

17-248

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

Д. С. НЕЛЬПОР, В. А. МАТВЕЕВ, В. В. ФАТЕЕВ

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ
НА ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМЫХ
ВИБРАЦИОННЫХ ГИРОСКОПАХ

Учебное пособие по курсу
«ТЕОРИЯ ГИРОСКОПОВ И ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ»

629.13
П-248
Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана

Д.С. Пельпор, В.А. Матвеев, В.В. Фатеев

Утверждено
председателем МВТУ
как учебное пособие

ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СТАБИЛИЗАТОРЫ
НА ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ГИРОСКОПАХ

Учебное пособие
по курсу
"ТЕОРИЯ ГИРОСКОПОВ И ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ"

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



2210132R

Ретрофонд

Под редакцией Д.С. Пельпора

Москва

1985

МВТУ
им. Н.Э. Баумана
БИБЛИОТЕКА
ЧИТАЛЬНИКОВ

Данное пособие издается в соответствии с учебным планом.
Рассмотрено и одобрено кафедрой П-4 11.11.83 г., методической комиссией факультета П 21.12.83 г. и учебно-методическим управлением 6.02.84 г.

Рецензенты: д.т.н. проф. Сыроватченко П.В.,
к.т.н. доц. Саратовского ПИ Плотников П.К.

© Московское высшее техническое училище имени Н.Э. Баумана

ВВЕДЕНИЕ

В индикаторных гироскопических стабилизаторах, находящихся в настоящее время широкое применение, гироскоп играет роль чувствительного элемента, моделирующей опорную систему координат. Точность таких стабилизаторов определяется как точностью системы стабилизации, обеспечивающей совмещение платформы с опорной системой координат, так и точностью построения самой опорной системы.

В решении задачи повышения точности системы стабилизации в настоящее время достигнуты значительные успехи, в большой степени определяемые быстрым развитием микроэлектроники. Повышение точности построения опорной системы координат связано с развитием гироскопической техники. Здесь также были достигнуты определенные успехи, в основном обусловленные разработкой поплавковых гиросприборов на магнитном подвесе. Однако производство таких приборов отличается сложной технологией изготовления, высокой стоимостью.

Широкое распространение в настоящее время динамически настраиваемых вибрационных гироскопов объясняется прежде всего их невысокой стоимостью и относительно простой технологией изготовления. При этом они имеют малые габариты, массу и достаточно высокую точность, позволяющую применять их в качестве чувствительных элементов в стабилизаторах инерциальных навигационных систем.

В данном пособии рассматриваются гироскопические стабилизаторы на динамически настраиваемых вибрационных гироскопах, в основном анализируются особенности применения этих приборов в качестве чувствительного элемента стабилизатора.

1. ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРАИВАЕМЫЙ ВИБРАЦИОННЫЙ ГИРОСКОП КАК ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Динамически настраиваемый вибрационный гироскоп (ДНГ) (рис. 1.1) представляет собой трехстепенной гироскоп с вращающимся внутренним упругим кардановым подвесом [5,7]. Упругий подвес гироскопа обеспечивает ему не только две степени свободы углового движения относительно вала двигателя, но и кинематическую связь с двигателем, приводящим во вращение ротор ги-

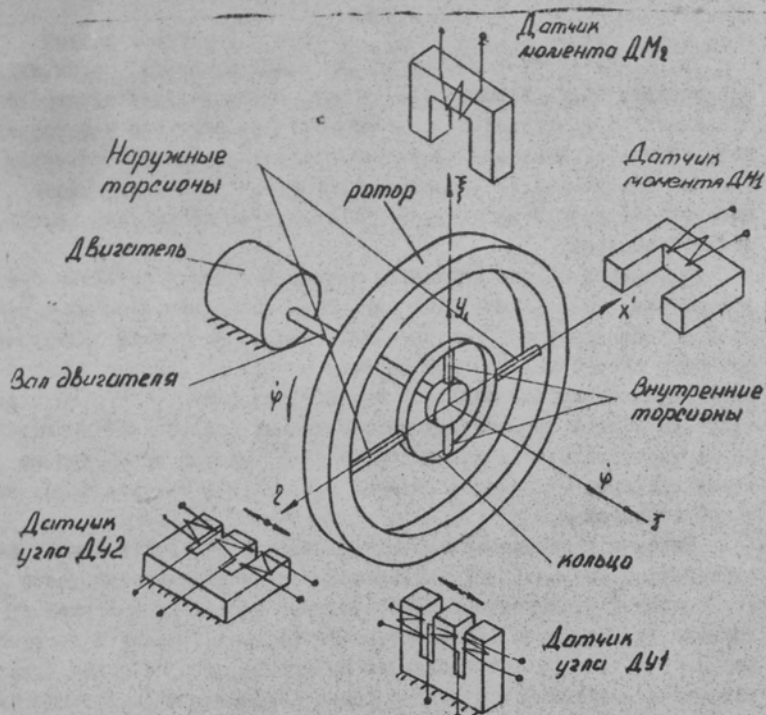


Рис. 1.1. Динамически настраиваемый вибрационный гироскоп с внутренним упругим кардановым подвесом

роскопа. При этом в отличие от обычного трехстепенного гироскопа с наружным кардановым подвесом двигатель ДНГ расположен на корпусе прибора.

При отсутствии собственного вращения гироскопа подвес обеспечивает упругую связь ротора с корпусом, что приводит к возникновению значительных моментов, действующих на ротор гироскопа, при относительном отклонении ротора и корпуса. Однако при вращении ротора, а вместе с ним и упругого подвеса эти моменты могут быть скомпенсированы центробежными инерционными моментами элементов подвеса, что приближает ДНГ к свободному гироскопу. Указанная компенсация обеспечивается при определенной скорости собственного вращения гироскопа, что объясняет его название.

Применение в ДНГ упругого карданова подвеса исключает сухое трение в опорах подвеса, что дает этому гироскопу опреде-

ленные преимущества.

Обычно ДНГ работают в режиме слежения корпуса гироскопа за угловым положением ротора, и углы отклонения ротора от корпуса невелики. Это позволяет измерять положение ротора ДНГ с помощью двух датчиков угла, расположенных на корпусе.

Управление положением гироскопа осуществляется приложением управляющих моментов с помощью датчиков момента, также расположенных на корпусе прибора.

1.1. Кинематическая схема. Системы координат

ДНГ может быть представлен в виде механической системы из трех тел: ротора, кольца внутреннего упругого подвеса и вала двигателя, приводящего во вращение ротор гироскопа. Подвес ротора содержит вал двигателя и кольцо, соединенные между собой и с ротором двумя парами упругих торсионов. Таким образом, ротор гироскопа обладает тремя степенями свободы. Он может вращаться вокруг оси x наружных торсионов, вокруг оси y_1 внутренних торсионов вместе с кольцом и вокруг оси z вала двигателя. Двигатель гироскопа установлен на корпусе. Вал двигателя приводится во вращение с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi}$. Через внутренние торсионы движение передается на кольцо и далее через наружные торсионы — на ротор гироскопа. Для исследования движения ДНГ введем следующие правые системы координат.

За опорную систему координат примем трехгранник $\xi\eta\zeta$, связанный с корпусом прибора. В общем случае трехгранник $\xi\eta\zeta$ вращается в пространстве с угловой скоростью $\vec{\omega}^{пер}$, проекции которой на оси трехгранника есть $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ (рис. 1.2.) Свяжем с кольцом трехгранник x, y_1, z_1 так, чтобы оси x и y_1 были направлены по осям соответственно наружных и внутренних торсионов. Положение кольца и связанного с ним трехгранника x, y_1, z_1 относительно опорного зададим углами ψ и α , определяющими последовательные повороты кольца вокруг осей z и y_1 . С ротором ДНГ свяжем трехгранник x', y', z' так (рис. 1.3), чтобы ось x' была направлена по оси наружных торсионов, а ось z' — перпендикулярно плоскости ротора. Положение ротора и связанного с ним трехгранника x', y', z' относительно кольца зададим углом β поворота ротора вокруг оси x (x').

Таким образом, положение трехгранника x', y', z' , связанного с ротором, относительно опорного трехгранника $\xi\eta\zeta$

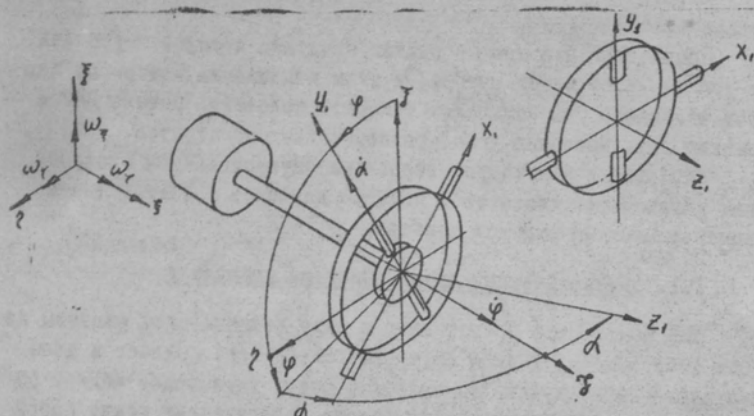


Рис. 1.2. К определению положения кольца

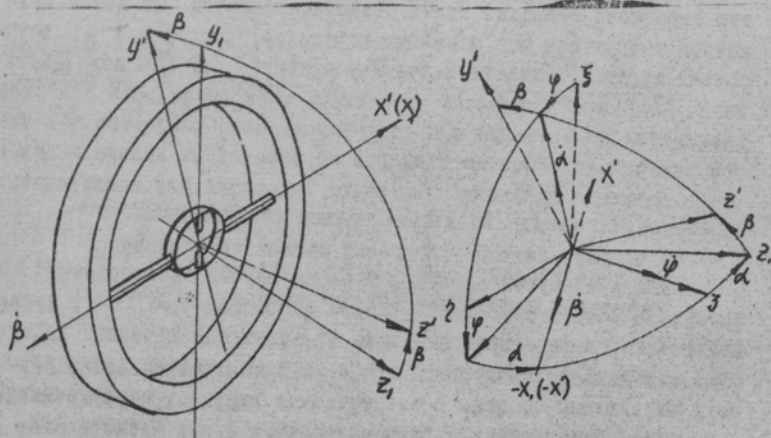


Рис. 1.3. К определению положения ротора

определятся углами φ , α , β , как это изображено на рис. 1.3. Удобство такого представления объясняется тем, что последовательные повороты кольца и ротора осуществляются в этом случае вокруг их естественных осей вращения, а именно вокруг оси вала двигателя, осей внутренних и наружных торсионов.

Однако при этом информация о положении вращающегося со скоростью $\dot{\varphi}$ ротора гироскопа, заключенная в углах α и β ,

выдается во вращающейся системе координат, что во многих случаях исследований движения ДНГ оказывается неудобным. Кроме того, измерение углов α и β технически затруднено.

Поэтому для задания положения ДНГ используется также другая последовательность поворотов ротора, обычно применяемая для задания положения трехстепенного гироскопа с невращающимся наружным кardanовым подвесом. В этом случае положение ротора ДНГ относительно опорного трехгранника $\xi \eta \zeta$ задается углами $\alpha_1, \beta_1, \varphi_1$, причем первый поворот осуществляется относительно оси ξ на угол α_1 , а последний — относительно оси ζ' симметрии ротора на угол φ_1 , как это показано на рис. 1.4.

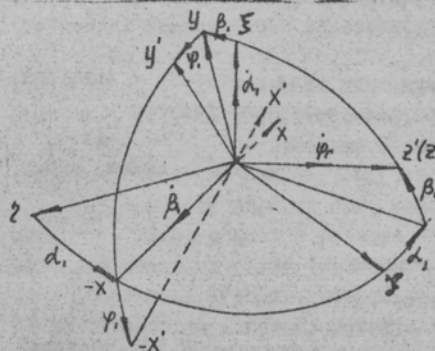


Рис. 1.4. К определению положения ротора

Получим соотношения между углами α, β и α_1, β_1 . Для этого запишем выражение для вектора $\vec{\Omega}$ угловой скорости движения ротора относительно трехгранника $\xi \eta \zeta$ в виде геометрической суммы проекций на эти оси угловых скоростей $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\varphi}$ (см. рис. 1.3):

$$\vec{\Omega} = (\dot{\alpha} \cos \varphi - \dot{\beta} \cos \alpha \sin \varphi) \vec{\tau} + (\dot{\alpha} \sin \varphi + \dot{\beta} \cos \alpha \cos \varphi) \vec{\eta} + (\dot{\beta} \sin \alpha + \dot{\varphi}) \vec{\kappa}, \quad (1.1)$$

здесь $\vec{\tau}, \vec{\eta}, \vec{\kappa}$ — орты осей ξ, η, ζ .

