quad , \quad E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_2}=100кВ/м$$

Ответ: 88 $\Delta\varphi=\Delta\varphi_1+\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_1=E_1\cdot d_1=300В$, $\Delta\varphi=E_1\cdot d_1=300\ В$

12 билет **ПОДСТАВЬ ДРУГИЕ ЧИСЛА**

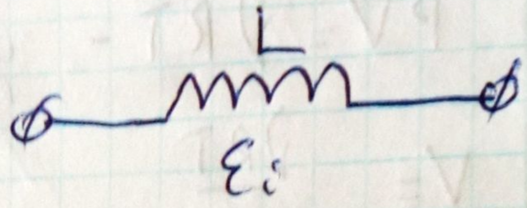
Дано:

$L = 0{,}2$ Гн

$\varepsilon_i = 6t + 3$ (В)

$I(t) - ?$

Решение:



$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{L \Delta I}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Delta I = -\frac{\varepsilon_i}{L} \Delta t \Rightarrow dI = -\frac{\varepsilon_i}{L} dt \Rightarrow$$

интегрируем:

$$I = -\frac{1}{L} \int_0^t (6t+3)\,dt \Rightarrow$$

$$I = -\frac{1}{0{,}2} (3t^2 + 3t) \Big|_0^T \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{I = -15t^2 - 15t}}$$

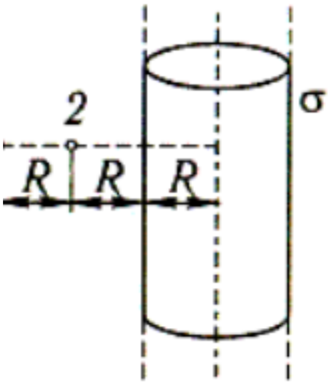
13 билет

Дано:

$\sigma = 0{,}1 \cdot 10^{-6}$ $Кл/м^2$

$R = 0{,}05$ $м$

$\Delta П$ - ?



Решение:

$П = \varphi \cdot e$, $\Delta П = (\varphi_1 - \varphi_2)e$

$d\varphi = -Edr$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{2R}^{3R} Edr = \int_{2R}^{3R} \frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 r} dr$$

$$\left.\begin{matrix} Q = \tau l \\ Q = \sigma S \end{matrix}\right\} \Rightarrow \tau l = \sigma S; S = 2\pi R l; \tau = \sigma \cdot \pi R$$

$$E = \frac{2\sigma \cdot 2\pi R}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{2R}^{3R} \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r} dr = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \ln r \Big|_{2R}^{3R} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \ln \frac{3}{2}$$

$$\Delta П = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \ln \frac{3}{2} \cdot e = -223эВ$$

Ответ: -223 эВ.

14 билет

Пример1. *Квадратная рамка со стороной а и длинный прямой провод с током J находятся в одной плоскости, как показано на рис*. 3.1. *Рамку поступательно перемещают вправо с постоянной скоростью v. Найти ЭДС индукции в рамке как функцию расстояния x*.

Индукция магнитного поля на расстоянии *x* от оси прямого проводника с током определяется выражением $B = \frac{\mu_0 J}{2\pi x}$ (см. пример **2** п. **2.1.1**). Учитывая, что вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости рамки, магнитный поток, пронизывающий плоскость рамки, будет равным:

$$\Phi = \int_S B\,dS = \frac{\mu_0 J a}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 J a}{2\pi}\ln\frac{x+a}{x},$$

где $x = vt$.

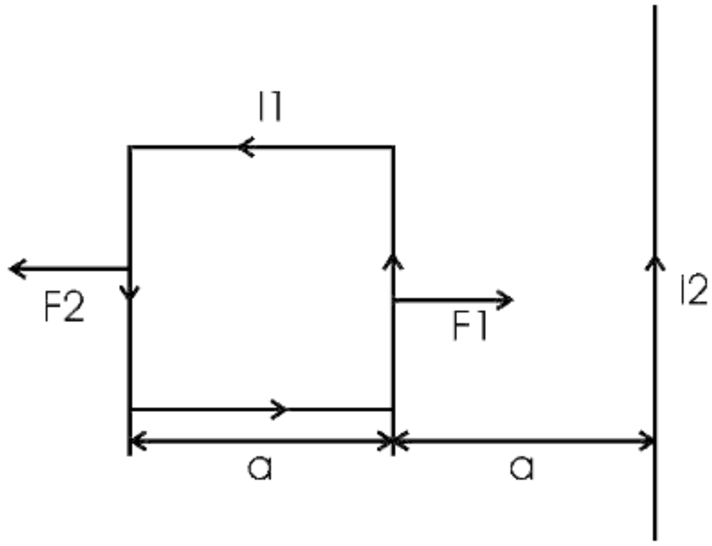
Тогда ЭДС индукции в рамке $e_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 J a}{2\pi}\frac{d}{dx}\left(\ln\frac{x+a}{x}\right)\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 J a^2 v}{x(x+a)}$.

