

В титул впечатать .

Для 5 сема что не нужно удалять. Лишние сроки убирать. Инд задание не писать. График посещений, в конце список исп источников. Приложение 2. Отчёт сшивается. Сшить и сдать. Заключение делать не обязательно. Минимум 20 страниц

Понамарёв Юрий Анатольевич (где Авионика). Начала гироскопической техники. Экзамен. 3 рк, 1 часть курса матрицы, системы координат, на экзамене этого не будет, но будет на рк. На экзамене по лекциям объяснить знакомый рисунок. Что такое из чего состоит как работает?

Есть 4 специализации

1. Чувств элемент и гиросtabilизаторы (разработка гиросtabilизаторов и чувств элементы: акселерометры и гироскопы)
2. Автопилоты ( системы управления подвижных объектов). Потребители "1". Чаще всего в авионику.
3. Навигационные системы (основная задача - решает задачу навигации, выдаёт углы ориентации). Потребитель "1" и "2"
4. Технологическая. "1"+"2"+"3"

мало отличаются друг от друга

Литература: основная: гироскопические системы, учебное пособие ч.1

"Теория гироскопов и гироскопических стабилизаторов" д.с. Пельпор

Матвеев В. а. " гироскоп это просто - 2 издание"

Дополнительная: гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы. Пельпор д.с. 1988. Раскопов В Я " микромеханические приборы (не читать) , Матвеев В.А. Подчерзцев В. П. Фатеев в.в. " Гироскопические стабилизаторы на динамически настраиваемых инерционных гироскопах" .

"Теория гироскопических приборов" учебное пособие Винниченко.

Прикладная теория гироскопов Лысов АН, " прикладная теория гироскопов" и другие книги Булгаков. Курт Магнус "Гироскоп и его применение" .

Шестов "гироскоп на земле на море и в воздухе". Павлов "Гироскопический эффект".

Не читать просто в интернете и видео не смотреть!



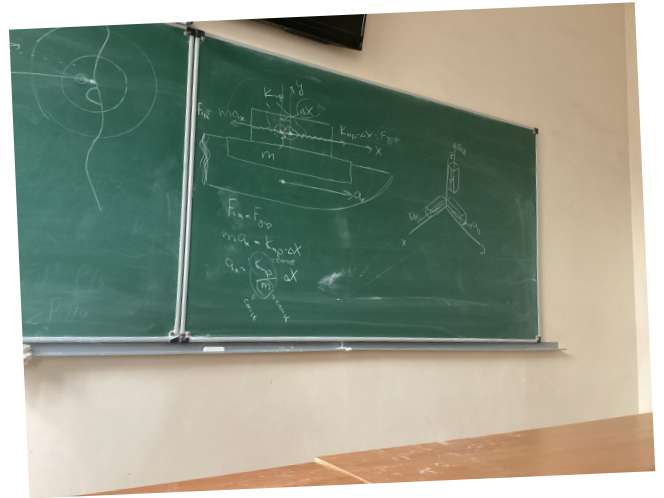


$$F_{упругая} = F_{гнр}$$

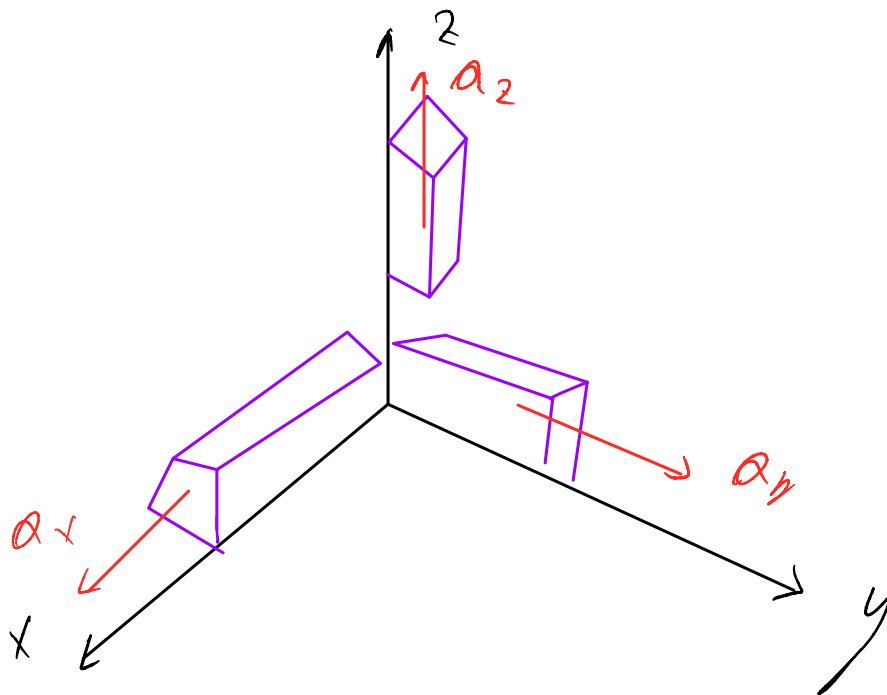
$$m a_x = k_{гнр} \cdot \Delta x$$

$$a_x = \frac{k_{гнр}}{m} \cdot \Delta x$$

const

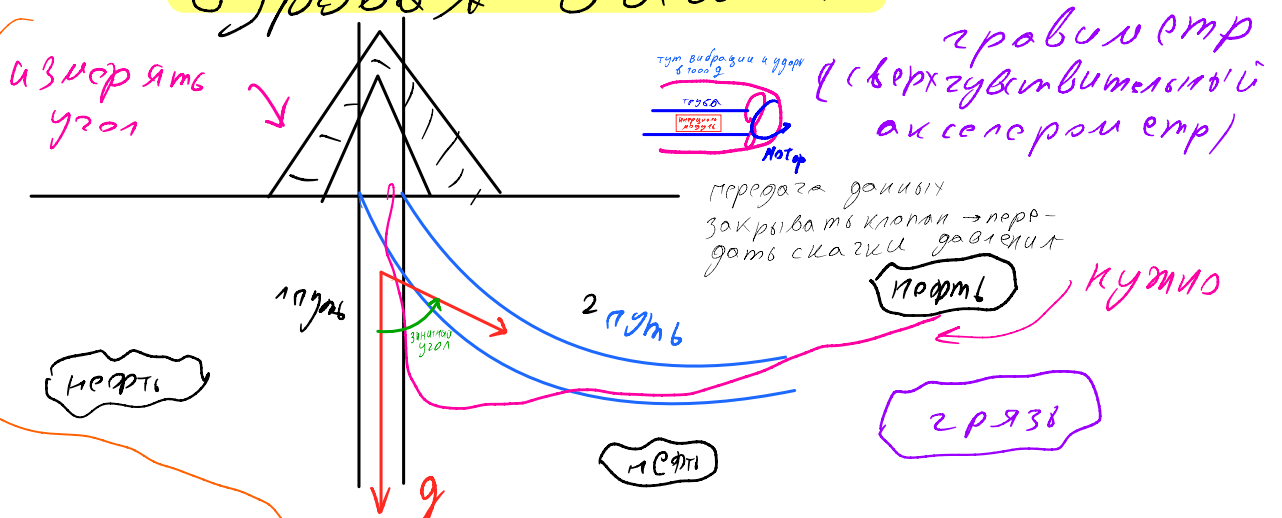


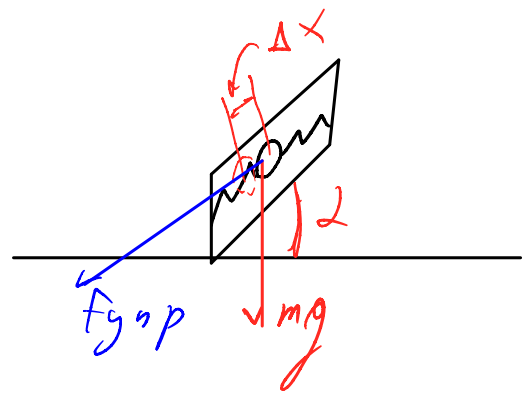
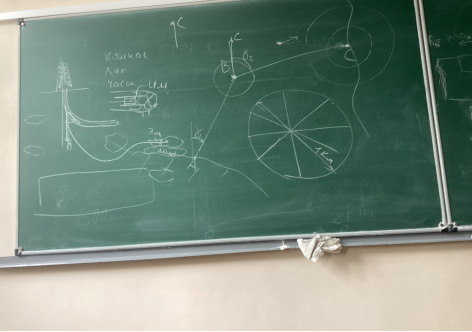
Смотрят 3 акселерометра:



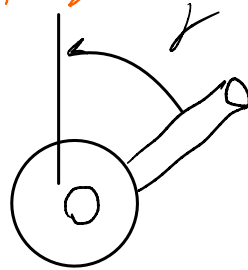
Проблема также невр из-за погр. акселерометр. и  
нужно обнулять ошибки

## Буровая вошка

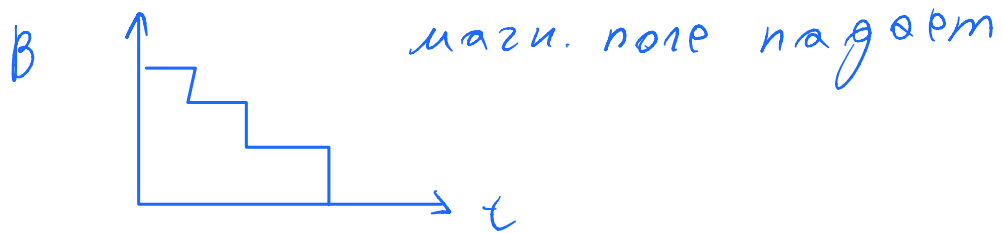




Вид сверху



$$\text{ppm} - 1\% = 10000 \text{ ppm}$$



19 сентября  
3 лекция

**Задание углового положения тела в пространстве. Определение направляющих косинусов**

$\eta$  - эта  
 $\xi$  - кси  
 $\zeta$  - зета

**Система.**  $\eta \xi \zeta$  Это абсолютная система координат (условно неподвижная)

Точка О - произвольная точка твёрдого тела, ск хуз - ск жёстко связанная с телом.

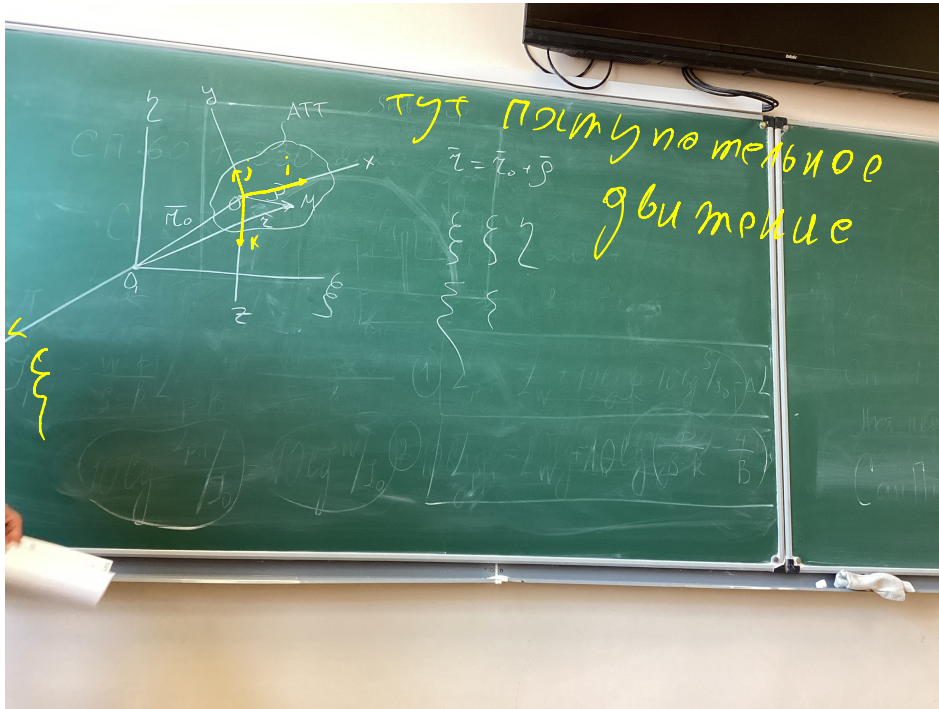
Движение АТТ является известным, если в любой момент времени известны координаты любой его точки в ск кси, эта , зета

Точка М - произвольная точка твёрдого тела

$\vec{r}_0$  - радиус вектор точки О в ск кси, эта , зета

$\vec{r}_0$  - это радиус вектор точки М в система координат хуз

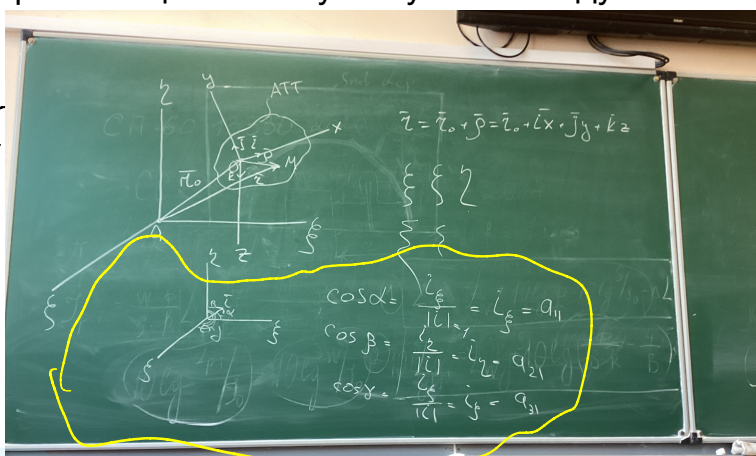
$\vec{r}$  - радиус вектор точки М в ск кси эта зета