Проектируя на эти оси угловые скорости $\dot{\alpha}_1, \dot{\beta}_1, \dot{\varphi}_1$ (см. рис. 1.4), аналогично получим

$$\vec{\Omega} = (\dot{\alpha}_1 + \dot{\varphi}_1 \sin \beta_1) \vec{\tau} + (\dot{\beta}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\varphi}_1 \cos \beta_1 \sin \alpha_1) \vec{\eta} + (\dot{\beta}_1 \sin \alpha_1 + \dot{\varphi}_1 \cos \beta_1 \cos \alpha_1) \vec{\kappa}. \quad (1.2)$$

Приравнявая коэффициенты при ортах $\vec{\tau}, \vec{\eta}, \vec{\kappa}$ в выражениях (1.1) и (1.2), получаем

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} \cos \varphi - \dot{\beta} \cos \alpha \sin \varphi &= \dot{\alpha}_1 + \dot{\varphi}_1 \sin \beta_1; \\ \dot{\alpha} \sin \varphi + \dot{\beta} \cos \alpha \cos \varphi &= \dot{\beta}_1 \cos \alpha_1 - \dot{\varphi}_1 \cos \beta_1 \sin \alpha_1; \\ \dot{\beta} \sin \alpha + \dot{\varphi} &= \dot{\beta}_1 \sin \alpha_1 + \dot{\varphi}_1 \cos \beta_1 \cos \alpha_1.\end{aligned}\quad (I.3)$$

Погрешности ДНГ в значительной степени связаны с величинами углов α , β (или α_1 , β_1). Поэтому ДНГ применяются только в устройствах, обеспечивающих малость указанных углов, например, в индикаторных гиросtabilизаторах (ГС). В этом случае можно принять, что

$$\begin{aligned}\sin \alpha \approx \alpha, \quad \sin \beta \approx \beta, \quad \cos \alpha \approx 1, \quad \cos \beta \approx 1, \\ \sin \alpha_1 \approx \alpha_1, \quad \sin \beta_1 \approx \beta_1, \quad \cos \alpha_1 \approx 1, \quad \cos \beta_1 \approx 1.\end{aligned}\quad (I.4)$$

С учетом (I.4) получаем из (I.3)

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} \cos \varphi - \dot{\beta} \sin \varphi &= \dot{\alpha}_1 + \dot{\varphi}_1 \beta_1; \\ \dot{\alpha} \sin \varphi + \dot{\beta} \cos \varphi &= \dot{\beta}_1 - \dot{\varphi}_1 \alpha_1; \\ \dot{\beta} \alpha + \dot{\varphi} &= \dot{\beta}_1 \alpha_1 + \dot{\varphi}_1.\end{aligned}\quad (I.5)$$

Здесь $\dot{\varphi}$ — угловая скорость вращения вала двигателя — известна. Из третьего уравнения (I.5) получаем выражение для $\dot{\varphi}_1$.

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi} + \dot{\beta} \alpha - \dot{\beta}_1 \alpha_1. \quad (I.6)$$

Поскольку $\dot{\varphi} \gg \dot{\beta}$, $\dot{\varphi} \gg \dot{\beta}_1$, а углы α и α_1 — малы, можно принять, что

$$\dot{\varphi}_1 \approx \dot{\varphi}. \quad (I.7)$$

Тогда получаем из (I.5) окончательно

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \dot{\alpha}_1 \cos \varphi - \dot{\varphi} \sin \varphi \alpha_1 + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + \dot{\varphi} \cos \varphi \beta_1; \\ \dot{\beta} &= -\dot{\alpha}_1 \sin \varphi - \dot{\varphi} \cos \varphi \alpha_1 + \dot{\beta}_1 \cos \varphi - \dot{\varphi} \sin \varphi \beta_1.\end{aligned}\quad (I.8)$$

Интегрируя и дифференцируя по времени выражения (I.8), получаем с точностью до постоянных интегрирования для $\dot{\varphi} = \text{const}$:

$$\left. \begin{aligned}\alpha &= \alpha_1 \cos \varphi + \beta_1 \sin \varphi; \\ \beta &= -\alpha_1 \sin \varphi + \beta_1 \cos \varphi\end{aligned} \right\} \quad (I.9)$$

$$\left. \begin{aligned}\ddot{\alpha} &= \ddot{\alpha}_1 \cos \varphi - 2 \dot{\alpha}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \alpha_1 \cos \varphi + \\ &\quad + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + 2 \dot{\beta}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \beta_1 \sin \varphi; \\ \ddot{\beta} &= -\ddot{\alpha}_1 \sin \varphi - 2 \dot{\alpha}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \alpha_1 \sin \varphi + \\ &\quad + \dot{\beta}_1 \cos \varphi - 2 \dot{\beta}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \beta_1 \cos \varphi.\end{aligned} \right\} \quad (I.10)$$

I.2. Уравнения движения гироскопа

Уравнения движения составим для двух тел механической системы ДНГ — ротора и кольца — на основании динамических уравнений Эйлера. При этом уравнение движения вала двигателя предполагается известным:

$$\dot{\varphi} = \text{const}.$$

Будем считать, что масса торсионов мала по сравнению с массой ротора и кольца, что дает основание принять торсионы безынерционными упругими элементами. Оси x', y', z' , связанные с ротором, x_1, y_1, z_1 , связанные с кольцом, а также оси x, y, z считаем главными осями инерции, а центры масс кольца и ротора ДИГ — совпадающими с центром подвеса, куда помещены начала трехгранников $\xi \eta \zeta, x' y' z', x_1 y_1 z_1, x y z$.

1.2.1. Уравнение движения кольца

Составим уравнение движения кольца вокруг оси y_1 , относенное к вращающемуся трехграннику $x_1 y_1 z_1$, с помощью не-обобщенных динамических уравнений Эйлера. Согласно [5] имеем

$$B_1 \Omega_{y_1} - (C_1 - A_1) \Omega_{x_1} \Omega_{z_1} = M_{y_1}, \quad (I.II)$$

где A_1, B_1, C_1 — осевые моменты инерции кольца относительно осей x_1, y_1, z_1 соответственно,

$\Omega_{x_1}, \Omega_{y_1}, \Omega_{z_1}$ — проекции абсолютной угловой скорости $\bar{\Omega}_1$ движения кольца на оси x_1, y_1, z_1 соответственно;

M_{y_1} — момент внешних сил, действующий на кольцо вокруг оси y_1 , включая момент реакции $M_{y_1}^R$ со стороны ротора, передаваемый через наружные торсионы.

Абсолютная угловая скорость $\bar{\Omega}_1$ движения кольца оставлена из переносной угловой скорости движения трехгранника $\xi \eta \zeta$ — $\bar{\omega}^{пер}$ и скорости движения кольца относительно опорного трехгранника, определяемой составляющими $\dot{\varphi}$ и α .

Если обозначить проекции угловой скорости $\bar{\omega}^{пер}$ на оси x_1, y_1, z_1 , связанные с кольцом, через $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$ соответственно, то выражения для проекций $\Omega_{x_1}, \Omega_{y_1}, \Omega_{z_1}$ абсолютной угловой скорости движения кольца будут иметь следующий вид (см. рис. 1.2):

$$\begin{aligned} \Omega_{x_1} &= -\dot{\varphi} \sin \alpha + \omega_{x_1}, \\ \Omega_{y_1} &= \dot{\alpha} + \omega_{y_1}, \\ \Omega_{z_1} &= \dot{\varphi} \cos \alpha + \omega_{z_1}. \end{aligned} \quad (I.I2)$$

или для малого α и $\dot{\varphi} \gg \omega_{z_1}$

$$\begin{aligned} \Omega_{x_1} &\approx -\dot{\varphi} \alpha + \omega_{x_1}, \\ \Omega_{y_1} &\approx \dot{\alpha} + \omega_{y_1}, \\ \Omega_{z_1} &\approx \dot{\varphi}. \end{aligned} \quad (I.I3)$$

Выражения для $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}$ получаются проектированием угловой скорости $\bar{\omega}^{пер}$ на оси x_1, y_1 согласно рис. 1.5:

$$\begin{aligned}\omega_{x_1} &= (\omega_\xi \sin \varphi - \omega_2 \cos \varphi) \cos \alpha - \omega_\zeta \sin \alpha = \\ &= \omega_\xi \sin \varphi \cos \alpha - \omega_2 \cos \varphi \cos \alpha - \omega_\zeta \sin \alpha, \quad (I.14)\end{aligned}$$

$$\omega_{y_1} = \omega_\xi \cos \varphi + \omega_2 \sin \varphi,$$

или для малого α

$$\omega_{x_1} = \omega_\xi \sin \varphi - \omega_2 \cos \varphi - \omega_\zeta \alpha,$$

$$\omega_{y_1} = \omega_\xi \cos \varphi + \omega_2 \sin \varphi.$$

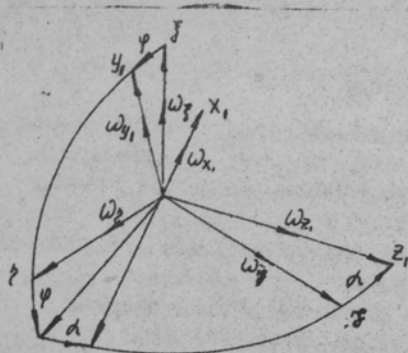


Рис. I.5. К составлению уравнения движения кольца

Подставляя выражения (I.13) в уравнение (I.11), получаем

$$B_1 \ddot{\alpha} + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2 \alpha = -B_1 \dot{\omega}_{y_1} + (C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_{x_1} + M_{y_1}. \quad (I.15)$$

Подставляя сюда выражение для ω_{x_1} из (I.14) и учитывая, что на основании (I.14)

$$\dot{\omega}_{y_1} = \dot{\omega}_\xi \cos \varphi - \omega_\xi \dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\omega}_2 \sin \varphi + \omega_2 \dot{\varphi} \cos \varphi,$$

находим

$$\begin{aligned}B_1 \ddot{\alpha} + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2 \alpha = & -B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi - \omega_\xi \dot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\omega}_2 \sin \varphi + \\ & + \omega_2 \dot{\varphi} \cos \varphi) + (C_1 - A_1) \dot{\varphi} (\omega_\xi \sin \varphi - \omega_2 \cos \varphi - \omega_\zeta \alpha) + M_{y_1}\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}B_1 \ddot{\alpha} + (C_1 - A_1) \dot{\varphi} (\dot{\varphi} + \omega_\zeta) \alpha = & -B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_2 \sin \varphi) + \\ & + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin \varphi - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_2 \cos \varphi + M_{y_1}. \quad (I.16)\end{aligned}$$

Здесь M_{y_1} — внешний момент, действующий на кольцо вокруг оси y_1 внутренних торсионов. Он состоит из демпфирующего момента $M_{y_1}^d$, упругого момента $M_{y_1}^r$ внутренних торсионов и момента $M_{y_1}^R$ воздействия на кольцо со стороны ротора, передаваемого через наружные торсионы, жесткость которого вокруг оси y_1 может быть принята бесконечной, таким образом,

$$M_{y_1} = M_{y_1}^d + M_{y_1}^r + M_{y_1}^R, \quad (I.17)$$

$$M_{y_1}^d = -D_\alpha \dot{\alpha}, \quad (I.18)$$

где D_α — коэффициент демпфирования.

$$M_{y_1}^a = -\kappa_a \cdot \alpha, \quad (I.19)$$

где κ_a - жесткость внутренних торсионов.

