Билет 1.

1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[0,\ 20]$, а Y имеет плотность распределения $f(y) = \begin{cases} 0{,}5\,e^{-0{,}5y} & \text{при} \quad y \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad y < 0. \end{cases}$ Для случайных величин U и V найти математические ожидания и дисперсии, если $U = 2X - 3Y + 5$, $V = Y - 3X + 1$, $\rho_{xy} = -0{,}8$.

2. Дан ряд распределения случайной величины ξ:

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.2	0.4	0.1

Требуется: 1) найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины ξ и построить её график; 2) $M\xi$ и $D\xi$ 3) найти вероятность того, что в 2х независимых испытания величина ξ примет значения, не превосходящие по абсолютной величине 1.

3. Случайная величина X имеет экспоненциальное распределение с параметром λ. Найдите плотность распределения случайной величины $Y = e^{-X}$, MY и DY.

4. Случайный вектор $(\xi; \eta)$ имеет плотность распределения вероятности

$$f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2y^2}.$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) одномерные плотности распределения вероятности ξ и η; 3) математические ожидания величин ξ и η; 4) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$. Установить, зависимы ли ξ и η.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 2.

1. Игральный кубик подбрасывается n =360 раз. С какой вероятностью можно утверждать, что число выпадения "шестерки" при этом не более 80-ти и не менее 50-ти?

2. Бросают четыре монеты. Требуется: а)задать закон распределения случайной величины ξ, равной числу выпавших "гербов"; б) написать формулу и построить график функции распределения $F(x)$ случайной величины ξ; в) найти математическое ожидание и дисперсию ξ; г) найти вероятность того, что число выпавших "гербов" будет не больше 1.

3. Плотность распределения X задана формулой: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}x^{-3/2} & \text{при} \quad x \geqslant 1 \\ 0 & \text{при} \quad x < 1. \end{cases}$

Найти: а) плотность распределения вероятности случайной величины $Y = \dfrac{1}{X}$; б) $P\{0{,}01 < Y < 0{,}04\}$; в) математическое ожидание случайной величины Y.

4. Двумерная случайная величина $(\xi; \eta)$ подчинена закону распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x + y - 1 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Найти: а) величину A; б) математическое ожидание случайной величины ξ; в) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$; г) будут ли случайные величины ξ и η независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 3.

1. Имеются две случайные величины X и Y, у которых коэффициент корреляции $\rho_{xy} = 0.6$. Величина X распределена по нормальному закону $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-2)^2}{8}}$. Величина Y равномерно распределена в интервале $(0; 4)$. Определить: а) математическое ожидание и дисперсию $X + Y$; б) математическое ожидание и дисперсию $2X - Y$.

2. Случайная величина X имеет плотность распределения вероятности $f(x) = \dfrac{a}{e^x + e^{-x}}$. Найти: а) постоянную a; б) функцию распределения X; в) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше 1.

3. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$f_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi} \cdot \cos^2 x; & x \in (-\pi/2; \pi/2) \\ 0 & x \notin (-\pi/2; \pi/2). \end{cases}$ Найти плотность распределения вероятности случайной величины $\eta = 2\xi + 3$ и вероятность того, что η примет значения меньше, чем ее математическое ожидание.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет распределение $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi r^2}, & x^2 + y^2 \leqslant r^2; \\ 0, & x^2 + y^2 > r^2. \end{cases}$ Найти: а) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$; б) вероятность попадания вектора (X, Y) в круг $x^2 + y^2 = r_1^2$, где $r_1 < r$; в) математическое ожидание случайной величины X; г) установить, зависимы ли X и Y.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 4.

1. Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geqslant 0,98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,01?

2. Четыре изделия испытываются при постоянном режиме. Вероятности для каждого изделия в каждом из независимых испытаний пройти испытание равны 0,75.
1. Найти закон распределения случайной величины ξ – числа изделий, прошедших испытания.
2. Найти и построить функцию распределения ξ.
3. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ.
4. Найти вероятность того, что число изделий, прошедших испытания, будет не меньше трех.

3. Случайная величина X распределена равномерно на $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$. Найти: а) плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$, б) математическое ожидание и дисперсию величины Y.

4. Совместная плотность распределения случайного вектора (X, Y) имеет вид:

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{(-2x-3y)}, & x \geqslant 0 \text{ и } y \geqslant 0 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти: а) постоянную А; б) частные функции распределения случайных величин X и Y; в) вероятность попадания случайного вектора (X, Y), в область, ограниченную прямыми $y = x$, $x + y = 1$, $x = 0$; г) будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 5.

