

Теоретическая часть

Т

① (Принцип неразличимости тождественных частиц в квант. механике. Симметричные и антисимметричные состояния тождественных микрочастиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули)

Принцип тождественности микрочастиц

Пусть частиц достаточно много - N . Их суммарн. энергия описывается гамильтонианом:

$$\hat{H} = H(q_1, \dots, q_N) = \underbrace{\sum_k}_{\text{по количеству частиц}} \left\{ \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_k^2}_{\text{кин. энергия каждой 2-й}} + \underbrace{U(k)}_{\text{пот. энер. канд. гас.}} + \underbrace{\sum_{i \neq k=1}^N U(q_i, \dots, q_k)}_{\text{энергия взаимод.}} \right\}$$

Предполагаем, что нет вихревых сил. Гамильтониан не меняется при перестановке частиц местами:

$$H(q_1, \dots, q_i, q_j, \dots, q_N) = H(q_1, \dots, q_j, q_i, \dots, q_N)$$

Введем оператор перестановки частиц местами:

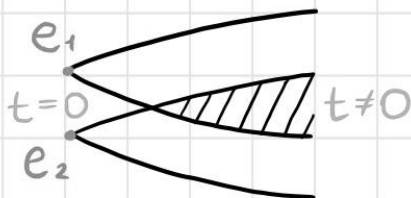
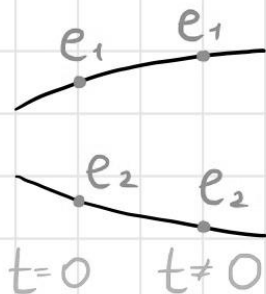
$$\hat{P}_{ij} : H(q_1, \dots, q_i, q_j, \dots, q_N) = H(q_1, \dots, q_j, q_i, \dots, q_N)$$

$\hat{P}_{ij}$ - коммутир. с гамильтонианом $\hat{P}_{ij} \hat{H} = \hat{H} \hat{P}_{ij}$

Поскольку $\hat{P}_{ij}$ в $\hat{H}$ нигде не мен., то энергия та же, но в волнов. ф-ции частицы мен. местами, а сост. остается тем же.

В квант. механике реализ. только такие состояния, котор. не меняются при перестановке 2-х местами.

Существует электронно-волновой пакет. При распредел. пакеты расщепляются, пересекаются → различить электроны невозможно.



В класс. электроны можно отличить один от друг. по положению в пространстве, энергии и т.д.

Симметричные и антисимметричные состояния тождественных микрочастиц.

Рассмотрим систему из 2-х тождественных τ -ч. Совокупность координат обозначим через $\vec{r}_i$, совокупн. квантов. чисел n, l, m через n_i ; S - спин. число $\Psi(n_1 S_1 \vec{r}_1, n_2 S_2 \vec{r}_2)$

Переставим местами частицы:

$$\hat{P} \Psi(n_1 S_1 \vec{r}_1; n_2 S_2 \vec{r}_2) = \Psi(n_2 S_2 \vec{r}_2; n_1 S_1 \vec{r}_1)$$

Переставив τ -чы вторично, получим исходн. ф-цию:

$$\Psi(n_1 S_1 \vec{r}_1; n_2 S_2 \vec{r}_2) = \hat{P} \Psi(n_2 S_2 \vec{r}_2; n_1 S_1 \vec{r}_1) = \hat{P}^2 \Psi(n_1 S_1 \vec{r}_1; n_2 S_2 \vec{r}_2)$$

$\rightarrow \hat{P}^2 = 1$, поэтому $\hat{P} = \pm 1$, значит, допустимы

волновые функции 2-х типов:

$$\Psi^s(n_1 S_1 \vec{r}_1; n_2 S_2 \vec{r}_2) = \Psi^s(n_2 S_2 \vec{r}_2; n_1 S_1 \vec{r}_1) \quad (\text{симметр.})$$

$$\Psi^a(n_1 S_1 \vec{r}_1; n_2 S_2 \vec{r}_2) = -\Psi^a(n_2 S_2 \vec{r}_2; n_1 S_1 \vec{r}_1) \quad (\text{антисимм.})$$

Симметричная ф-ция - волновая ф-ция, не изменяющ. знак при перемещении частиц местами.

Антисимметричная ф-ция - волновая ф-ция, измен. знак при перемещении частиц местами.

(Изменение знака волновой ф-ции не означает изменения состояния, т.к. физик. смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции)

Фермионы и бозоны

Бозоны - частицы с целым значением спинов, описыв. симметр. ф-циями в соответствии с теорией Бозе-Эйнштейна [скалярные мезоны; фотоны; глюоны]

Фермионы - частицы с полуцелым значением спинов, описыв. антисимметр. ф-циями в соответствии с теорией Ферми-Дирака [Электрон; протон; нейтрон]

Спин частицы - собственный момент импульса, характеризующий внутреннее вращательное состояние частицы, независимо от её внешних перемещений.

Принцип Паули

1 (Принцип Паули (исключение)):

В одном и том же сост. не может быть 2-х тождеств. фермионов

В атоме не может быть 2-х e^- , характер. одинаковыми квантовыми числами

Принцип Паули справедлив для Ферми-частиц. Для бозе-частиц в одном состоянии может наход. любое число тождественных частиц.

2 (Статистика Бозе-Эйнштейна. Ф-ция распредел. Бозе-Эйнштейна. Свойства идеального газа бозе-частиц)

Бозе-газ - идеальный газ из бозонов, описывающ. квантовой статистикой Бозе-Эйнштейна.

$$f(E_i) = \langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1} \quad \text{Бозе-Эйнштейна}$$

- распределение

$\langle N_i \rangle$ - ср. число бозонов в квант. сост. с энергией E_i
 k - постоянная Больцмана

T - термодинамическая температура

μ - термодин. хим. потенциал (опред. величиной изменения полной энергии сист. U при изменен. числа частиц N в системе)

$$\mu = \partial U / \partial N$$

Распределение Бозе-Эйнштейна описывает распредел. Бозе-частиц по энергиям и определяет среднее число бозе-частиц $\langle N_i \rangle$, находящ. в квантовом состоянии с энергией E_i

Следствия из распределения Бозе-Эйнштейна:

① Число бозе-частиц, находящихся на одном энергет. уровне (в одном состоянии), ничем не ограничено и при малых значениях параметра $(E - \mu) / kT$ может оказаться очень большим.

② Химический потенциал μ для систем бозонов с постоянным числом частиц N может принимать только отрицательные значения $\rightarrow \mu < 0$

③ При малых числах заполнения (в случае разреженного Бозе-Газа) распределение Бозе-Эйнштейна переходит в классическое распределение Больцмана.

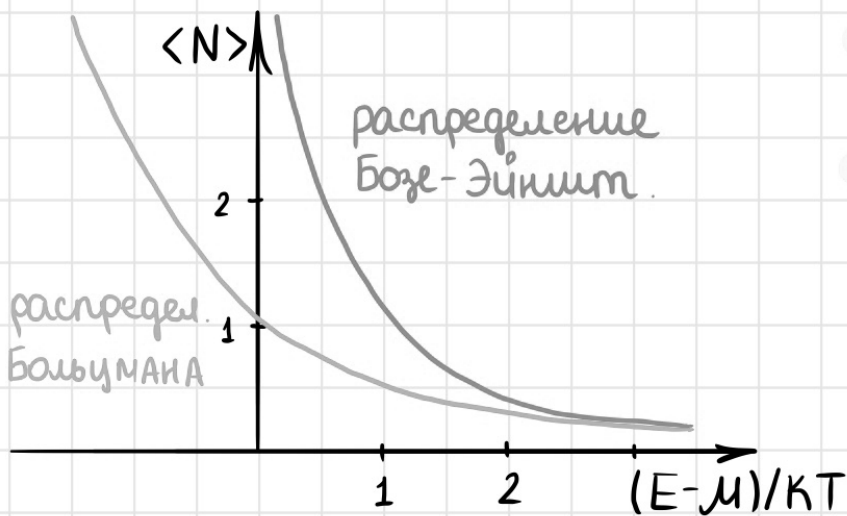
Число бозонов, находящихся на одном энергетическ. уровне, может быть очень большим. При определенных условиях в системе бозе-частиц может происходить бозе-конденсация - скопление очень большого числа частиц в состоянии с энергией $E = 0$. (С бозе-конд. связаны сверхтекучесть и сверхпроводимость)

Вырожденный газ - газ, свойства которого (в силу неразличимости тождественных частиц) описываются. ④

от свойств классического идеального газа.