Подставляя в (I.16) выражения (I.17), (I.18), (I.19) и пренебрегая ω_ξ по отношению к $\dot{\varphi}$, получаем окончательно

$$B_1 \ddot{\alpha} + D_a \dot{\alpha} + [\kappa_a + (C_1 + A_1) \dot{\varphi}^2] \alpha = -B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_\eta \sin \varphi) + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin \varphi - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\eta \cos \varphi + M_{y_1}^a. \quad (I.20)$$

I.2.2. Уравнения движения ротора

Составим уравнения движения ротора вокруг осей x и y , отнесенные к системе координат xyz , с помощью обобщенных уравнений Эйлера [5]. Напомним, что трехгранник xyz участвует во всех движениях ротора, кроме вращения с угловой скоростью $\dot{\varphi}$:

$$\frac{d\theta_x}{dt} + \theta_z \omega_y - \theta_y \omega_z = M_x, \quad (I.21)$$

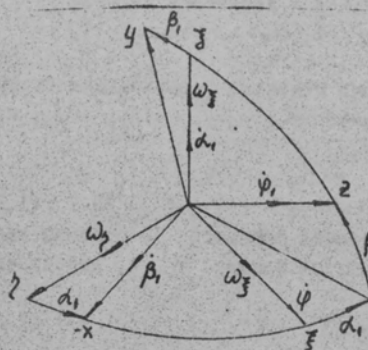
$$\frac{d\theta_y}{dt} + \theta_x \omega_z - \theta_z \omega_x = M_y.$$

Здесь $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ - проекции полного вектора $\bar{\theta}$ момента количества движения ротора на оси x, y, z ;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции абсолютной угловой скорости трехгранника xyz на его оси,

M_x, M_y - внешние моменты, действующие на ротор вокруг осей x и y .

Выражения для $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ получаем, суммируя проекции на оси x, y, z вектора ω переносной угловой скорости опорного трехгранника $\xi\zeta\eta$, а также угловые скорости $\dot{\alpha}_1, \dot{\beta}_1$ относительного движения трехгранника xyz (рис. I.6):



$$\omega_x = -\dot{\beta}_1 - \omega_\eta \cos \alpha_1 - \omega_\xi \sin \alpha_1, \quad (I.22)$$

$$\omega_y = \dot{\alpha}_1 \cos \beta_1 + \omega_\xi \cos \beta_1 - (\omega_\eta \cos \alpha_1 - \omega_\xi \sin \alpha_1) \sin \beta_1,$$

$$\omega_z = \dot{\alpha}_1 \sin \beta_1 + (\omega_\xi \cos \alpha_1 - \omega_\eta \sin \alpha_1) \cos \beta_1.$$

Рис. I.6. К составлению уравнений движения ротора

Учитывая, что в ДНГ углы α_1 , β_1 очень малы, на основании (I.4) получаем

$$\begin{aligned}\omega_x &= -\dot{\beta}_1 - \omega_2 - \omega_5 \alpha_1, \\ \omega_y &= \dot{\alpha}_1 + \omega_5 - (\omega_5 - \omega_2 \alpha_1) \beta_1, \\ \omega_z &= \dot{\alpha}_1 \beta_1 + (\omega_5 - \omega_2 \alpha_1).\end{aligned}\quad (I.23)$$

Пренебрегая слагаемыми, в которые сомножителями входят малые углы α_1 , β_1 , находим окончательно

$$\begin{aligned}\omega_x &= -\dot{\beta}_1 - \omega_2, \\ \omega_y &= \dot{\alpha}_1 + \omega_5, \\ \omega_z &= \omega_5.\end{aligned}\quad (I.24)$$

Выражения для проекций Ω_x , Ω_y , Ω_z абсолютной угловой скорости ротора $\bar{\Omega}$ получим, проектируя на оси x, y, z векторное равенство

$$\bar{\Omega} = \bar{\omega} + \bar{\zeta}_1. \quad (I.25)$$

Тогда с учетом (I.24)

$$\begin{aligned}\Omega_x &= \omega_x = -\dot{\beta}_1 - \omega_2, \\ \Omega_y &= \omega_y = \dot{\alpha}_1 + \omega_5, \\ \Omega_z &= \omega_z + \dot{\zeta}_1 \equiv \dot{\zeta}_1 \equiv \dot{\psi}.\end{aligned}\quad (I.26)$$

В последнем выражении учтено, что

$$\dot{\zeta}_1 \gg \omega_z.$$

Выражения для проекций Θ_x , Θ_y , Θ_z полного момента количества движения ротора имеют вид

$$\begin{aligned}\Theta_x &= A \Omega_x = -A(\dot{\beta}_1 + \omega_2), \\ \Theta_y &= A \Omega_y = A(\dot{\alpha}_1 + \omega_5), \\ \Theta_z &= C \Omega_z = C \dot{\psi},\end{aligned}\quad (I.27)$$

где A и C — осевые моменты инерции ротора относительно осей $x(y)$ и z .

Подставим выражения (I.24), (I.27) в уравнения (I.2I):

$$\begin{aligned}-A(\dot{\beta}_1 + \omega_2) + C \dot{\psi}(\dot{\alpha}_1 + \omega_5) - A(\dot{\alpha}_1 + \omega_5) \omega_5 &= M_x, \\ A(\dot{\alpha}_1 + \omega_5) - A(\dot{\beta}_1 + \omega_2) \omega_5 + C \dot{\psi}(\dot{\beta}_1 + \omega_2) &= M_y.\end{aligned}$$

Пренебрегая малыми центробежными моментами, зависящими от произведения малых угловых скоростей $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\beta}_1$, ω_5 , ω_2 , получаем

$$\begin{aligned}A(\dot{\beta}_1 + \omega_2) - C \dot{\psi}(\dot{\alpha}_1 + \omega_5) &= -M_x, \\ A(\dot{\alpha}_1 + \omega_5) + C \dot{\psi}(\dot{\beta}_1 + \omega_2) &= M_y.\end{aligned}\quad (I.28)$$

Далее определим состав внешних моментов. Со стороны наружных торсионов на ротор действует момент $M_{x'}^T$, направленный по оси x'

$$M_{x'}^T = \kappa_{\beta} \beta + D_{\beta} \dot{\beta}, \quad (I.29)$$

где k_β - жесткость наружных торсионов,

D_β - коэффициент демпфирования.

Со стороны кольца на ротор действует момент реакции ($-M_{y_1}^R$), передаваемый на ротор через наружные торсионы и действующий вокруг оси y_1 . Этот момент равен по величине и направлен противоположно моменту $M_{y_1}^L$, определяемому из уравнения движения кольца (1.20). Разложим этот момент на составляющие, действующие вокруг осей y' и z' (рис. 1.7):

$$-M_{y_1}^R = -M_{y_1}^R \cos \beta \cong -M_{y_1}^R, \quad (1.30)$$

$$-M_{z_1}^R = -M_{y_1}^R \sin \beta \cong -M_{y_1}^R \beta.$$

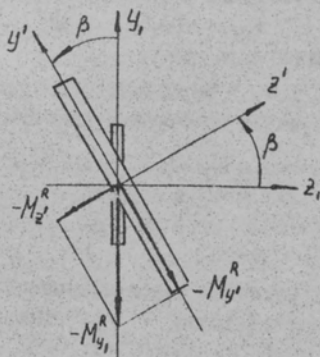
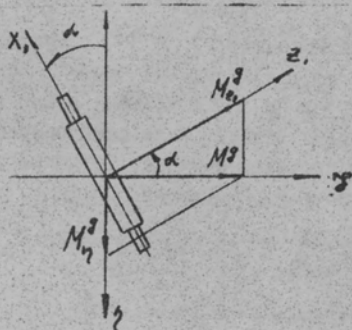


Рис. 1.7. К определению моментных возмущений, действующих на ротор

Момент двигателя M^g действует вокруг оси вращения вала z и через внутренние торсионы передается на кольцо. Разложим этот момент на составляющие, направленные по осям y и z , (рис. 1.8):



$$M_{z_1}^g = M^g \tan \alpha \cong M^g \alpha, \quad (1.31)$$

$$M_{y_1}^g = M^g \frac{1}{\cos \alpha} \cong M^g.$$

Рис. 1.8. К определению моментного возмущения со стороны двигателя

Только одна из этих составляющих, а именно $M_{z_1}^a$, передается на ротор. Составляющая M_z^a уравнивается реакциями в опорах вала двигателя. Разложим момент $M_{z_1}^a$, приложенный к ротору, на две составляющие, направленные по осям y' и z' , связанным с ротором:

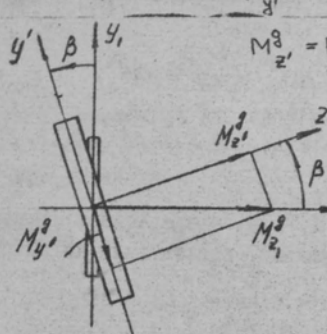
$$\begin{aligned} M_{y'}^a &= -M_{z_1}^a \sin \beta \approx -M_z^a \beta, \\ M_{z'}^a &= M_{z_1}^a \cos \beta \approx M_z^a \end{aligned} \quad (I.32)$$


Рис. I.9. К определению моментного возмущения со стороны двигателя

Составляющая M_z^a уравнивается моментом аэродинамического сопротивления движению ротора, а составляющая $M_{y'}^a$ учитывается в уравнениях (I.28).

Итак, окончательно выражения для проекций моментов, действующих на ротор, во вращающейся системе координат $x'y'z'$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{x'} &= M_x^r = K_R \beta + D_R \dot{\beta}, \\ M_{y'} &= -M_{y_1}^r + M_{y'}^a = -M_{y_1}^r - M_z^a \beta. \end{aligned} \quad (I.33)$$

Для получения выражений проекций моментов M_x и M_y , действующих на ротор, в невращающейся системе координат xyz спроектируем зависимости (I.33) на оси x и y и добавим в них внешние моменты M_x^b и M_y^b , действующие относительно осей опорного трехгранника, например, моменты датчиков момента. Тогда на основании рис. I.4 для малых углов α_1 , β_1 имеем

$$\begin{aligned} M_x &= M_{x'} \cos \varphi - M_{y'} \sin \varphi - M_x^b, \\ M_y &= M_{x'} \sin \varphi + M_{y'} \cos \varphi + M_y^b, \end{aligned} \quad (I.34)$$

или с учетом (I.33)

$$\begin{aligned} M_x &= K_R \beta \cos \varphi + D_R \dot{\beta} \cos \varphi + M_z^a \beta \sin \varphi + M_{y_1}^r \sin \varphi - M_x^b, \\ M_y &= K_R \beta \sin \varphi + D_R \dot{\beta} \sin \varphi - M_z^a \beta \cos \varphi - M_{y_1}^r \cos \varphi + M_y^b. \end{aligned} \quad (I.35)$$

Подставим сюда выражение для момента реакции кольца M_y^R из (I.20):

$$M_x = K_\beta \beta \cos \varphi + D_\beta \dot{\beta} \cos \varphi + M^g \beta \sin \varphi + B_1 \ddot{\alpha} \sin \varphi + D_\alpha \dot{\alpha} \sin \varphi + \\ + [K_\alpha + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2] \alpha \sin \varphi + B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_\eta \sin \varphi) \sin \varphi - \\ - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin^2 \varphi + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\eta \cos \varphi \sin \varphi - M_2^0; \quad (I.36)$$

$$M_y = K_\beta \beta \sin \varphi + D_\beta \dot{\beta} \sin \varphi - M^g \beta \cos \varphi - B_1 \ddot{\alpha} \cos \varphi - D_\alpha \dot{\alpha} \cos \varphi - \\ - [K_\alpha + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2] \alpha \cos \varphi - B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_\eta \sin \varphi) \cos \varphi + \\ + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin \varphi \cos \varphi - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\eta \cos^2 \varphi + M_2^0.$$

Поскольку уравнения движения ротора гироскопа (I.21) отнесены к системе координат α, β, φ , положение которой задано углами