1. Найти математические ожидания, дисперсии и ковариацию случайных величин Y_1 и Y_2, где $Y_1 = 3X_1 - 2X_2$, $Y_2 = 5X_2 - X_1$, а случайные величины X_1 и X_2 имеют следующие числовые характеристики: $\mathbf{M}[X_1] = -0.5$, $\mathbf{M}[X_2] = 1$, $\mathbf{D}[X_1] = 3$, $\mathbf{D}[X_2] = 2,9$, $\operatorname{cov}(X_1, X_2) = 2$.

2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Ce^{-2x} & x \geqslant 0. \end{cases}$

Найти а) константу C; б) функцию распределения вероятностей и построить ее график; в) математическое ожидание случайной величины X; г) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше чем ее математическое ожидание.

3. Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью
$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$ $(\lambda > 0)$. Найти: а) плотность распределения вероятности случайной величины $Y = e^{-x}$; б) математическое ожидание, дисперсию СВ Y.

4. Дана плотность распределения вероятности системы случайных величин $(X,\ Y)$:

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x + y), & 0 \leqslant x \leqslant \pi/2,\ 0 \leqslant y \leqslant \pi/2 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти: а) постоянную A; б) совместную функцию распределения; в) будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 6.

1. Вероятность случайного события равна 0.81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $P \geqslant 0,97$ лежит наблюдаемая частота случайного события?

2. Случайная величина X — диаметр круга, распределена равномерно на отрезке $[a, b]$. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию объема шара.

3. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону и имеет среднее значение 20 см и дисперсию 0.2см^2. Найти: 1) вероятность того, что длина детали будет заключена между 19.7 см и 20.3 см, т.е. что отклонение в ту или другую сторону не превзойдет 0.3 см. 2) В каком диапазоне находится длина изделия с вероятностью 0.95?

4. Система непрерывных случайных величин X и Y распределена равномерно в области D ограниченную кривыми $x = 1$; $y = 0$; $y = 2x^2$. Найти: 1) совместную плотность распределения (X, Y); 2) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$; 3) математические ожидания X и Y; 4) вероятность попадания вектора (X, Y) в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 7.

1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[0,\ 20]$, а Y имеет плотность распределения $f(y) = \begin{cases} 0{,}5\,e^{-0{,}5y} & \text{при} \quad y \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad y < 0. \end{cases}$ Для случайных величин U и V найти математические ожидания и дисперсии, если $U = 2X - 3Y + 5$, $V = Y - 3X + 1$, $\rho_{xy} = -0{,}8$.

2. Дан ряд распределения случайной величины ξ:

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.2	0.4	0.1

Требуется: 1) найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины ξ и построить её график; 2) $M\xi$ и $D\xi$ 3) найти вероятность того, что в 2х независимых испытания величина ξ примет значения, не превосходящие по абсолютной величине 1.

3. Случайная величина X имеет экспоненциальное распределение с параметром λ. Найдите плотность распределения случайной величины $Y = e^{-X}$, MY и DY.

4. Случайный вектор $(\xi; \eta)$ имеет плотность распределения вероятности

$$f(x, y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2}.$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) одномерные плотности распределения вероятности ξ и η; 3) математические ожидания величин ξ и η; 4) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$. Установить, зависимы ли ξ и η.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Теория верятностей, 2к., 4-й сем., ИУ1,2 Модуль 2 (2022-23).

Билет 8.

1. Вероятность случайного события равна 0.9. Выполнено 6400 испытаний. Какова вероятность того, что наблюдаемая частота случайных событий лежит в интервале 0.9 ± 0.01?

2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \dfrac{C}{\pi(x^2+1)} & x \geqslant 0. \end{cases}$

Найти а) константу С; б) функцию распределения вероятностей и построить ее график; в) математическое ожидание X; г) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше чем 1.

3. Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$ $(\lambda > 0)$. Найти: а) математическое ожидание и плотность распределения вероятности случайной величины $Y = \sqrt{X}$.

4. Двумерная случайная величина $(\xi; \eta)$ подчинена закону распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy, & (x, y) \in D; \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x + y - 1 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Найти: а) величину A; б) математическое ожидание случайной величины ξ; в) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$; г) будут ли случайные величины ξ и η независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 9.