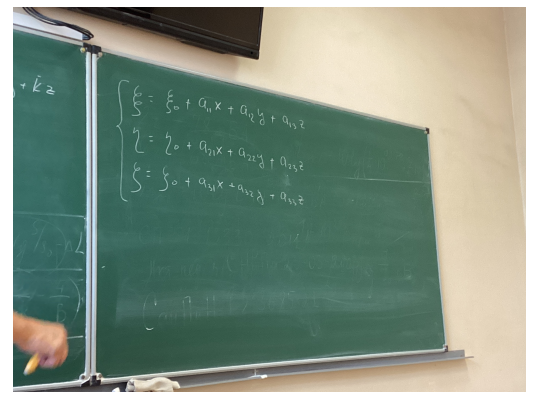
раскладываем радиус

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\rho} = \vec{r}_0 + i\bar{x} + j\bar{y} + k\bar{z}$$

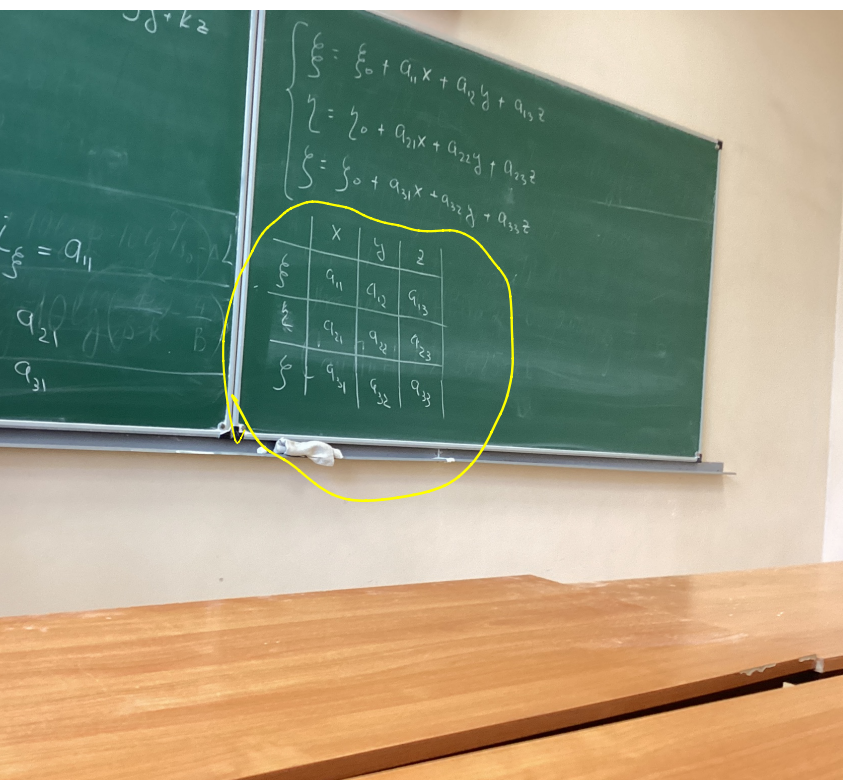
Проекция каждого из векторов  $i, j, k$  на каждую из осей кси , эта, зета равна направляющим косинусам углов между осями х, у, z, и кси, эта, зета.



$$\begin{cases} \xi = \xi_0 + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z \\ \eta = \eta_0 + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z \\ \zeta = \zeta_0 + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z \end{cases}$$



Чтобы узнать направление 1.) M



задачи ут. нмтм

Независимыми являются только 3 коэф-а. Для удобства аналитических выводов и из соображений геометрической наглядности Эйлером предложено в качестве характеристик поворота АТТ относительно полюса вводить не три направляющих косинуса, а три угла через тригонометрические функции которых выражаются все 9 направляющих косинусов. Эти независимые между собой углы получили название Эйлера (Углы Эйлера).

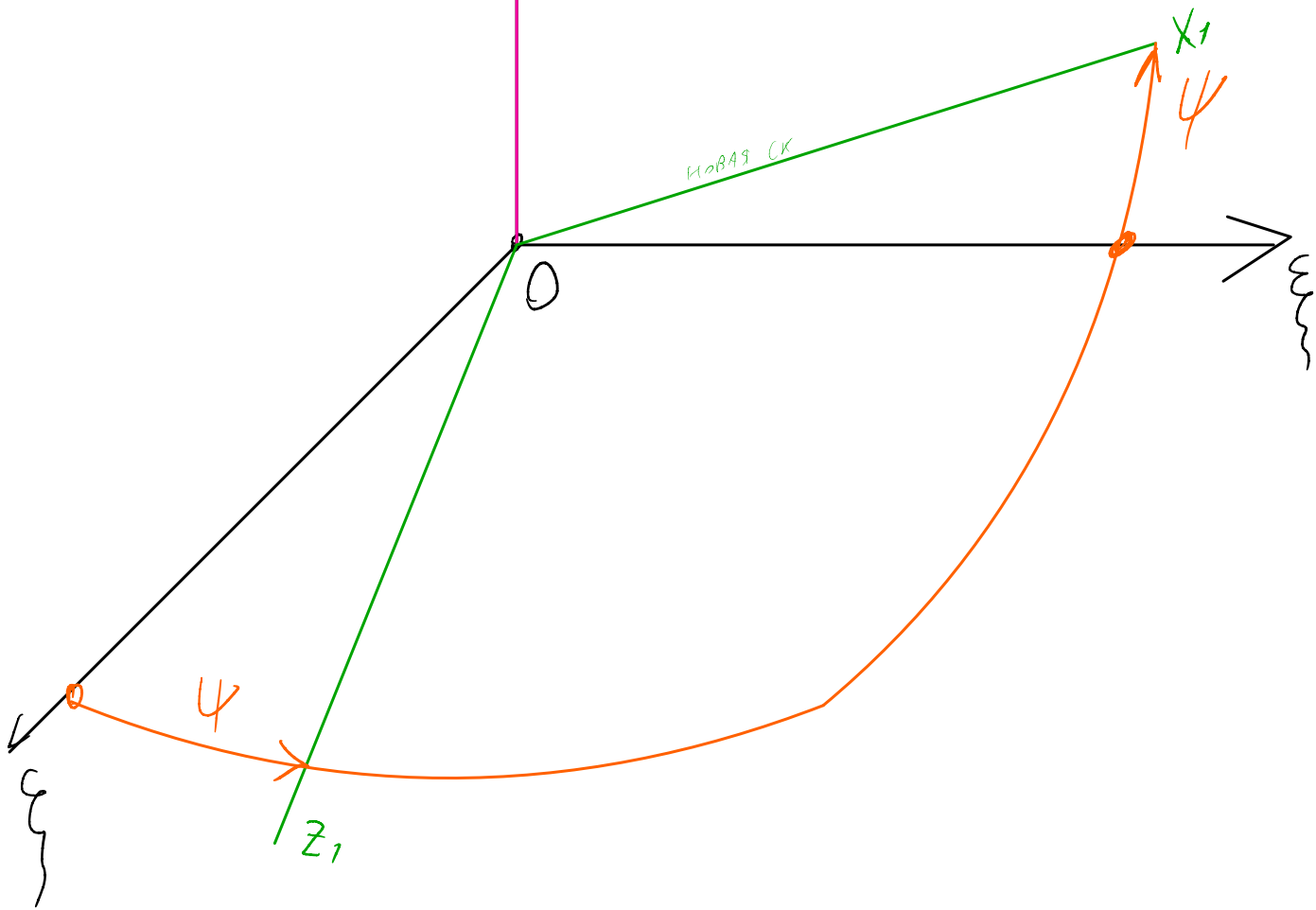
К завтраму повторить как матрицы перемножаются, тройки векторов

- 1) Поворот на  $\psi$
- 2) Поворот на  $\theta$

$\psi$

$z, y, \downarrow$  Т.ч.т. м.б. м.е.л.о.

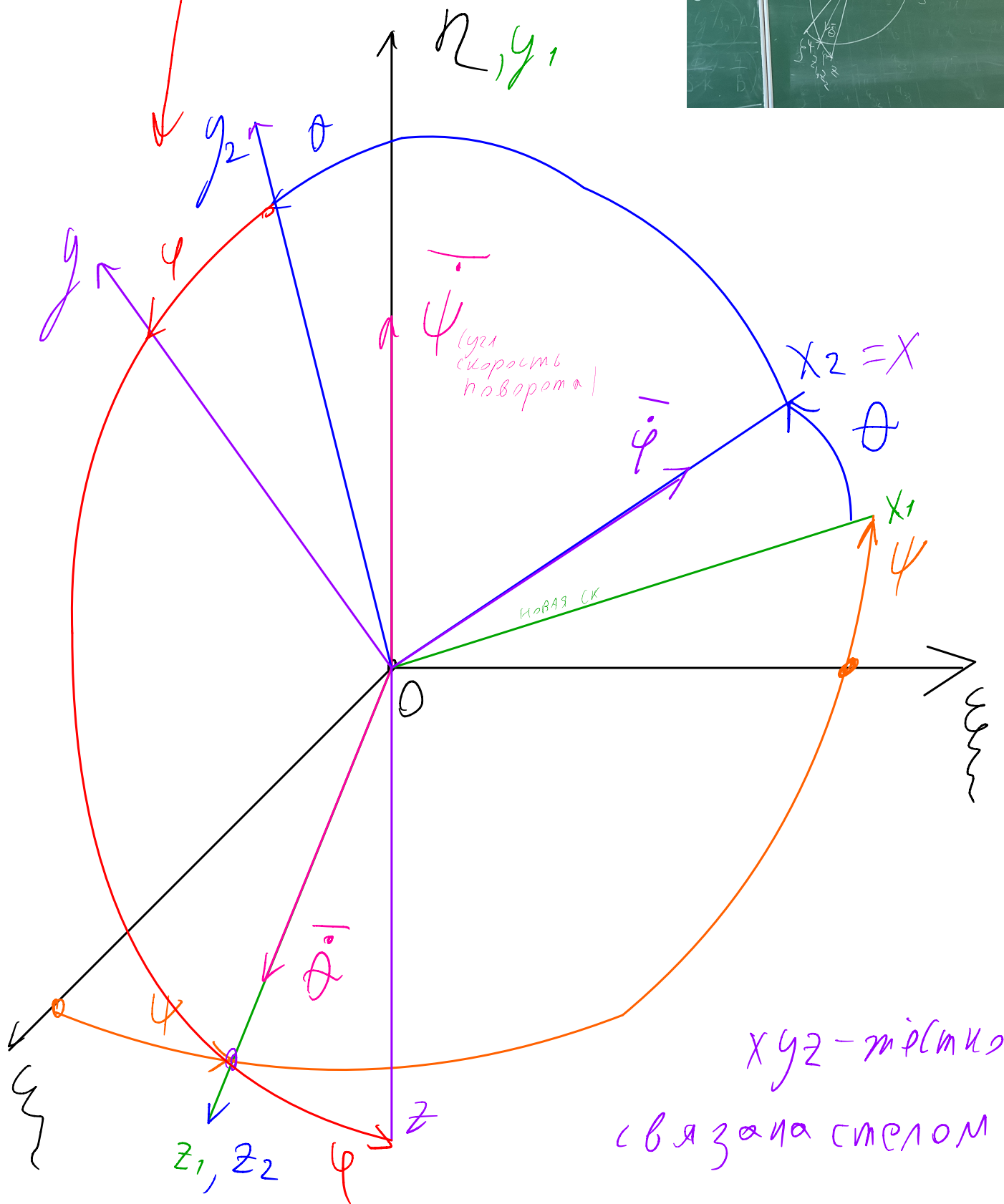
$\dot{\psi}$   
(угл.  
скорость  
поворота)