α_1, β_1 , необходимо в выражениях для моментов M_x, M_y перейти от координат α, β к координатам α_1, β_1 . Для этого воспользуемся выражениями (I.8), (I.9), (I.10):

$$M_x = K_\beta \cos \varphi (-\dot{\alpha}_1 \sin \varphi + \dot{\beta}_1 \cos \varphi) + D_\beta \cos \varphi (-\ddot{\alpha}_1 \sin \varphi - \\ - \dot{\varphi} \dot{\alpha}_1 \cos \varphi + \dot{\beta}_1 \cos \varphi - \dot{\varphi} \dot{\beta}_1 \sin \varphi) + M^g \sin \varphi (-\dot{\alpha}_1 \sin \varphi + \\ + \dot{\beta}_1 \cos \varphi) + B_1 \sin \varphi (\ddot{\alpha}_1 \cos \varphi - 2 \dot{\alpha}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \alpha_1 \cos \varphi + \\ + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + 2 \dot{\beta}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \beta_1 \sin \varphi) + D_\alpha \sin \varphi (\ddot{\alpha}_1 \cos \varphi - \\ - \dot{\varphi} \sin \varphi \dot{\alpha}_1 + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + \dot{\varphi} \cos \varphi \dot{\beta}_1) + [K_\alpha + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2] \sin \varphi \times \\ \times (\alpha_1 \cos \varphi + \beta_1 \sin \varphi) + B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_\eta \sin \varphi) \sin \varphi - \\ - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin^2 \varphi + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\eta \cos \varphi \sin \varphi - M_2^0;$$

$$M_y = K_\beta \sin \varphi (-\dot{\alpha}_1 \sin \varphi + \dot{\beta}_1 \cos \varphi) + D_\beta \sin \varphi (-\ddot{\alpha}_1 \sin \varphi - \\ - \dot{\varphi} \dot{\alpha}_1 \cos \varphi + \dot{\beta}_1 \cos \varphi - \dot{\varphi} \dot{\beta}_1 \sin \varphi) - M^g \cos \varphi (-\dot{\alpha}_1 \sin \varphi + \\ + \dot{\beta}_1 \cos \varphi) - B_1 \cos \varphi (\ddot{\alpha}_1 \cos \varphi - 2 \dot{\alpha}_1 \dot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \alpha_1 \cos \varphi + \\ + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + 2 \dot{\beta}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \beta_1 \sin \varphi) - D_\alpha \cos \varphi (\ddot{\alpha}_1 \cos \varphi - \\ - \dot{\varphi} \sin \varphi \dot{\alpha}_1 + \dot{\beta}_1 \sin \varphi + \dot{\varphi} \cos \varphi \dot{\beta}_1) - [K_\alpha + (C_1 - A_1) \dot{\varphi}^2] \times \\ \times \cos \varphi (\alpha_1 \cos \varphi + \beta_1 \sin \varphi) - B_1 (\dot{\omega}_\xi \cos \varphi + \dot{\omega}_\eta \sin \varphi) \cos \varphi + \\ + (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\xi \sin \varphi \cos \varphi - \\ - (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\varphi} \omega_\eta \cos^2 \varphi + M_2^0. \quad (I.37)$$

Далее учтем известные соотношения

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\varphi; \\ \sin^2 \varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi; \\ \sin \varphi \cos \varphi = \frac{1}{2} \sin 2\varphi. \quad (I.38)$$

Подставляя эти выражения в (I.37) и пренебрегая составляющими моментов, изменяющимися с частотой, равной удвоенной частоте

вращения ротора, окончательно имеем

$$M_x = \frac{1}{2} \kappa_\beta \beta_1 - \frac{1}{2} D_\beta \dot{\psi} \alpha_1 + \frac{1}{2} D_\beta \dot{\beta}_1 - \frac{1}{2} M^3 \alpha_1 - B_1 \dot{\psi} \alpha_1 + \\ + \frac{1}{2} B_1 \dot{\beta}_1 - \frac{1}{2} B_1 \dot{\psi}^2 \beta_1 - \frac{1}{2} D_\alpha \dot{\psi} \alpha_1 + \frac{1}{2} D_\alpha \dot{\beta}_1 + \frac{1}{2} [\kappa_\alpha + \\ + (C_1 - A_1) \dot{\psi}^2] \beta_1 + \frac{1}{2} B_1 \dot{\omega}_2 - \frac{1}{2} (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\psi} \omega_\xi - M_\eta^6; \quad (I.39)$$

$$M_y = -\frac{1}{2} \kappa_\beta \alpha_1 - \frac{1}{2} D_\beta \dot{\alpha}_1 - \frac{1}{2} D_\beta \dot{\psi} \beta_1 - \frac{1}{2} M^3 \beta_1 - \frac{1}{2} B_1 \ddot{\alpha}_1 + \\ + \frac{1}{2} B_1 \dot{\psi}^2 \alpha_1 - B_1 \dot{\psi} \dot{\beta}_1 - \frac{1}{2} D_\alpha \ddot{\alpha}_1 - \frac{1}{2} D_\alpha \dot{\psi} \beta_1 - \frac{1}{2} [\kappa_\alpha + \\ + (C_1 - A_1) \dot{\psi}^2] \alpha_1 - \frac{1}{2} B_1 \dot{\omega}_\xi - \frac{1}{2} (B_1 + C_1 - A_1) \dot{\psi} \omega_\eta + M_\xi^6.$$

Подставляя выражения (I.39) в динамические уравнения Эйлера (I.28), получаем уравнения движения ДНГ в невращающейся системе координат $\propto y z$

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\alpha}_1 + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\alpha}_1 - \frac{1}{2} [(A_1 + B_1 - C_1) \dot{\psi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)] \alpha_1 + \\ + (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\beta}_1 + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \dot{\psi} \beta_1 + \frac{1}{2} M^3 \beta_1 = -(A + \frac{1}{2} B_1) \dot{\omega}_\xi - \\ - (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}) \dot{\psi} \omega_\eta + M_\xi^6; \quad (I.40)$$

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\beta}_1 + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\beta}_1 - \frac{1}{2} [(A_1 + B_1 - C_1) \dot{\psi}^2 - \\ - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)] \beta_1 - (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\alpha}_1 - \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \dot{\psi} \alpha_1 - \frac{1}{2} M^3 \alpha_1 = \\ = -(A + \frac{1}{2} B_1) \dot{\omega}_\eta + (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}) \dot{\psi} \omega_\xi + M_\eta^6.$$

I.3. Анализ уравнений движения ДНГ.

Условие динамической настройки

В гироскопических индикаторных стабилизаторах ДНГ выполняет роль датчика положения платформы и должен иметь при этом минимальный собственный дрейф. Однако анализ полученных уравнений движения гироскопа (I.40) показывает, что без принятия специальных мер эти условия не выполняются.

Действительно, при отсутствии внешних моментов

$$M_\xi^6 = 0, \quad M_\eta^6 = 0 \quad (I.41)$$

и движения основания

$$\omega_\xi = 0; \quad \omega_\eta = 0 \quad (I.42)$$

установившееся движение гироскопа определяется уравнениями

$$-\frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)]\beta_1 - \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\varphi}\alpha_1 - \frac{1}{2}M^8\alpha_1 = 0,$$

$$-\frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)]\alpha_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\varphi}\beta_1 + \frac{1}{2}M^8\beta_1 = 0, \quad (I.43)$$

которые получаются из (I.40), если приравнять нулю члены, содержащие производные от α_1 , β_1 . Решение этих уравнений имеет вид

$$\alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 0.$$

Таким образом, при произвольном положении неподвижного корпуса прибора отклонение гироскопа относительно корпуса, определяемое углами α_1 , β_1 , отсутствует, т.е. гироскоп оказывается связанным с корпусом. При этом отсутствует информация о положении корпуса гироскопа, что не позволяет использовать такой прибор в качестве датчика положения платформы стабилизатора, на которую он установлен.

Причиной такого положения является наличие в вибрационном гироскопе упругих (т.е. пропорциональных углам α_1 , β_1 отклонения гироскопа относительно корпуса) моментов, определяемых членами в левых частях уравнений (I.43). Наибольшими среди них являются центробежные моменты инерции, возникающие при вращении кольца со скоростью $\dot{\varphi}$, и упругие моменты подвеса. Осредненные за период выражения для суммы этих моментов в проекциях на оси x , y представлены первыми слагаемыми уравнений (I.43):

$$-\frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)]\beta_1; -\frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)]\alpha_1.$$

Для снижения упругих моментов в ДНГ применяют следующие меры. Прежде всего параметры гироскопа выбирают таким образом, чтобы выполнялось условие

$$[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\varphi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)] = 0, \quad (I.44)$$

которое называют условием динамической настройки. Выполнение условия (I.44) обеспечивает равенство в среднем за период центробежного момента, возникающего при вращении кольца, и упругого момента подвеса гироскопа. Точное выполнение условия динамической настройки освобождает ДНГ от наибольшего из упругих моментов, определяемого первым слагаемым уравнений (I.43).

Кроме того, в ДНГ принимают меры по уменьшению демпфирующих моментов. Для этого обычно производят вакуумирование вибрационного гироскопа. Это обеспечивает малость коэффициентов демпфирования D_α , D_β , которые теперь определяются в основном внутренним трением в материале торсионов, а также аэродинамического момента сопротивления вращению со скоростью $\dot{\varphi}$, направленного

по оси симметрии ротора. В результате оказывается малым момент M_3 двигателя, который в основном уравновешивается моментом аэродинамического сопротивления. Выполнение указанных выше условий обеспечивает низкий уровень упругих моментов, определяемых вторым и третьим слагаемыми уравнений (I.43).

Однако на практике условие динамической настройки не может быть выполнено абсолютно точно. Так же невозможно обеспечить равенство нулю коэффициентов демпфирования. Это приводит к тому, что при больших углах α_1 , β_1 отклонения ротора гироскопа от корпуса величины нескомпенсированных упругих моментов оказываются значительными, что приводит к неприемлемо большому собственному дрейфу ДНГ. Для повышения точности ДНГ применяют режим слежения корпуса прибора за гироскопом. Для этого ДНГ устанавливают на платформу гиросtabilизатора, работающего по сигналам рассогласования ротора гироскопа и корпуса. При появлении углов α_1 , β_1 автоматические системы стабилизации поворачивают платформу гиросtabilизатора с расположенным на ней гироскопом до обнуления указанного рассогласования. Это приводит к тому, что в процессе работы ДНГ углы α_1 , β_1 оказываются очень малыми (порядка десятков и единиц угловых секунд). В связи с тем, что упругие моменты, определяемые левыми частями уравнений (I.43), пропорциональны углам α_1 , β_1 , они оказываются незначительными по величине, что часто позволяет не учитывать упругие моменты в расчетах стабилизаторов на ДНГ, относя их к инструментальным погрешностям прибора.

Кроме того, ограничение углов рассогласования между ротором и корпусом приводит к более точному выполнению условия динамической настройки (I.44). Это объясняется тем, что при больших углах α_1 , β_1 в материале упругих опор возникают пластические деформации, что приводит к изменению коэффициентов k_{α} , k_{β} и к соответствующему нарушению условия (I.44).

Таким образом, применение ДНГ в качестве чувствительного элемента гиросtabilизатора одновременно позволяет значительно повысить точностные характеристики самого гироскопа.

Если считать, что в результате введения вышеперечисленных мер упругие моменты оказываются пренебрежимо малыми, то с учетом (I.43) и в отсутствие внешних моментов M_5 , M_2 уравнения движения ДНГ (I.40) могут быть представлены в следующем виде:

$$(A + \frac{1}{2}B_1)\ddot{\alpha}_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\alpha}_1 + (C + B_1)\dot{\varphi}\dot{\beta}_1 = -(A + \frac{1}{2}B_1)\dot{\omega}_\xi - (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2})\dot{\varphi}\omega_2; \quad (I.45)$$

$$(A + \frac{1}{2}B_1)\ddot{\beta}_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\beta}_1 - (C + B_1)\dot{\varphi}\dot{\alpha}_1 = -(A + \frac{1}{2}B_1)\dot{\omega}_\eta + (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2})\dot{\varphi}\omega_\xi.$$

Для установившегося режима движения корпуса и гироскопа, опускаемые малые моменты демпфирования $\frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\alpha}_1$ и $\frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\beta}_1$, получаем из (I.45)

$$\dot{\alpha}_1 = - \frac{C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}}{C + B_1} \omega_\xi, \quad (I.46)$$

$$\dot{\beta}_1 = - \frac{C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}}{C + B_1} \omega_\eta.$$

Введем обозначение

$$\frac{1}{(C + B_1)} (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}) = i \quad (I.47)$$

и проинтегрируем (I.46) по времени.

Тогда с точностью до постоянных интегрирования получаем

$$\alpha_1 = -i \int \omega_\xi dt, \quad \beta_1 = -i \int \omega_\eta dt. \quad (I.48)$$

Таким образом, динамически настроенный вибрационный гироскоп при отсутствии демпфирования работает в режиме интегрирующего гироскопа с передаточным числом i , определяемым выражением (I.47).

Если $i = 1$, то из (I.48) следует, что углы α_1 , β_1 поворота гироскопа относительно корпуса равны и направлены противоположно соответствующим углам поворота корпуса. В этом случае ДНГ превращается в свободный гироскоп, ось ротора которого в среднем сохраняет неизменное направление в абсолютном пространстве.