Т.к. распределение Бозе-Эйнштейна отличается от распр. Больцмана, то газ бозонов является вырожденным. Но в случае малой плотности $\langle N \rangle \ll 1 \rightarrow$ вырождение снимается и разреженный бозе-газ ведет себе подобно идеальному газу.

Графики распредел. Бозе-Эйнштейна и Больцмана:



- Если $(E - \mu) / kT \gg 1 \rightarrow$ распредел. совпадают
- Если $(E - \mu) / kT < 1 \rightarrow$ проявл. свойства бозе-газа, обусловленное квантовой природой его частиц.

③ (Статистика Ферми-Дирака. Ф-ция распредел. Ферми-Дирака. Вырожденный электронный газ. Энергия Ферми. Температура вырождения)

Ферми-газ - идеальный газ фермионов, описыв. квантовой статистикой Ферми-Дирака.

Распределение фермионов по энергиям имеет вид:

$$f(E_i) = \langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} + 1} \quad \text{— распределение Ферми-Дирака}$$

$\langle N_i \rangle$ - среднее число фермионов в квант. состоянии с энергией E_i

μ - химический потенциал

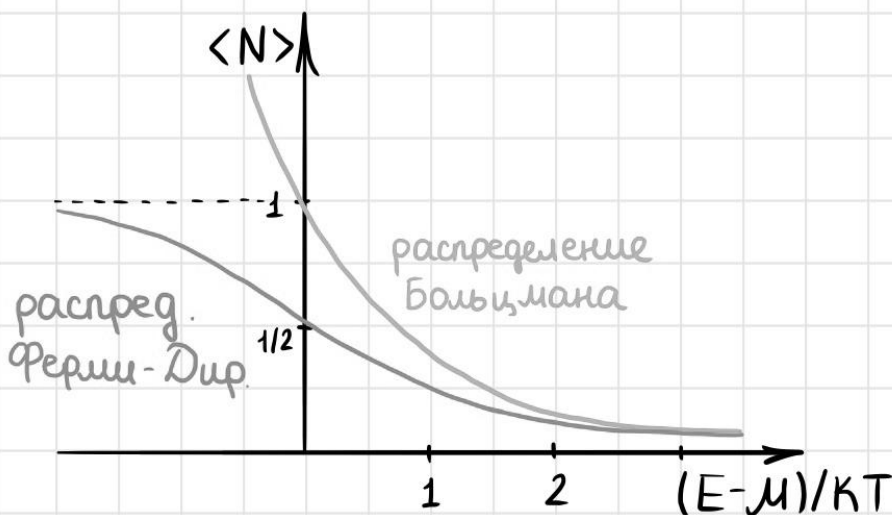
Вырожденный газ - газ, свойства которого (в силу неразличимости тождественных частиц) отличаются от свойств классического идеального газа.

Температура вырождения T_0 - темпер., ниже которой отчетливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождеств. частиц.
(темпер., при которой вырождение становится существенным)

Следствия из распределения Ферми-Дирака:

- ① Значение $\langle N \rangle$ не может быть больше 1 $\rightarrow$ В одном квантов. состоянии не может находиться более 1 ферми-частицы (согласуется с принципом Паули)
- ② $\mu > 0 \rightarrow$ Хим. потенциал μ для ферми-частиц может быть только положительным.
- ③ Распределение Ферми-Дирака при малых числах зап. (разреженный Ферми-Газ) переходит в классическое распр. Больцмана.

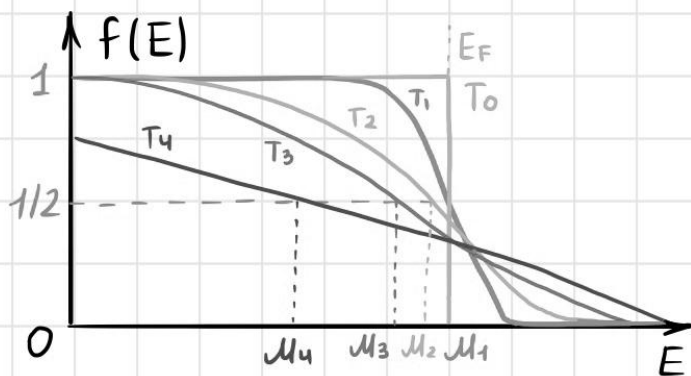
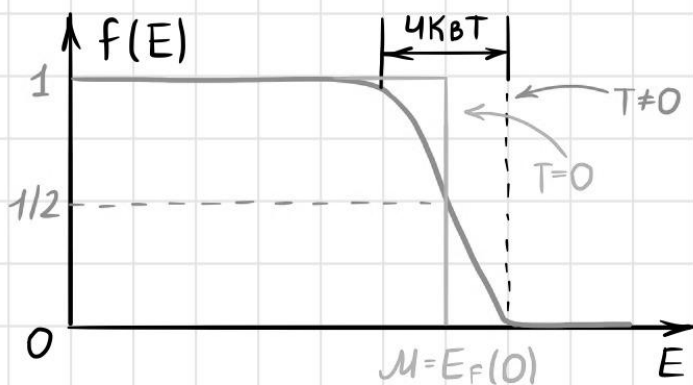
Графики распр. Бозе-Эйнштейна и Больцмана:



Энергия Ферми E_F - химический потенциал μ в случае Ферми-частиц. Все квантовые состояния с эн. $E < E_F(0) \rightarrow$ заняты фермионами. Все квантовые состояния с эн. $E > E_F(0) \rightarrow$ свободные.

Таким образом $E_F(0)$ при $T=0$ - максимальная эн., которой могут обладать ферми-частицы.

Графики зависимости вероятности заполнения $f(E)$:



④ (Температура Ферми системы тождественных фермионов, её физический смысл)

Фермионы - частицы с полуцелым значением спинов, описыв. антисимметр. ф-циями в соответствии с теорией Ферми-Дирака [Электрон; протон; нейтрон]

Температура вырождения T_0 - темпер., ниже которой отчётливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождеств. частиц.
(темпер., при которой вырождение становится существенным)

Температура Ферми T_F - температура вырожден. для газа, состоящего из ферми-частиц. Темпер. Ферми определяется значением E_F (μ при $T=0$)

- Если $T < T_F$ (при $kT < E_F(0)$) → эл. газ в мет. вырожден
- Если $T > T_F$ (при $kT > E_F(0)$) → эл. газ в мет. не вырожд.

⑤ (Квантовые распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Их предельный переход в классическое распр. Максвелла-Больцмана)

Бозе-газ, - идеальный газ из бозонов, описывающ. квантовой статистикой Бозе-Эйнштейна.

$$f(E_i) = \langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}$$

- распределение Бозе-Эйнштейна

$\langle N_i \rangle$ - ср. число бозонов в квант. сост. с энергией E_i
 k - постоянная Больцмана
 T - термодинамическая температура
 μ - термодин. хим. потенциал (опред. величиной изменен. полной энергии сист. U при изменен. числа частиц N в системе) ($\mu < 0$)
 $\mu = \partial U / \partial N$

(Распределение Бозе-Эйнштейна описывает распредел. Бозе-частиц по энергиям и определяет среднее число бозе-частиц $\langle N_i \rangle$, находящ. в квантовом состоянии с энергией E_i)

Ферми-газ - идеальный газ фермионов, описыв. квантовой статистикой Ферми-Дирака.

$$f(E_i) = \langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/kT} + 1} \quad \text{— распределение Ферми-Дирака}$$

$\langle N_i \rangle$ - среднее число фермионов в квант. состоянии с энергией E_i
 μ - химический потенциал (μ может прин. "+" знак)

(Распределение Ферми-Дирака описывает распредел. Ферми-частиц по энергиям и определяет среднее число ферми-частиц $\langle N_i \rangle$, находящ. в квантовом состоянии с энергией E_i)

Предельн. переход в классическое распр. Макс.-Больцмана:

Если $e^{(E_i - \mu)/kT} \gg 1$, то распределения Бозе-Эйншт. и Ферми-Дирака переходят в классическое распр.