В РК нарисовать



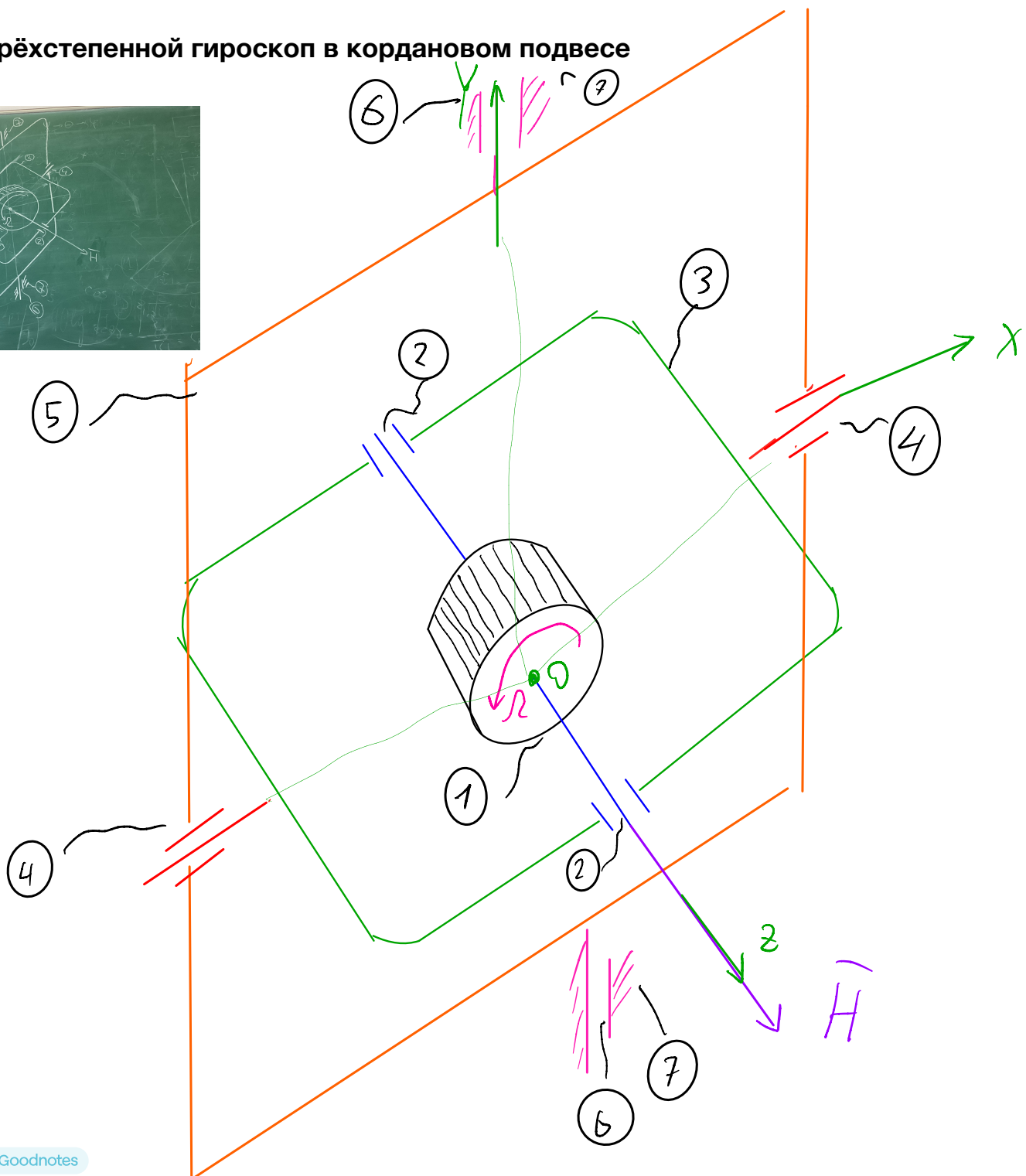
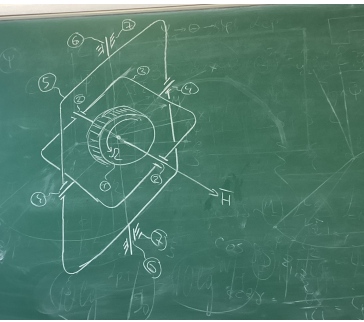
Указанная ск получила широкое распространение при исследовании динамики в гироскопии. Ось  $x$  - это продольная ось ЛА, ось  $z$  - поперечная ось в правое крыло, ось  $y$  - вертикальная ось ЛА. Пси в этом случае - угол курса (рыскания) ЛА. Угол тета - угол тонгажа ЛА (диферента если корабль), угол фи - это угол крена. Эти определения неправильные, они для наглядности.

**Угол курса** - угол между двумя плоскостями: 1) плоскостью, образованной продольной осью ЛА и её проекцией на плоскость местного горизонта, и 2) плоскостью меридиана.

**Угол тонгажа** - это угол между продольной осью ЛА и её проекцией на плоскость местного горизонта

**Угол крена** - угол между поперечной осью ЛА и её проекцией на плоскость местного горизонта

**Трёхстепенной гироскоп в кордановом подвесе**





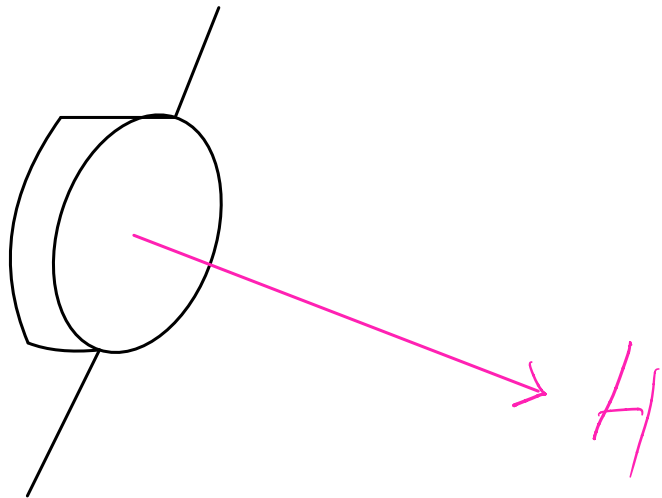
- 1 - ротор (маховик)
- 2 - опоры ротора
- 3 - внутренняя рамка
- 4 - опоры внутренней рамки. Крепиться к наружной рамке
5. Наружная рамка
- 6 - опоры наружной рамки
- 7 - основание (база)

} + двигатель — это конту (гиродвигатель)

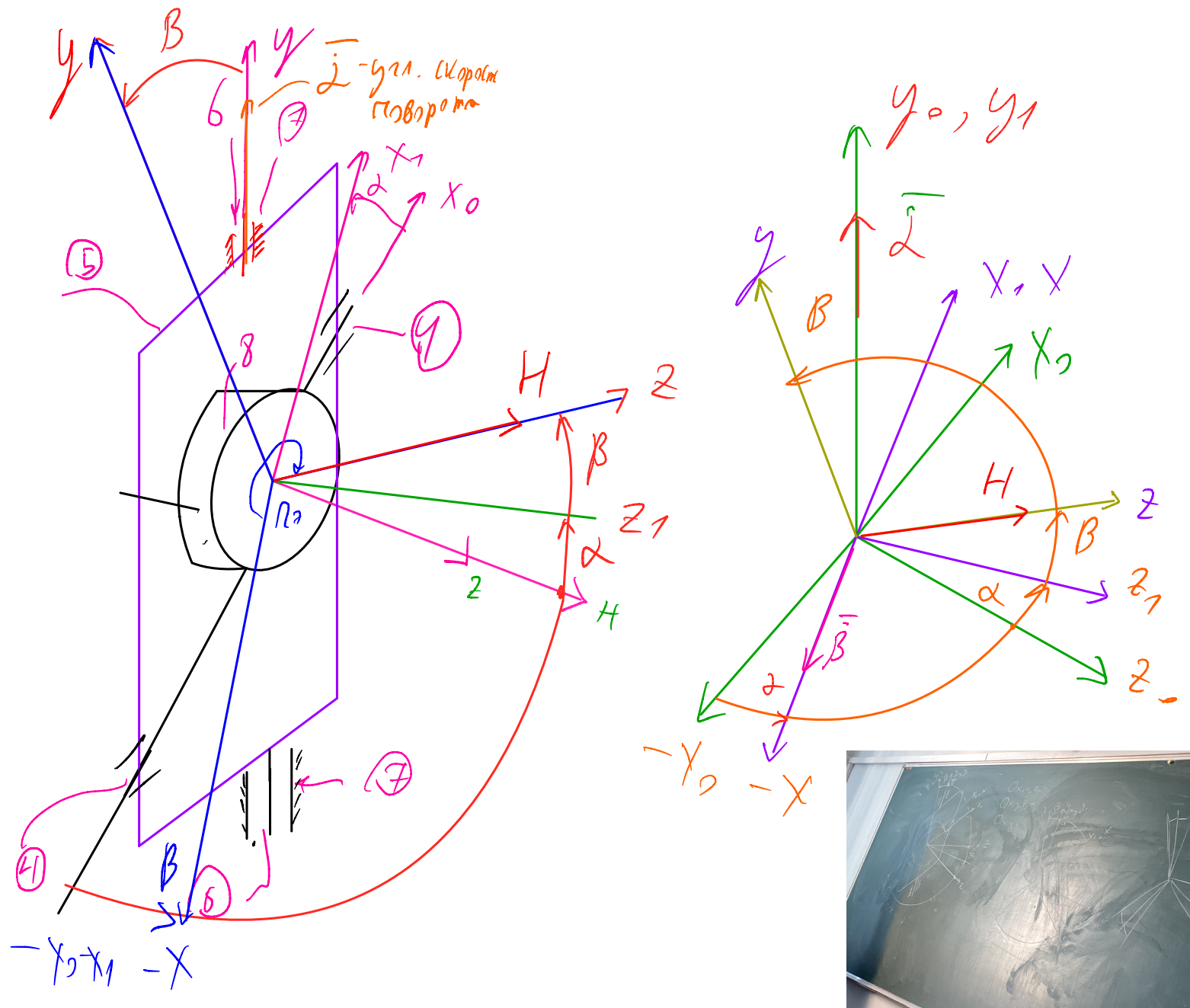
Система рамок, которая обеспечивает маховику 3 угловые степени свободы относительно неподвижной точки О, лежащей на пересечении осей хуз- это карданный подвес

20 сентября  
4 лекция

(1) + (2) + (3) + двигатель = Гироскоп  
(гиродвигатель)



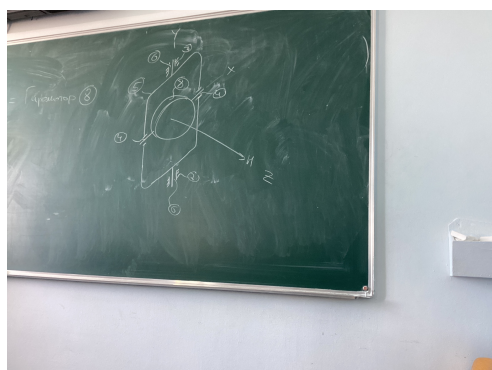
$Ox_1, z_1, y_1$  — СК связанная с наружной рамкой



Задание углового положения главной оси трёхстепенного гироскопа относительно ск связанной с основанием

Ск связанная с кожухом гиromотора

$ox_1y_2z$



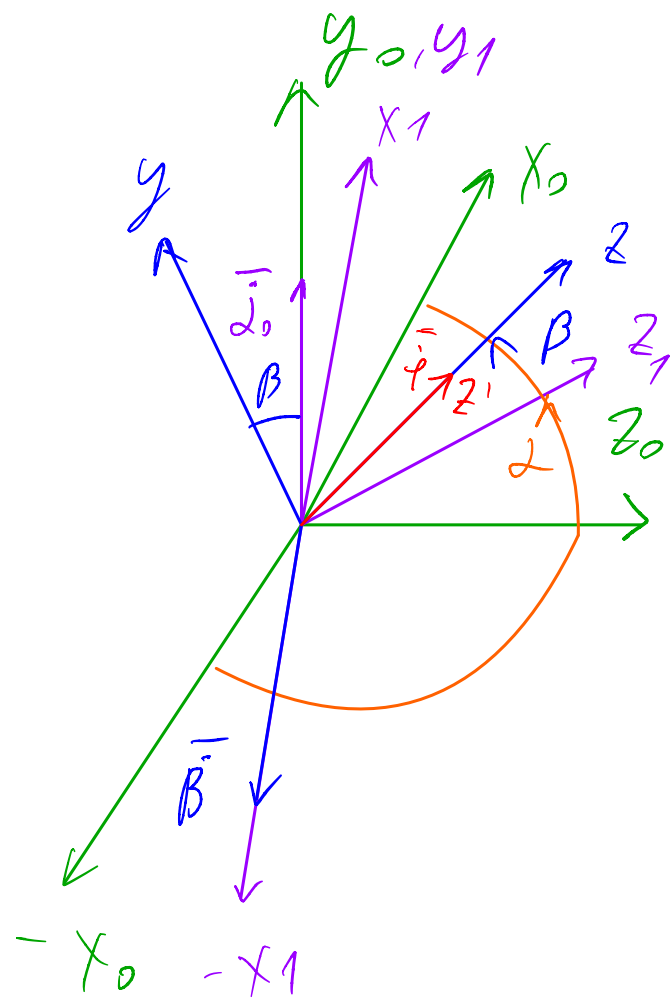
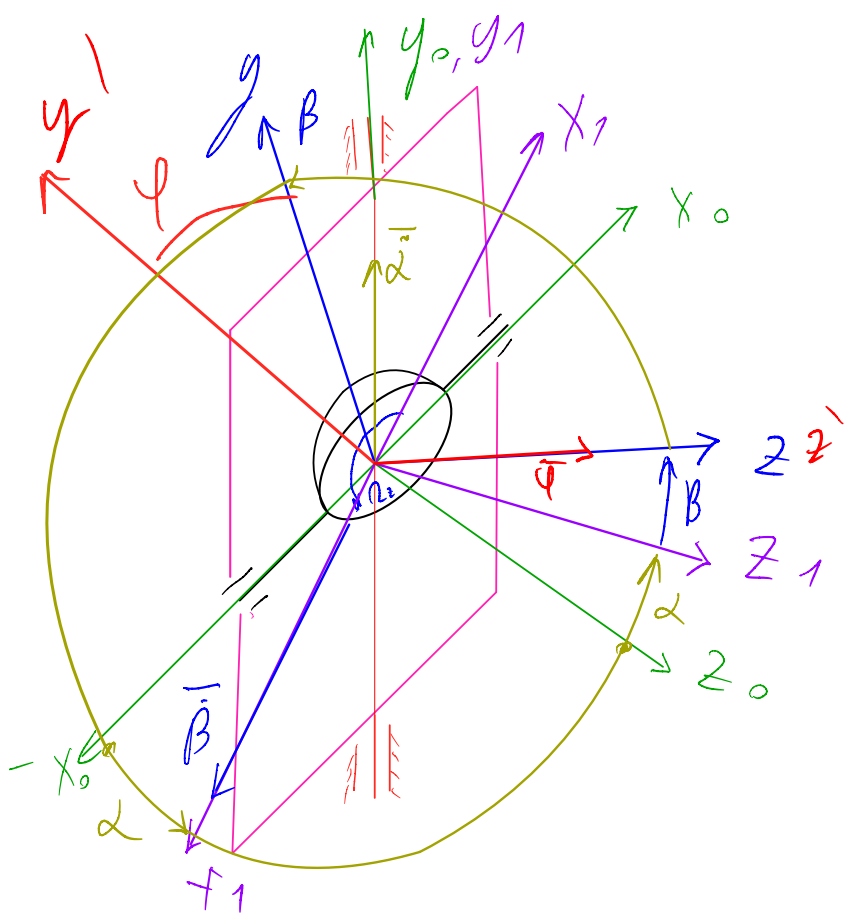