1. Имеются две случайные величины X и Y, у которых коэффициент корреляции $\rho_{xy} = 0.6$. Величина X распределена по нормальному закону $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-2)^2}{8}}$. Величина Y равномерно распределена в интервале $(0; 4)$. Определить: а) математическое ожидание и дисперсию $X + Y$; б) математическое ожидание и дисперсию $2X - Y$.

2. Случайная величина X — диаметр круга, распределена равномерно на отрезке $[a, b]$. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию объема шара.

3. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону и имеет среднее значение 20 см и дисперсию 0.2см^2. Найти: 1) вероятность того, что длина детали будет заключена между 19.7 см и 20.3 см, т.е. что отклонение в ту или другую сторону не превзойдет 0.3 см. 2) В каком диапазоне находится длина изделия с вероятностью 0.95?

4. Непрерывная двумерная случайная величина (X, Y) распределена равномерно в квадрате с вершинами (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1). Найти: 1) совместную плотность распределения; 2) совместную функцию распределения; 3) частные плотности распределения случайных величин X и Y; 4) вероятность попадания случайной величины (X, Y) в круг $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leqslant 0.5$; 5) будут ли случайные величины X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 10.

1. Вероятность получения с конвейера изделия высшего качества равна 0.6. Оцените вероятность того, что среди 600 изделий, полученных с конвейера, содержится от 340 до 380 изделий высшего качества.

2. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \dfrac{k}{x^2}, & x \geqslant 1. \end{cases}$$

Определить: а) коэффициент k; б) функцию распределения F(x); в) вероятность $\mathbf{P}(2 < X < 3)$ попадания случайной величины X в интервал (2;3); г) вероятность того, что при 4-х независимых испытаниях случайная величина X ни разу не попадает в интервал (2;3).

3. Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X, распределенную равномерно в интервале $(0, \pi)$, чтобы получить случайную величину Y, распределенную по закону Коши: $f(y) = \dfrac{1}{\pi(1 + y^2)}$.

4. Двумерная случайная величина (X, Y) подчинена закону распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} c\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}, & x^2 + y^2 < a^2, \\ 0, & x^2 + y^2 \geqslant a^2. \end{cases}$$

Найти константу c, $P\{(X, Y)\} \in D$, где $D = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$, MX. Будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 11.

1. Найдите вероятность того, что частота появления герба при 200 бросаниях монеты отклонится от вероятности не более чем на 0.1.

2. Случайная величина X распределена по закону:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4a}(1 - x^2/a^2), & |x| < a \\ 0, & |x| \geqslant a. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(y)$ случайной величины $Y = b^2 - X^2$ $(b > a)$ и вычислить вероятность $P\{0 \leqslant Y < b^2 - 0.5a^2\}$.

3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятности:
$f(x) = \begin{cases} Axe^{-x/2}, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0. \end{cases}$
Определить: а) коэффициент A; б) функцию распределения F(x) случайной величины X; в) математическое ожидание MX.

4. Двумерная случайная величина (X, Y) подчинена закону распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} A(xy + y^2), & 0 \leqslant x \leqslant 2,\ 0 \leqslant y \leqslant 2; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти A, $P\{X + Y < 2\}$, $f(x)$, $f(y)$, MX. Будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 12.

1. Имеется две независимые случайные величины X и Y. Величина X распределена по нормальному закону $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$. Величина Y распределена равномерно в интервале (0;2). Определить: $M(X + Y)$, $M(XY)$, $M(X^2)$, $M(X - Y^2)$, $D(X + Y)$, $D(X - Y)$.

2. Известна функция плотности вероятностей

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} 2^{-x_1 - x_2}(\ln 2)^2, & (x_1 \geqslant 0) \wedge (x_2 \geqslant 0), \\ 0, & (x_1 < 0) \vee (x_2 < 0), \end{cases}$$

случайного вектора $(X_1,\ X_2)$. Определить закон распределения случайной величины $Y = X_1 + X_2$.

3. Непрерывная случайная величина X имеет следующий закон распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad x \leqslant 0, \\ x^2/4, & \text{если} \quad 0 < x \leqslant 2, \\ 1, & \text{если} \quad x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность что в двух независимых испытаниях случайная величина X примет значения не меньше единицы. Вычислить MX и DX.

4. Случайный вектор $(X_1,\ X_2)$ распределен равномерно внутри прямоугольника $G = \{(x, y)\,|\,-1 \leqslant x \leqslant 2,\quad 1 \leqslant y \leqslant 2\}$. Записать выражение для совместной функции плотности распределения вероятностей $f(x, y)$. Найти $F(x, y)$, MX. Будут ли случайные величины X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 13.