15 билет **ПОДСТАВЬ ДРУГИЕ ЧИСЛА**

$I1 = 200$ А

$I2 = 200$ А

$F = ?$



Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных токов на единицу их длины $F = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times L}$, где L – расстояние между токами I1 и I2.

Тогда на провод длинной a, находящийся на расстоянии a от бесконечного провода будет действовать сила $F1 = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times a} \times a = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi}$.

На провод длинной a, находящийся на расстоянии 2a от бесконечного провода будет действовать сила $F2 = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi \times 2a} \times a = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi}$.

Из рисунка видно, что суммарная сила равна F=F1–F2. Поэтому $F2 = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{2\pi} - \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi} = \frac{\mu_0 \times I1 \times I2}{4\pi}$.

Подставляем числа

$$F = \frac{4\pi \times 10^{-7} Гн/м \times (200А)^2}{4\pi} = 4 \times 10^{-3} Н = 4мН.$$

16 билет

Дано:

$U=600$ B

$d_1=7$ мм$=7\cdot10^{-4}$ м

$d_2=3$ мм$=3\cdot10^{-4}$ м

$S=200$ см$^2=2\cdot10^{-2}$ м2

C-? D-? E-? $\Delta\varphi$-?

Решение:

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d_1}{\varepsilon_1}+\frac{d_2}{\varepsilon_2}}=88{,}5\cdot10^{-12}\text{Ф}$$, $\varepsilon_1=7$, $\varepsilon_2=3$

$Q=C\cdot U$, $\sigma=\frac{Q}{S}=\frac{C\cdot U}{S}$, $D=E\varepsilon\cdot\varepsilon_0$

$$D_1=D_2=\sigma=\frac{C\cdot U}{S}=2{,}66\text{мкКл}/\text{м}^2$$

$E_1=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_1}=42{,}9\text{кВ}/\text{м}$, $E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_2}=100\text{кВ}/\text{м}$

$\Delta\varphi=\Delta\varphi_1+\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_1=E_1\cdot d_1=300B$, $\Delta\varphi=E_1\cdot d_1=300$ B

Ответ: 88

17 билет

(19.25) Дано:

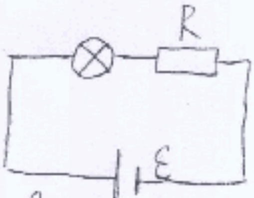
$U = 40$ В

$R = 10$ Ом

$P = 120$ Вт

$I = ?$

Решение:



Пусть напряж. источника тока ε. Тогда мощность во внеш. цепи:

$P = \varepsilon I \Rightarrow \varepsilon = \frac{P}{I}$ (1)

$\varepsilon = U + IR$ (2)

Подставим (1) в (2):

$\frac{P}{I} = U + IR \quad | \cdot I$

$I^2 R + UI = P$

$10I^2 + 40I - 120 = 0 \Rightarrow I = \frac{-40 \pm 80}{20} = -6; 2$ А

Отриц. значение не подходит, т.к. для формулы (2) реостат являлся бы источником тока.

Ответ: 2 А.

18 билет

В БИЛЕТАХ РЕШЕНИЕ БЕЗ ЧИСЕЛ, НО ПО САМОМУ РЕШЕНИЮ ВОПРОСЫ, АККУРАТНО

Дано:

$R_1 = 10$ см

$R_2 = 6$ см

$q = 8 \cdot 10^{-9}$ Кл

$\Delta q_1, \Delta q_2$ - ?