Однако при этом из (I.47) следует, что

$$C_1 = A_1 + B_1$$

и условие настройки (I.44) выполняется лишь при $\kappa_\alpha = \kappa_\beta = 0$, т.е. только в случае гироскопа с идеальными неупругими опорами. Следовательно, гироскоп с внутренним упругим кардановым подвесом нельзя превратить в свободный гироскоп.

Тем не менее, работая в режиме интегрирующего гироскопа, ДНГ выполняет роль двухосного датчика положения платформы, на которую он установлен, что позволяет применять этот прибор в

гиростабилизаторе. Тем более, что указанный режим близок к режиму свободного гироскопа, поскольку передаточное число i практически очень близко к единице, как это следует из (I.47) в связи с тем, что момент инерции C ротора гироскопа обычно немного выше моментов инерции A_1, B_1, C_1 кольца.

I.4. Устойчивость на неподвижном основании

При работе гиростабилизатора на ДНГ могут возникнуть случаи, когда при выключенном гироскопе система стабилизации оказывается выключенной, а платформа — неподвижной (например, при запуске или настройке). Это требует отдельного рассмотрения устойчивости движения ДНГ при неподвижном основании. Для этого воспользуемся уравнениями (I.40), положив в них

$$\begin{aligned} \omega_x = \omega_y = 0; \quad M_x^0 = M_y^0 = 0; \\ (A + \frac{1}{2}B_1)\ddot{\alpha}_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\ddot{\alpha}_1 - \frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\psi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)]\alpha_1 + \\ + (C + B_1)\dot{\psi}\dot{\beta}_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\psi}\dot{\beta}_1 + \frac{1}{2}M\ddot{\beta}_1 = 0, \\ (A + \frac{1}{2}B_1)\ddot{\beta}_1 + \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\ddot{\beta}_1 - \frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\psi}^2 - (\kappa_\alpha + \\ + \kappa_\beta)]\beta_1 - (C + B_1)\dot{\psi}\dot{\alpha}_1 - \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta)\dot{\psi}\dot{\alpha}_1 - \frac{1}{2}M\ddot{\alpha}_1 = 0. \end{aligned} \quad (I.49)$$

$$\begin{aligned} \text{Введем обозначения } (A + \frac{1}{2}B_1) = A_r; \quad \frac{1}{2}(D_\alpha + D_\beta) = D_r; \\ (C + B_1)\dot{\psi} = H; \quad \frac{1}{2}[(A_1 + B_1 - C_1)\dot{\psi}^2 - (\kappa_\alpha + \kappa_\beta)] = K_r; \\ \frac{1}{2}[(D_\alpha + D_\beta)\dot{\psi} + M] = K_n. \end{aligned} \quad (I.50)$$

Тогда из (I.49) получаем

$$\begin{aligned} A_r\ddot{\alpha}_1 + D_r\ddot{\alpha}_1 + H\dot{\beta}_1 - K_r\alpha_1 + K_n\beta_1 = 0; \\ A_r\ddot{\beta}_1 + D_r\ddot{\beta}_1 - H\dot{\alpha}_1 - K_r\beta_1 - K_n\alpha_1 = 0. \end{aligned} \quad (I.51)$$

Исключив из (I.51) координату β_1 , эти выражения можно представить в следующем виде:

$$a_0\ddot{\alpha}_1 + a_1\dot{\alpha}_1 + a_2\ddot{\alpha}_1 + a_3\dot{\alpha}_1 + a_4 = 0, \quad (I.52)$$

$$\begin{aligned} \text{где } a_0 = A_r^2; \quad a_1 = 2A_rD_r; \quad a_2 = (H^2 + D_r^2 - 2A_rK_r); \\ a_3 = 2(HK_n - D_rK_r); \quad a_4 = (K_n^2 + K_r^2). \end{aligned} \quad (I.53)$$

Условия устойчивости по Гурвиту

$$a_0 > 0; \quad j = 1, 2, 3, 4, \quad (I.54)$$

$$a_1a_2a_3 - a_0a_3^2 - a_2^2a_4 > 0. \quad (I.55)$$

Подставляя выражения (I.53) в (I.54) и (I.55), получаем следующие условия устойчивости движения ДНГ:

$$\begin{aligned} D_r > 0; \\ H^2 + D_r^2 > 2 A_r K_r; \end{aligned} \quad (I.56)$$

$$H K_n > D_r K_r, \\ D_r (H^2 + D_r^2 - 2 A_r K_r) (H K_n - D_r K_r) > A_r [(H K_n - D_r K_r)^2 + D_r^2 (K_n^2 + K_r^2)].$$

Первые три неравенства (I.56) с учетом обозначений (I.50) могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) > 0; \\ (C + B_1)^2 \dot{\psi}^2 + \frac{1}{4} (D_\alpha + D_\beta)^2 > 2 (A + \frac{1}{2} B_1) \frac{1}{2} [(A + B_1 - C_1) \dot{\psi}^2 - (K_\alpha + K_\beta)]; \quad (I.57) \\ (C + B_1) \dot{\psi} \frac{1}{2} [(D_\alpha + D_\beta) \dot{\psi} + M^2] > \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \frac{1}{2} [(A + B_1 - C_1) \dot{\psi}^2 - (K_\alpha + K_\beta)]. \end{aligned}$$

Первое условие устойчивости (I.57) всегда выполняется, так как в ДНГ небольшое демпфирование всегда имеет место как вследствие внутреннего трения в материале подвеса, так и из-за аэродинамического сопротивления.

Второе условие (I.57) также всегда удовлетворяется, так как в динамически настроенном гироскопе выполнено условие (I.44), т.е.

$$K_r = \frac{1}{2} [(A + B_1 - C_1) \dot{\psi}^2 - (K_\alpha + K_\beta)] = 0.$$

В реальных гироскопах условие (I.44), конечно, не может быть выполнено точно, и упругие моменты имеют место, но они обычно невелики. Поэтому второе неравенство (I.57) все равно выполняется с большим запасом, так как в левой его части стоит большая величина H , составляющая сотни сН·см·с. При этом знак реальной жесткости K_r не оказывает большого влияния на устойчивость.

Выше указывалось, что момент двигателя M^2 в основном уравнивается моментом аэродинамического сопротивления ротора. Поэтому можно принять, что

$$M^2 = D_\Sigma \dot{\psi}. \quad (I.58)$$

где D_Σ — коэффициент демпфирования по оси z .

Тогда третье неравенство (I.57) может быть представлено в виде

$$(C + B_1) \dot{\psi}^2 > \frac{D_\alpha + D_\beta}{D_\alpha + D_\beta + D_\Sigma} K_r,$$

или после введения обозначения

$$\mu = \frac{D_\alpha + D_\beta + D_\Sigma}{D_\alpha + D_\beta} > 1 \quad (I.59)$$

в виде

$$(C + B_1) \dot{\psi}^2 > \frac{K_r}{\mu}. \quad (I.60)$$

Коэффициенты демпфирования D_α , D_β определяются внутренним трением и аэродинамическим сопротивлением вращению, а коэффициент D_ζ — только аэродинамическим сопротивлением. Поэтому коэффициент μ немного превосходит единицу.

На этом основании, а также с учетом сказанного о величине остаточной жесткости K_r следует считать, что условие устойчивости (I.60) также удовлетворится практически с большим запасом.

Если условие динамической настройки (I.44) выполнено, т.е. $K_r = 0$, то последнее четвертое неравенство (I.56) приобретает вид

$$D_r (n^2 + D_r^2) n K_n > A_r [n^2 K_n^2 + D_r^2 K_n^2]$$

или

$$n > \frac{A_r K_n}{D_r}$$

Подставив сюда обозначения (I.50) и (I.59), получаем

$$(c + b_1) > (A + \frac{1}{2} b_1) \mu. \quad (I.61)$$

Неравенство (I.61) подобно условию устойчивости сферического гироскопа [7], однако несколько более жесткое в связи с тем, что коэффициент μ всегда больше единицы. Это приводит к необходимости выбирать в ДНГ определенное соотношение между осевым и экваториальными моментами инерции ротора.

Отдельно следует рассмотреть случай, когда динамическая настройка проведена, но недостаточно точно, т.е. $K_r \neq 0$. Тогда, пренебрегая в левой части последнего неравенства (I.56) только малой величиной D_r^2 по сравнению с n^2 , получаем

$$(n^2 - 2A_r K_r) (n \frac{K_n}{D_r} - K_r) > A_r [(n \frac{K_n}{D_r} - K_r)^2 + (K_n^2 + K_r^2)]$$

или с учетом (I.50), (I.58), (I.59)

$(n^2 - 2A_r K_r) (n \dot{\varphi} \mu - K_r) > A_r [(n \dot{\varphi} \mu - K_r)^2 + (K_n^2 + K_r^2)],$
что после преобразований может быть записано в виде

$$(c + b_1) > (A + \frac{1}{2} b_1) \mu + \frac{K_r}{\dot{\varphi}^2 \mu} + \frac{K_n}{\dot{\varphi}^2 \mu} \cdot \frac{K_n (A + \frac{1}{2} b_1)}{(c + b_1)^2 \dot{\varphi}^2}. \quad (I.62)$$

Следовательно, учет неточности динамической балансировки изменяет условие устойчивости (I.61), однако незначительно, так как дополнительные слагаемые в правой части (I.62) малы, поскольку содержат в знаменателе большую величину $\dot{\varphi}$ во второй и четвертой степени.

1.5. Структурная схема. Передаточная функция

Запишем уравнения движения ДНГ (I.40) в операторной форме для случая неподвижного основания ($\omega^{пер} = 0$) и с учетом обозначений (I.50)

$$\begin{aligned} A_r s^2 \alpha_1 + D_r s \alpha_1 + H s \beta_1 - K_r \alpha_1 + K_n \beta_1 &= M_{\Sigma}^b; \\ A_r s^2 \beta_1 + D_r s \beta_1 - H s \alpha_1 - K_r \beta_1 + K_n \alpha_1 &= M_{\Sigma}^b, \end{aligned} \quad (I.63)$$

Если при выполненном условии динамической настройки пренебречь в (I.63) членами с малыми сомножителями K_r и K_n , то эти уравнения по форме совпадают с уравнениями трехстепенного свободного гироскопа:

$$\begin{aligned} A_r s^2 \alpha_1 + D_r s \alpha_1 + H s \beta_1 &= M_{\Sigma}^b; \\ A_r s^2 \beta_1 + D_r s \beta_1 - H s \alpha_1 &= M_{\Sigma}^b. \end{aligned} \quad (I.64)$$

Структурная схема ДНГ для этого случая представлена на рис. I.10.

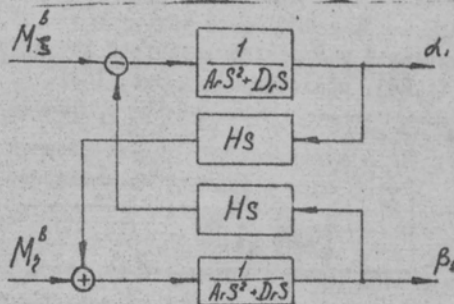


Рис. I.10. Структурная схема ДНГ ($K_r = 0$, $K_n = 0$)

Она соответствует многомерной системе автоматического регулирования с двумя входами M_{Σ}^b , M_Z^b и двумя выходами α_1 , β_1 . Передаточная функция ДНГ $\Phi_r(s)$ по одному из выходов (α_1) относительно входа-момента M_{Σ}^b , действующего по той же оси, имеет вид

$$\Phi_r(s) = \frac{\alpha_1}{M_{\Sigma}^b} = \frac{W(s)}{1 + W(s) W_{oc}(s)}, \quad (I.65)$$

где

$$W(s) = \frac{1}{A_r s^2 + D_r s}, \quad W_{oc}(s) = \frac{(Hs)^2}{A_r s^2 + D_r s}. \quad (I.66)$$

Подставляя (I.66) в (I.65), получаем

$$\Phi_r(s) = \frac{1}{s} \frac{A_r s + D_r}{A_r^2 s^2 + 2A_r D_r s + (H^2 + D_r^2)} \quad (I.67)$$

Пренебрегая D_r^2 по сравнению с H^2 в знаменателе, представим $\Phi_r(s)$ в следующем виде:

$$\Phi_r(s) = \frac{K_1}{s} \frac{(T_a s + 1)}{(T_n^2 s^2 + 2\xi_n T_n s + 1)} \quad (I.68)$$

здесь

$$K_1 = \frac{D_r}{H^2}; \quad T_a = \frac{A_r}{D_r} \quad (I.69)$$

$$T_n = \frac{A_r}{H} - \text{период нутационных колебаний,}$$

$$\xi_n = \frac{D_r}{H} - \text{относительный коэффициент затухания.}$$

Причем, в связи с малой величиной D_r по сравнению с H ,
 $T_n \ll T_a$.