1. Вероятность попадания в цель из данного орудия при каждом выстреле равна $p = 1/3$. Найдите наименьшее число n независимых выстрелов из орудия, чтобы с вероятностью, не меньшей 0.99, частота попадания отклонилась по абсолютной величине от вероятности не более чем на 0.01.

2. Диаметр цилиндрического вала имеет погрешность изготовления, и потому его измеренное значение подчинено в интервале [a,b] равномерному распределению. Найти плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала, а так же математическое ожидание и дисперсию площади поперечного сечения вала.

3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} c\cos x, & \text{если} \quad -\pi/2 \leqslant x \leqslant \pi/2, \\ 0, & \text{если} \quad |x| > \pi/2. \end{cases}$$

Найти константу c, функцию распределения $F(x)$, вероятность того, что в 3х независимых испытаниях, данная случайная величина ни разу не попадет в интервал $|x| < \pi/4$.

4. Двумерная случайная величина $(\xi; \eta)$ подчинена закону распределения

$$f(x,y) = \begin{cases} Axy, & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x + y - 1 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Найти: а) величину A; б) математическое ожидание случайной величины ξ; в) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$; г) будут ли случайные величины ξ и η независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 14.

1. Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geqslant 0,98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,01?

2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Ce^{-2x} & x \geqslant 0. \end{cases}$

Найти а) константу C; б) функцию распределения вероятностей и построить ее график; в) математическое ожидание случайной величины X; г) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше чем ее математическое ожидание.

3. Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$ $(\lambda > 0)$. Найти: а) математическое ожидание и плотность распределения вероятности случайной величины $Y = \sqrt{X}$.

4. Двумерная случайная величина $(\xi; \eta)$ подчинена закону распределения

$$f(x,y) = \begin{cases} Axy, & (x,y) \in D; \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x + y - 1 = 0$, $x = 0$, $y = 0$. Найти: а) величину A; б) математическое ожидание случайной величины η; в) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$; г) будут ли случайные величины ξ и η независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 15.

1. Имеются две случайные величины X и Y, у которых коэффициент корреляции $\rho_{xy} = 0.6$. Величина X распределена по нормальному закону $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-2)^2}{8}}$. Величина Y равномерно распределена в интервале $(0;4)$. Определить: а) математическое ожидание и дисперсию $X+Y$; б) математическое ожидание и дисперсию $2X - Y$.

2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \dfrac{C}{\pi(x^2+1)} & x \geqslant 0. \end{cases}$

Найти а) константу C; б) функцию распределения вероятностей и построить ее график; в) математическое ожидание X; г) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше чем 1.

3. Случайная величина ξ имеет плотность распределения

$f_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi} \cdot \cos^2 x; & x \in (-\pi/2; \pi/2) \\ 0 & x \notin (-\pi/2; \pi/2). \end{cases}$ Найти плотность распределения вероятности случайной величины $\eta = 2\xi + 3$ и вероятность того, что η примет значения меньше, чем ее математическое ожидание.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет распределение $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi r^2}, & x^2 + y^2 \leqslant r^2; \\ 0, & x^2 + y^2 > r^2. \end{cases}$ Найти: а) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$; б) в) вероятность попадания вектора (X, Y) в круг $x^2 + y^2 = r_1^2$, где $r_1 < r$; в) Установить, зависимы ли X и Y.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 16.

1. Имеются две случайные величины X и Y, у которых коэффициент корреляции $\rho_{xy} = 0.6$. Величина X распределена по нормальному закону $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-2)^2}{8}}$. Величина Y равномерно распределена в интервале $(0;4)$. Определить: а) математическое ожидание и дисперсию $X+Y$; б) математическое ожидание и дисперсию $2X - Y$.

2. Четыре изделия испытываются при постоянном режиме. Вероятности для каждого изделия в каждом из независимых испытаний пройти испытание равны 0,75.
1. Найти закон распределения случайной величины ξ – числа изделий, прошедших испытания.
2. Найти и построить функцию распределения ξ.
3. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ.
4. Найти вероятность того, что число изделий, прошедших испытания, будет не меньше трех.