Решение:

Потенциалы шариков до соединения:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}; \quad \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2};$$

После соединения:

$$\varphi_1' = \varphi_2'$$

$$\frac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2'}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

$$\begin{cases} q_1' R_2 = q_2' \cdot R_1 \\ q_1' + q_2' = 2q \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} q_1' + q_1' \cdot \frac{R_2}{R_1} = 2q \\ q_2' + q_2' \cdot \frac{R_1}{R_2} = 2q \end{cases}$$

$$q_1' = \frac{2qR_1}{R_1+R_2}; \quad q_2' = \frac{2qR_2}{R_1+R_2};$$

$$\Delta q_1 = q_1' - q = q\left(\frac{2R_1}{R_1+R_2} - 1\right);$$

$$\Delta q_2 = q_2' - q = q\left(\frac{2R_2}{R_1+R_2} - 1\right);$$

$$\Delta q_1 = 8 \cdot 10^{-9} \cdot \left(\frac{2 \cdot 0{,}1}{0{,}06+0{,}1} - 1\right) = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\Delta q_2 = 8 \cdot 10^{-9} \left(\frac{2 \cdot 0{,}06}{0{,}06+0{,}1} - 1\right) = -2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

Ответ: $\Delta q_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл

$\Delta q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл

ВТОРОЙ ВАРИАНТ БИЛЕТА 18

Два уединенных металлических шарика радиусами R_1 и R_2, имеющие одинаковые заряды q, соединяются длинной проволокой. Найти характер изменения заряда на шариках после соединения, если $R_1 > R_2$. Зарядом на проволоке пренебречь.

Анализ. Согласно условию задачи шарики настолько удалены друг от друга, что заряды на них будут распределяться равномерно. Это значит, что поле каждого из ша- риков будет обладать сферической симметрией и вблизи каждого из шариков опреде- ляться только его собственным зарядом. До соединения шариков их потенциалы раз- личны. Известно, что потенциал на поверхности равномерно заряженного шара радиуса R равен

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Следовательно, $\varphi_1 < \varphi_2$. Здесь φ_1 и φ_2 соответственно потенциалы первого и второго шариков до соединения.

При соединении шариков проволокой внутри нее появится электрическое поле, направленное от большего потенциала к меньшему, которое вызовет перемещение положительных зарядов от второго шарика к первому. Это перемещение будет продолжаться до тех пор, пока потенциалы шариков не сравняются. Следовательно,

$$q_1 > 0,$$

$$q_2 < 0;$$

q_1 – изменение заряда первого шарика, q_2 – то же для второго шарика.

Заряды на шариках можно было бы легко найти из следующих соображений:

1) сумма зарядов на обоих шариках остается постоянной, т. е.

$$q_1 + q_2 = 2q;$$

здесь q_1 и q_2 – соответственно заряды на первом и втором шариках после соединения; 2) потенциалы шариков после соединения должны быть одинаковы, т. е.

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}.$$

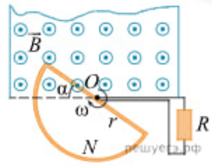
Проволока после соединения шариков будет иметь потенциал, одинаковый с ними. При этом величиной заряда, который должен остаться на проволоке для придания ей такого потенциала, можно пренебречь.

19 билет

Версия для печати и копирования в MS Word

Тип 25 № 5984

В зазоре между полюсами электромагнита вращается с угловой скоростью $\omega = 100$ с$^{-1}$ проволочная рамка в форме полуокружности радиусом $r = 5$ см, содержащая $N = 20$ витков провода. Ось вращения рамки проходит вдоль оси O рамки и находится вблизи края области с постоянным однородным магнитным полем с индукцией $B = 1$ Тл (см. рис.), линии которого перпендикулярны плоскости рамки. Концы обмотки рамки замкнуты через скользящие контакты на резистор с сопротивлением $R = 25$ Ом. Пренебрегая сопротивлением рамки, найдите тепловую мощность, выделяющуюся в резисторе.



Спрятать решение

Решение.

При вращении рамки в магнитном поле в ней возникает ЭДС индукции, равная по модулю

$$\mathscr{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(BNS)}{\Delta t} = BN\frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

За малое время Δt рамка поворачивается на угол $\Delta\alpha = \omega\Delta t$, и её площадь, находящаяся в магнитном, поле увеличивается на $\Delta S = \frac{1}{2}r \cdot r\Delta\alpha = \frac{\omega r^2}{2}\Delta t$, так что

$$\mathscr{E} = \frac{BN\omega r^2}{2} = const.$$

Так происходит до тех пор, пока площадь рамки в поле увеличивается. После того как вся рамка окажется в поле, эта площадь начнёт уменьшаться с такой же скоростью, так что ЭДС поменяет знак, но сохранит своё значение.

Таким образом, согласно закону Ома для замкнутой цепи, в рамке всё время будет течь ток с одинаковым значением $I = \frac{\mathscr{E}}{R}$, периодически изменяя своё направление на противоположное.