$H$  - собственный кинетический момент гироскопа

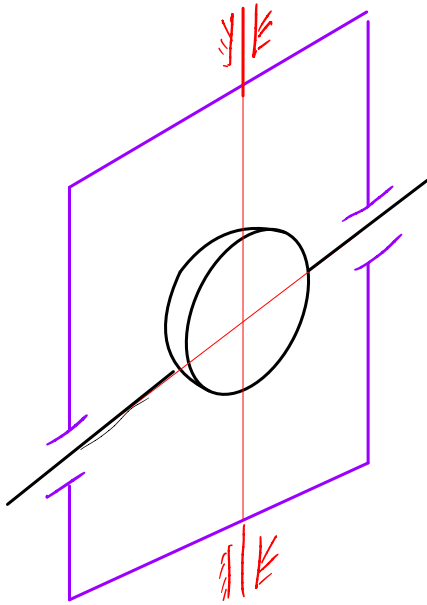
$H = C \omega_z$  (момент инерции  
маховика на угловую  
скорость вращения)

$Ox_0y_0z_0$  - СК  
связанная  
(основная)

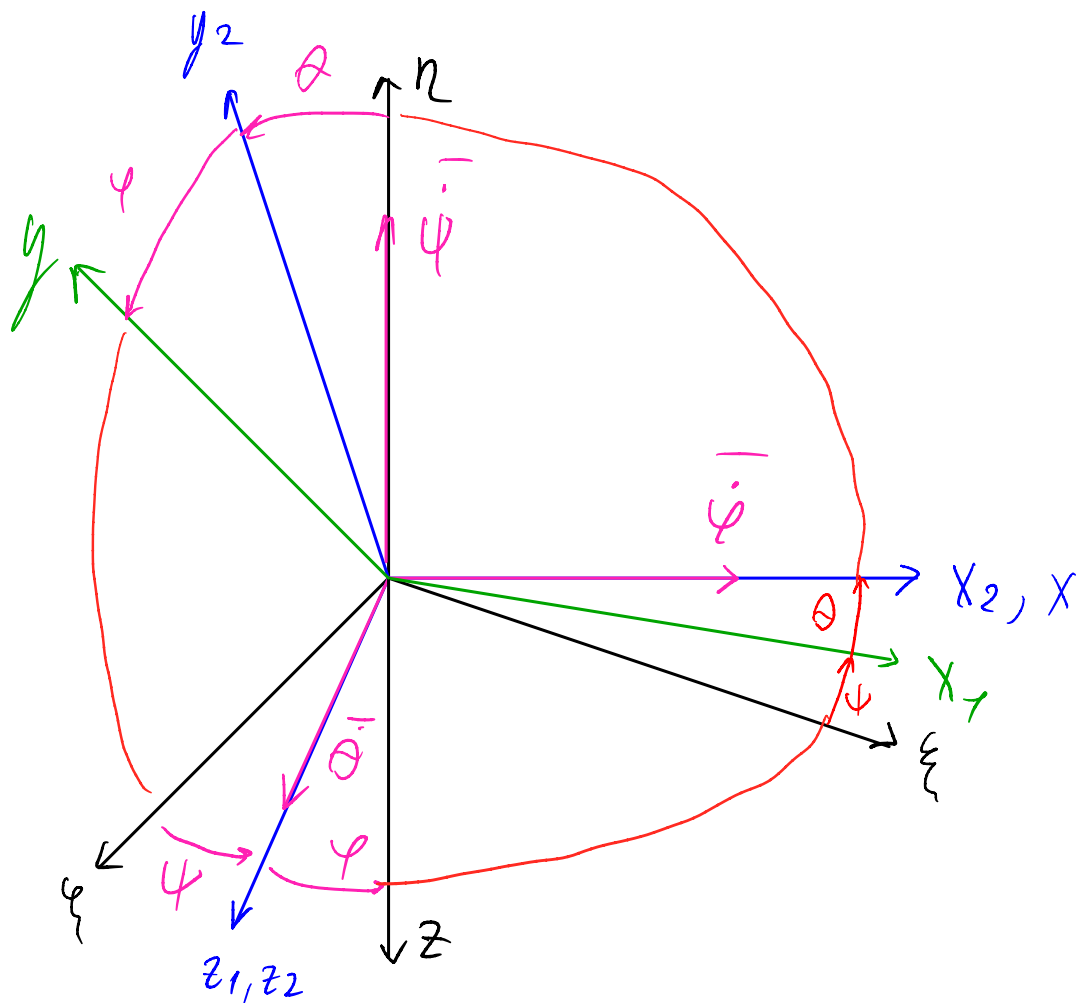
$\varphi$  - угл. скорость маховика от Кту



Задать угловое положение маховика

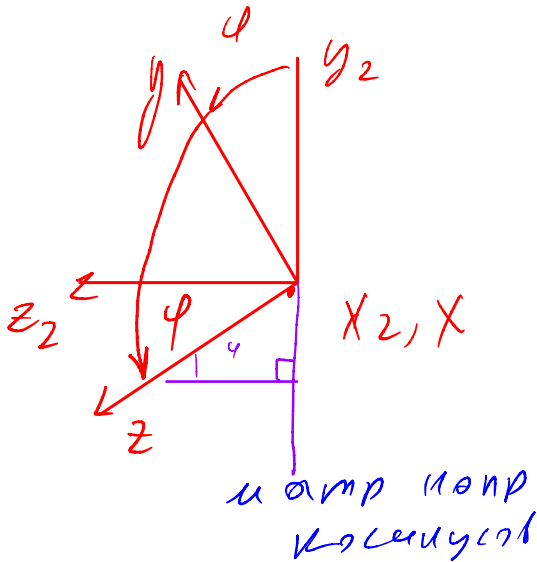


Лекция 5  
26 сентября



Задача: найти таблицу (матрицу) направляющих косинусов между осями связанной ск  $x, y, z$  и опорной ск  $\xi, \eta, \zeta$

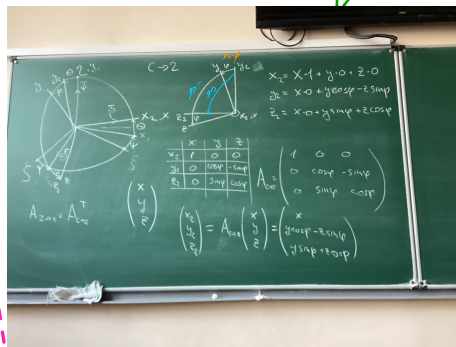
В соответствии с рисунком выше



$$x_2 = x \cdot 1 + y \cdot 0 + z \cdot 0$$

$$y_2 = x \cdot 0 + y \cdot \cos \varphi - z \cdot \sin \varphi$$

$$z_2 = x \cdot 0 + y \cdot \sin \varphi + z \cdot \cos \varphi$$



МАТР  
попр  
косинусов

	$x$	$y$	$z$
$x_2$	1	0	0
$y_2$	0	$\cos \varphi$	$-\sin \varphi$
$z_2$	0	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$

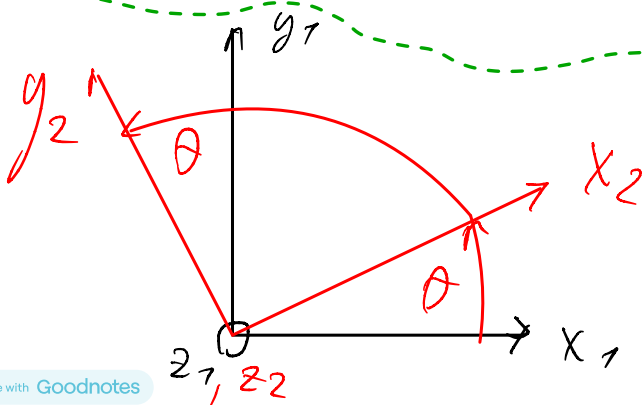
$$A_{C \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

из связи  
в 2 ск (линейк?)

4.30

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = A_{C \rightarrow 2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \cos \varphi - z \sin \varphi \\ y \sin \varphi + z \cos \varphi \end{pmatrix} \quad \text{это для } \varphi$$

7:48



$$A_{2 \rightarrow 1} = A_{C \rightarrow 2}^T$$

$$A_{C \rightarrow 1} = A_{2 \rightarrow 1} A_{C \rightarrow 2}$$

$$x_1 = x_2 \cdot \cos \theta - y_2 \sin \theta + z_2 \cdot 0$$

2:20

$$y_1 = x_2 \cdot \sin \theta + y_2 \cdot \cos \theta + z_2 \cdot 0$$

$$z_1 = x_2 \cdot 0 + y_2 \cdot 0 + z_2 \cdot 1$$

$$A_{2 \rightarrow 1} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

10:32 2 варианта

тут вносим  $x_2 y_2 z_2$  и подставляем

2 способ Кутин из связи в обратную  $\rightarrow$   
кутин из связи в первую  $A \rightarrow 1$

$$x_1 = x \cdot \cos \theta - (y \cos \varphi - z \sin \varphi) \sin \theta = x \cos \theta - y \cos \varphi \sin \theta + z \sin \varphi \sin \theta$$

$$y_1 = x \cdot \sin \theta + (y \cos \theta - z \sin \varphi) \cos \theta = x \sin \theta + y \cos \varphi \cos \theta - z \sin \varphi \cos \theta$$

$$z_2 = y \sin \varphi + z \cos \varphi$$

16:08

1 способ

$A_{2 \rightarrow 1}$

$A_{1 \rightarrow 2}$

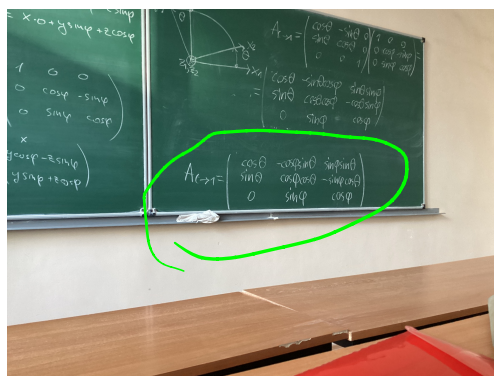
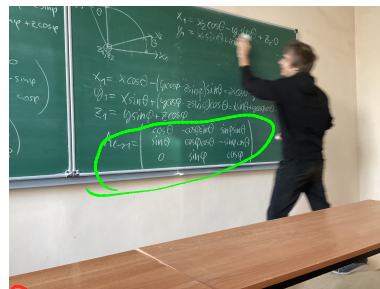
$$A_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \theta \sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

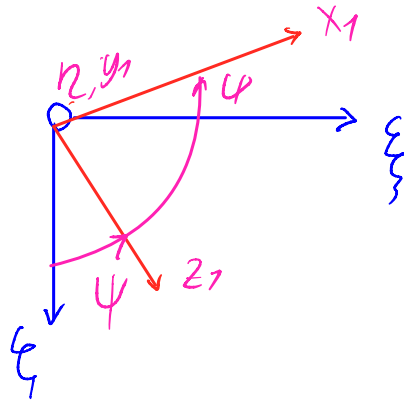
Получились те же

самор

Made with Goodnotes



1 год поворота  $\psi$  21:40



проекция

25

$$\xi = x_1 \cdot \cos \psi + 0 \cdot y_1 + z_1 \sin \psi$$

$$\eta = 0 \cdot x_1 + y_1 \cdot 1 + z_1 \cdot 0$$

$$\zeta = -x_1 \sin \psi + y_1 \cdot 0 + z_1 \cos \psi$$

матрица

$$A_{1 \rightarrow 0} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}$$

из 1 в 0

$$A_{0 \rightarrow 1} = A_{1 \rightarrow 0}^T$$

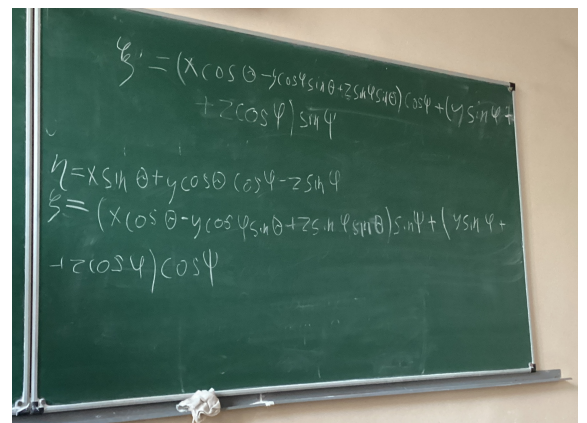
$$A_{2 \rightarrow c} = A_{c \rightarrow 2}^T$$

$$A_{c \rightarrow 0} = A_{1 \rightarrow 0} A_{0 \rightarrow 1}$$

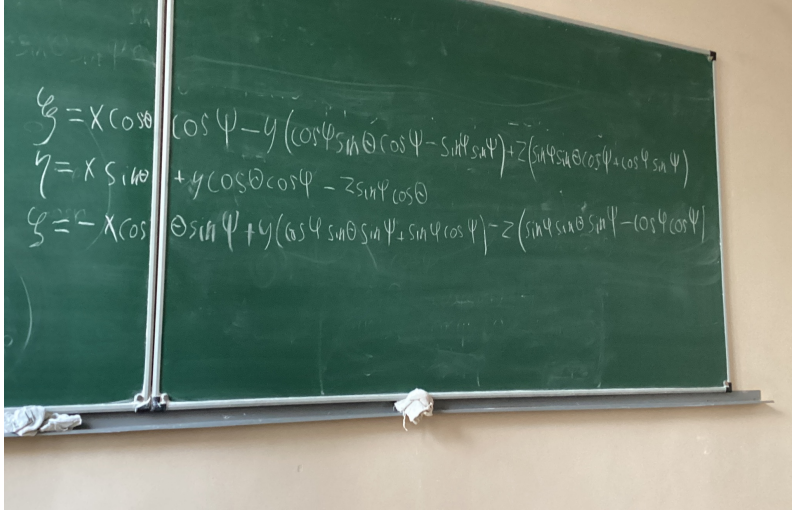
$$\xi = x_1 \cdot \cos \psi + 0 \cdot y_1 + z_1 \sin \psi = x \cdot \cos \theta - y$$

$$\eta = 0 \cdot x_1 + y_1 \cdot 1 + z_1 \cdot 0$$

$$\zeta = -x_1 \sin \psi + y_1 \cdot 0 + z_1 \cos \psi$$







$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta & \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \theta \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}$$

$$A_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \sin \theta & \sin \psi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \psi + \sin \psi \cos \psi & \cos \psi \cos \psi - \sin \psi \sin \theta \sin \psi \end{pmatrix}$$

