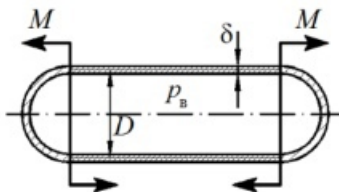


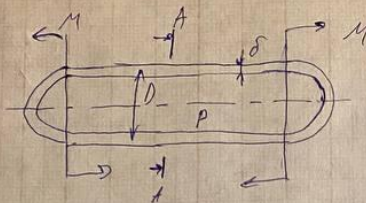
3. Решить задачу.



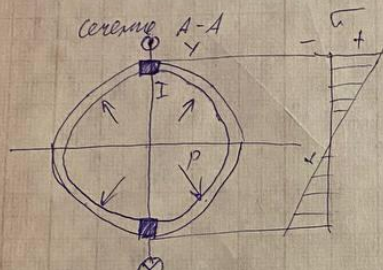
Дано: $p = 10 \text{ МПа}$, $M = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $D = 40 \text{ мм}$, $\delta = 2 \text{ мм}$,
 $\sigma_{\text{тр}} = 240 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{тс}} = 300 \text{ МПа}$.

Определить коэффициент запаса n_T .

70



Решение:



от давления p :

$$\sigma_m = \frac{pD}{4\delta} = \frac{10 \cdot 40}{4 \cdot 2} = 50 \text{ МПа}$$

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = \frac{10 \cdot 40}{2 \cdot 2} = 100 \text{ МПа}$$

от изгибающего M :

$$\sigma = \frac{M}{W_x} = \frac{4M}{\pi D^2 \delta} = \frac{4 \cdot 200}{3,14 \cdot 40^2 \cdot 2} = 80 \text{ МПа}$$

①

$$\sigma_2 = \sigma + \sigma_m = 130 \text{ МПа} - \text{норм.}$$

$$\sigma_x = \sigma_t = 100 - \text{норм.}$$

$$\sigma_y = 0 - \text{норм.}$$

$$\sigma_1 = 130 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = 100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ МПа}$$

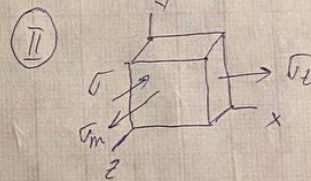
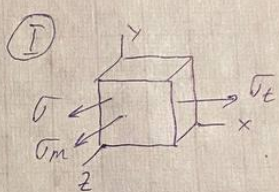
$$\sigma_{\text{экв I}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 130 \text{ МПа}$$

$$n_T = \frac{\sigma_{\text{тр}}}{\sigma_{\text{экв I}}} = \frac{240}{130} = 1,85$$

25

$p = 10 \text{ МПа}$
 $M = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$
 $D = 40 \text{ мм}$
 $\delta = 2 \text{ мм}$
 $\sigma_{\text{тр}} = 240 \text{ МПа}$
 $\sigma_{\text{тс}} = 300 \text{ МПа}$

$n_T = ?$



②

$$\sigma_2 = \sigma_m - \sigma = -30 \text{ МПа}$$

$$\sigma_x = \sigma_t = 100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_y = 0 \text{ МПа} - \text{норм.}$$

$$\sigma_1 = 100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ МПа}$$

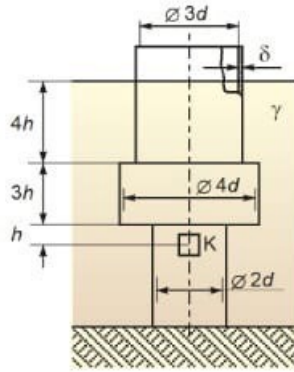
$$\sigma_3 = -30 \text{ МПа}$$

Критерий Мора

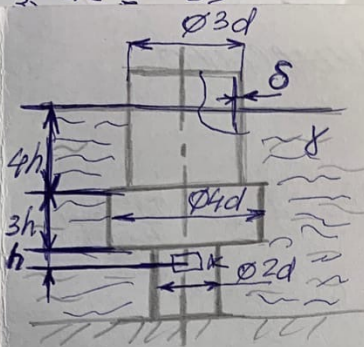
$$\sigma_{\text{экв II}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 100 + 0,8 \cdot 30$$

$$= 124 \text{ МПа}$$

3. Решить задачу.