По закону Джоуля — Ленца тепловая мощность, выделяющаяся при этом процессе в резисторе, не зависит от направления тока и равняется

$$P = I^2R = \frac{\mathscr{E}^2}{R} = \frac{B^2N^2\omega^2r^4}{4R} = \frac{1^2 \cdot 20^2 \cdot 100^2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^4}{4 \cdot 25} = 0{,}25 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P = \frac{B^2N^2\omega^2r^4}{4R} = 0{,}25$ Вт.

20 билет

18.4

Дано

$F = 50\,мН = 5\cdot 10^{-2}\,Н$

$S = 200\,см^2 = 2\cdot 10^{-2}\,м^2$

$w = ?$

Сила притяжения пластин $F = EQ$, где $E = \frac{U}{2d}$ – напряжённость, создаваемая одной пластиной. Поэтому

$F = \frac{UQ}{2d} = \frac{W}{d}$ где W – энергия. Тогда

$W = Fd$ и $w = \frac{W}{V}$ где $V = Sd$ – объём

Тогда $w = \frac{Fd}{Sd} = \frac{F}{S} = \frac{5\cdot 10^{-2}\,Н}{2\cdot 10^{-2}\,м^2} = 2{,}5\,\frac{Дж}{м^3}$

Ответ: $w = 2{,}5\,\frac{Дж}{м^3}$

21 билет

Дано:

электрон

$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг

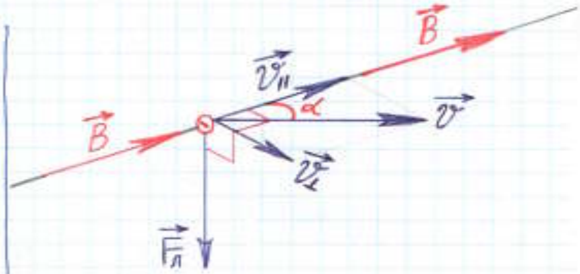
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$B = 9$ мТл $= 9 \cdot 10^{-3}$ Тл

$R = 1$ см $= 1 \cdot 10^{-2}$ м

$h = 7{,}8$ см $= 7{,}8 \cdot 10^{-2}$ м

$T - ?$ $\quad v - ?$



$\vec{v}_{\parallel}$ и $\vec{v}_{\perp}$ — составляющие скорости электрона $\vec{v}$, причём $\vec{v}_{\parallel} \parallel \vec{B}$, $\vec{v}_{\perp} \perp \vec{B}$.

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} \quad (1).$$

$$\left.\begin{array}{l} F_л = e v_{\perp} B \\ F_л = m v_{\perp}^2 / R \end{array}\right\} \Longrightarrow \frac{m v_{\perp}^2}{R} = e v_{\perp} B,$$

$$\frac{m v_{\perp}}{R} = eB, \qquad v_{\perp} = \frac{eBR}{m} \quad (2).$$

$$(2) \rightarrow (1): \quad T = \frac{2\pi R}{eBR/m}, \quad \boxed{T = \frac{2\pi m}{eB}}.$$

$$T = \frac{h}{v_{\parallel}} \quad (3).$$

Из (1) и (3) следует, что $\frac{h}{v_{\parallel}} = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}$, откуда $v_{\parallel} = \frac{h v_{\perp}}{2\pi R}$ (4).

$$v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 \quad (5).$$

$$(4) \rightarrow (5): \quad v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\perp}^2 \cdot \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2, \quad v^2 = v_{\perp}^2\left(1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right),$$

$$\boxed{v = v_{\perp} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2}} \quad (6).$$

$$(2) \rightarrow (6): \quad \boxed{v = \frac{eBR}{m} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2}}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^{-3}} \approx 4 \cdot 10^{-9}\ (с), \text{ т.е. } T \approx 4 \text{ нс}.$$

$$v = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{7{,}8 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2}}\right)^2} \approx 2{,}52 \cdot 10^{7} = 25{,}2 \cdot 10^{6} \left(\frac{м}{с}\right)$$

т.е. $v \approx 25{,}2$ Мм/с.

Ответ: ≈ 4 нс; $\approx 25{,}2$ Мм/с.

22 билет

В однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл движется протон...