ТРАНСФОРМАЦИЯ

$$\begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta & -\cos \theta \sin \psi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \sin \theta & \cos \theta \cos \psi & \cos \psi \sin \theta \sin \psi + \sin \psi \cos \psi \\ \sin \psi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \sin \theta & -\sin \psi \cos \psi & \cos \psi \cos \psi - \sin \psi \sin \theta \sin \psi \end{pmatrix}$$

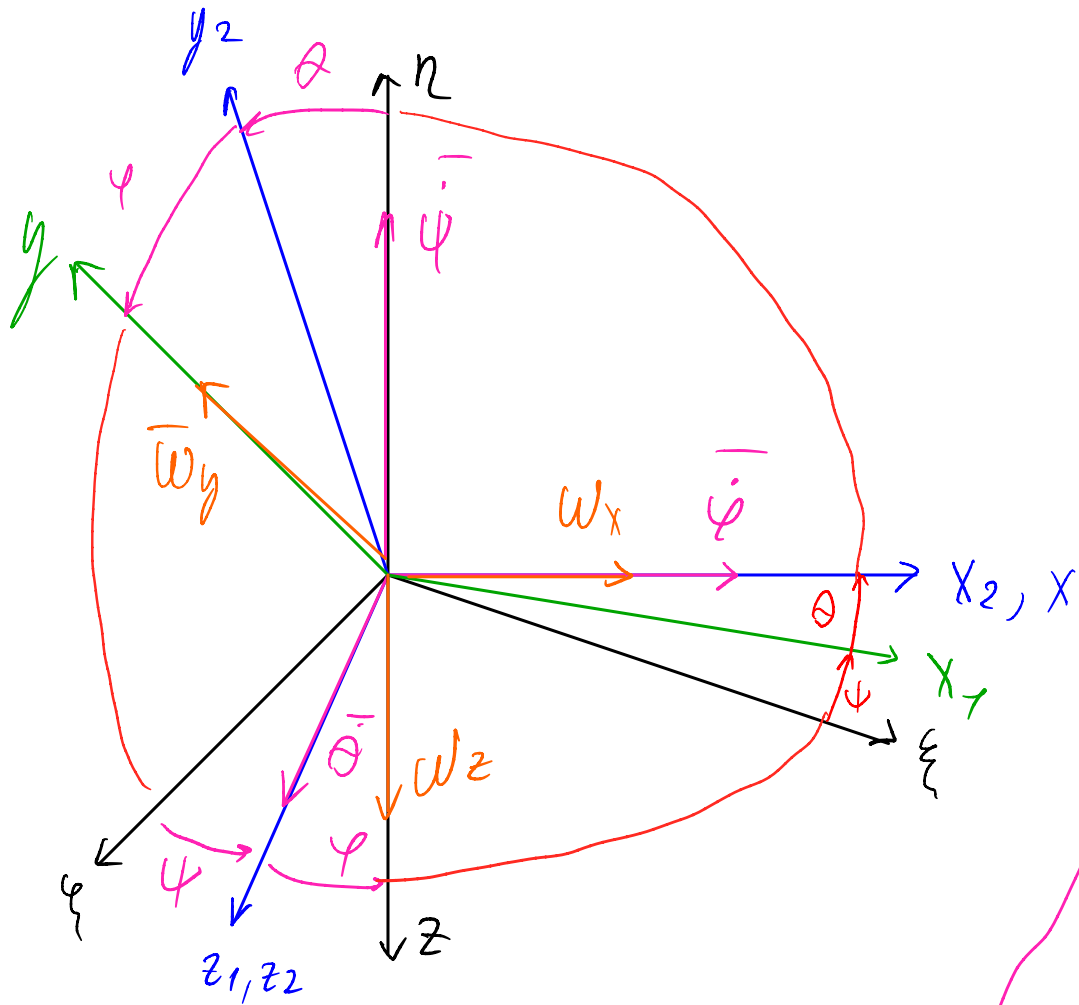
$\psi, \theta, \psi$  — угловые скорости в. м. между  
основными осями

$$A_{1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta & \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \theta \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\cos \psi \sin \theta & \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \\ \sin \psi \sin \theta & -\sin \psi \cos \theta & \cos \psi \end{pmatrix}$$



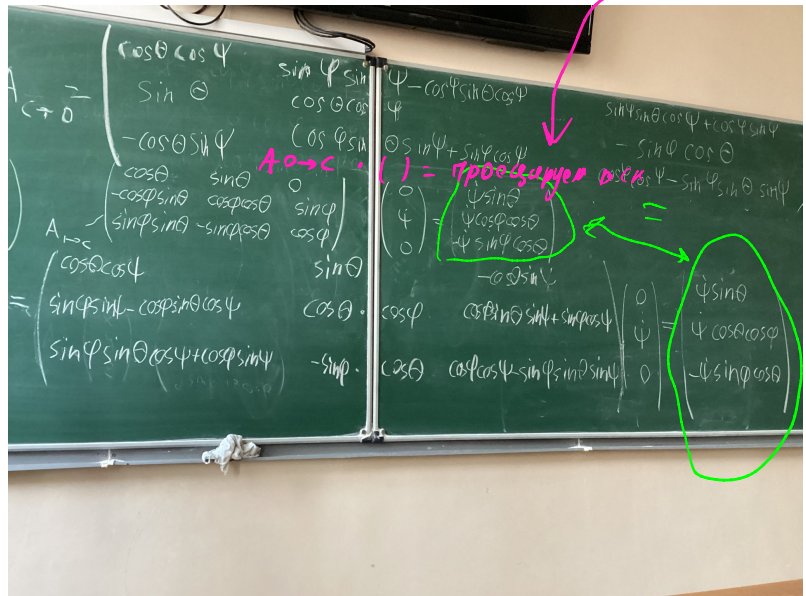
продвинутом SS

} η ε - опорная СК

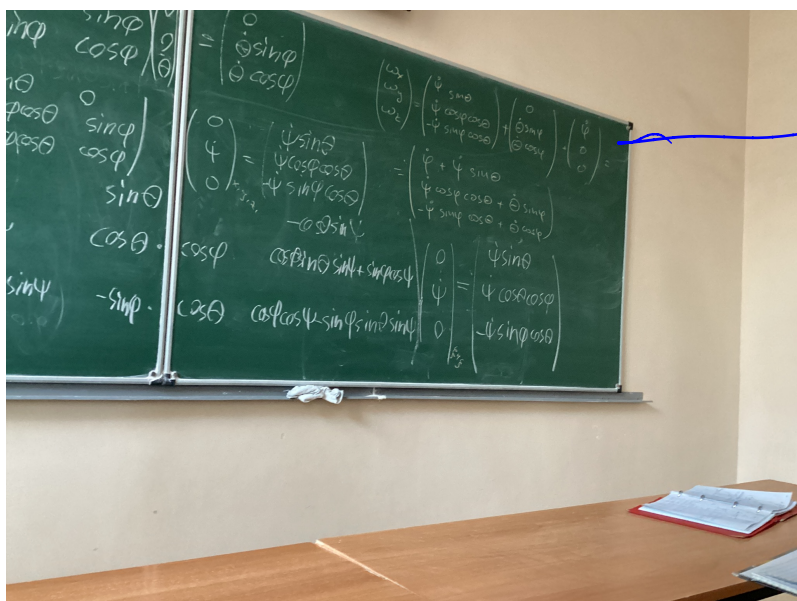


$$\begin{matrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{0 \rightarrow \zeta} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

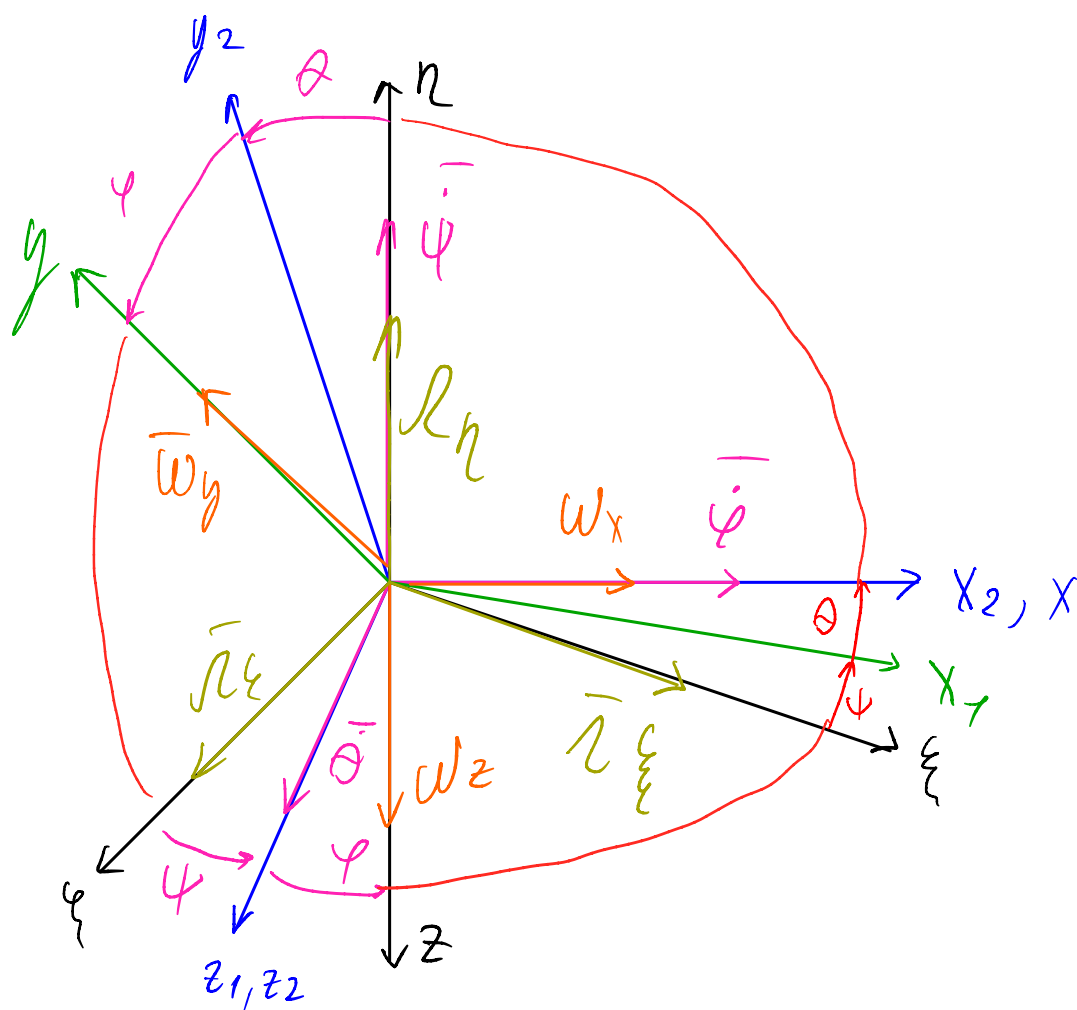


$$A_{2 \rightarrow \zeta} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}_{x_2 y_2 z_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \sin \varphi \\ \dot{\theta} \cos \varphi \end{pmatrix}$$



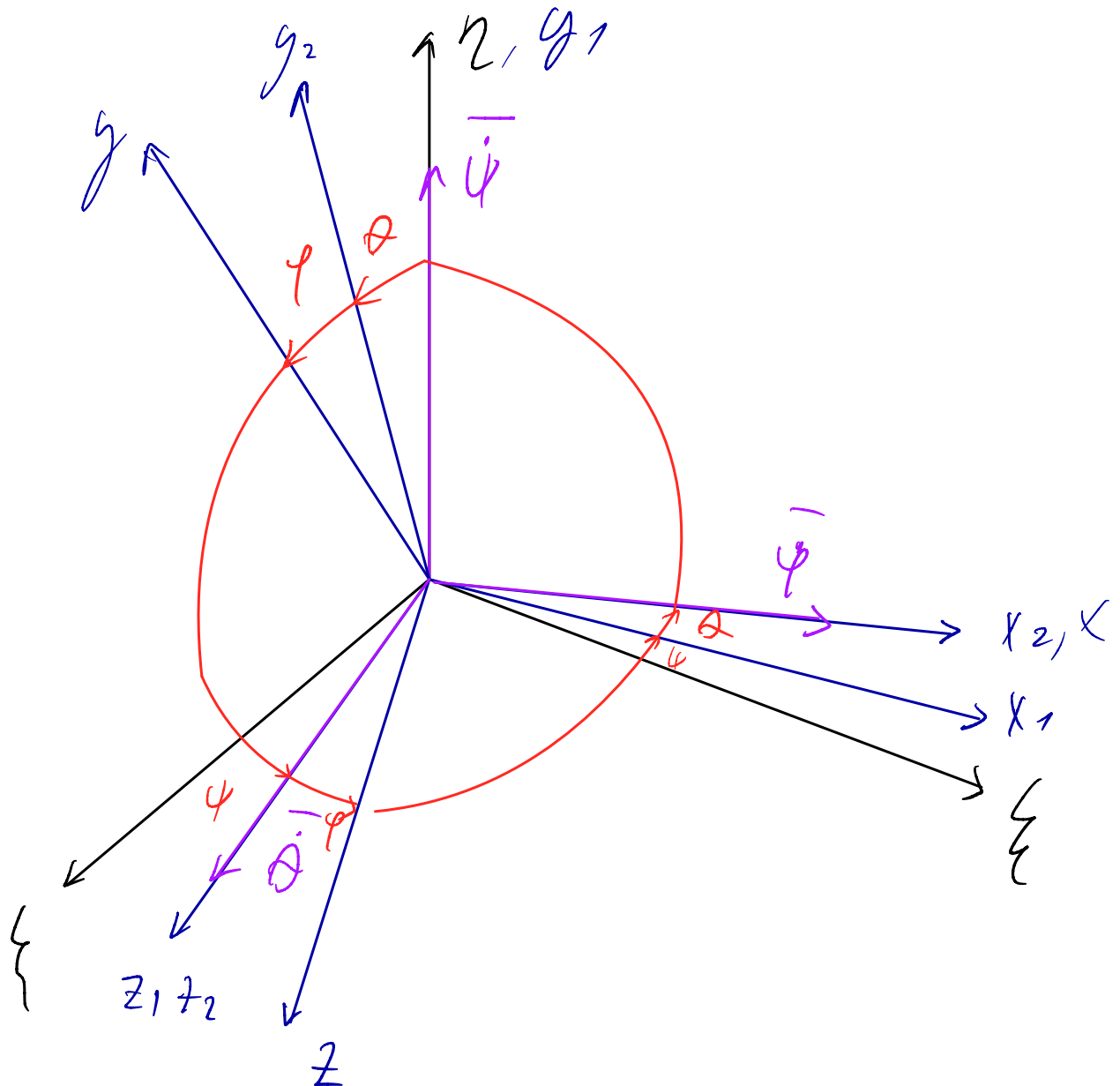
→ вектор  
относительно  
угловой скорости