Цилиндрическая оболочка испытывает давление жидкости с удельным весом γ . Пренебрегая собственным весом оболочки и используя критерий энергии формоизменения, найти эквивалентное напряжение в элементе К. Величины γ, h, d, δ считать заданными.



$$\gamma, h, d, \delta$$

$$\Sigma F = 0$$

$$p_2 \left(\frac{\pi (4d)^2}{4} - \frac{\pi (3d)^2}{4} \right) - p_1 \left(\frac{\pi (4d)^2}{4} - \frac{\pi (2d)^2}{4} \right) + \sigma_m \cdot \pi (2d) \delta = 0$$

$$p_2 = 48h \quad p_1 = 78h$$

$$48h \cdot \frac{\pi d^2}{4} (4^2 - 3^2) - 78h \cdot \frac{\pi d^2}{4} (4^2 - 2^2) + \sigma_m \cdot 2\pi d \delta = 0$$

$$78h \pi d^2 - 218h \pi d^2 + \sigma_m 2\pi d \delta = 0$$

$$78hd - 218hd + \sigma_m 2\delta = 0$$

$$\sigma_m 2\delta - 148hd = 0$$

$$\sigma_m = \frac{78hd}{\delta}$$

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_z}{\rho_z} = \frac{P}{\delta} \cdot \sqrt{1 + \mu} \cdot \rho_m = \infty \text{ и } \rho_z = d, m_0$$

$$\sigma_z = \frac{P d}{\delta}$$

$$p = -\gamma \cdot 8h \quad \sigma_z = -\frac{88hd}{\delta}$$

$$\sigma_r = \frac{78hd}{\delta}$$

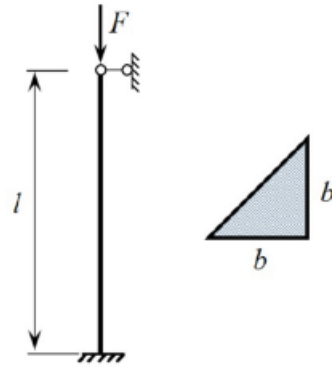
$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_3 = -\frac{88hd}{\delta}$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sigma_1^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + \sigma_3^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{498^2 h^2 d^2}{\delta^2} + \frac{2258^2 h^2 d^2}{\delta^2} + \frac{648^2 h^2 d^2}{\delta^2}} = \frac{138hd}{\delta}$$

3. Решить задачу.



Дано: $b = 30 \text{ мм}$, $l = 500 \text{ мм}$, $F = 50 \text{ кН}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$,
 $\sigma_{\text{ш}} = 230 \text{ МПа}$, $\sigma_T = 280 \text{ МПа}$.

Найти критическое значение силы $F_{\text{кр}}$ и коэффициент запаса по устойчивости n_y .

4)

$b = 30 \text{ мм}$
 $L = 500 \text{ мм}$
 $F = 50 \text{ кН}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$
 $\sigma_{\text{ш}} = 230 \text{ МПа}$
 $\sigma_T = 280 \text{ МПа}$
 $F_{\text{кр}} = ?$ $n_y = ?$

Решение:

$\mu = 0,7$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{\min}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{\frac{b^4}{72}}{\frac{b^2}{2}}} = \frac{b}{6} = 5$$

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 500}{5} = 70$$

$$\lambda_{\text{ш}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{ш}}}} = 92$$

$\lambda_{\text{ш}} > \lambda \rightarrow$ Формулы Эйлера применять нельзя

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A ; \sigma_{\text{кр}} = \sigma_T - (\sigma_T - \sigma_{\text{ш}}) \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{ш}}} \right)^2$$

$$\sigma_{\text{кр}} = 280 - (280 - 230) \left(\frac{70}{92} \right)^2 = 257,05$$

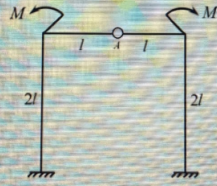
$$F_{\text{кр}} = 257,05 \cdot \frac{30^2}{2} = 112,92 \text{ кН}$$

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F} = \frac{112,92}{50} = 2,26$$

14

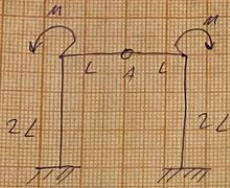
$A = \frac{b^2}{2}$
 $J_x = J_y = \frac{b^4}{36}$
 $J_{xy} = -\frac{b^4}{72}$
 $J_{y'(min)} = J_y \sin^2 45^\circ + J_x \cos^2 45^\circ + J_{xy} \sin 90^\circ = \frac{b^4}{72}$

3. Решить задачу.