$B = 2$ Тл
$R = 0{,}1$ м
$h = 0{,}6$ м

$E_к - ?$

№ 23-24

Сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение. По II закону Ньютона:

$$F = ma_n; \quad F = qv_zB; \quad a_n = \frac{v_z^2}{R}$$

$$qv_zB = \frac{mv_z^2}{R}; \quad mv_z = RqB; \quad v_z = \frac{RqB}{m}$$

$$v_z = \frac{2\pi R}{T}, \text{ где } T = h/v_x \Rightarrow v_z = \frac{2\pi R v_x}{h}$$

$$v_x = \frac{v_z h}{2\pi R}; \text{ зная, что } E_к = \frac{mv^2}{2} \text{ и } v = \sqrt{v_z^2 + v_x^2}$$

$$E_к = \frac{m}{2}\left(\frac{R^2q^2B^2}{m^2} + \left(\frac{RqB}{m}\cdot\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right) = \frac{B^2q^2}{2m}\left(R^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}\right)$$

$$E_к = \frac{B^2q^2}{8m\pi^2}\left(4\pi^2R^2 + h^2\right)$$

$$E = \frac{(2\text{ Тл})^2\cdot(1{,}6\cdot10^{-19}\text{ Кл})^2}{8\cdot1{,}672\cdot10^{-27}\text{ кг}\cdot3{,}14^2}\left(4\cdot3{,}14^2(0{,}1\text{ м})^2 + (0{,}6\text{ м})^2\right)$$

<u>Ответ:</u> $E = 580$ фДж

23 билет

№23-19

Дано:

$B = 0{,}2$ Тл

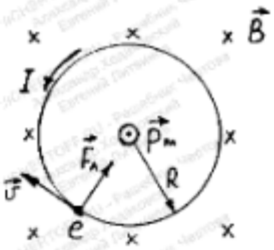
$R = 5$ см $= 0{,}05$ м

p_m - ?

Решение.

Магнитный момент эквивалентного кругового тока

$$p_m = IS = I\pi R^2, \quad (1)$$



где I - сила эквивалентного кругового тока; $S = \pi R^2$ - площадь, охватываемая траекторией электрона.

Силу эквивалентного кругового тока определим как

$$I = \frac{|e|}{T}, \quad (2)$$

где e - заряд электрона ($e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл); T - период его обращения по окружности.

Найдем период T.

При движении электрона в магнитном поле на него действует сила $\vec{F} = e[\vec{v}, \vec{B}]$, (Сила Лоренца)

где $\vec{v}$ - скорость электрона; $\vec{B}$ - индукция магнитного поля. Модуль вектора $\vec{F}$ определяется выражением:

$$F = |e| v B \sin\alpha,$$

где α - угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$. В данном случае $\vec{v} \perp \vec{B}$ (электрон движется по окружности), поэтому $\alpha = 90°$ и $\sin\alpha = 1$. Тогда

$$F = |e| v B.$$

Сила $\vec{F}$ действует перпендикулярно вектору скорости $\vec{v}$ и направлена к центру окружности, по которой движется электрон. По II закону Ньютона

$F = ma_n$, где $a_n = \frac{v^2}{R}$ - нормальное ускорение электрона.

Следовательно, $|e| v B = \frac{mv^2}{R}$. Отсюда скорость электрона:

$$v = \frac{|e| B R}{m}, \quad (3)$$

Период обращения электрона есть отношение длины окружности ($l = 2\pi R$) к скорости электрона:

$T = \frac{2\pi R}{v}$. Подставляя сюда выражение

Продолжение:

(3) получаем:

$$T = \frac{2\pi m}{|e|B} \qquad (4)$$

Подставляя теперь (4) в формулу (2) находим:

$$I = \frac{e^2 B}{2\pi m}$$

Следовательно, как следует из формулы (1), магнитный момент эквивалентного кругового тока:

$$p_m = \frac{e^2 B R^2}{2m}$$

Проверим размерность.

$$[p_m] = \frac{[e]^2\cdot[B]\cdot[R]^2}{[m]} = \frac{1\,Кл^2\cdot 1\,Тл\cdot 1\,м^2}{1\,кг} = \frac{1\,А^2\cdot с^2\cdot 1\,Н/(А\cdot м)\cdot 1\,м^2}{1\,кг} =$$

$$= \frac{1\,А\cdot с^2\cdot 1\,Н\cdot 1\,м}{1\,кг} = \frac{1\,А\cdot 1\,с^2\cdot 1\,кг\cdot м/с^2\cdot 1\,м}{1\,кг} = 1\,А\cdot 1\,м^2$$

Подставим числовые значения и произведем вычисления:

Масса электрона $m = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ кг

$$p_m = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2\cdot 0{,}2\cdot 0{,}05^2}{2\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}} = 7{,}03\cdot 10^{-12}\ А\cdot м^2 = 7{,}03\ пА\cdot м^2$$

Ответ: p_m = 7,03 пА·м²

24 билет

25.2. Плоский контур, площадь S которого равна 300 см^2, находится в однородном магнитном поле с индукцией B =0,01 Тл. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток I=10 А. Определить работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

Дано:

$S = 300 \text{ см}^2 = 300 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$

$B = 0{,}01$ Тл

$I = 10$ А

A — ?