Максвелла-Больцмана:

$$\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/(kT)}, \quad \text{где } A = e^{\mu/(kT)}$$

→ соотв., разреженные квантовые газы (и в случае бозонов, и в случае фермионов) не явл. вырожденными и подчин. классической статистике.

⑥ (Свойства спонтанного и вынужденн. излучения)

Спонтанное излучение

Спонтанный переход (сопров. спонт. излучением) - самопроизвольный переход атома из одного состояния в другое, энергии которого меньше энергии предыдущего.

Вероятность спонтанного излучения A

$Z_{12} = A N_2$ - скорость спонтанных переходов, которые уменьш. энергию излучения за счёт уменьшения энергии вещества.

Свойства спонтанного излучения:

Спонтанное излучение имеет случайное направление распростран., произв. п-ть падающ. и фазу $\rightarrow$ спонт. излуч. неполяризовано и имеет очень малое вр. когерент.

Вынужденное излучение

Вынужденный переход - переход атома из одного сост. в другое под действием внешнего излучения.

• Если $E_K > E_H \rightarrow$ атом поглощает энергию

• Если $E_K < E_H \rightarrow$ атом испускает энергию

Такой тип излучения называется вынужденным излучением (индуцированным), при этом, внешнее излучение - вынуждающее излучение

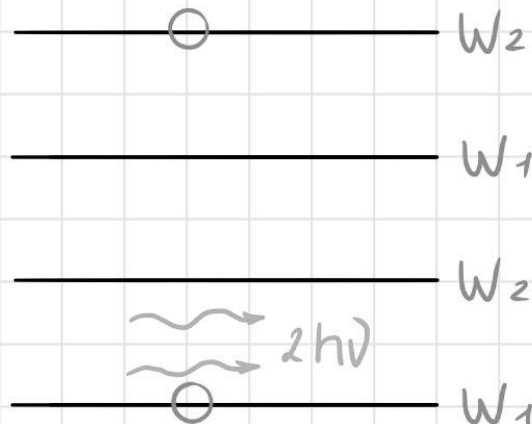
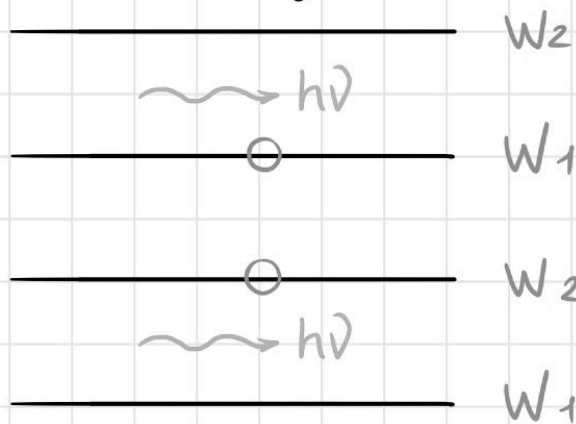
Вынужденное излучение строго когерентно волне, проходящей через атом.

Вероятность вынужденного излучения B_{12} :

$Z_{12} = B_{12} N_1 U_{\omega, T}$ - скорость перехода атомов из основн. состояния в возбуждённое

① До взаимодействия

② После взаимодействия



} поглощ.

} вынужд. излучение

Свойства вынужденного излучения:

- ВЧ распространяется строго в том же направлении, что и излуч., его вызвавшее
- Фаза волны ВЧ, испуск. атомом, совпадает с фазой пад. волн.
- ВЧ линейно поляризована с той же п-тью поляризации, что и падающее излучение.

⑦ (Активные среды с инверсн. насел. энергетич. уровней)

Вещ-во, находящееся в состоянии ТД равновесия пом. проходящее через него излучение. Обычно в вещ-ве больше атомов в основном сост., чем возбужденных → поэтому ЭМ волна, проходя по вещ-ву, расходует свою энергию на возбуждение атомов. Интенсивность излучения I при этом падает, подчиняясь закону Бугера-Ламберта ($a > 0$):

$$J = J_0 e^{-ax}$$

a - показатель поглощения

x - толщина поглощающего слоя

J_0 - интенсивн. света, входящего в среду ($x=0$)

J - интенс. света, прошедш. слой толщиной x

Для среды с отрицат. пом. света справедлив закон Бугера-Ламберта-Фабриканта ($a < 0$):

$$J = J_0 e^{|a|x}$$

$|a| > 0$ - соотв. усилению проходящего света

Активное велу-во - велу-во, в котором возбужденных атомов гораздо больше, чем атомов в основн. сост. (В активной среде процесс вынужд. излучения преобл. над поглощением)

Число актов поглощения $\sim$ концентр. частиц N_1 с энергией W_1 , находящихся на нижнем энерг. ур-не
Число актов вынужд. излучения $\sim$ конц. частиц N_2 с энергией W_2 , находящихся на верхнем энерг. ур-не
 $a = k(N_1 - N_2)$ $k > 0$ - коэфф. пропорциональности

Для получения среды с отриц. показателем погл. необх. создание неравновесного состояния системы, при котором $N_2 > N_1 \rightarrow$ такое состояние назыв. инверсным (обращенным)

(число γ -ч на верхних энерг. ур-нях (в возбужд. сост.) больше числа γ -ч на нижних энерг. ур-нях)

При этом число актов вынужд. излуч. больше числа актов поглощения света.

Накачка усил. среды - процесс перевода среды в инверсное состояние

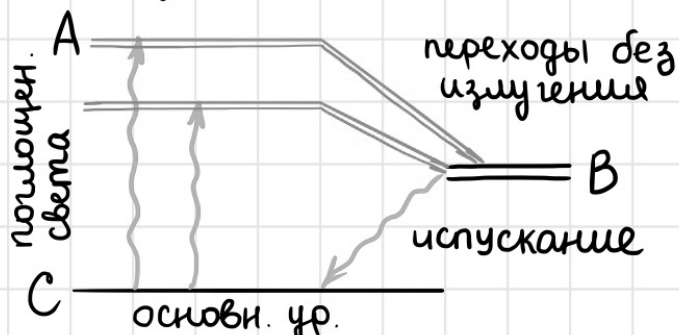
⑧ (Оптические квантов. генераторы. Трёхуровневая система ОКГ)

ОКГ (опт. кв. ген.) - источник света, работающий на основе эффекта вын. излуч. в активн. среде с инверсной заселенностью энергетич. уровней ($\eta = 10\% - 70\%$)

- Лазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне видимого света.
- Мазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне радиоволн.

Накачка усил. среды - процесс перевода среды в инверсное состояние

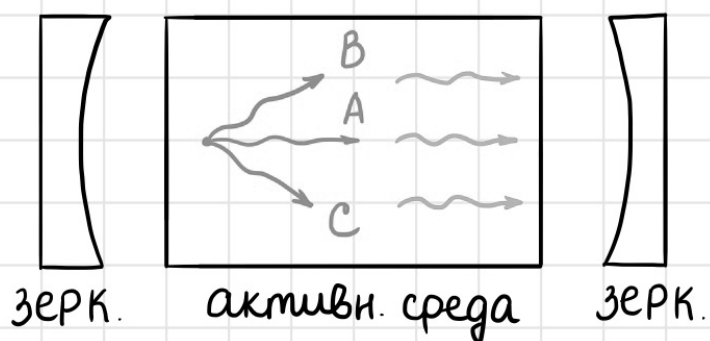
Трёхуровневая схема генерации излучения:



Накачка переводит атомы с нижнего энергет. уровня C на самый верхний A. Оттуда они спускаются на метастабильный уровень B, где могут находиться

достаточно долго без спонтанного испускания фотонов. Под воздействием проходящей ЭМ волны атом возвра. на основной уровень C, испуская вынужденное излучен., когерентное исходной волне.