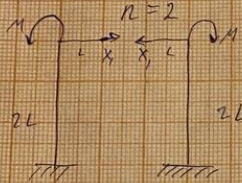
Дано: M, l, EI_x .
Построить эпюру изгибающих моментов. Определить вертикальное перемещение сечения А.

8)



Решение:

70.



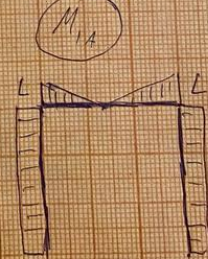
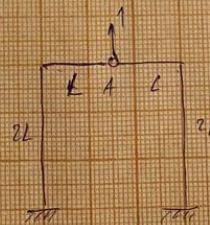
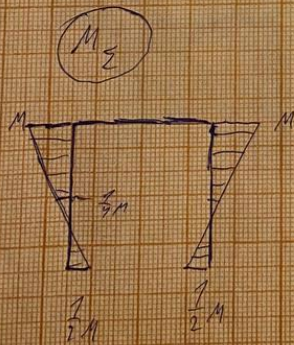
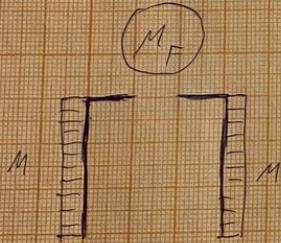
$$\delta_{11} X_1 + \delta_{1F} = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{2}{EI_x} \left[2L \cdot 2L \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} L \right] = \frac{16}{3} \frac{L^3}{EI_x}$$

$$\delta_{1F} = -\frac{2}{EI_x} [M \cdot 2L \cdot L] = -\frac{4ML^2}{EI_x}$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{3}{8} \frac{ML}{L}$$

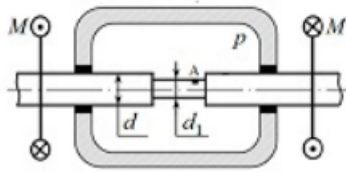
$$M_2 = M_1 \cdot X_1 + M_F$$



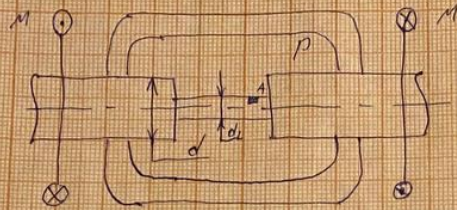
8)

$$V(A)_{\text{верт}} = \frac{2}{EI_x} \left[L \cdot 2L \cdot \frac{1}{2} M \right] = \frac{ML^2}{EI_x}$$

3. Решить задачу.



Дано: $p = 40 \text{ МПа}$, $M = 80 \text{ Н·м}$, $d = 30 \text{ мм}$, $d_1 = 20 \text{ мм}$.
Определить главные напряжения в точке А.



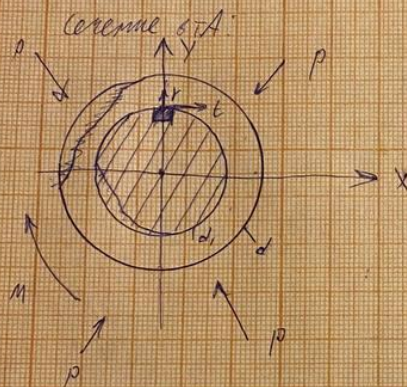
$$p = 40 \text{ МПа}$$

$$M = 80 \text{ Н·м}$$

$$d = 30 \text{ мм}$$

$$d_1 = 20 \text{ мм}$$

Определить М. Напряжения
в точке А.



$$T = \frac{M}{W_x} = \frac{M \cdot 16}{\pi d_1^3} = \frac{80 \cdot 16}{\pi \cdot 20^3} =$$