Решение:

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$

Работа внешних сил $A = I(\Phi_1 - \Phi_2)$, где

$\Phi_2 = 0$ – магнитного поля нет

$\Phi_1 = BS\cos\alpha$ – магнитный поток

B – магнитная индукция

S – площадь контура

α – угол между $\vec{B}$ и $\vec{n}$ (нормаль к контуру) $\alpha = 0° \Rightarrow \cos 0° = 1$

Тогда $A = I\Phi_1 = IBS$

$A = 10 \cdot 0{,}01 \cdot 300 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-4}$ Дж $= 3$ мДж

Ответ: $A = 3$ мДж

25 билет

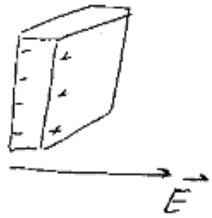
16.29 Дано:

$E_0 = 2\cdot 10^6 \frac{В}{м}$

$\varepsilon = 3{,}0$

$\sigma_{св}$ - ?

Решение:



$\sigma_{св} = \pm P = \varkappa \varepsilon_0 E$ поверхностная плотность связанных зарядов.

где $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}$ - const

где $\varkappa = \varepsilon - 1$ - диэлектрическая восприимчивость

$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$ - напряжённости электрического поля в пластине

Тогда $\sigma_{св} = \pm\frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E_0}{\varepsilon}$

$\sigma_{св} = \pm\frac{(3-1)\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 10^6}{3} = \pm 11{,}8\cdot 10^{-6} \frac{Кл}{м^2} = \pm\ 11{,}8 мк\frac{Кл}{м^2}$.

Ответ: $\sigma_{св} = \pm 11{,}8 \frac{мкКл}{м^2}$

26 билет **ПОМЕНЯЙ ЗАКОН РО НА СВОЙ И ВСЕ ДОЛЖНО БЫТЬ ГУД**

$\boxed{3.25}$

R

$\rho = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)$

$\rho_0 = \text{const}$

$\varepsilon = 1$

1. Применим теорему Гаусса для сферы радиуса r (r < R)

$$\int E\,dS = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \qquad E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{q(r)}{\varepsilon_0}$$

$$q(r) = \int_V \rho\,dV \qquad dV = V(r + dr) - V(r) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r + dr)^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 4 \cdot \pi \cdot dr \cdot r^2 + 4 \cdot \pi \cdot dr^2 \cdot r + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot dr^3$$

$$q(r) = \int_0^r \left(4 \cdot \pi \cdot dr \cdot r^2\right) \cdot \left[\rho_0 \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)\right] dr = \frac{1}{3} \cdot r^3 \cdot \frac{(4 \cdot R - 3 \cdot r)}{R} \cdot \pi \cdot \rho_0$$

$$E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{3} \cdot r^3 \cdot \frac{(4 \cdot R - 3 \cdot r)}{R} \cdot \pi \cdot \rho_0 \qquad E = \frac{-1}{12} \cdot r \cdot (3 \cdot r - 4 \cdot R) \cdot \frac{\rho_0}{\varepsilon_0 \cdot R} = \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot r}{4 \cdot R}\right) \cdot \frac{\rho_0 \cdot r}{\varepsilon_0}$$

2. Для для сферы радиуса r (r > R) весь заряд сконцентрирован внутри шара R

$$q(R) = \frac{1}{3} \cdot R^3 \cdot \frac{(4 \cdot R - 3 \cdot R)}{R} \cdot \pi \cdot \rho_0 = \frac{1}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot \rho_0$$

$$E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \qquad E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\frac{1}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot \rho_0}{\varepsilon_0} \qquad E(r) = \frac{1}{12} \cdot R^3 \cdot \frac{\rho_0}{r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