Усиление света при многокр. прох. через активн. среду



Активное вещ-во помещает. между 2-ми зеркалами → волна, многократно отраж. от зеркал, проходит достат. расстояние для большого усиления, если сохранится

инверсная заселенность (число возбужд. атомов будет бол.)

Свойства излучения квантовых генераторов:

- Большая пространственная когерентность
- Большая временная когерентность
- Высокая степень монохроматичности
- Является поляризованным
- Узконаправленный поток излучения (имеет малый угол расхождения пучка)

⑨ (Особенности лазерного излучения)

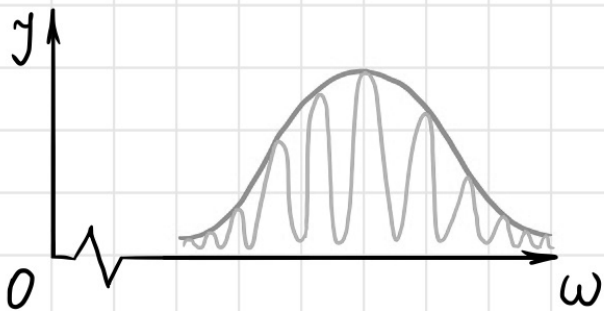
ОКГ (опт. кв. ген.) - источник света, работающий на основе эффекта вын. излуч. в активн. среде с инверсной заселенностью энергетич. уровней ($\eta = 10\% - 70\%$)

- Лазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне видимого света.
- Мазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне радиоволн.

Моды - резонансные колебания в оптическом резонаторе лазера. Их частоты находятся вблизи вершины спектральной линии излучения активной среды.

Особенности лазерного излучения:

- Большая интенсивность
- Большая пространственная когерентность
- Большая временная когерентность
- Высокая яркость
- Высокая монохроматичность ($\Delta\lambda = 0,01 \text{ нм}$)
- Содержит несколько мод, частоты которых находятся на равных расстояниях друг от друга.



Ширина спектральной линии зависит от добротности опт. резонатора, определяемой потерь энергии излучения. При уменьшении этих потерь ширину спектр. линии можно сделать «шире».

спектр. линии излучения обычных источников →
Таким образом, лазер излучает пучок с выс. монохром.

⑩ (Основные типы лазеров, их применение)

ОКГ (опт. кв. ген.) - источник света, работающий на основе эффекта вын. излуг. в активн. среде с инверсной заселенностью энергетич. уровней ($\eta = 10\% - 70\%$)

- Лазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне видимого света.
- Мазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне радиоволн.

Основные типы лазеров:

① Твердотельные лазеры ($\lambda = 0,69 \text{ мкм}$)

Активная среда: диэлектр. крист. или спец. стекло

Накалка: импульсная оптическая

[Рубиновый Лазер]



Полость имеет 2 зеркала (непрозрач. и полупр.). Когда свет отраж. между этими зеркалами его интенсивность увеличивается → лазер испускает очень яркий пучок.

② Жидкостные лазеры ($\lambda = 0,3 - 1,3 \text{ мкм}$)

Активная среда: Растворы органич. красителей или спец. жидкости, активир. редкоземельными элементами

Накалка: непрер. и импульсн.; от газоразрядн. лампы



Жидкость налив. в кювету, уст. между зеркалами, и во время работы прокачивают насосом через холодильник. Накалка сжигает газ-лазер, его луч вводит в кювету через окошко. Меняя кювету с

раствором или выходной светодетектор, можно изменить длину волны излучения.

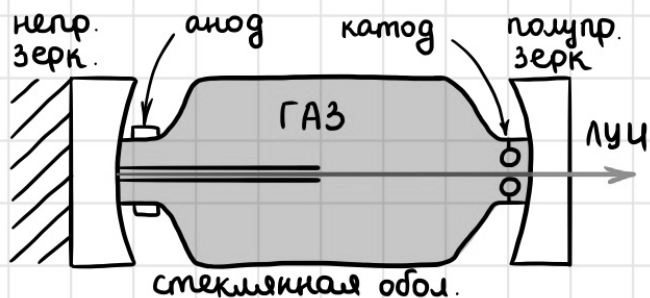
③ Газовые лазеры

- Фотодиссоционный
- Газоразрядный (ионные; на атомн. перех.; молекулярн.)

Активная среда: разряженный газ

Накалка: электрический разряд (созд. током высокой частоты)

[Гелий-неоновый; Аргонный; Лазер на диоксиде и монокс. углерода; криптоновый; эксимерный]



Для накачки энергии акт. тела в газе примен. электр. разряды, которые вырабатываются электродами в полости трубки прибора.

④ Полупроводниковые лазеры

Активная среда: твердотельный проводник.

Накалка: электрический ток (прямая накалка); электроинжекция; оптическая

[инжекционный полупроводник. лазер]

В основе лазера лежат квантовые переходы между разрешенными энергетическими зонами.

Применение лазеров:

- Проигрыватели компакт-дисков; Лазерные принтеры; считыватели штрих-кодов; лазерные указки
- Термическая и механическая (резка; сварка; пайка; травировка) лазерная обработка
- Лазерная маркировка
- Повышение износостойкости материалов (ленирование)
- Голография
- Спектроскопия
- Измерение времени, темпер., давления и т.д.
- Средства наведения и прицеливания
- Медицинская диагностика, терапия, косметология

11) (Структура атомного ядра. Характеристики ядра: заряд; масса; энергия связи; спин и магнитн. мом.)

Ядро - центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд.

Все атомные ядра состоят из эл-тов τ -ч: протонов и нейтронов, которые считаются 2-зарядовыми сост. одной частицы - нуклона.

Протон - имеет $\oplus$ эл. заряд, равный по абсолютн. величине заряду электрона $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл

$$m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ кг (в } 1836 \text{ раз больше } m_e)$$

Протон имеет спин $S=1/2$ и собств. магнитный момент $\mu_p = 2,79 \mu_N$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} \text{ - единица магнитного момента (ядерный магнетон)}$$

$$\mu_N = 1836 \mu_B; \mu_e \approx 660 \mu_p$$

Нейтрон - не имеет электр. заряда

$$m_n = 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Нейтрон обладает спином $S=1/2$ и, несмотря на отсутствие эл. заряда, собств. магн. момент:

$$\mu_n = -1,91 \mu_N \text{ (знак "-" указывает на то, что напр. собственных механ. и магнитн. моментов противоположны)}$$

$$\mu_p / \mu_n = -3/2$$

Число нуклонов в ядре: A - массовое число

$$A = n + z$$

(число нуклонов)

z - число протонов

n - число нейтронов

Спин частицы - собственный момент импульса, характеризующий внутреннее вращательное состояние частицы, независимо от ее внешних перемещений. (16)

Энергия связи - физ. величина, равная работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии.

Изотопы - ядра с одинак. Z , но разн. A

[водород имеет 3 изотопа: водор.; дейтерий; тритий]

Изобары - ядра с одинак. A , но разн. Z [^{40}Ar и ^{40}Ca]

Изотоны - ядра с одинак. числом нейтронов [^{13}C и ^{14}N]

⑫ (Свойства и обменный характер ядерных сил)

Свойства ядерных сил (ЯС):

① ЯС удерживают частицы внутри ядра, котор. зависят от взаимной ориентации спинов нуклон.

② ЯС не являются центр. силами (направлены под некот. углом к прямой, соедин. центры взаимодей. нуклонов, а их значения зависят не только от расстояния между нуклонами);

③ ЯС обладают св-вом насыщения (в сфере сил. действия одного нукл. может попасть лишь ор. число соседних нукл. в ядре).

