

*Случайные события*

**1 (twms.ex1.th01).** Что понимают под элементарным исходом (элементарным событием)? Дайте определение вероятности по Лапласу (классическое) и укажите на его недостатки. Сформулируйте и докажите свойства вероятности (для вероятности по Лапласу).

**2 (twms.ex1.th02).** Элементарный исход и случайное событие. Дать определение операций, определённых для случайных событий.

**3 (twms.ex1.th03).** Элементарный исход, пространство элементарных исходов. Дайте геометрическое определение вероятности. Какими специфическими особенностями обладает геометрическая вероятность?

**4 (twms.ex1.th04).** Элементарный исход, пространство элементарных исходов. Дайте определение вероятности по Колмогорову (аксиоматическое).

**5 (twms.ex1.th05).** Элементарный исход, пространство элементарных исходов. Дать определение попарно несовместных и несовместных в совокупности событий.

**6 (twms.ex1.th06).** Элементарный исход, пространство элементарных исходов. Дать определение попарно независимых и независимых в совокупности событий.

**7 (twms.ex1.th07).** Дать определение несовместных и независимых случайных событий. Как связаны между собой несовместные и независимые случайные события?

**8 (twms.ex1.th08).** Дать определение  $\sigma$ -алгебры,  $\sigma$ -алгебры событий, алгебры событий.

**9 (twms.ex1.th09).** Дать определение полной группы событий, гипотезы. Сформулировать и доказать теорему о формуле полной вероятности.

**10 (twms.ex1.th10).** Дать определение полной группы событий, гипотезы. Сформулировать и доказать теорему Байеса.

**11 (twms.ex1.th11).** Дать определение условной вероятности. Сформулировать и доказать теорему умножения.

**12 (twms.ex1.th12).** Что понимают под биномиальной схемой испытаний (схемой Бернулли)? Сформулировать и доказать теорему Бернулли.

**13 (twms.ex1.th13).** Что понимают под биномиальной схемой испытаний (схемой Бернулли)? Сформулировать следствия из теоремы Бернулли.

**14 (twms.ex1.th14).** Дать определение несовместных событий. Вывести формулу сложения вероятностей для 2-х и для  $n$  событий.

**15 (twms.ex1.th15).** Сформулировать и доказать основные свойства вероятности (6 свойств).

**16 (twms.ex1.th16).** Сформулировать и доказать теорему о свойствах условной вероятности.

*Случайные величины*

**1 (twms.ex2.th01).** Что называют скалярной случайной величиной? Дайте определение функции распределения (вероятностей) скалярной случайной величины. Сформулируйте и докажите ее свойства.

**2 (twms.ex2.th02).** Что называют скалярной случайной величиной? Дайте определение дискретной скалярной случайной величины и ее ряда распределения.

Сформулируйте и докажите теорему о виде функции распределения (вероятностей) дискретной скалярной случайной величины.

**3 (twms.ex2.th03).** Какая логическая проблема возникает при введении понятия непрерывной скалярной случайной величины и какое решение этой проблемы можно предложить? Дайте определение непрерывной скалярной случайной величин. Сформулируйте и докажите основные свойства плотности распределения вероятностей скалярной случайной величины.

**4 (twms.ex2.th04).** Что называют скалярной случайной величиной? Какая случайная величина называется дискретной? Дайте определение скалярной случайной величины, имеющей биномиальный закон распределения. Какой вид имеет ее функция распределения вероятностей?

**5 (twms.ex2.th05).** Что называют скалярной случайной величиной? Какая случайная величина называется дискретной? Дайте определение скалярной случайной величины, имеющей распределение Пуассона. Какой вид имеет ее функция распределения вероятностей?

**6 (twms.ex2.th06).** Дайте определение непрерывной скалярной случайной величин. Дайте определение скалярной случайной величины, имеющей равномерный закон распределения. Какой вид имеет ее функция распределения?

**7 (twms.ex2.th07).** Дайте определение непрерывной скалярной случайной величин. Дайте определение нормальной случайной величины. Что называют функцией Лапласа?

**8 (twms.ex2.th08).** Дайте определение непрерывной скалярной случайной величин. Дайте определение скалярной случайной величины, имеющей экспоненциальный закон распределения. Какой вид имеет ее функция распределения?

**9 (twms.ex2.th09).** Что понимают под  $n$ -мерным случайным вектором и его функцией распределения (вероятностей)? Сформулируйте и докажите основные свойства функции распределения (вероятностей)  $n$ -мерного случайного вектора.

**10 (twms.ex2.th10).** Дайте определение непрерывного случайного вектора. Сформулируйте и докажите основные свойства плотности распределения вероятностей непрерывного случайного вектора.

**11 (twms.ex2.th11).** Дайте определение независимых случайных величин. Сформулируйте теоремы о необходимом и достаточном условии независимости для дискретных и для непрерывных случайных величин (для непрерывных с доказательством). Дайте определение независимых в совокупности случайных величин.

**12 (twms.ex2.th12).** Дайте определение функции от скалярной случайной величины. Выведите формулы для нахождения функции распределения (вероятностей) и плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $Y = \varphi(X)$  при известной функции плотности  $f_X(x)$ .