3. Непрерывная двумерная случайная величина $(X,\ Y)$ распределена равномерно в квадрате с вершинами $(0,\ 0)$, $(0,\ 1)$, $(1,\ 0)$, $(1,\ 1)$. Найти: 1) совместную плотность распределения; 2) совместную функцию распределения; 3) частные плотности распределения случайных величин X и Y; 4) вероятность попадания случайной величины $(X,\ Y)$ в круг $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leqslant 0.5$; 5) будут ли случайные величины X и Y независимыми?

4. Случайная величина X — диаметр круга, распределена равномерно на отрезке $[a, b]$. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию объема шара.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 17.

1. Вероятность случайного события равна 0.81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $P \geqslant 0,97$ лежит наблюдаемая частота случайного события?

2. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону и имеет среднее значение 20 см и дисперсию 0.2см^2. Найти: 1) вероятность того, что длина детали будет заключена между 19.7 см и 20.3 см, т.е. что отклонение в ту или другую сторону не превзойдет 0.3 см. 2) В каком диапазоне находится длина изделия с вероятностью 0.95?

3. Случайная величина X имеет экспоненциальное распределение с параметром λ. Найдите плотность распределения случайной величины $Y = e^{-X}$, MY и DY.

4. Случайный вектор $(\xi;\eta)$ имеет плотность распределения вероятности

$$f(x,y) = \frac{a}{1 + x^2 + y^2 + x^2y^2}.$$

Найти: 1) коэффициент a; 2) одномерные плотности распределения вероятности ξ и η; 3) математическое ожидание ξ; 4) вероятность попадания вектора в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$. Установить, зависимы ли ξ и η.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 18.

1. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[0,\ 20]$, а Y имеет плотность распределения $f(y) = \begin{cases} 0{,}5\,e^{-0{,}5y} & \text{при} \quad y \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad y < 0. \end{cases}$ Для случайных величин U и V найти математические ожидания и дисперсии, если $U = 2X - 3Y + 5$, $V = Y - 3X + 1$, $\rho_{xy} = -0{,}8$.

2. Дан ряд распределения случайной величины ξ:

ξ	-2	-1	0	1	2
P	0.1	0.2	0.2	0.4	0.1

Требуется: 1) найти функцию распределения $F(x)$ случайной величины ξ и построить её график; 2) $M\xi$ и $D\xi$ 3) найти вероятность того, что в 2х независимых испытания величина ξ примет значения, не превосходящие по абсолютной величине 1.

3. Случайная величина X — диаметр круга, распределена равномерно на отрезке $[a, b]$. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию объема шара.

4. Система непрерывных случайных величин X и Y распределена равномерно в области D ограниченную кривыми $x = 1$; $y = 0$; $y = 2x^2$. Найти: 1) совместную плотность распределения (X, Y); 2) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$; 3) математические ожидания X и Y; 4) вероятность попадания вектора (X, Y) в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 19.

1. Вероятность случайного события равна 0.9. Выполнено 6400 испытаний. Какова вероятность того, что наблюдаемая частота случайных событий лежит в интервале 0.9 ± 0.01?

2. Случайная величина X, задающая рассеяние снарядов на участке $(-a; a)$, подчиняется закону $g(x) = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}}$. а) Выяснить, является ли $g(x)$ функцией распределения или плотностью распределения? Ответ обосновать; б) Найти параметр a; в) Определить математическое ожидание и вероятность попадания X в интервал $(-a/2; a/2)$.

3. Случайная величина X распределена равномерно на $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.
Найти: а) плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$, б) математическое ожидание и дисперсию величины Y.

4. Совместная плотность распределения случайного вектора (X, Y) имеет вид:

$$f(x,y) = \begin{cases} Ae^{(-2x-3y)}, & x \geqslant 0 \text{ и } y \geqslant 0 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти: а) постоянную А; б) частные функции распределения случайных величин X и Y; в) вероятность попадания случайного вектора (X, Y), в область, ограниченную прямыми $y = x,\ x + y = 1,\ x = 0$; г) будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 20.

1. Найдите вероятность того, что частота появления герба при 200 бросаниях монеты отклонится от вероятности не более чем на 0.1.

2. Бросают четыре монеты. Требуется: а) задать закон распределения случайной величины ξ, равной числу выпавших "гербов"; б) написать формулу и построить график функции распределения $F(x)$ случайной величины ξ; в) найти математическое ожидание и дисперсию ξ; г) найти вероятность того, что число выпавших "гербов" будет не больше 1.

3. Случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} c\cos x, & \text{если} \quad -\pi/2 \leqslant x \leqslant \pi/2, \\ 0, & \text{если} \quad |x| > \pi/2. \end{cases}$$

Найти константу c, функцию распределения $F(x)$, вероятность того, что в 3х независимых испытаниях, данная случайная величина ни разу не попадет в интервал $|x| < \pi/4$.

4. Случайный вектор $(X_1,\ X_2)$ распределен равномерно внутри прямоугольника $G = \{(x, y)\,|\,-1 \leqslant x \leqslant 2,\ \ 1 \leqslant y \leqslant 2\}$. Записать выражение для совместной функции плотности распределения вероятностей $f(x, y)$. Найти $F(x, y)$, MX. Будут ли случайные величины X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 21.

1. Вероятность случайного события равна 0,67. Сколько нужно провести испытаний, чтобы с вероятностью $P \geqslant 0,98$ можно было ожидать, что наблюдаемая частота случайного события отклонится от его вероятности не более, чем на 0,01?

2. Четыре изделия испытываются при постоянном режиме. Вероятности для каждого изделия в каждом из независимых испытаний пройти испытание равны 0,75.
1. Найти закон распределения случайной величины ξ – числа изделий, прошедших испытания.
2. Найти и построить функцию распределения ξ.
3. Найти математическое ожидание и дисперсию ξ.
4. Найти вероятность того, что число изделий, прошедших испытания, будет не меньше трех.

3. Случайная величина X распределена равномерно на $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.
Найти: а) плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2$, б) математическое ожидание и дисперсию величины Y.

4. Совместная плотность распределения случайного вектора (X, Y) имеет вид:

$$f(x,y) = \begin{cases} Ae^{(-2x-3y)}, & x \geqslant 0 \text{ и } y \geqslant 0 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти: а) постоянную A; б) частные функции распределения случайных величин X и Y; в) вероятность попадания случайного вектора (X, Y), в область, ограниченную прямыми $y = x$, $x + y = 1$, $x = 0$; г) будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 22.

1. Найти математические ожидания, дисперсии и ковариацию случайных величин Y_1 и Y_2, где $Y_1 = 3X_1 - 2X_2$, $Y_2 = 5X_2 - X_1$, а случайные величины X_1 и X_2 имеют следующие числовые характеристики: $\mathbf{M}[X_1] = -0.5$, $\mathbf{M}[X_2] = 1$, $\mathbf{D}[X_1] = 3$, $\mathbf{D}[X_2] = 2,9$, $\operatorname{cov}(X_1, X_2) = 2$.

2. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Ce^{-2x} & x \geqslant 0. \end{cases}$

Найти а) константу C; б) функцию распределения вероятностей и построить ее график; в) математическое ожидание случайной величины X; г) вероятность того, что в двух независимых испытаниях X примет значения меньше чем ее математическое ожидание.

3. Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью
$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{при} \quad x \geqslant 0 \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$ $(\lambda > 0)$. Найти: а) математическое ожидание, дисперсию и плотность распределения вероятности случайной величины $Y = e^{-x}$.

4. Дана плотность распределения вероятности системы случайных величин $(X,\ Y)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} A(x+y), & 0 \leqslant x \leqslant \pi/2,\ 0 \leqslant y \leqslant \pi/2 \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найти: а) постоянную A; б) совместную функцию распределения; в) будут ли X и Y независимыми?

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20

Билет 23.

1. Вероятность случайного события равна 0.81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $P \geqslant 0,97$ лежит наблюдаемая частота случайного события?

2. Случайная величина X — диаметр круга, распределена равномерно на отрезке $[a, b]$. Найти плотность распределения, математическое ожидание и дисперсию объема шара.

3. На станке изготавливается некоторая деталь. Ее длина представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону и имеет среднее значение 20 см и дисперсию 0.2см^2. Найти: 1) вероятность того, что длина детали будет заключена между 19.7 см и 20.3 см, т.е. что отклонение в ту или другую сторону не превзойдет 0.3 см. 2) В каком диапазоне находится длина изделия с вероятностью 0.95?

4. Система непрерывных случайных величин X и Y распределена равномерно в области D ограниченную кривыми $x = 1$; $y = 0$; $y = 2x^2$. Найти: 1) совместную плотность распределения (X, Y); 2) одномерные плотности распределения $f_1(x)$ и $f_2(y)$; 3) математические ожидания X и Y; 4) вероятность попадания вектора (X, Y) в квадрат, ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$, $y = 1$.

Задача	1	2	3	4	Min	Max
Баллы	5	5	5	5	11	20