Т (Гипотеза И. Е. Тамма):

Ядерные силы носят обменный характер. $\rightarrow$ ЯС между нуклонами возникают за счёт обмена между нуклонами некот. γ -частиц (переносчиками ядерного взаимодействия)

Т (Мезонная теория Х. Юкава):

Частицы, которые испускаются и поглощаются нуклонами - мезоны

⑬ (Деление тяжёлых ядер и цепные реакции. Термоядерный синтез)

Ядерные реакции - превращения атомных ядер, вызв. взаимодей. их друг с другом или с элемент. частицами.
 $A + a \rightarrow B + b$ или $A(a; b)B$ - символ. запись реак.
 A, B - исходное и конечное ядра;
 a, b - исходная и конечная γ -чы в реакции;

Реакции могут идти по разным схемам - каналам реакции. Начальный этап реакции - входной канал

Энергия ядерн. распада Q - разность энергий конечной и исходной пар в реакции.

Если $Q < 0 \rightarrow$ эндотермическая реакция (с погл. энерг.)

Если $Q > 0 \rightarrow$ экзотермическая реакция (с выдел. энерг.)

В ядерных реакциях выполн. законы: ЗСЭ; ЗСИ; масс. шесл

Аннигиляция - процесс объединения электрона и позитрона. (причина отсутств. на Земле позитронов)

Деление атомных ядер - распад ядер на 2 осколка сравнимой массы

- Самостоятельное (спонтанное)

- Вынужденное (вызвано взаимодей. с налетающей γ -чей)

Благодаря взаимному ЗС отталкиванию, осколки деления разлетаются в противоположные стороны с огромной кин. энергией (160 МэВ). Осколки деления в момент своего образования обладают избытком нейтр. над протонами.

Вторичные нейтроны деления - избыточные нейтроны, испускаемые осколками деления.

Если каждый из нейтронов, взаимодейств. с соседними ядрами делющейся вещ-ва, вызывает в них реакции деления $\rightarrow$ происходит лавинообразное нарастание числа актов деления (цепная реакция)

Ядерная цепная реакция - реакция, в которой γ -кванты, вызывающие её, образуются как продукты этой же реакции. Такая реакция деления возможна лишь при условии достаточно большой массы вещ-ва. В зависимости от условий, цепная реакция имеет спокойный или взрывной характер.

Критическая масса - наименьшая масса, начиная с которой возможна незатухающая цепная реакция. Если $m_{\text{сист}} \gg m_{\text{крит}}$ $\rightarrow$ происходит взрыв и разрушение системы (принцип действ. атомн. бомб)

Термоядерный синтез - ядерная реакция, при кот. лёгкие атомные ядра объединяются в более тяжёлые за счёт кинетической энергии их теплового движения. Термоядерные р-ции могут протекать при сверхвыс. температурах. $\sim 10^8 \dots 10^9 \text{ K}$

Термоядерн. синтез реализуется в водородной бомбе $\rightarrow$ происходит самоподдерживающаяся термоядерная реакция взрывного характера в смеси дейтерия и трития:



⑭ (Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Активность)

Радиоактивность - превращение неустойчив. изот. одного хим. эл-та в изотопы другого хим. эл-та, сопровождающееся испусканием некоторых частиц (сопровождается излучением α -лучей)

① Естеств. радиоакт. - радиоакт. явл. у существ. в прир. неустойчивых изотопов и эл-тов после РВ

② Искусств. радиоакт. - радиоакт. изотопов, получен. в результате ядерных реакций.

Материнское ядро - ядро, испыт. радиоакт. распад
Дочернее ядро - возникающее ядро

Постоянная распада λ - вероятность распада ядра за 1с. Из N нестаб. ядер распадается $\sim \lambda N$ радиоакт. ядер. Тогда к мал. времени $t + dt$ число радиоакт. ядер уменьшится на $dN = -\lambda N dt$

Самостоят. распад атомных ядер подчиняется 3-му радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 - кол-во ядер в объеме вещ-ва

N - число ядер в том же V через dt

Активность вещ-ва A - число распадов в 1с

$$A = \lambda N = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

$A_0 = \lambda N_0$ - начальная активность в $t=0$

Удельная активность a - активность ед. массы рад. преп.
 $a = A/m$

Рассчитаем среднюю продолжительность жизни радиоактивного изотопа.

$$\tau = \int_0^{\infty} \frac{t A dt}{N_0} = \int_0^{\infty} \frac{t \lambda N}{N_0} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Период полураспада T - время, за которое распадается половина всех ядер.

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 0,693 \tau$$

Тогда закон радиоактивного распада имеет вид:

$$N = N_0 2^{-t/T}$$

При радиоактивном распаде выполняется:

① Закон сохранения зарядов:

$$Z_{\text{яг}} \cdot e = \sum_i Z_i e$$

② Закон сохранения массовых чисел:

$$A_{\text{яг}} = \sum_i A_i$$

⑮ (Естественная и искусств. радиоактивность. Виды радиоактивных излучений)

Радиоактивность - превращение неустойчив. изот. одного хим. эл-та в изотопы другого хим. эл-та, сопровождающееся испусканием некоторых частиц (сопровождается излучением α -лучей)

① Естеств. радиоакт. - радиоакт. ядр. у существ. в прир. неустойчивых изотопов и эл-тов после $P\beta$

② Искусств. радиоакт. - радиоакт. изотопов, получ. в результате ядерных реакций.

Материнское ядро - ядро, испыт. радиоакт. распад
Дочернее ядро - возникающее ядро

Виды радиоактивных излучений:

Тип радиоакт.	изм. зар. ядра Z	изм. мас. числа A	Характер процесса
α -распад	$Z - 2$	$A - 4$	Вылет α -частицы
β -распад	$Z \pm 1$	A	Взаимные превращения нейтр. 1_0n и протона 1_1p
β^- -распад	$Z + 1$	A	${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + ({}^0_{-1}e + {}^0_0\bar{\nu}_e)$
β^+ -распад	$Z - 1$	A	${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + ({}^0_{+1}e + {}^0_0\nu_e)$
e -захват (эл. захват)	$Z - 1$	A	${}^1_1p + {}^0_{-1}e \rightarrow {}^1_0n + ({}^0_0\nu_e)$
Спонтанное деление	$Z - \frac{1}{2}Z$	$A - \frac{1}{2}A$	деление на 2 части $\approx$ равной массы и заряда

${}^0_0\nu_e$ и ${}^0_0\bar{\nu}_e$ - электронные нейтрино и антинейтрино

① α -излучение (излучение тяжёлых $\oplus$ α -частиц)
 Излучаются: 2 протона и 2 нейтрона
 проник. спос: низкая
 биол. действ: высокое

② β -излучение (возник. при превр. одного эл-та в др.)
 Излучаются: электроны или позитроны
 проник. спос: средняя
 биол. действ: среднее

③ Нейтронн. излучение (возник. в ядерн. реакторах и при ат. вз.)
 Излучаются: нейтроны
 проник. спос: высокая
 биол. действ: высокое

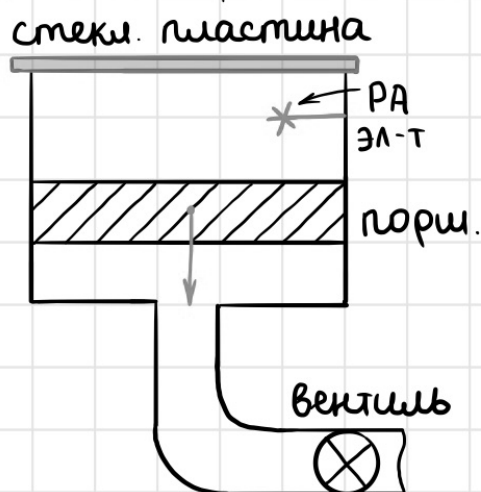
④ γ -излучение (жёсткое ЭМ. излучение, энергия кот. испуск. при переходе ядер из возбужд. энерг. сост. в осн. или менее возбужд., а также при ядерных р-циях)
 Излучаются: энергия в виде фотонов
 проник. спос: высокая
 биол. действ: низкое
 (Не явл. самостоят. типом радиоактивностей $\rightarrow$ сопров. процессы α и β распадов и не вызыв. изменен. зар. и массового числа ядер)