Вид логарифмической амплитудно-частотной характеристики, соответствующей (I.68), представлен на рис. I.II.

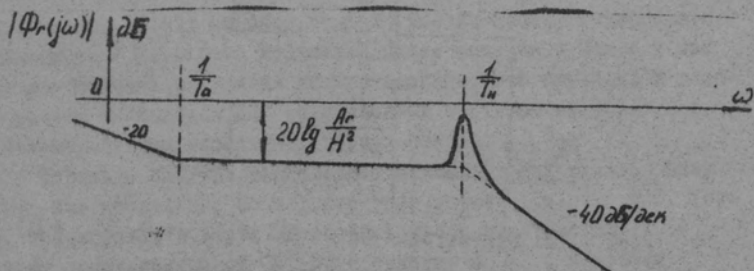


Рис. I.II. Логарифмическая АЧХ ДНГ ($K_r = 0$; $K_n = 0$)

Особенностью этой характеристики является резкий и значительный подъем в зоне частоты нутационных колебаний, определяющий существенную возмущаемость ДНГ, так же как и трехстепенного свободного гироскопа, при действии моментов на нутационной частоте.

Если считать гироскоп динамически настроенным, но в более общем виде принять $K_n \neq 0$, то уравнения ДНГ примут следующий вид:

$$\begin{aligned} A_r s^2 \alpha_1 + D_r s \alpha_1 + H s \beta_1 + K_n \beta_1 &= M_1^b \\ A_r s^2 \beta_1 + D_r s \beta_1 - H s \alpha_1 - K_n \alpha_1 &= M_2^b \end{aligned} \quad (I.70)$$

Соответствующая структурная схема представлена на рис. I.12.

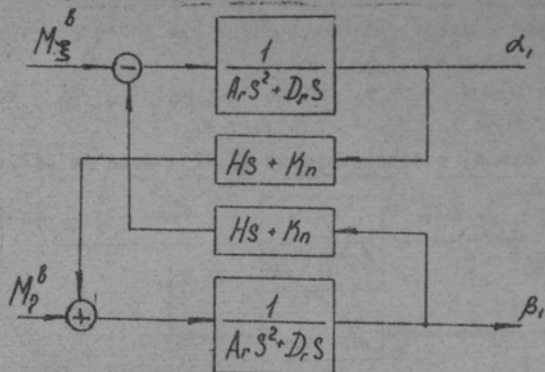


Рис. I.12. Структурная схема ДНГ ($K_r = 0$, $K_n \neq 0$)

Передаточная функция по α_i относительно M_ξ^6 :

$$\Phi_r(s) = \frac{A_r s^2 + D_r s}{A_r^2 s^4 + 2 A_r D_r s^3 + (D_r^2 + H^2) s^2 + 2 H K_n s + K_n^2}$$

По-прежнему пренебрегая D_r^2 по сравнению с H^2 , представим выражение для передаточной функции в виде

$$\Phi_r(s) = \frac{D_r}{K_n^2} \frac{s(T_a s + 1)}{(T_n^2 s^2 + 2 \xi_n T_n s + 1)(T^2 s^2 + 2 \xi T s + 1)} \quad (I.71)$$

где введенные постоянные времени и коэффициенты определяются следующими приближенными выражениями:

$$T_n = \frac{A_r}{H}; \xi_n = \frac{D_r}{H}; T = \frac{H}{K_n}; \xi = 1, T_a = \frac{A_r}{D_r}$$

где $T_n \ll T_a$, а также $T_n \ll T$. Вид ЛАХ, соответствующей (I.71), представлен на рис. I.13.

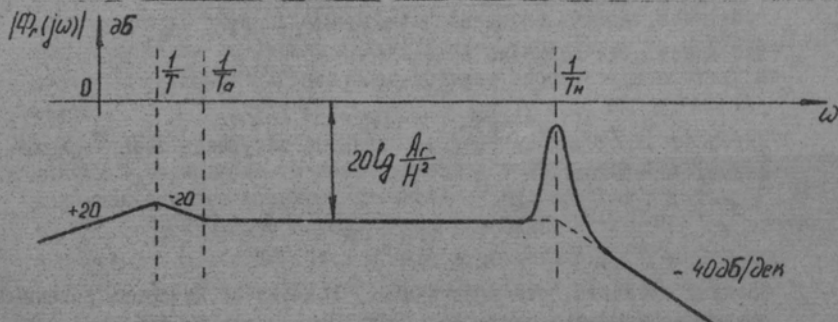


Рис. I.13. Логарифмическая АЧХ ДНГ ($K_n \neq 0$, $K_r = 0$)

Наконец, для случая неточного выполнения условия динамической настройки имеем уравнения ДНГ в еще более общем виде, которые получаются из (I.40) при $K_n \neq 0$, $K_r \neq 0$,

$$\begin{aligned} A_r s^2 \alpha_i + D_r s \alpha_i + H s \beta_i - K_r \alpha_i + K_n \beta_i &= M_{\xi}^6; \\ A_r s^2 \beta_i + D_r s \beta_i - H s \alpha_i - K_r \beta_i - K_n \alpha_i &= M_2^6. \end{aligned} \quad (I.72)$$

Структурная схема, соответствующая (I.72), дана на рис. I.14.

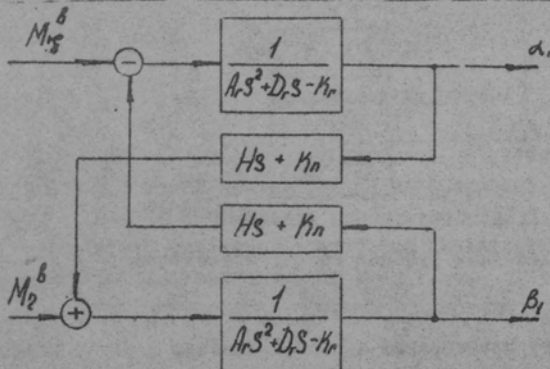


Рис. I.14. Структурная схема ДНГ ($K_n \neq 0$, $K_r \neq 0$)

Передаточная функция по α_i относительно момента M_{ξ}^6 имеет вид

$$\Phi_r(s) = \frac{A_r s^2 + D_r s - K_r}{A_r s^4 + 2A_r D_r s^3 + (H^2 + D_r^2 - 2A_r K_r) s^2 + (2HK_n - 2D_r K_r) s + (K_n^2 + K_r^2)}.$$

В связи с малостью коэффициентов K_r и D_r отрицательными слагаемыми слагаемым D_r^2 в знаменателе можно пренебречь, тогда

$$\Phi_r(s) = \frac{A_r s^2 + D_r s - K_r}{A_r s^4 + 2A_r D_r s^3 + H^2 s^2 + 2HK_n s + (K_n^2 + K_r^2)},$$

что может быть записано в виде

$$\Phi_r(s) = \frac{K_r}{K_r^2 + K_n^2} \cdot \frac{T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1}{(T_n^2 s^2 + 2\xi_n T_n s + 1)(T^2 s^2 + 2\xi T s + 1)} \quad (I.73)$$

Для постоянных времен и коэффициентов затухания имеем приближенные выражения:

$$T_n = \frac{A_r}{H}; \quad \xi_n = \frac{D_r}{H}; \quad T = \frac{H}{\sqrt{K_n^2 + K_r^2}}; \quad \xi = \frac{K_n}{\sqrt{K_n^2 + K_r^2}};$$

$$T_a = \sqrt{A_r / K_r}, \quad T_n < T_a < T.$$

Следует отметить, что величина K_r зависит от качества динамической настройки и может быть как положительной, так и отрица-

тельной.

Вид ЛАХ, соответствующий (1.73) для $K_r < 0$, представлен на рис. 1.15.

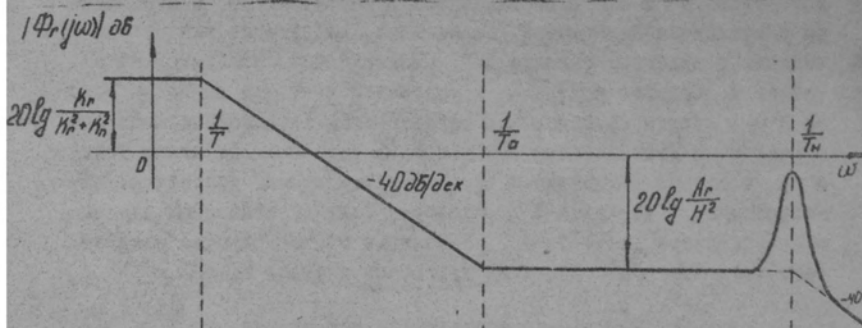


Рис. 1.15. Логарифмическая АЧХ ДНГ ($K_n \neq 0$, $K_r \neq 0$)

Сравнивая графики на рис. 1.11, 1.13, 1.15, можно заметить, что они различаются только на инфранизких частотах, меньших $\frac{1}{T_o} = \frac{D_r}{A_r}$. В зависимости от точности динамической настройки и влияния демпфирования поведение ДНГ на неподвижном основании под воздействием инфранизкочастотных возмущающих моментов будет различным. Следует также отметить, что такие параметры гироскопа, как D_r , K_r , K_n , определяющие низкочастотную часть ЛАХ, очень нестабильны. Они сильно зависят от температуры, времени работы прибора, при этом коэффициент K_r , характеризующий точность динамической настройки, может в одном и том же приборе в течение срока службы даже изменить знак, а низкочастотная часть ЛАХ не только может сильно деформироваться, но и изменять свой вид. Поэтому полученные графики можно использовать для получения только общего качественного представления о поведении ДНГ под воздействием инфранизкочастотных моментов.

Средне- и высокочастотная части ЛАХ на всех графиках одинаковы и не зависят от параметров K_n и K_r . Они отличаются наличием острого резонансного пика на нутационной частоте $\frac{1}{T_n} = \frac{H}{A_r}$, составляющей обычно сотни герц, что говорит о значительной возмущаемости ДНГ (так же как и трехстепенного свободного гироскопа) при воздействии внешних моментов на этой частоте. Поэтому рекомендуется принимать меры по снижению возмущающих

моментов, воздействующих на ДНГ на нутационной и близких к ней частотах.

Тем не менее, в выходном сигнале ДНГ, определяемом величиной углов α и β , всегда имеется составляющая, изменяющаяся с нутационной частотой. Кроме того, необходимо указать на наличие в выходном сигнале ДНГ составляющих, изменяющихся с частотой вращения ротора $\dot{\varphi}$ и удвоенной частотой вращения ротора $2\dot{\varphi}$. Первая составляющая определяется технологическими погрешностями динамической балансировки, установки датчиков угла и др., а вторая — движением ротора, определяемым моментами, изменяющимися с частотой $2\dot{\varphi}$, которые были опущены нами при выводе уравнений движения ДНГ. Указанные обстоятельства следует учитывать при проектировании гиросtabilизатора на ДНГ.

2. ДВУХОСНЫЙ ГИРОСТАБИЛИЗАТОР НА ДНГ

Динамически настраиваемый вибрационный гироскоп имеет две оси чувствительности, совпадающие с осями ξ , η , поэтому на одном ДНГ может быть построен двухосный индикаторный гиросtabilизатор. При построении одноосного гиросtabilизатора одна степень свободы ДНГ оказывается избыточной; по этой оси ДНГ может занимать произвольное положение относительно корпуса, что значительно снижает его точностные характеристики. Поэтому одноосные гиросtabilизаторы на ДНГ не нашли применения. Для построения трехосного индикаторного гиросtabilизатора необходимы два ДНГ.