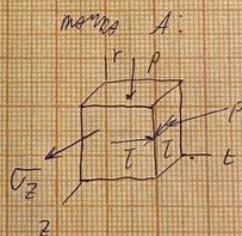
$$= 50,93 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = p \left(\frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \right) =$$

$$\frac{\pi d^2}{4} -$$

$$= p \left(\left(\frac{d}{d_1} \right)^2 - 1 \right) =$$

$$= 50 \text{ МПа}$$



$$\sigma^I = -p$$

$$\sigma^{II, III} = \frac{\sigma_2 - p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_2 + p}{2} \right)^2 + T^2} = 5 \pm \sqrt{45^2 + 50,93^2}$$

$$\sigma^{II} = 23$$

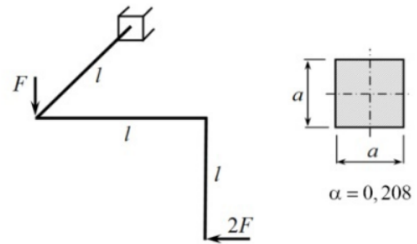
$$\sigma^{III} = -63$$

$$\sigma_1 = 23$$

$$\sigma_2 = -40$$

$$\sigma_3 = -63$$

3. Решить задачу.



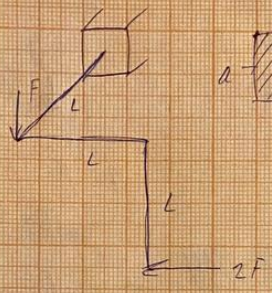
Дано: $F = 1 \text{ кН}$, $l = 0,5 \text{ м}$, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$, $n_T = 1,5$.

Построить эпюры изгибающих и крутящих моментов.
Определить размер сечения (использовать энергетическую теорию прочности).

7

$L = 9208$

(72)



$F = 1 \text{ кН}$
 $L = 0,5 \text{ м}$
 $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$
 $R_T = 7,5$

Материал α

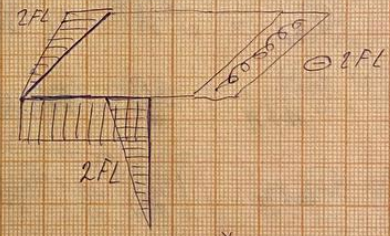
Экспериментальная проверка прочности

Решение

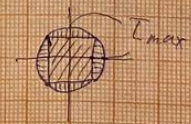
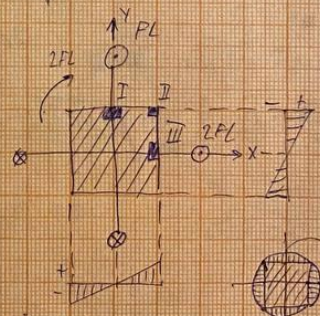
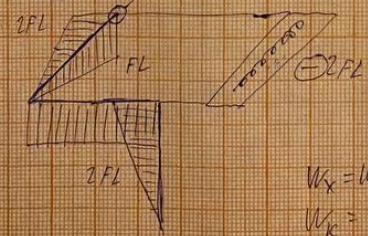
(M_F)



(M_{2F})



(M_Σ)



$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}$

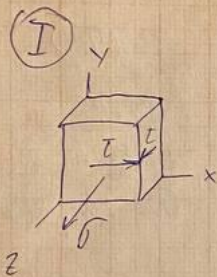
$W_x = \alpha \cdot a^3 = 0,208a^3$

$\sigma_2^I = \frac{FL}{W_x} = \frac{6FL}{a^3}$

$\sigma_2^{II} = \frac{2FL}{W_y} = \frac{12FL}{a^3}$

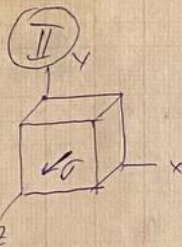
$\sigma_{max} = \frac{2FL}{W_x} = \frac{9,62FL}{a^3}$

7)



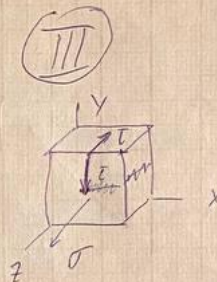
$$\tau = \frac{9,62 FL}{a^3}$$

$$\sigma = \frac{6 FL}{a^3}$$



$$\tau = 0$$

$$\sigma = \frac{6 FL}{a^3} + \frac{12 FL}{a^3} = \frac{18 FL}{a^3}$$



$$\tau = \frac{9,62 FL}{a^3}$$

$$\sigma = \frac{12 FL}{a^3}$$

По третьей основной теореме

$$\sigma_{\text{срб}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma_{\text{срб I}} = \sqrt{\left(\frac{6 FL}{a^3}\right)^2 + 3\left(\frac{9,62 FL}{a^3}\right)^2} = 17,7 \frac{FL}{a^3}$$