⑤ Рентген. излучение (энергет. ЭМ излучение в виде фотонов, возник. при переходе электрона на др. орбиту)
 излучаются: энергия в виде фотонов
 проник. спос: высокая
 биол. действ: низкое

⑥ (Приборы для регистрации радиоактивн. излучений)

Приборы для регистрации радиоакт. излучений:

① Камера Вильсона



Представл. собой стекл. цилиндр с поршнем и крышкой. Простр. над поршн. заполнено воздухом, насыщ. парами воды или спирта. Если резко опустить порш. $\rightarrow$ воздух охлаждается $\rightarrow$ пар станов. перенасыщенным (создаются условия для конденс. пара на ядра конденсации)

Быстрая заряженная частица, пролетая через камеру, оставляет на своём пути цепочку ионов. На каждом ионе оседает капелька и траектория частицы становится видимой в виде туманн. следа. Если поместить камеру в МП (искривл. траект. γ -ч), можно оценить знак заряда γ -чы и её скорость

② Счётчик сцинтилляционный
Представляет собой сочетание сцинтиллятора и фотозлектр. умножителя.
Попадание быстрой заряженной частицы на слой люминисцирующего вещ-ва вызывает кратковременн. вспышку (сцинтилляцию), которые потом подсчитывают с помощью фотозлектр. умножителей.
(Регистрирует α , β и γ -излучение)

Сцинтиллятор - вещ-во, обладающее способностью излучать свет при поглощении ионизирующего излучения

③ Газоразрядный счётчик Гейгера-Мюллера
Представляет собой газонаполненный конденсатор (цилиндр с газом). Пролетая через цилиндр, частица вызывает кратковр. вспышку газового разряда $\rightarrow$ происходит замыкание цепи и возникновение кратк. импульса тока.

④ (Радиоизотопный анализ)

Радиоизотопное датирование - метод определения возраста различных объектов, в составе которых есть какой-либо радиоактивный изотоп. Метод основан на определении того, какая доля изотопа успела распасться за время существования образца $\rightarrow$ по этой велич., зная период полураспада изотопа, можно рассчитать возраст образца [археология; геология; палеонтология]

Самостоят. распад атомных ядер подчиняется 3-му радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 - кол-во ядер в объеме вещ-ва

N - число ядер в том же V через dt

λ - постоянная распада

Период полураспада T - время, за которое распадается половина всех ядер.

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Тогда закон радиоактивного распада имеет вид:

$$N = N_0 2^{-t/T} \rightarrow t = -T \log_2 (N/N_0)$$

В различных методах радиоизотопного датирования используются разные изотопы разных элементов (отлич. по св-вам и периоду распада) $\rightarrow$ каждый метод применим только к определ. материалам и определ. интервалу возрастов.

Методы радиоизотопного датир:

Радиоуглеродный; Калий-аргоновый; Калий-кальциевый;
Уран-свинцовый; Торий-свинцовый; Гелиевый (примен. в геологии); неравновесные методы (основаны на наруш. изотопного равновесия)

⑮ (Защита от радиации)

Для защиты от ионизир. излучений применяют методы:

- ① Снижение активности (кол-ва) радиоизотопа, с которым работает человек;
- ② Увеличение расстояния от источника излучения;
- ③ Экранирование излучения с помощью экранов и биол. защит;
- ④ Применение средств индивидуальной защиты (Если этих мер недостаточно для понижения допуст. уровня, между источником излучения и объектом устанавливают защиту - экраны)

Для защиты от α -излучения достаточно 10 см слоя воздуха. При близком расположении от α -источн. применяют экраны из органического стекла.

Для защиты от β -излучения рекомендуется исп. материалы с малой атомной массой [алюминий и т.д.]
Для комплексной защиты применяют 2-х и 3-х слойные экраны, у которых со стороны источника излучения экран из материала с малой атомной массой, а за ним - с большой атомной массой [свинец и т.д.]

Для защиты от γ -излучения и рентген. излучения, кот. обладают высокой проникающей способностью, применяют материалы с большой атомной массой и плотностью, а также сталь, бетон и т.д.

Для защиты от нейтронного излучения применяют водородосодержащие вещества: воду, парафин, полиэтилен. Кроме того, нейтронное излучение хорошо поглощает бор, бериллий, кадмий, графит. Т.к. нейтронное излучение сопровождается γ -излучением, необходимо применять многослойные экраны из различных материалов [свинец-полиэтилен; сталь-вода и т.д.]

Бозоны - частицы с целым значением спина, описыв. симметр. ф-циями в соответствии с теорией Бозе - Эйнштейна [скалярные мезоны; фотоны; гравитоны]

Бозе-газ - идеальный газ из бозонов

Распр. Бозе - Эйнштейна - описыв. распр. бозе-частиц по энергиям и определяет ср. число бозе-частиц, наход. в квантов. сост. с определенной энергией

Фермионы - частицы с полуцелым значением спина, описыв. антисимметр. ф-циями в соответствии с теорией Ферми - Дирака [Электрон; протон; нейтрон]

Ферми-газ - идеальный газ из бозонов

Распр. Ферми - Дирака - описыв. распр. ферми-частиц по энергиям и определяет ср. число ферми-частиц, наход. в квантов. сост. с определенной энергией

Спин частицы - собственный момент импульса, характеризующий внутреннее вращательное состояние частицы, независимо от её внешних перемещений.

Тотждественные τ -ы - частицы, которые не могут быть распознаны и отличены одна от другой

Т (Принцип тотждественности)

В замкнутой сист. для одинак. частиц реализуются только такие квант. сост., которые не меняются при их перестановке

Т (Принцип Паули (исключения)):

В одном и том же сост. не может быть 2-х тождеств. фермионов

В атоме не может быть 2-х e^- , характер. одинаковыми квантовыми числами

Вырожденный газ - газ, свойства которого (в силу неразличимости тождественных частиц) отличаются от свойств классического идеального газа.

Температура вырождения T_0 - темпер., ниже которой отчётливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождеств. частиц.

Спонтанный переход (сопров. спонт. излучением) - самопроизвольный переход атома из одного состояния в другое, энергии которого меньше энергии предыдущего.

Свойства спонтанного излучения:

Спонтанное излучение имеет случайное направление распростран., произв. по-тм поляр. и фазу $\rightarrow$ спонт. излуч. неполяризовано и имеет очень малое вр. когерент.

Вынужденный переход - переход атома из одного сост. в другое под действием внешнего излучения. (сопровож. вынужд. излучением)

Свойства вынужденного излучения:

- ВЧ распростран. строго в том же направлении, что и излуч., его вызвавшее
- Фаза волны ВЧ, испускаемая атомами, совпадает с фазой падающей волны
- ВЧ линейно поляризован с той же по-тмю поляризации, что и падающее излучение.

Активное веу-во - веу-во, в котором возбужденных атомов гораздо больше, чем атомов в основн. сост.

Инверсное состояние - неравновесн. сост. среды, при котор. число z -ч на внешних энерг. уровнях больше, чем число частиц на нижних энергет. уровнях.

Накачка усил. среды - процесс перевода среды в инверсное состояние

ОКГ (опт. кв. ген.) - источник света, работающий на основе эффекта вын. излуч. в активн. среде с инверсной заселенностью энергетич. уровней

- Лазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне видимого света.
- Мазер - квант. генератор, излучающий в диапазоне радиоволн.

Моды - резонансные колебания в оптическом резонаторе лазера.

Особенности лазерного излучения:

- Большая интенсивность
- Большая пространственная когерентность
- Большая временная когерентность
- Высокая яркость
- Высокая монохроматичность
- Содержит несколько мод, частоты которых наход. на равных расстояниях друг от друга.