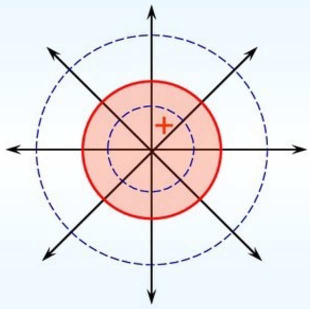
2. $$0 = \frac{d}{dr} \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot r}{4 \cdot R}\right) \cdot \frac{\rho_0 \cdot r}{\varepsilon_0} \rightarrow 0 = \frac{-1}{4 \cdot R} \cdot \rho_0 \cdot \frac{r}{\varepsilon_0} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{r}{R}\right) \cdot \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \qquad r = \frac{2}{3} \cdot R$$

$$E_{max} = \frac{1}{3} \cdot \left[1 - \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot R\right)}{4 \cdot R}\right] \cdot \frac{\rho_0 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot R\right)}{\varepsilon_0} \qquad E_{max} = \frac{1}{9} \cdot \rho_0 \cdot \frac{R}{\varepsilon_0}$$

2. Напряженность поля объемно заряженного шара

Рассмотрим шар радиуса R с равномерной объемной плотностью заряда ρ:

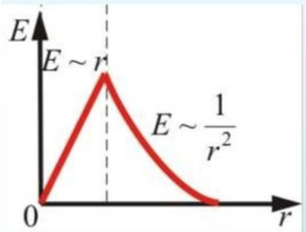
В любой точке лежащей вне шара на расстоянии от его центра $r > R$ напряженность аналогична полю точечного заряда:



$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}}$$

Проведем поверхность с радиусом r меньше радиуса шара R:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$$



$$\Phi = \oint_S E dS = E\cdot 4\pi r^2 \Rightarrow E = \frac{1}{3}\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon}r$$

Напряженность поля внутри заряженной сферы растет линейно с расстоянием от центра сферы.

27 билет

26.3

Дано

$N = 1000$

$I = 1A$

$\Phi = 0{,}1мВб = 10^{-4} Вб$

$W = ?$

Энергия магнитного поля $W = \frac{L \cdot I^2}{2}$. Потокосцепление $\Psi = LI = N\Phi$. Отсюда $L = \frac{N\Phi}{I}$. Тогда $W = \frac{N\Phi I^2}{2I} =$

$= \frac{N\Phi I}{2} = \frac{1000 \cdot 10^{-4} Вб \cdot 1A}{2} = 0{,}05 Дж$

Ответ: $W = 50 мДж$

28 билет **ПОМЕНЯЙ ЗАКОН СИЛЫ ТОКА В УСЛОВИИ**

3.7.23. В плоскости квадратной рамки с омическим сопротивлением R =7 Ом и стороной a = 0,2 м расположен на расстоянии r_0 = 0,2 м от рамки прямой бесконечный проводник (рис. 3.69). Сила тока в проводнике изменяется по закону $I = \alpha t^3$, где $\alpha =$ $= 2$ А/с^3. Проводник параллелен одной из сторон рамки. Определить силу индукционного тока $I_{\text{инд}}$ в рамке в момент времени t = 10 с.

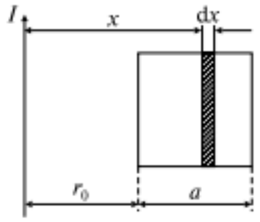


Рис. 3.69

Решение. В силу зависимости силы тока I в проводнике от времени, от времени зависит также и величина магнитной индукции B, создаваемой прямым током (3.6.5), а именно:

$$B = \mu_0 I/2\pi x = \mu_0 \alpha t^3/2\pi x. \tag{1}$$

Следовательно, с течением времени изменяется и магнитный поток Ф, пронизывающий рамку, что вызывает появление индукционного тока $I_{\text{инд}}$ в ней. Кроме того, рамка находится в неоднородном магнитном поле, поэтому для вычисления суммарного потока надо разбить рамку на элементарные площадки (см. рис. 3.69)

$$\mathrm{d}S = a\,\mathrm{d}x, \tag{2}$$

где a — сторона рамки, dx — ширина элементарной площадки, расположенной на расстоянии x от проводника, в пределах которой величину индукции B можно считать постоянной (см. формулу (1)).