$$\sigma_{\text{срб II}} = \frac{18 FL}{a^3}$$

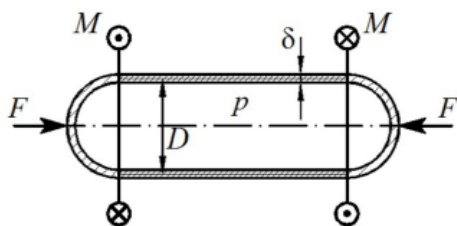
$$\sigma_{\text{срб III}} = \sqrt{\left(\frac{12 FL}{a^3}\right)^2 + 3\left(\frac{9,62 FL}{a^3}\right)^2} = \frac{20,53 FL}{a^3}$$

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{срб III}} = \frac{20,53 FL}{a^3} \leq \frac{\sigma_T}{n_T} \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{20,53 FL \cdot n_T}{\sigma_T}} = 0,04 \text{ м}$$

а.т. 40 мм

3. Решить задачу.



Дано: $p = 4 \text{ МПа}$, $M = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $F = 10 \text{ кН}$, $D = 50 \text{ мм}$,
 $\delta = 1 \text{ мм}$, $\sigma_{\text{тр}} = 300 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{тс}} = 400 \text{ МПа}$.

Определить коэффициент запаса n_T .

3

Решение:

Сечение А-А

$p = 4 \text{ МПа}$
 $M = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$
 $F = 10 \text{ кН}$
 $D = 50 \text{ мм}$
 $\delta = 1 \text{ мм}$
 $\sigma_{\text{тр}} = 300 \text{ МПа}$
 $\sigma_{\text{тс}} = 400 \text{ МПа}$
 $n_T = ?$

• От давления p :

$$\sigma_m = \frac{pD}{4\delta} = \frac{4 \cdot 50}{4 \cdot 1} = 50 \text{ МПа}$$

$$\sigma_t = \frac{pD}{2\delta} = 100 \text{ МПа}$$

• От крутящего M :

$$\tau = \frac{M}{W_p} = \frac{2M}{\pi D \delta} = \frac{2 \cdot 200}{\pi \cdot 50 \cdot 1} \cdot 10^{-3} = 51 \text{ МПа}$$

• От осевой силы F :

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10000}{\pi \cdot 50 \cdot 1} = 63,66 \text{ МПа}$$

$\sigma_{23} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau^2} = \begin{bmatrix} 119,53 \text{ МПа} \\ -33,19 \text{ МПа} \end{bmatrix}$

$\sigma_1 = 119,53 \text{ МПа}$
 $\sigma_2 = 0 \text{ МПа}$
 $\sigma_3 = -33,19 \text{ МПа}$

По Мхх:

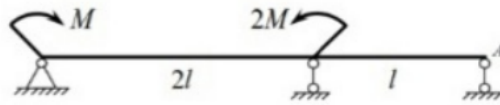
$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3; \quad \sigma = \frac{\sigma_{\text{тр}}}{n_T} = \frac{3}{4}$$

3)

$$\sigma_{\text{экв}} = 119,53 + \frac{3}{4} \cdot 33,19 = 149,42$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sigma_{\text{тр}}}{n_T} \rightarrow n_T = \frac{\sigma_{\text{тр}}}{\sigma_{\text{экв}}} = \frac{300}{149,42} = 2,08$$

3. Решить задачу.



Дано: M, l, EJ_x .

Построить эпюру изгибающих моментов. Определить угол поворота сечения A.

$\rho = \frac{14,56}{50} = 2,26$

$\delta_{11} X_1 + \delta_{1F} = 0$

$R_B = \frac{M}{2l} \quad (\Sigma \text{ сил, равн})$

$R_C = -\frac{M}{2l}$

$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_x} \left[\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2l^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \right] = \frac{l^3}{EJ_x}$

$\delta_{1F} = \frac{1}{EJ_x} \left[\frac{2l^2}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} M + M \right) \right] = \frac{5}{3} \frac{l^2 M}{EJ_x}$

$X_1 = -\frac{5l^2 M}{3L^3} = -\frac{5}{3} \frac{M}{L}$

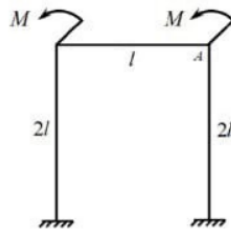
$M_2 = M_1 \cdot X_1 + \delta_{1F}$

угол поворота.