Задача (теперь основание движется)



3 октября  
6 лекция

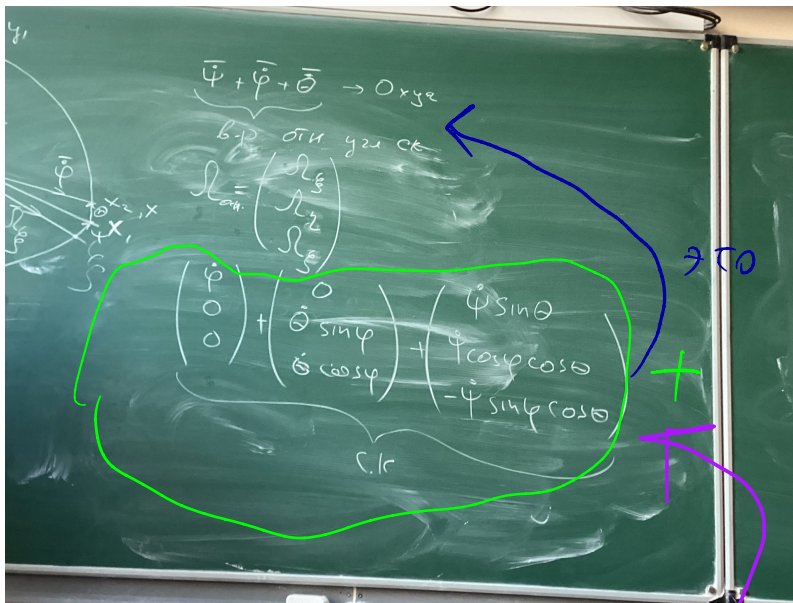
Спроецировать вектор абсолютной угловой скорости на оси связанной с ним системы координат



$$\vec{\dot{\psi}} + \vec{\dot{\varphi}} + \vec{\dot{\theta}} \rightarrow Oxyz$$

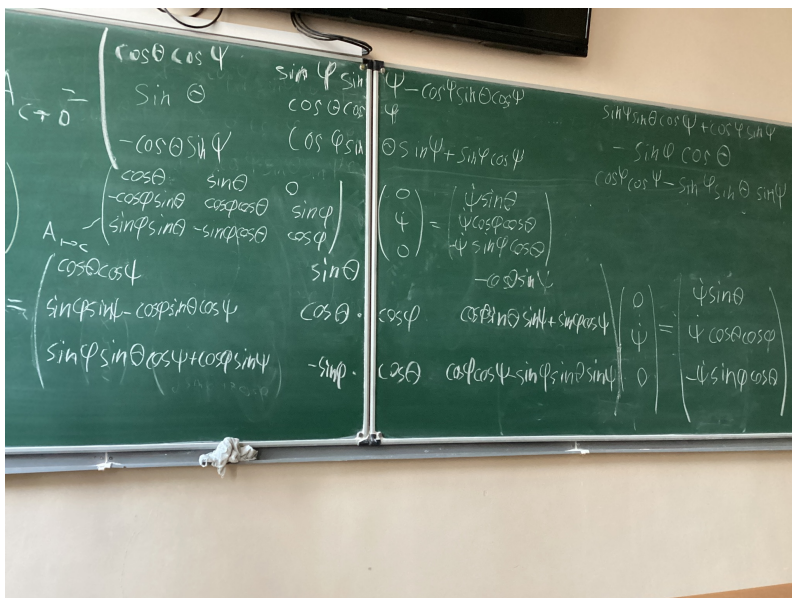
Вектор относительной угловой скорости

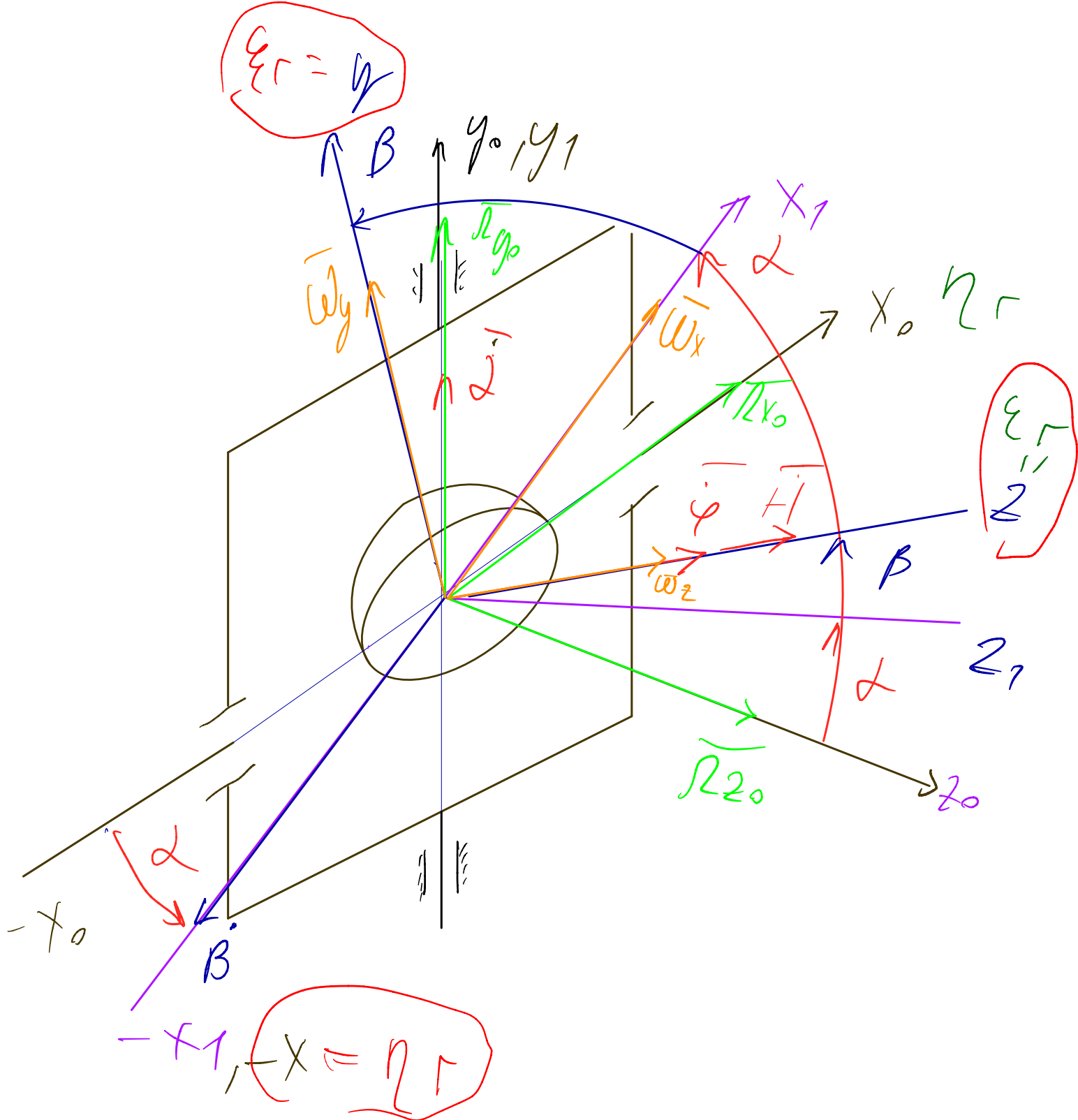
$$\Omega_{осн} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix}$$



$$A_{oc} \cdot \begin{pmatrix} R_{\xi} \\ R_{\eta} \\ R_{\zeta} \end{pmatrix} +$$

$$\left. \begin{aligned}
 &\cos \theta \cdot \cos \varphi \cdot R_{\xi} + \sin \theta \cdot R_{\eta} + (-\cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot R_{\xi}) \\
 &\sin \varphi \cdot \sin \varphi \cdot R_{\xi} - \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot R_{\xi} + \cos \theta \cdot \cos \varphi \cdot R_{\eta} + \cos \varphi \cdot \cos \varphi \cdot R_{\xi} - \sin \varphi \sin \theta \sin \varphi R_{\xi} \\
 &\sin \varphi \sin \theta \cos \varphi \cdot R_{\xi} + \cos \varphi \sin \varphi \cdot R_{\xi} + \sin \varphi \cos \theta \cdot R_{\eta} + R_{\xi} \cos \varphi \cos \varphi - \sin \varphi \sin \theta \sin \varphi R_{\xi}
 \end{aligned} \right\}$$





1 поворот угол альфа поворот корданного подвеса  
 2 поворот кожуха воуругк наружной рамки

Задача спроецировать вектор абсолютной угловой скорости на оси связанные с кожухом хуz

Найти  $\omega_x$  - ?  $\omega_y$  - ?  $\omega_z$  - ? (найти проекции на  $x, y, z$ )



$$\omega_x = -\dot{\beta} + R_{x_0} \cos \alpha - R_{z_0} \sin \alpha$$

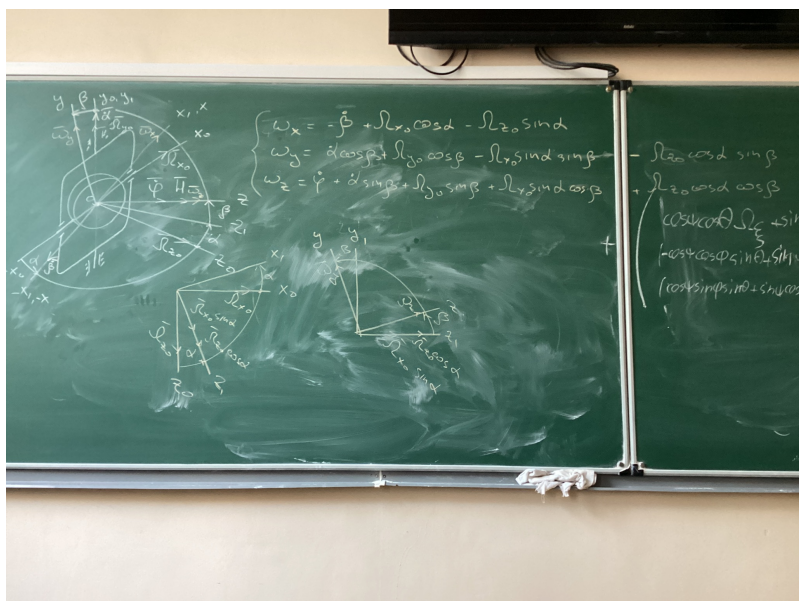
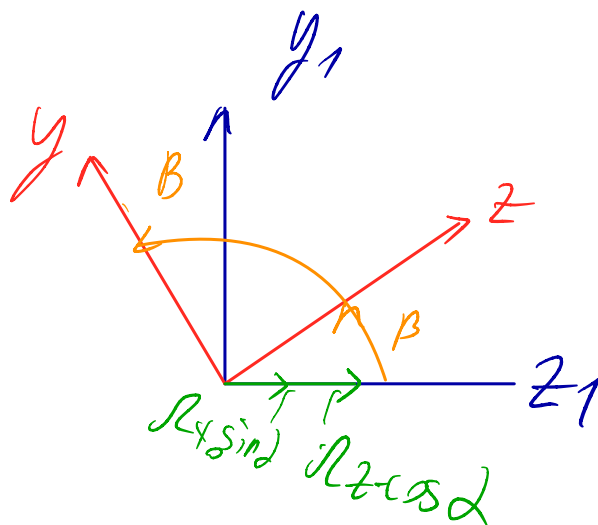
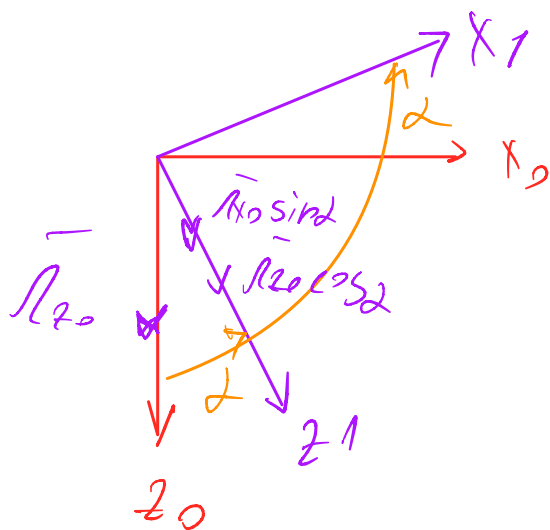
$\alpha$  не зависит  
от  $t$

$$\omega_y = \dot{\alpha} \cos \beta + R_{y_0} \cos \beta - R_{x_0} \sin \alpha \sin \beta - R_{z_0} \cos \alpha \sin \beta$$

$$\omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\alpha} \sin \beta + R_{y_0} \sin \beta + R_{x_0} \sin \alpha \cos \beta + R_{z_0} \cos \alpha \cos \beta$$

$\beta \perp$  кривая  $\alpha$  и  $\varphi$

Сложнее преобразования



Наши вектор скорости  
проекции в вер углах  
скорости на  $xy$  и  $yz$

7.01

это можно получить  
с помощью направляющих косинусов.