Ядро - центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд.

Нейтрон - не имеет электр. заряда

Протон - имеет $\oplus$ эл. заряд, равный по абсолютн. величине заряду электрона

Изотопы - ядра с одинак. Z , но разн. A

Изобары - ядра с одинак. A , но разн. Z

Изотоны - ядра с одинак. числом нейтронов

Энергия связи - физ. величина, равная работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии.

Ядерные силы - силы, действующие между нуклонами

Ядерные реакции - превращения атомных ядер, вызв. взаимодей. их друг с другом или с элемент. частицами.

Аннигиляция - физ. процесс, при котором γ -ча и соотв. ей античастица превращ. в фотоны или др. частицы
[Электрон e^- + позитрон e^+ = фотоны]

Ядерная цепная реакция - реакция, в которой γ -чы, вызывающие её, образуются как продукты этой же реакции. Такая реакция деления возможна лишь при условии достаточно великой массы вещ-ва.

Критическая масса - наименьшая масса, начиная с которой возможна незатухающая цепная реакция.

Термоядерный синтез - ядерная реакция, при кот. лёгкие атомные ядра объединяются в более тяжёлые за счёт кинетической энергии их теплового движения

Активность - число распадов в единицу времени.

Радиоактивность - превращение неустойчив. изот. одного хим. эл-та в изотопы другого хим. эл-та, сопровождающееся испусканием некоторых частиц (сопровождается излучением α -лучей)

① Естеств. радиоакт. - радиоакт. наобл. у существ. в прир. неустойчивых изотопов и эл-тов после $P\beta$

② Искусств. радиоакт. - радиоакт. изотопов, получен. в результате ядерных реакций.

Материнское ядро - ядро, испыт. радиоакт. распад
Дочернее ядро - возникающее ядро

Радиоизотопное датирование - метод определения возраста различных объектов, в составе которых есть какой-либо радиоактивный изотоп.

Задачи

3

№ 1 | Найти среднее значение кинет. энергии ϵ -цы в состоянии $\Psi(x) = A e^{ikx}$, где $k = p/\hbar$. Функция $\Psi(x)$ нормир. в интерв. $-l < x < l$, вне этого инт. $\Psi(x) = 0$

Дано: $\Psi(x) = A e^{ikx}$, $k = p/\hbar$, $-l < x < l$

Найти: $\langle E_k \rangle = ?$

1) Из условия нормировки найдём константу A :

$$\int_{-l}^l |\Psi|^2 dx = 1$$

$$2) |\Psi|^2 = \Psi \Psi^* = A e^{ikx} \cdot A e^{-ikx} = A^2$$

$$2) \rightarrow 1) = 1') \int_{-l}^l A^2 dx = 1 \rightarrow A^2 x \Big|_{-l}^l = 1 \rightarrow 2l A^2 = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{1}{2l}},$$

состав: $\Psi(x) = \sqrt{\frac{1}{2l}} e^{ikx}$

$$2) E_k = \frac{p^2}{2m_0}$$

$$3) p = \hbar k$$

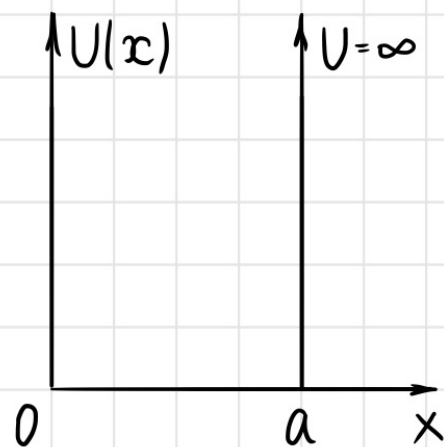
$$3) \rightarrow 2) = 2') E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$$

$$4) \langle E_k \rangle = \int_{-l}^l \Psi^* E_k \Psi dx$$

$$1'), 2') \rightarrow 4) = 4') \langle E_k \rangle = \int_{-l}^l A^2 \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} dx = \frac{1}{2l} \cdot 2l \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$$

32

У 2 (Частица массой m_0 наход. в одноч. прямоуго. потенциальн. яме с бескон. высокими стенками в основн. сост. Найти среднее знач. кин. энергии $\langle E_k \rangle$)



$$1) U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{при } x < 0 \\ 0, & \text{при } 0 \leq x \leq a \\ \infty, & \text{при } x > a \end{cases}$$

2) Ур-ние Шрёдингера для обл. $0 \leq x \leq a$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m_0}{\hbar^2} E \psi = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0,$$

где $k^2 = 2m_0 E / \hbar^2$

Решение этого ДУ имеет вид:

$$\psi(x) = A \sin(kx + \alpha)$$

Из условия непрерывности следует:

$$\begin{cases} \psi(0) = 0 \rightarrow \sin \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 0 \\ \psi(a) = 0 \rightarrow \sin ka = 0 \rightarrow ka = \pm \pi n, n = 1, 2, 3 \dots \rightarrow k = \pi n / a \end{cases}$$

Таким образом, пси-функция имеет вид:

$$\psi(x) = A \sin\left[\frac{\pi n}{a} x\right]$$

3) $k^2 = \frac{2m_0}{\hbar^2} E = \frac{\pi^2}{a^2} n^2 \rightarrow E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2} n^2$ - энерг. спектр частицы

4) Из условия нормировки найдём константу A:

$$\int_0^a |\psi|^2 dx = 1 \rightarrow A^2 \int_0^a \sin^2\left[\frac{\pi}{a} nx\right] dx = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}, \text{ соотв:}$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left[\frac{\pi}{a} nx\right]$$

5) В случае основного сост. $n = 1$, соотв:

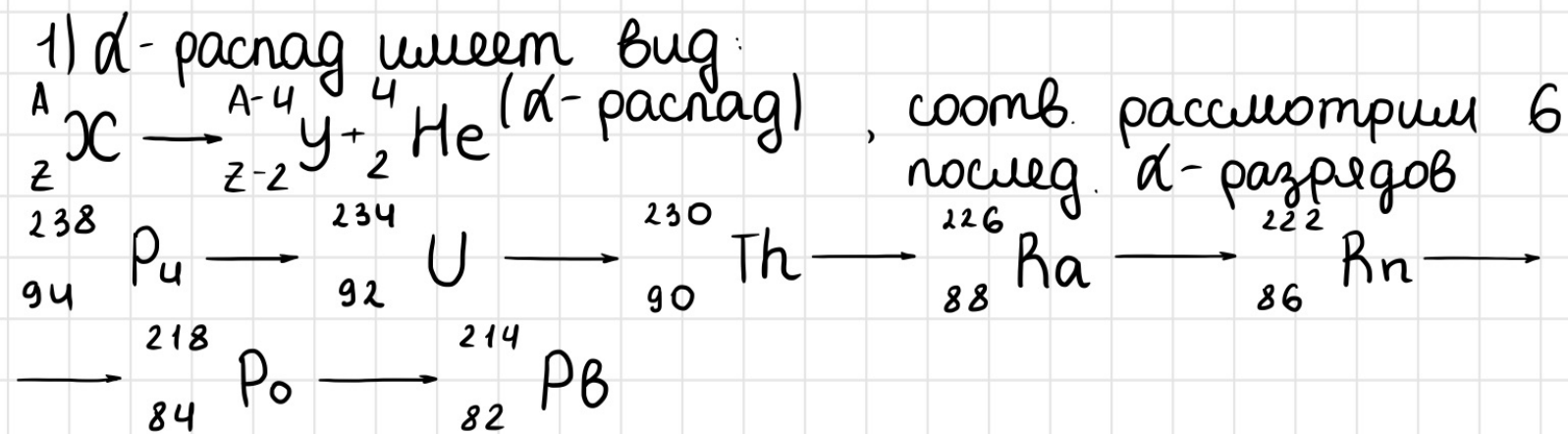
$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left[\frac{\pi x}{a}\right]$$