$\theta_A = \frac{1}{EJ_x} \left[\frac{1}{2} \cdot 2l \cdot 1 \cdot \left(\frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} M + M \right) - L \cdot 1 \cdot \frac{5M}{6} \right) \right]$

$= \left[\frac{7}{3} Ml - \frac{5}{6} Ml \right] \frac{1}{EJ_x} = \frac{2}{36} \frac{Ml}{EJ_x}$

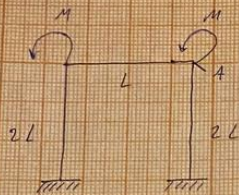
3. Решить задачу.



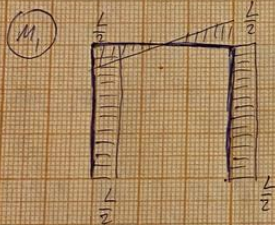
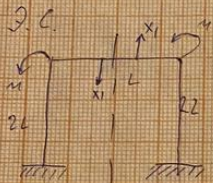
Дано: M, l, EJ_x .

Построить эпюру изгибающих моментов. Определить горизонтальное перемещение сечения A.

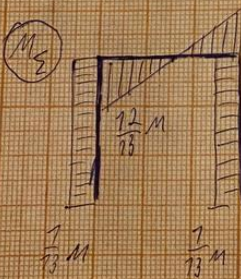
g)



Решение:



$$M_2 = M_1 \cdot x_1 + M_F$$



2)

Дано: M, l, EJ_x

Построить эпюру изг. моментов.

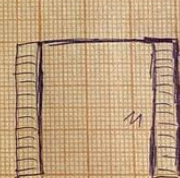
Определить горизонтальное перемещение сечения A.

$$\delta_{11} x_1 + \delta_{1F} = 0$$

$$\delta_{11} = \frac{2}{EJ_x} \left[2l \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} + 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{3} \right] = \frac{12}{13} \frac{l^3}{EJ_x}$$

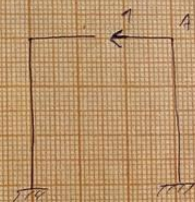
$$\delta_{1F} = \frac{2}{EJ_x} \left[2l \cdot \frac{l}{2} \cdot M \right] = - \frac{2}{13} \frac{Ml^2}{EJ_x}$$

(M_F)



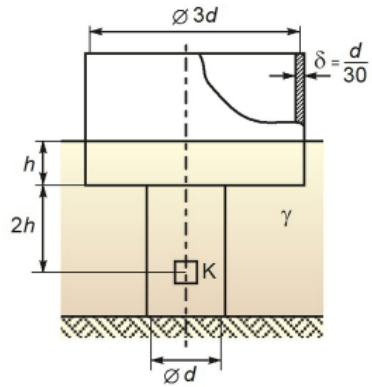
$$x_1 = - \frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{2.9M}{13L}$$

Горизонтальное перемещение A:



$$V(A) = \frac{1}{EJ_x} \left[\frac{1}{2} \cdot 2L \cdot 2L \cdot \frac{2.9M}{13} \right] = \frac{2}{13} \frac{Ml^2}{EJ_x}$$

3. Решить задачу.



Найти эквивалентное напряжение в сечении К цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость с удельным весом γ . Найти изменение диаметра в том же сечении. Собственным весом оболочки пренебречь. Использовать критерий максимального касательного напряжения. Величины γ, h, d, E считать заданными. $\mu = 0.25$

Данна Алрико

3) Пл-ка К

$\sigma_1 = 60\delta h$
 $\sigma_2 = 0$
 $\sigma_3 = -45\delta h$

1) $\sum F = 0$

$$-p \left(\frac{\pi \cdot (3d)^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) + \sigma_m \pi d \cdot \frac{d}{30} = 0$$

$$p \cdot 2\pi d^2 = \sigma_m \frac{\pi d^2}{30}$$

В т.ке К $p = 3\delta h$.