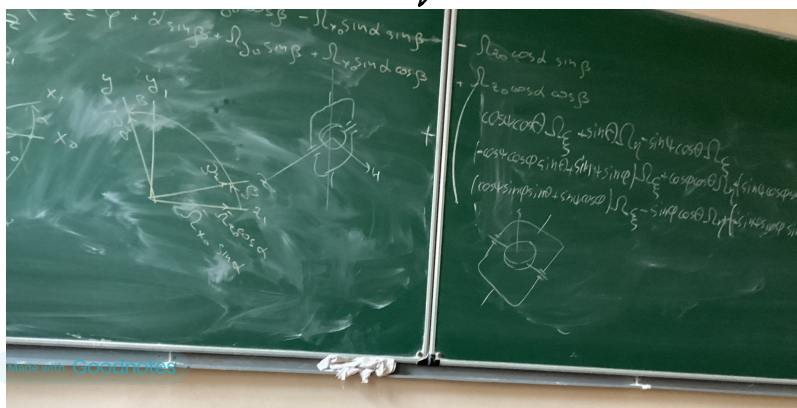
В РК 3 задат и Диарисоват уны  
поворот

2) исп 1 рис. найти матрицу  
попр. косинусов из **связиной**  
**в базисую.**

Вот эти хэд решения (как графические  
рисунки)

Найли 1, 2, 3, матри и в конце  
не возмизать ответ с  $\cos$  и  $\sin$ ,  
тетрадой можно пользоваться.

Задание парисовать гироткоп  
Пример (в-ор и вертикально/  
ось парутини рами ворт,  
и найти



$$\omega_x =$$

$$\omega_y =$$

$$\omega_z =$$

Нутио всегда правая СК !!!

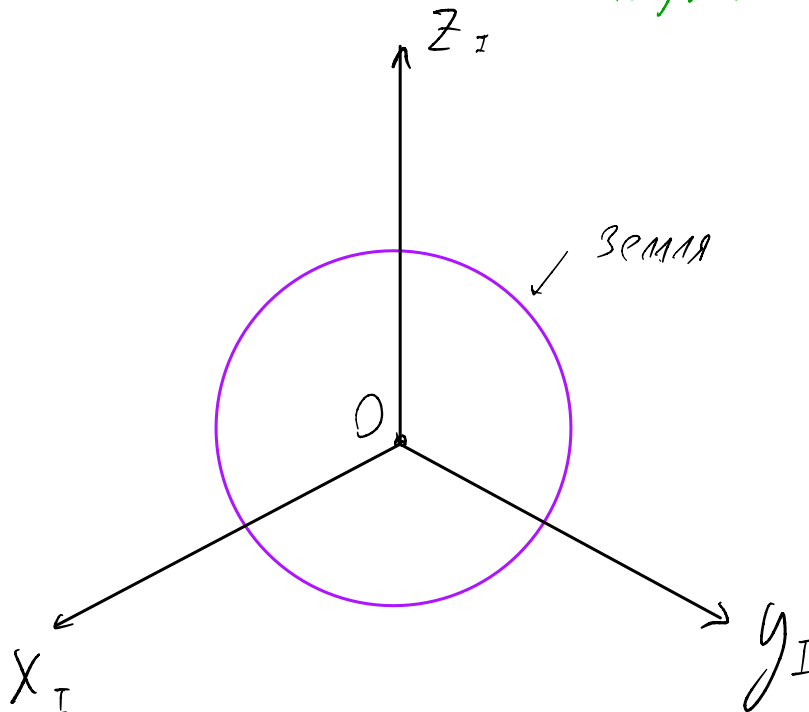
## Системы координат.

Инерциальная система координат

Ищем матрицы перехода между  $x_0, y_0, z_0$  и  $x, y, z$ ,

$x_1, y_1, z_1 \rightarrow x, y, z$

нутио 2 матрицы поворотов



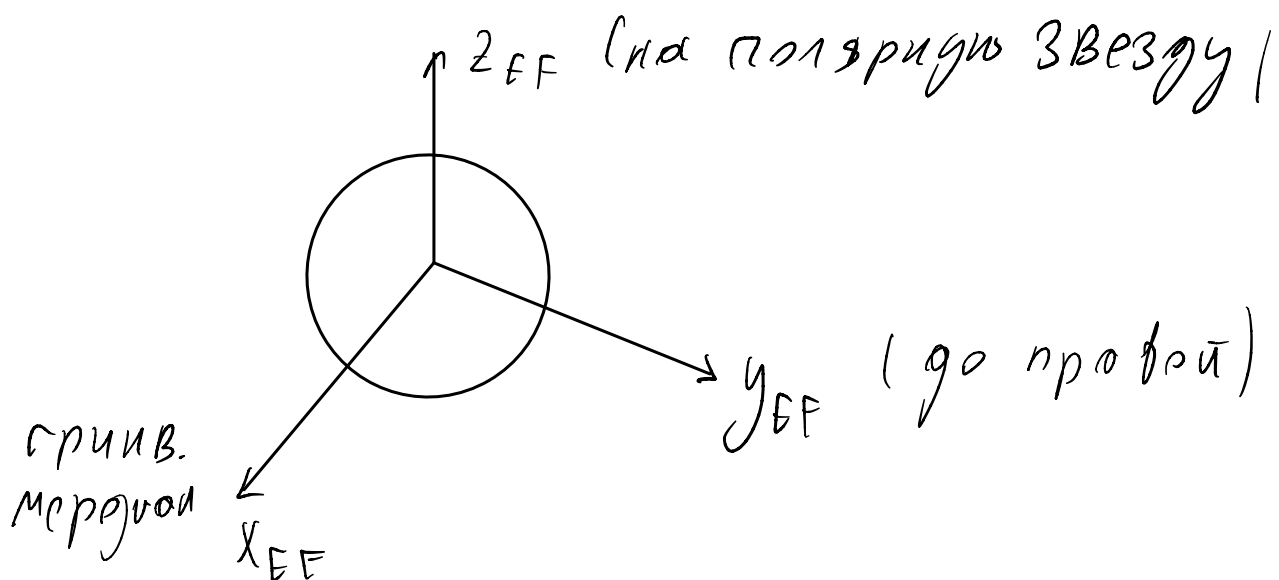
O совпадает с центром Земли

$z_I$  направлена на полярную звезду

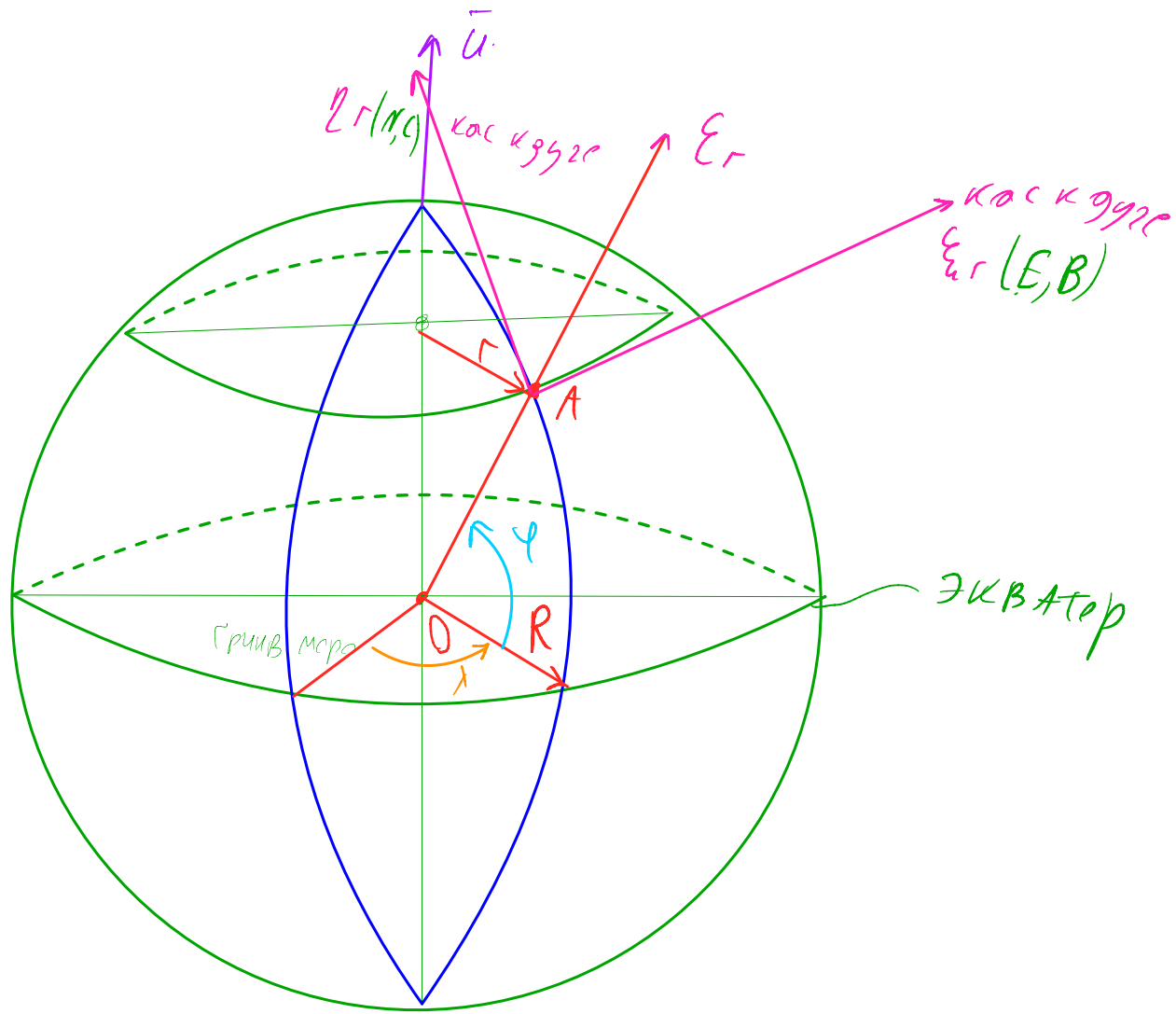
$x_I$  направлена в точку весеннего равноденствия

Ось  $y_I$  дополняет СК до правой

2) СК связанная с Землёй. Earth Fixed frame





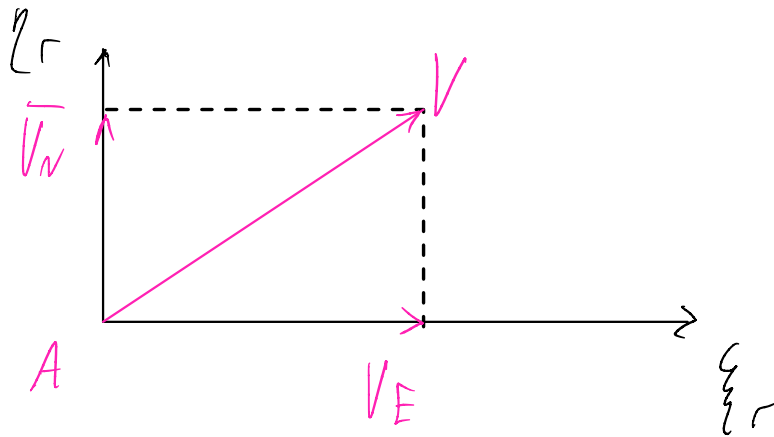


$R$  - радиус Земли  
 $A$  - (.) на пов-сти Земли  
 $\lambda$  - угол долготы  
 $\varphi$  - угол широты  
 $\xi_r$  - географическая СК

17 октября  
Лекция 7

$\xi_{геогр}$  - направлена на север по касательной к меридиану  
 $\xi_{\lambda}$  - по восток

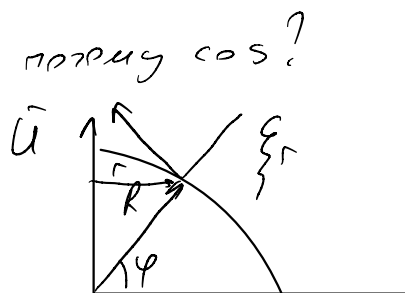
$\xi_2$  - вертикально по местной вертикали.