Тогда поток Ф, учитывая (3.6.18), (1) и (2), будет

$$\Phi = \int_{r_0}^{r_0+a} \mathrm{d}\Phi = \int_{r_0}^{r_0+a} B\,\mathrm{d}S\cos\alpha = \int_{r_0}^{r_0+a} \frac{\mu_0 \alpha t^3}{2\pi x} a\,\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 \alpha a}{2\pi x}\ln\left(\frac{r_0 + a}{r_0}\right) t^3. \tag{3}$$

ПРОДОЛЖЕНИЕ:

При получении выражения (3) $\cos\alpha = 1$, так как угол α между нормалью $\vec{n}$ к рамке и вектором $\vec{B}$ справа от прямого тока I (см. рис. 3.69) равен нулю.

По закону Фарадея (3.7.1) величина ЭДС индукции $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ равна

$$\left|\mathscr{E}_{\text{инд}}\right| = \left|-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{3\mu_0 a\alpha}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{r_0}\right)t^2.$$

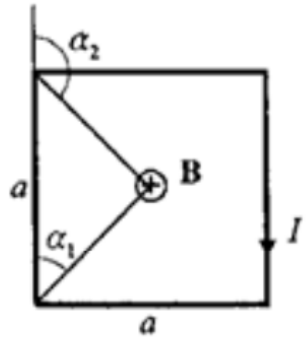
Окончательно сила тока $I_{\text{инд}}$ определяется из закона Ома (3.5.3):

$$I_{\text{инд}} = \frac{\mathscr{E}_{\text{инд}}}{R} = \frac{3\mu_0 a\alpha\ln\left(1+\dfrac{a}{r_0}\right)}{2\pi R}t^2 = 2{,}4\cdot 10^{-6}\ \text{А}.$$

Ответ: $I_{\text{инд}} = \dfrac{3\mu_0 a\alpha\ln\left(1+\dfrac{a}{r_0}\right)}{2\pi R}t^2 = 2{,}4\cdot 10^{-6}$ А.

29 билет

Дано	Решение
$a = 15$ см $= 0{,}15$ м $I = 5$ А	
B — ?	$\alpha_2 = 180° - \alpha_1$



$$B = 4B_1,$$

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{(a/2)}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

$$B = 4\cdot\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{(a/2)}\cdot 2\cdot\cos\alpha_1 .$$

Ответ $B = 37{,}7$ мкТл.

30 билет

№22-25

Дано:

$R = 5\text{ см} = 0{,}05\text{ м}$

$H = 2\text{ кА/м} = 2\cdot10^3\text{ А/м}$

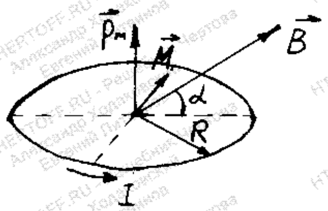
$\alpha = 60^\circ$

$I = 4\text{ А}$

$M - ?$

Решение.

Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле



$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

где $\vec{p}_m$ - магнитный момент контура; $\vec{B}$ - индукция магнитного поля. Направление вектора $\vec{M}$ образует с направлениями векторов $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ правовинтовую систему.

Модуль вектора $\vec{M}$ равен:

$$M = p_m B \sin\varphi,$$

где φ - угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Как следует из рисунка $\varphi = 90^\circ - \alpha$. Следовательно,

$$M = p_m B \sin(90^\circ - \alpha) = p_m B \cos\alpha, \qquad (1)$$

Магнитный момент контура с током

$p_m = IS$, где I - сила тока в контуре, S - площадь, ограниченная контуром.

Площадь кругового витка $S = \pi R^2$. Поэтому,

$$p_m = I\pi R^2, \qquad (2)$$

Магнитная индукция B связана с напряженностью H поля в вакууме соотношением

$$B = \mu_0 H, \qquad (3)$$

где μ_0 - магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м).

Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (1) получаем:

$$M = \pi\mu_0 I R^2 H \cos\alpha$$

Проверим размерность.

$$[M] = [\mu_0]\cdot[I]\cdot[R]^2\cdot[H] = 1\frac{\text{Гн}}{\text{м}}\cdot 1\text{ А}\cdot 1\text{ м}^2\cdot 1\frac{\text{А}}{\text{м}} = 1\text{ Гн}\cdot\text{А}^2 = 1\text{ Дж} = 1\text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M = 3{,}14\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot10^{-7}\cdot 4\cdot 0{,}05^2\cdot 2\cdot10^3\cos60^\circ = 3{,}94\cdot10^{-5}\text{ Н}\cdot\text{м} = 39{,}4\text{ мкН}\cdot\text{м}$$

Ответ: $M = 39{,}4$ мкН·м