Двухосный гиросtabilизатор на ДНГ изображен на рис. 2.1. Он содержит платформу I, на которой установлены объект стабилизации (на рисунке не указан) и ДНГ-2. Платформа подвешена в двухосном кардановом подвесе. Оси стабилизации 3 и 4 совпадают в начальном положении с осями ξ , η чувствительности ДНГ. На осях стабилизации установлены двигатели стабилизации 5 и 6, подключенные к соответствующим датчикам угла ДНГ через регуляторы 7, 8, которые обычно содержат усилители, корректирующие звенья, фильтры. Датчик угла ДНГ, регуляторы и двигатели, расположенные по каждой оси стабилизации, образуют автоматическую систему регулирования, осуществляющую слежение платформы за положением ротора ДНГ, или двухканальную систему стабилизации. В такой индикаторной системе регулирования ДНГ выполняет роль

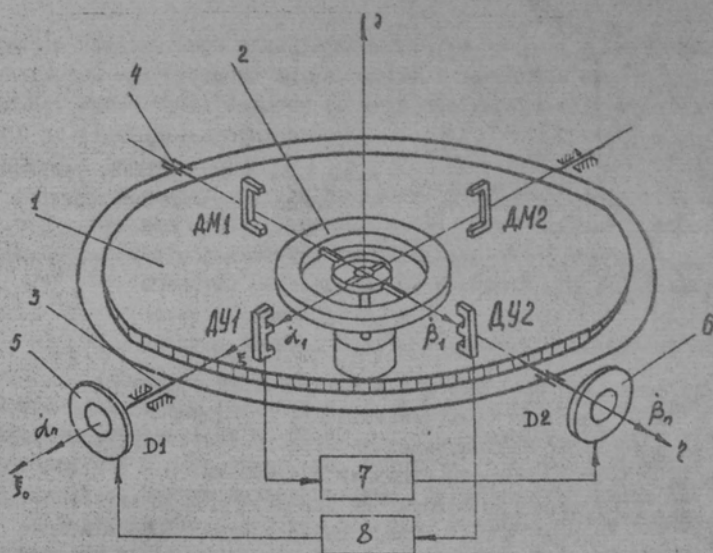


Рис. 2.1. Кинематическая схема гиростабилизатора

чувствительного элемента, измеряющего отклонение платформы от положения, заданного ротором гироскопа, не оказывая на нее практически какого-либо силового воздействия. Возмущающие моменты, приложенные к платформе, уравниваются в установившемся режиме моментами двигателей стабилизации, которые формируются регуляторами на основании информации об отклонении платформы, снимаемой с датчиков угла ДУГ.

Управление положением платформы осуществляется путем изменения положения ротора ДНГ в результате приложения моментов к ротору с помощью датчиков моментов управления ДМ1, ДМ2.

2.1. Уравнения движения. Структурная схема

Введем правую прямоугольную систему координат ξ, η, ζ , связанную с основанием, на котором установлен гиростабилизатор. Положение платформы гиростабилизатора, на которой закреплен корпус ДНГ, и связанной с корпусом системы координат ξ, η, ζ относительно основания зададим углами α_n, β_n последовательных поворотов трехгранника ξ, η, ζ вокруг осей стабилизации ξ_0 и η_0 (рис. 2.2).

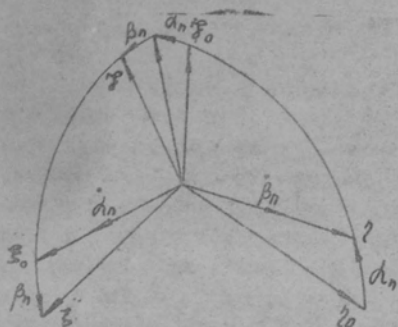


Рис. 2.2. К составлению уравнений движения гиросtabilизатора

Из сравнения рис. 2.2 и 1.2 следует, что $\dot{\alpha}_n \cos \beta_n \approx \omega_\xi$; $\dot{\beta}_n = \omega_\zeta$. Движение трехгранника $x y z$, определяющего положение ротора ДНГ относительно связанного с его корпусом трехгранника $\xi \zeta \zeta$, задано угловыми скоростями $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\beta}_1$ (см. рис. 1.4), проекции которых на оси ξ , ζ соответственно равны $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\beta}_1 \cos \alpha_1$. Проекции абсолютной скорости движения трехгранника $x y z$ относительно трехгранника $\xi_0 \zeta_0 \zeta_0$ на оси платформы ξ , ζ обозначим $\dot{\alpha}_r$ и $\dot{\beta}_r$. Их величины определяются суммой проекций на эти оси переносной угловой скорости движения корпуса ДНГ, определяемой угловыми скоростями $\dot{\alpha}_n$ и $\dot{\beta}_n$, и относительной скорости, определяемой проекциями $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\beta}_1$:

$$\dot{\alpha}_r = \dot{\alpha}_n \cos \beta_n + \dot{\alpha}_1; \quad \dot{\beta}_r = \dot{\beta}_n + \dot{\beta}_1 \cos \alpha_1. \quad (2.1)$$

Предполагая малость углов β_n и α_1 , примем

$$\cos \beta_n \approx 1, \quad \cos \alpha_1 \approx 1. \quad (2.2)$$

Тогда из (2.1) получим

$$\dot{\alpha}_r \approx \dot{\alpha}_n + \dot{\alpha}_1, \quad \dot{\beta}_r \approx \dot{\beta}_n + \dot{\beta}_1. \quad (2.3)$$

Уравнения движения платформы гиросtabilизатора составим относительно осей ξ и ζ по принципу Даламбера, учитывая инерционные моменты, вызванные вращением платформы с угловыми ускорениями

$\ddot{\alpha}_n$, $\ddot{\beta}_n$, демпфирующие моменты, стабилизирующие моменты двигателей и моменты внешних сил

$$\begin{aligned} J_n \ddot{\alpha}_n + D_n \dot{\alpha}_n + M_\xi^3 &= N_\xi^6, \\ J_n \ddot{\beta}_n + D_n \dot{\beta}_n + M_\zeta^3 &= N_\zeta^6. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Каналы стабилизации приняты идентичными, а угол β_n поворота платформы — достаточно малым, чтобы выполнялось первое условие (2.2). Кроме того, опущены за малостью все моменты воздействия ДНГ на платформу стабилизатора.

Обозначения:

J_n — момент инерции платформы относительно осей ξ, η ;

D_n — коэффициент демпфирования, определяемый в основном демпфированием в двигателях стабилизации D_1, D_2 ;

M_ξ^g, M_η^g — моменты, создаваемые двигателями D_1, D_2 вокруг осей ξ и η соответственно;

N_ξ, N_η — моменты внешних сил, приложенные к платформе вокруг осей ξ, η .

Поскольку моменты двигателей M_ξ^g и M_η^g формируются регуляторами системы стабилизации по углам α, β , рассогласования между ротором ДНГ и платформой, то, очевидно, уравнения движения платформы (2.4) должны быть дополнены уравнениями движения ДНГ.

Будем считать, что все условия, обеспечивающие высокую точность ДНГ как датчика положения, выполнены, т.е. проведена динамическая настройка, минимизация моментов аэродинамического сопротивления и связанного с этим момента двигателя, а точность стабилизации платформы достаточно высока, чтобы считать углы

α, β малыми. Тогда в качестве уравнений движения ДНГ можно воспользоваться выражениями (1.45), если в них заменить ω_ξ, ω_η на введенные в данном разделе новые обозначения для скоростей движения платформы вокруг осей ξ и η — $\dot{\alpha}_n, \dot{\beta}_n$ и добавить ранее опущенные внешние моменты M_ξ^g и M_η^g :

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\alpha}_1 + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\alpha}_1 + (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\beta}_1 = - (A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\alpha}_n + (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}) \dot{\psi} \dot{\beta}_n + M_\xi^g, \quad (2.5)$$

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\beta}_1 + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\beta}_1 - (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\alpha}_1 = - (A + B_1) \ddot{\beta}_n + (C + \frac{C_1 + B_1 - A_1}{2}) \dot{\psi} \dot{\alpha}_n + M_\eta^g.$$

Учитывая (2.3), получим

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\alpha}_r + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\alpha}_r + (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\beta}_r = (\frac{A_1 + B_1 - C_1}{2}) \dot{\psi} \dot{\beta}_n + M_\xi^g; \quad (2.6)$$

$$(A + \frac{1}{2} B_1) \ddot{\beta}_r + \frac{1}{2} (D_\alpha + D_\beta) \ddot{\beta}_r - (C + B_1) \dot{\psi} \dot{\alpha}_r = - (\frac{A_1 + B_1 - C_1}{2}) \dot{\psi} \dot{\alpha}_n + M_\eta^g.$$

Введем обозначение

$$\frac{(A_1 + B_1 - C_1)}{2} = A_k. \quad (2.7)$$

Учтем выражения (1.50) и запишем уравнения (2.4), (2.6) в операторной форме, приняв, что

$$\begin{aligned} M_{\Sigma}^g &= K_y W_p(s) \alpha_1, \\ M_{\Sigma}^g &= K_y W_p(s) \beta_1, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $K_y W_p(s)$ — передаточная функция регулятора, а $K_y = K_{\Sigma} K_p K_m$.

Здесь K_{Σ} — коэффициент передачи датчика угла ДНГ,

K_m — коэффициент передачи по моменту двигателя стабилизации.

В результате получаем

$$\begin{aligned} J_n s^2 \alpha_n + D_n s \alpha_n + K_y W_p(s) \alpha_1 &= N_{\Sigma}^g, \\ J_n s^2 \beta_n + D_n s \beta_n + K_y W_p(s) \beta_1 &= N_{\Sigma}^g, \\ A_r s^2 \alpha_r + D_r s \alpha_r + H s \beta_r &= A_k \psi s \beta_n + M_{\Sigma}^g, \\ A_r s^2 \beta_r + D_r s \beta_r - H s \alpha_r &= -A_k \psi s \alpha_n + M_{\Sigma}^g, \\ \alpha_r &= \alpha_n + \alpha_1, \\ \beta_r &= \beta_n + \beta_1. \end{aligned} \quad (2.9)$$

На основании полученных уравнений на рис. 2.3 представлена структурная схема гиросtabilизатора на ДНГ.

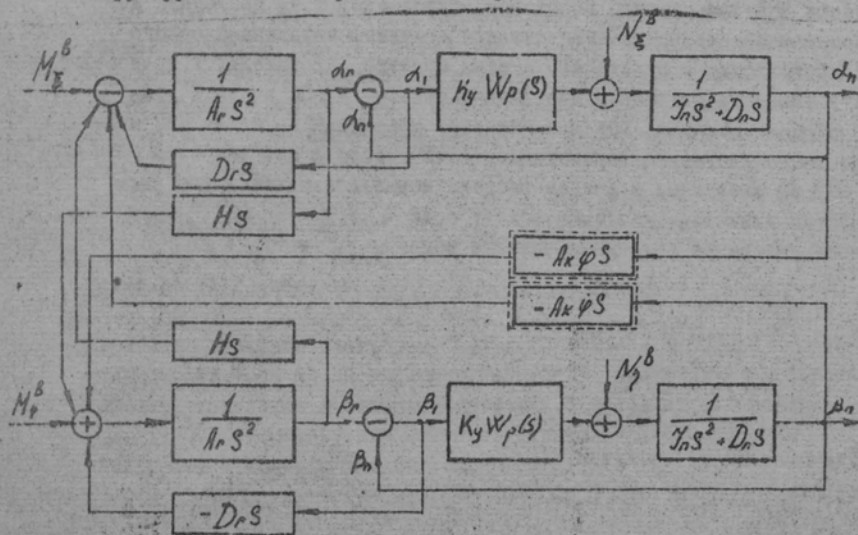


Рис. 2.3. Структурная схема двухосного гиросtabilизатора на ДНГ

В настоящей схеме можно выделить два канала регулирования по координатам α_n , β_n , определяющим положение платформы,

между которыми имеются перекрестные связи по гироскопическому моменту, определяемые звеньями с передаточной функцией, равной $1/s$. Пунктиром обозначены дополнительные перекрестные связи, имеющиеся в данном гиросtabilизаторе в отличие от гиросtabilизатора на трехстепенном свободном гироскопе.