Задача: определить угловые скорости

$$\dot{\varphi} = \frac{V_N}{R_{\text{радиус Земли}}}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{r} = \frac{V_E}{r \cdot \cos \varphi}$$



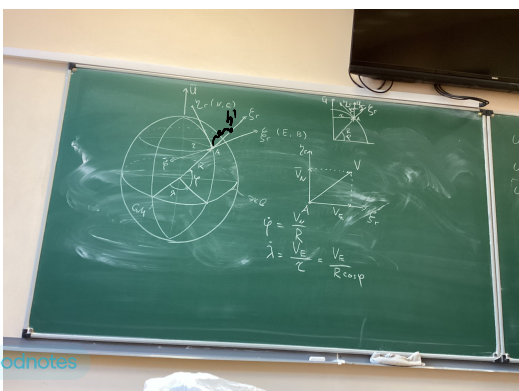
Задача: найти

$$\omega_{\xi_2} - ? \quad \omega_{\xi_r} - ? \quad \omega_{\xi_r} - ?$$

10

$$\omega_{\xi_r} = -\frac{V_N}{R}$$

$$\omega_{\xi_r} = U \cos \varphi + \frac{V_E}{R}$$

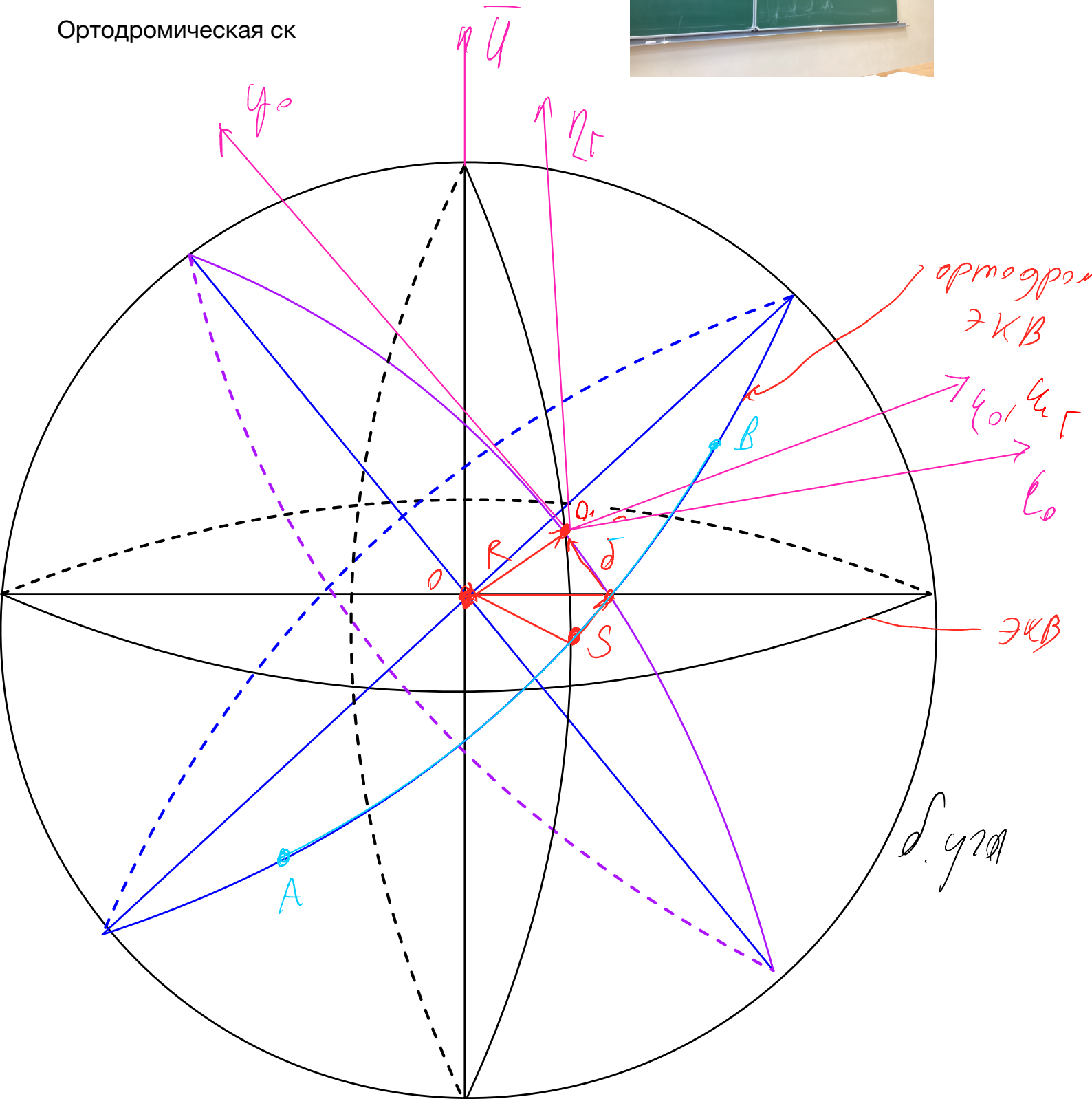
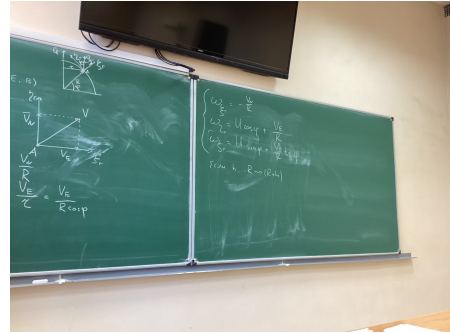


$$W_{gr} = U \sin \varphi + \frac{V_E}{R} L g \varphi$$

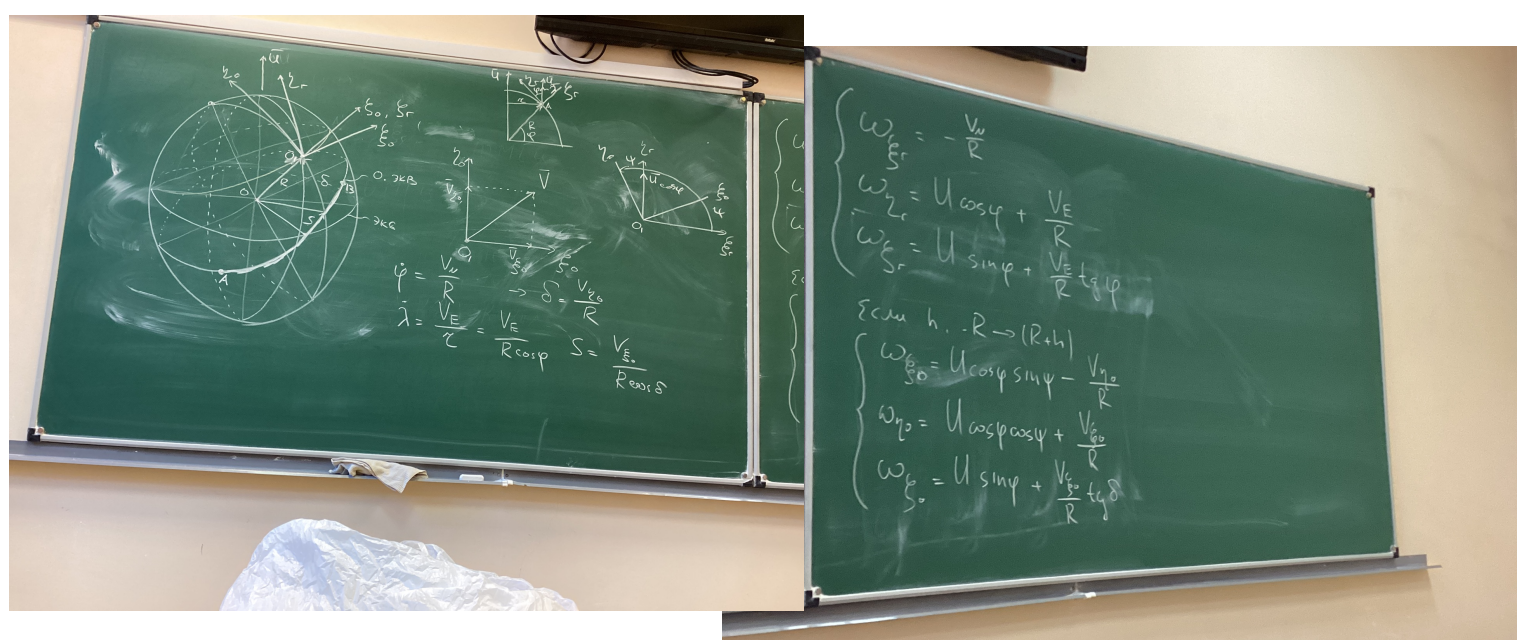
Если есть  $h$  то  $R=R+h$  ( $h$  — это  $\Gamma$  по Волонте)

## Свободная в азимуте СК

## Ортодромическая ск

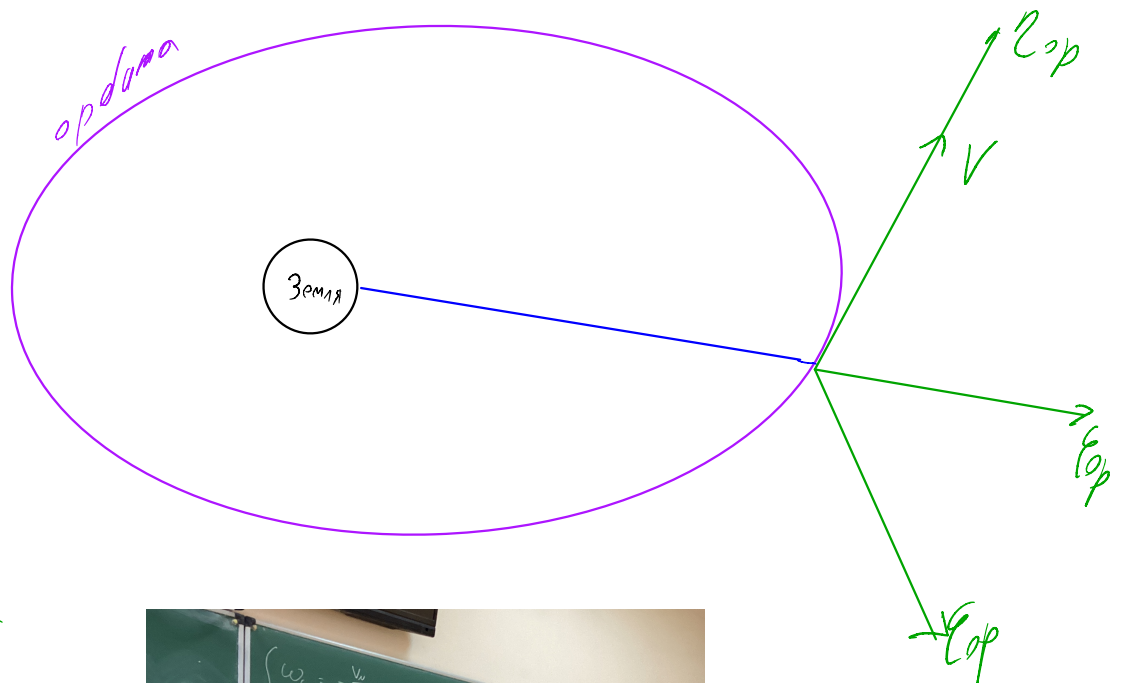






Локсодромическая ск

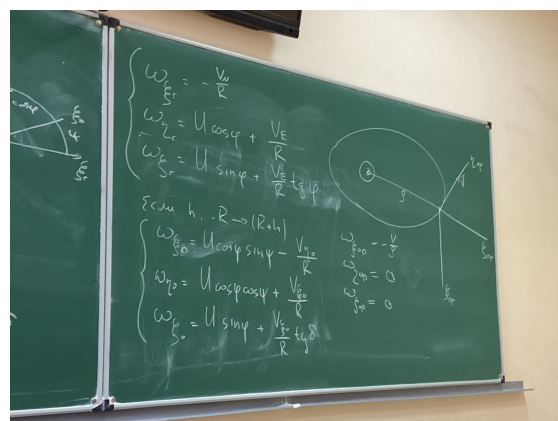
Орбитальная ск



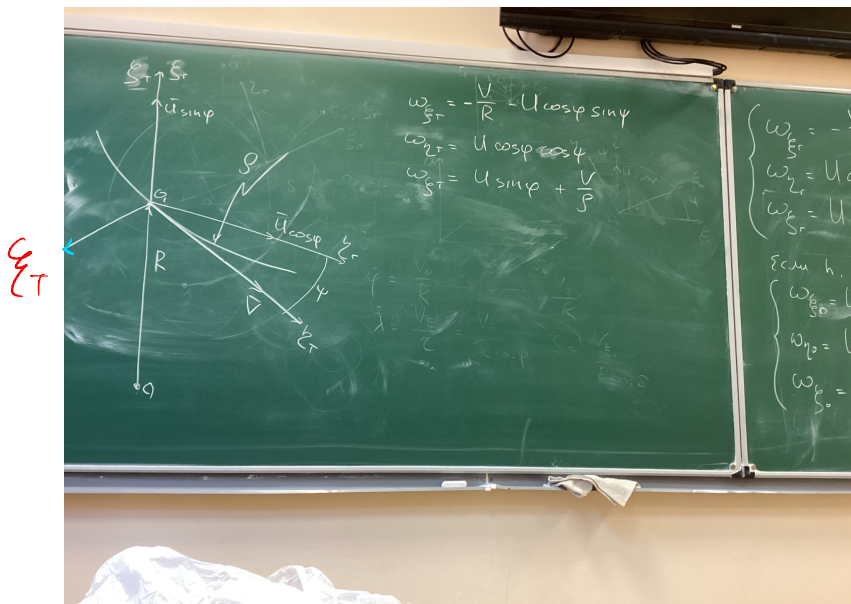
$$\omega_{\xi op} = -\frac{V}{R}$$

$$\omega_{\eta op} = 0$$

$$\omega_{\xi op} = 0$$



## Траекторная ск. Ск для траектории по поверхности Земли



### Связная ск

РК 1 задание лекции 10113  
 курс в одной из этих ск  
 либо геогр, либо физгеогр, либо траекторная.

Задать поточнее углы  $\alpha$  и  $\beta$

или

или рисует находит  $\alpha$

$\omega_x - ?$

$\omega_y - ?$

$\omega_z - ?$

$\alpha - (1 - \alpha)$   
 не будет  
 на экзамен

РК не на следующей неделе

Со следующей лекции - мат для экза