$$3\delta h \cdot 2\pi d^2 = \sigma_m \frac{\pi d^2}{30}$$

$$2\delta h \cdot 30 = \sigma_m = 60\delta h$$

2) $\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_z}{\rho_z} = \frac{p}{\delta}$ ($\rho_m = \infty$, $\rho_z = \frac{d}{2}$)

$$\frac{2\sigma_z}{d} = \frac{p}{\delta}; \sigma_z = \frac{pd}{2\delta}$$

$$p = -3\delta h; \sigma_z = -\frac{3\delta h d}{2\delta}$$

$$\sigma_z = -\frac{3\delta h d \cdot 30}{2d} = -45\delta h$$

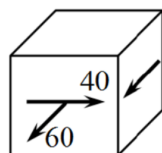
$\sigma_{x\text{сб}} = \sigma_1 - \sigma_3 = 60\delta h + 45\delta h = 105\delta h$

$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z))$
 $\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(0 + \sigma_m)) = -\frac{60\delta h}{E}$

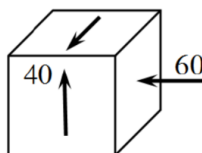
Упл-е диаметра: $\Delta d = \epsilon_x \cdot d = -\frac{60\delta h d}{E}$

$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta l}{l}; \Delta d = \frac{d \cdot \Delta l}{l} = d \cdot \epsilon_x = -\frac{60\delta h d}{E}$

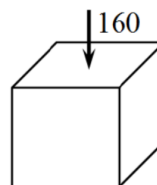
3. Решить задачу.



Точка 1



Точка 2

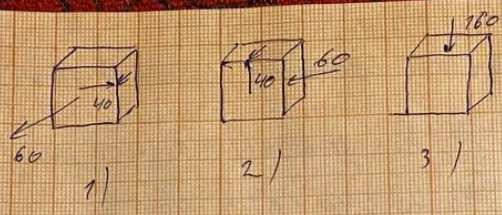


Точка 3

Дано: $\sigma_{вр} = 0,5\sigma_{вс}$.

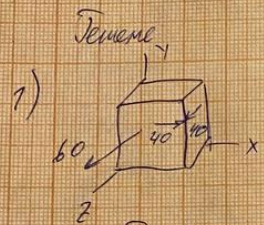
Определить в какой из точек напряженное состояние является самым опасным? Построить круговые диаграммы Мора.

2)



Дано:
 $\sigma_{\text{доп}} = 0,55 \sigma_c$
 (прочность)

определить единицы
 отклики попереч
 деформации мпм



$$\sigma_z = 60$$

$$\sigma_y = 0 - \text{шубная}$$

$$\sigma_x = 0$$

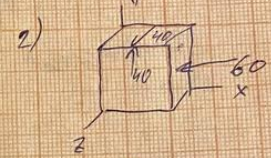
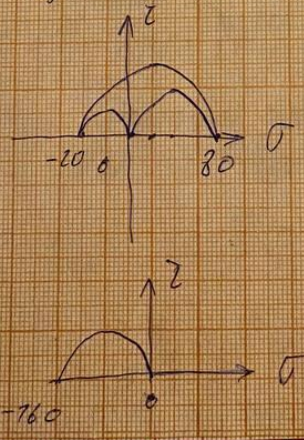
$$\sigma_{\text{м}} = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_{\text{м}} = 30 \pm \sqrt{30^2 + 40^2} = \begin{bmatrix} 80 \\ -20 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 = 80 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = 0 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = -20 \text{ МПа}$$



$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\sigma_x = -60 - \text{шубная}$$

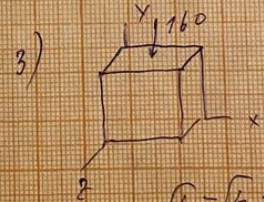
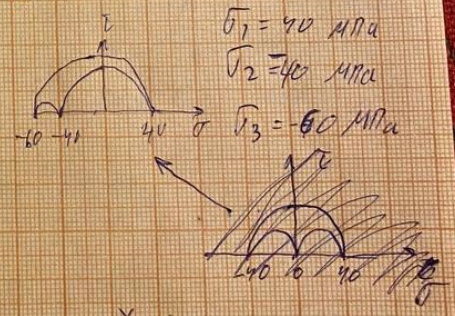
$$\sigma_{\text{м}} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$= 0 \pm 40 = \begin{bmatrix} 40 \\ -40 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_1 = 40 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = 40 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = -60 \text{ МПа}$$