6) $\langle E_k \rangle = \int_0^a \psi^* E_k \psi dx$

7) $E_k = \frac{p^2}{2m_0} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$

7), 5) $\rightarrow$ 6) = 6') $\langle E_k \rangle = \frac{2}{a} \int_0^a \sin\left[\frac{\pi x}{a}\right] \left[-\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\sin\left[\frac{\pi x}{a}\right] \right] \right] dx = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_0 a^2}$ (33)

У 3 (Ядро плутония $^{238}_{94}\text{Pu}$ испытало 6 последов. α -распадов. Написать цепочку ядерных превращений с указанием химич. символов, массовых и зарядовых чисел промежуточных ядер и конечного ядра)



У 4 (Найдите концентр. свободных электронов в металле при $T=0$, если их максим. кин. энергия равна E)

Дано: $T=0$; $E_{\max}=E$; m
Найти: n

$$1) n = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{E_{\max}} \sqrt{E} dE = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \frac{2}{3} E^{3/2}$$

5 (Определить сколько ядер в $m_0 = 1,0 \text{ мг}$ радиоизот. церия $^{144}_{58}\text{Ce}$ распадается в течение промеж. времени: ① $\Delta t = 1 \text{ с}$; ② $\Delta t = 1 \text{ год}$. Период полураспада церия $T = 285 \text{ сут}$)

Дано: $m_0 = 1,0 \text{ мг}$; $^{144}_{58}\text{Ce}$; ① $\Delta t = 1 \text{ с}$; ② $\Delta t = 1 \text{ год}$; $T = 285 \text{ сут}$
Найти: ① $\Delta N_1 - ?$ ② $\Delta N_2 - ?$

① Т.к. $\Delta t_1 \ll T \rightarrow$ число нераспавшихся ядер остается постоянным и равным их начальному числу N_0

$$1) \Delta N_1 = \lambda N_0 \Delta t_1$$

$$2) T = \ln 2 / \lambda \rightarrow \lambda = \ln 2 / T$$

$$2) \rightarrow 1) = 1') \quad \Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T} N_0 \Delta t_1$$

$$3) N_0 = \frac{m}{\mu} N_A$$

$$3) \rightarrow 1') = 1'') \quad \Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T} \frac{m}{\mu} N_A \Delta t_1$$

① Т.к. Δt_2 и T - величины одного пор-ка, воспользуемся интегральной формой записи закона

$$1) \Delta N_2 = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$2) T = \ln 2 / \lambda \rightarrow \lambda = \ln 2 / T$$

$$3) N_0 = \frac{m}{\mu} N_A$$

$$2), 3) \rightarrow 1) = 1') \quad \Delta N_2 = \frac{m N_A}{\mu} \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} \Delta t_2} \right) = \frac{m N_A}{\mu} \left(1 - 2^{-\Delta t_2 / T} \right)$$

§ 6 (Определить начальную акт. A_0 радиоактивн. массы ^{27}Mg массой $m = 0,2 \text{ мкг}$, а также акт. A по истечении времени $t = 1 \text{ ч}$. Предполагается, что все атомы изотопа радиоактивны)

Дано: ^{27}Mg ; $m = 0,2 \text{ мкг}$; $t = 1 \text{ ч}$;

Найти: $A_0 - ?$; $A - ?$

1) $A_0 = \lambda N_0$ - начальная активность изотопа

2) $\lambda = \ln 2 / T$

3) $N_0 = \frac{m}{\mu} N_A$

2), 3) $\rightarrow$ 1) = 1') $A_0 = \frac{m N_A}{\mu T} \ln 2$

4) $A = A_0 e^{-\lambda t}$

1'), 2) $\rightarrow$ 4) = 4') $A = \frac{m N_A}{\mu T} \frac{\ln 2}{2^{t/T}}$

§ 7 (Радиоакт. изотоп ^{22}Na излучает γ -кванты с энергией $E = 1,28 \text{ МэВ}$. Определить мощность P гамма-излучения и энергию W , излучаемую за время $t = 5 \text{ мин}$ изотопом натрия массой $m = 5 \text{ г}$. Считать что при каждом акте распада излучается один γ -фотон с указанной энергией)

Дано: $E = 1,28 \text{ МэВ}$; $t = 5 \text{ мин}$; $m = 5 \text{ г}$

Найти: $P - ?$; $W - ?$

1) $N_1 = N_0 2^{-t/T}$

2) $N_0 = m N_A / \mu$

3) $N = N_0 - N_1$

1), 2) $\rightarrow$ 3) = 3') $N = N_A m (1 - 2^{-t/T}) / \mu$

4) $W = EN \rightarrow W = E N_A m (1 - 2^{-t/T}) / \mu$

5) $P = \frac{W}{t} = \frac{E N_A m (1 - 2^{-t/T})}{\mu t}$

§ 8 (При определении периода полураспада $T_{1/2}$ короткожив. радиоактивного изотопа использован счетчик импульсов. За время $\Delta t = 1$ мин в начале набл. ($t=0$) было насчитано $\Delta n_1 = 250$ имп., а по истечении времени $t=14$ - $\Delta n_2 = 92$ имп. Определить пост. радиоакт. распада λ и период полурасп. $T_{1/2}$)

Дано: $\Delta t = 1$ мин; $\Delta n_1 = 250$; $t = 14$; $\Delta n_2 = 92$

Найти: λ ; $T_{1/2}$

$$1) \Delta n_1 = K \Delta N_1 = K N_1 (1 - e^{-\lambda \Delta t})$$

$$2) \Delta n_2 = K \Delta N_2 = K N_2 (1 - e^{-\lambda \Delta t})$$

$$3) N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$$

$$1) : 2) = 4) \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t} \rightarrow \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}$$

$$5) T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$4) \rightarrow 5) = 5') T_{1/2} = \frac{t \ln 2}{\ln(\Delta n_1 / \Delta n_2)}$$

§ 9 (Воспольз. распр. свободн. электронов в металле по энергиям, найдите отношение ср. скорости своб. эл. к их макс. скор. при темпер. $T=0$)

Дано: $T=0$

Найти: $\langle v \rangle / v_{\max}$ - ?

1) Распределение Ферми-Дирака по энергиям:

$$dn_E = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E} dE, \text{ где } E = \frac{mv^2}{2} \rightarrow dE = mv dv$$

2) Распределение Ферми-Дирака по скоростям:

$$dn_v = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\frac{mv^2}{2}} mv dv = \frac{m^3 v^2}{\pi^2 \hbar^3} dv$$

$$3) \langle v \rangle = \frac{\int_0^{v_F} v dn_v}{\int_0^{v_F} dn_v} = \frac{\int_0^{v_F} v^3 dv}{\int_0^{v_F} v^2 dv} = \frac{3}{4} v_{\max} \rightarrow \frac{\langle v \rangle}{v_{\max}} = \frac{3}{4}$$

№ 10 (Найдите ср. скорость свобод. электронов в мет. при темпер. $T=0$, если энергия Ферми для этого мет. $E_F(0) = 5,51$ эВ)

Дано: $E_F = 5,51$ эВ

Найти: $\langle v \rangle$

1) Распределение Ферми-Дирака по энергиям:

$$dn_E = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E} dE, \text{ где } E = \frac{mv^2}{2} \rightarrow dE = mv dv$$

2) Распределение Ферми-Дирака по скоростям:

$$dn_v = \frac{\sqrt{2} m^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\frac{mv^2}{2}} mv dv = \frac{m^3 v^2}{\pi^2 \hbar^3} dv$$

$$3) \langle v \rangle = \frac{\int_0^{v_F} v dn_v}{\int_0^{v_F} dn_v} = \frac{\int_0^{v_F} v^3 dv}{\int_0^{v_F} v^2 dv} = \frac{3}{4} v_{\max}$$

$$4) E_F = \frac{mv_{\max}^2}{2} \rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$$

$$4) \rightarrow 3) = 3') \quad \langle v \rangle = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$$