**13 (twms.ex2.th13).** Дайте определение функции от двумерной случайной величины. Запишите формулу для нахождения функции распределения (вероятностей) случайной величины  $Z = \psi(X, Y)$  при известной совместной плотности распределения вероятностей  $f_{XY}(x, y)$  случайного вектора  $(X, Y)$ . Выведите формулу свертки.

**14 (twms.ex2.th14).** Дайте определение математического ожидания скалярной случайной величины и приведите его содержательную интерпретацию. Сформулируйте и докажите основные свойства математического ожидания.

**15 (twms.ex2.th15).** Дайте определение дисперсии скалярной случайной величины. Сформулируйте и докажите основные свойства дисперсии.

**16 (twms.ex2.th16).** Дайте определение ковариации двух скалярных случайных величин. Сформулируйте и докажите основные свойства ковариации.

**17 (twms.ex2.th17).** Дайте определение коэффициента корреляции двух скалярных случайных величин. Сформулируйте основные свойства коэффициента корреляции.

**18 (twms.ex2.th18).** Дайте определения сходимости по вероятности. Сформулируйте и докажите теоремы о 1-м и 2-м неравенствах Чебышева.

**19 (twms.ex2.th19).** Дайте определения сходимости по вероятности. Дайте определения закона больших чисел (слабого). Сформулируйте и докажите закон больших чисел в форме Чебышева.

**20 (twms.ex2.th20).** Сформулируйте центральную предельную теорему (частный случай). Как следует понимать термин „асимптотическая нормальность“? Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа.

**21 (twms.ex2.th21).** Вычислите математическое ожидание и дисперсию случайной величины имеющих распределение: Пуассона, равномерное, экспоненциальное, нормальное.

**22 (twms.ex2.th22).** Дайте определения сходимости по вероятности. Дайте определения закона больших чисел (слабого). Сформулируйте и докажите теорему Бернулли.

### *Математическая статистика*

**1 (twms.ex3.th01).** Сформулируйте основную задачу математической статистики. Какое противоречие принципиально присуще математической статистики. Дайте определение генеральной совокупности.

**2 (twms.ex3.th02).** Что называют выборкой, случайной выборкой, статистикой? Дайте определение выборочного начального момента  $k$ -го порядка. Как принято называть начальный момент первого порядка?

**3 (twms.ex3.th03).** Что называют выборкой, случайной выборкой, статистикой? Дайте определение выборочного центрального момента  $k$ -го порядка. Как принято называть центральный момент второго порядка?

**4 (twms.ex3.th04).** Дайте определение точечной оценки. Дайте определение несмещенной и состоятельной точечных оценок.

**5 (twms.ex3.th05).** Дайте определение точечной оценки. Дайте определение несмещенной и эффективной точечных оценок.

**6 (twms.ex3.th06).** Дайте определение точечной оценки. Дайте определение эффективной и состоятельной точечных оценок.

**7 (twms.ex3.th07).** Дайте определения выборочной функции распределения, эмпирической функции распределения и эмпирической функции плотности распределения.

**8 (twms.ex3.th08).** Дайте определения функции правдоподобия и оценки максимального правдоподобия. Что такое уравнения правдоподобия?

**9 (twms.ex3.th09).** Изложите идею метода максимального правдоподобия построения точечных оценок параметров законов распределения дискретных случайных величин.

**10 (twms.ex3.th10).** Сформулируйте теорему Рао (неравенство Рао-Крамера).

**11 (twms.ex3.th11).** Что называют показателем эффективности по Рао-Крамеру? Какую точечную оценку называют эффективной по Рао-Крамеру?

**12 (twms.ex3.th12).** Дайте определение интервальной оценки. Как определяется вероятность совершения ошибки при построении  $\gamma$ -доверительного интервала. Дайте определение центральной статистики.

**13 (twms.ex3.th13).** Сформулируйте задачу построения интервальной оценки. Какие допущения используются при ее построении?

**14 (twms.ex3.th14).** Сформулируйте задачу построения интервальной оценки. Пусть  $X \sim N(m, \sigma^2)$ . Укажите вид доверительного интервала для математического ожидания при известной дисперсии.

**15 (twms.ex3.th15).** Сформулируйте задачу построения интервальной оценки. Пусть  $X \sim N(m, \sigma^2)$ . Укажите вид доверительного интервала для математического ожидания при неизвестной дисперсии.

**16 (twms.ex3.th16).** Сформулируйте задачу построения интервальной оценки. Пусть  $X \sim N(m, \sigma^2)$ . Укажите вид доверительного интервала для дисперсии.

**17 (twms.ex3.th17).** Дайте определение статистической и параметрической гипотез. Дайте определение простой и сложной статистических гипотез

**18 (twms.ex3.th18).** Что называют критерием проверки статистической гипотезы и как его задают? Что представляет собой решающее правило?

**19 (twms.ex3.th19).** Какие ошибки возможны при проверке статистической гипотезы? Что понимают под мощностью и уровнем значимости критерия?

**20 (twms.ex3.th20).** Простые параметрические гипотезы: постановка задачи. Какую функцию называют отношением правдоподобия и как определяется критическое множество?

**21 (twms.ex3.th21).** Что понимают под размером и функцией мощности критерия при проверке сложных параметрических гипотез?

**22 (twms.ex3.th22).** Дайте определение равномерно наиболее мощного критерия. Каким основным свойством обладает этот критерий? Почему?