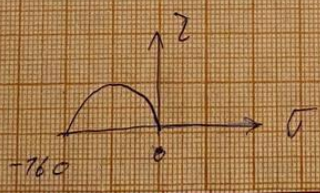
$$\sigma_x = 0 - \text{шубная}$$

$$\sigma_y = -160 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = 0 - \text{шубная}$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = -160$$



2)

так как материал хрупкий. - критерий Мора.

$$\sigma_{экв1} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{BR}}{\sigma_{BC}} \quad \sigma_3 = 80 + 0,5 \cdot 20 = 90 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{экв2} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{BR}}{\sigma_{BC}} \quad \sigma_3 = 40 + 0,5 \cdot \frac{60}{70} = 44 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{экв3} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{BR}}{\sigma_{BC}} \quad \sigma_3 = 0 + 0,5 \cdot 160 = 80 \text{ МПа}$$

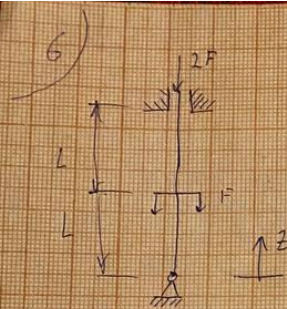
1) - самое опасное.

3. Решить задачу.



Для вычисления критической нагрузки энергетическим методом записать:

- 1) граничные условия;
- 2) функцию прогибов, удовлетворяющую граничным условиям;
- 3) формулу для вычисления критической нагрузки.



1) записать ГУ

2) Функцию прогибов

3) формулу для вычисления $F_{кр}$

Решение:

1) ГУ:

$$\begin{cases} z=0 \\ V=0 \end{cases} \quad \begin{cases} z=2L \\ V=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=0 \\ V'=0 \end{cases} \quad \begin{cases} z=2L \\ V'=0 \end{cases}$$

$$2) V(z) = C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + C_3 z^3 + C_4 z^4$$

$$V'(z) = C_1 + 2C_2 z + 3C_3 z^2 + 4C_4 z^3$$

$$V''(z) = 2C_2 + 6C_3 z + 12C_4 z^2$$

$$\text{из Г.У: } C_0 = 0, C_2 = 0 \quad (\text{при } z=0)$$

$$\text{при } z=2L:$$

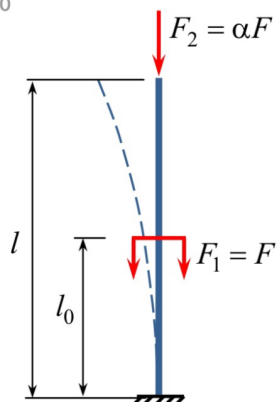
$$\begin{cases} C_1 \cdot 2L + C_3 \cdot 8L^3 + C_4 \cdot 16L^4 = 0 \\ C_1 + 3C_3 \cdot 4L^2 + 4C_4 \cdot 8L^3 = 0 \end{cases} \rightarrow C_3 = C_4 \cdot \frac{8}{3}L$$

$$C_1 \cdot 2L + C_4 \cdot \frac{8}{3}L^2 \cdot 8L^3 + C_4 \cdot 16L^4 = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{56}{3}L^3 \cdot C_4$$

$$V(z) = \left(-\frac{56}{3}L^3 z + \frac{8}{3}L z^3 + z^4 \right) \cdot C_4$$

$$3) F_{кр} = \frac{\int_0^{2L} FJ (V''(z))^2 dz}{\int_0^L (V'(z))^2 dz + \int_0^{2L} (V'(z))^2 dz}$$

это же
можно:



Таким образом

Замечание 2.

В случае действия нескольких сил, они должны быть выражены через один параметр, тогда из баланса энергий

$$U = W = \sum F_i \Delta_i$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^l EJ_{\min} (v'')^2 dz &= F_1 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{l_0} (v')^2 dz + F_2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^l (v')^2 dz = \\ &= \frac{1}{2} F \left(\int_0^{l_0} (v')^2 dz + \alpha \int_0^l (v')^2 dz \right). \end{aligned}$$

$$F_{\text{кр}} = \frac{\int_0^l EJ_{\min} (v'')^2 dz}{\int_0^{l_0} (v')^2 dz + \alpha \int_0^l (v')^2 dz}.$$