Обозначим передаточную функцию одного канала системы стабилизации, структурная схема которой изображена на рис. 2.4, как $\Phi_{cc}(s)$, при этом

$$\Phi_{cc}(s) = \frac{K_y \cdot W_p(s)}{J_n s^2 + D_n s + K_y W_p(s)} = \frac{\alpha_n}{\alpha_r} = \left(\frac{\beta_n}{\beta_r} \right). \quad (2.10)$$

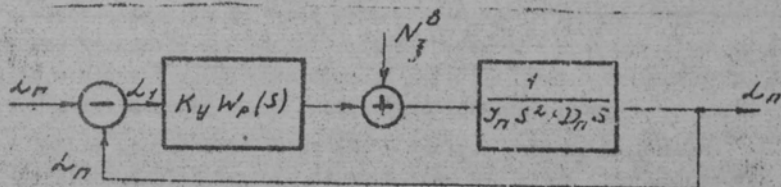


Рис. 2.4. Структурная схема системы стабилизации

Тогда структурная схема на рис. 2.3 может быть последовательно преобразована в виду, изображенному на рис. 2.5, а затем — на рис. 2.6.

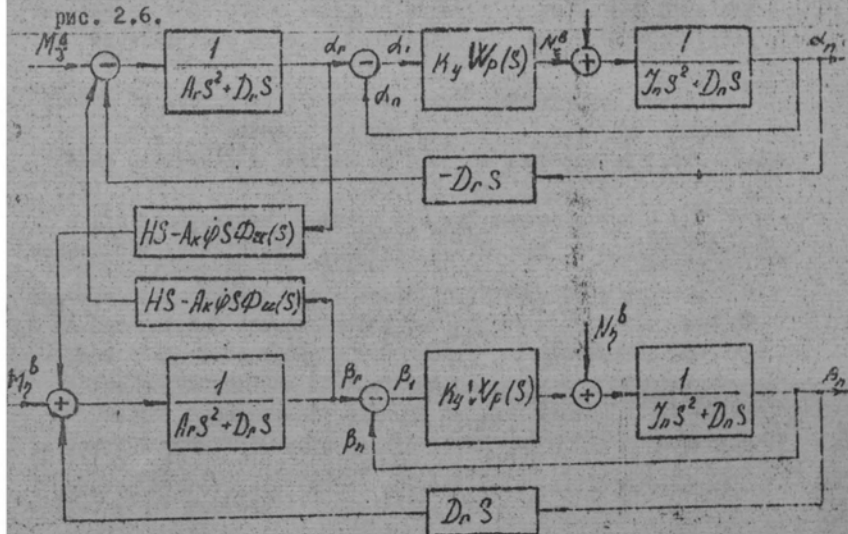


Рис. 2.5. Преобразованная структурная схема гиросtabilизатора

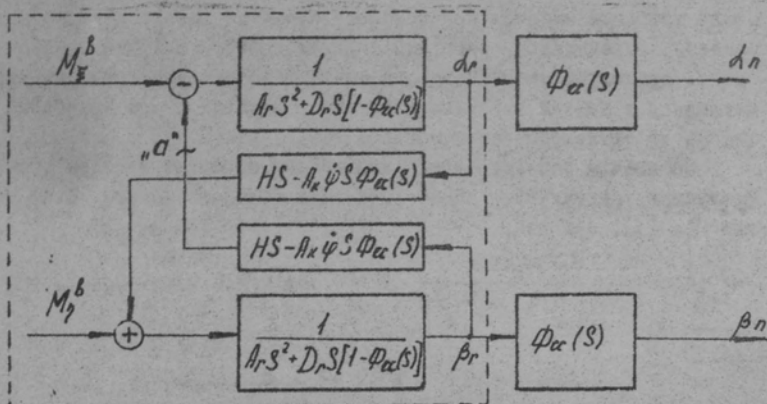


Рис. 2.6. Преобразованная структурная схема гиросtabilизатора

Настоящий вид структурной схемы гиросtabilизатора на ДНГ характерен тем, что в нем каждый канал системы стабилизации выделен в отдельный самостоятельный элемент, подключенный к автоматической системе, структурная схема которой обведена на рис. 2.6 пунктиром. Последняя по форме совпадает со структурной схемой ДНГ на неподвижном основании (см. рис. 1.10), однако элементы передаточных функций входящих в нее звеньев зависят от передаточной функции одноканальной системы стабилизации $\Phi_{cc}(s)$.

Составим передаточную функцию гиросtabilизатора по одному из выходов (например, d_n) относительно момента (M_E^b), воздействующего на гироскоп по тому же каналу, в следующем виде:

$$\Phi(s) = \Phi_r(s) \cdot \Phi_{cc}(s), \quad (2.11)$$

где $\Phi_r(s)$ — передаточная функция системы, структурная схема которой обведена на рис. 2.6 пунктиром, определяется выражением

$$\Phi_r(s) = \frac{A_r s^2 + D_r s [1 - \Phi_{cc}(s)]}{1 + \frac{[HS - A_k \dot{\varphi} s \Phi_{cc}(s)]^2}{\{A_r s^2 + D_r s [1 - \Phi_{cc}(s)]\}^2}} \quad (2.12)$$

или после преобразований

$$\Phi_r(s) = \frac{1}{s} \frac{A_r s + D_r [1 - \Phi_{cc}(s)]}{A_r s^2 + 2A_r D_r s [1 - \Phi_{cc}(s)] + D_r^2 [1 - \Phi_{cc}(s)]^2 + [HS - A_k \dot{\varphi} s \Phi_{cc}(s)]^2} \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) представляет собой передаточную функцию

ДНГ на подвижном основании, которым является платформа гиростабилизатора. Оно отличается от передаточной функции трехстепенного свободного гироскопа дополнительным слагаемым $A_k \Phi \Phi_{cc}(s)$ в последнем члене знаменателя, а от передаточной функции ДНГ на неподвижном основании (Т.67) -- дополнительным множителем $[1 - \Phi_{cc}(s)]$ при коэффициенте демпфирования D_r .

2.2. Устойчивость гиростабилизатора на ДНГ

Обратимся к передаточной функции гиростабилизатора, определяемой выражением (2.II). Известно, что в устойчивом гиростабилизаторе все корни $\Phi(s)$ должны быть расположены на комплексной плоскости слева от мнимой оси. Из (2.II) следует, что слева от мнимой оси должны быть расположены как корни $\Phi_r(s)$, так и корни $\Phi_{cc}(s)$ (при этом допускается один нулевой корень в $\Phi_r(s)$, как это будет показано ниже).

Таким образом, можно считать, что гиростабилизатор устойчив, если устойчивы отдельно система стабилизации и ДНГ на подвижном основании.

Такой подход позволяет рассчитывать систему стабилизации гиростабилизатора независимо от ДНГ, что важно для упрощения расчетов. При этом, однако, учитываются некоторые требования к системе стабилизации, характеризующиеся применением ДНГ в качестве чувствительного элемента гиростабилизатора, определенные в конце первой главы, и требования, вытекающие из необходимости обеспечения устойчивости ДНГ на подвижном основании, вытекающие из анализа передаточной функции $\Phi_r(s)$. Такой подход возможен, поскольку влияние передаточной функции $\Phi_{cc}(s)$ на устойчивость ДНГ невелико, как это будет показано в данном разделе.

Расчет системы стабилизации может проходиться известными методами, изложенными, например, в [3, 8]. Особенности такого расчета, связанные с применением ДНГ, отмечены в разделе 2.3. В данном разделе примем, что параметры системы стабилизации выбраны и что этот выбор обеспечивает устойчивость и заданное качество регулирования по выходной координате $\alpha_n(\beta_n)$.

Влияние передаточной функции системы стабилизации $\Phi_{cc}(s)$ на устойчивость ДНГ, установленного на платформу гиростабилизатора, может быть определено из выражения (2.I3). Так, если считать, что основание неподвижно, т.е.

$$\Phi_{cc}(s) = 0,$$

то

$$\Phi_r(s) = \frac{1}{s} \frac{A_r s + D_r}{A_r s^2 + 2A_r D_r s + (H^2 + D_r^2)},$$

что совпадает с передаточной функцией идеального ДНГ на неподвижном основании, определенной выражением (1.67), а также с передаточной функцией трехстепенного гироскопа. Это выражение имеет один нулевой корень и на основании критерия устойчивости Гурвица соответствует неустойчивой системе. Однако, если составить передаточную функцию по скорости ДНГ

$$\Phi'_r(s) = \frac{\partial \theta}{\partial t} = s \Phi_r(s) = \frac{A_r s + D_r}{A_r s^2 + 2A_r D_r s + (H^2 + D_r^2)},$$

то она не будет содержать нулевого корня, что соответствует устойчивой системе при $D_r > 0$. Это отражает известное свойство трехстепенного гироскопа, заключающееся в том, что асимптотически устойчивый по угловой скорости гироскоп является нейтральным по угловому положению. В дальнейшем под устойчивым гироскопом будем понимать прибор, устойчивый по угловой скорости, как это принято в литературе.

Таким образом, идеальный ДНГ на неподвижном основании при $D_r > 0$ устойчив, как это и было более подробно показано в разделе I.

Если, наоборот, принять, что система стабилизации идеальна, т.е. $\Phi_{cc}(s) = 1$, то выражение (2.13) принимает вид

$$\Phi_r(s) = \frac{A_r}{A_r s^2 + [H - A_k \Phi]^2} \quad (2.14)$$

При этом $\Phi_r(s)$ имеет два чисто мнимых корня, что соответствует неустойчивой системе. Таким образом, стремление к идеальной системе стабилизации приводит к неустойчивости ДНГ и всего стабилизатора и поэтому нецелесообразно.

Это объясняется тем, что при идеальной работе системы стабилизации относительные скорости между ротором ДНГ и платформой вокруг осей чувствительности равны нулю, что соответствует отсутствию демпфирующих моментов и, как следствие, неустойчивости гиростабилизатора.

Реальная система стабилизации имеет ограниченную полосу частот обработки входного сигнала. Типовая асимптотическая ЛАХ системы стабилизации может быть построена по ее передаточной функции (2.10). Для случая $\omega_p(s) = 1$ она изображена на рис. 2.7.

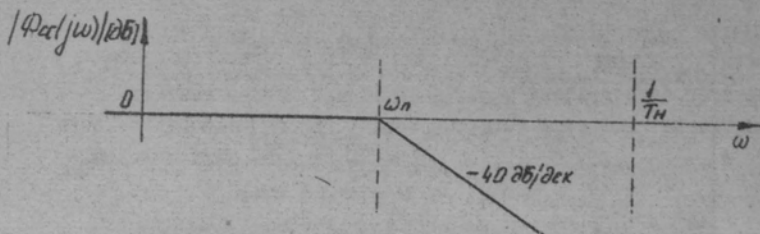


Рис. 2.7. ЛАХ замкнутой системы стабилизации

Круговая частота ω_n определяет полосу пропускания системы стабилизации.

Выбор $W_p(s) \neq 1$ обычно не изменяет типового характера амплитудной характеристики, который определяется тем, что до частоты ω_n амплитудно-частотная характеристика близка к единице, а в зоне высоких частот, превышающих ω_n , стремится к нулю. Если выбрать ω_n значительно меньше нутационной частоты гироскопа $\frac{1}{T_n}$ (что всегда имеет место в гиростабилизаторах на ДНГ), то амплитудная характеристика системы стабилизации на частотах, близких к нутационной, практически оказывается близкой к нулю.

Для определения устойчивости ДНГ с реальной системой стабилизации разомкнем структурную схему ДНГ на подвижном основании, выделенную пунктиром на рис. 2.6, в точке α , и составим передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_r(s) = \frac{[H - A_k \Phi \Phi_{cc}(s)]^2}{[A_r s + D_r [1 + \Phi_{cc}(s)]]^2} \quad (2.15)$$

Для частного случая $\Phi_{cc}(j\omega) = 0$, что соответствует неподвижному основанию, это выражение можно представить в виде

$$W_r(s) = \frac{H^2}{D_r^2} \frac{1}{(T_\alpha s + 1)^2}; \quad T_\alpha = \frac{A_r}{D_r} \quad (2.16)$$

Соответствующая ЛАХ и ФЧХ представлены на рис. 2.8.

Здесь важно отметить, что устойчивость ДНГ в данном случае определяется поведением ЛАХ в окрестности частоты среза ω_{cr} , равной нутационной частоте гироскопа. Полагая, что ЛАХ ДНГ с реальной системой стабилизации пересекает ось децибел также на частоте, близкой к нутационной, и имея в виду, что на этой частоте модуль $\Phi_{cc}(j\omega)$ близок к нулю, получаем возможность пренебречь в выражении (2.15) слагаемыми с $\Phi_{cc}(s)$ и представить его в виде (2.16).

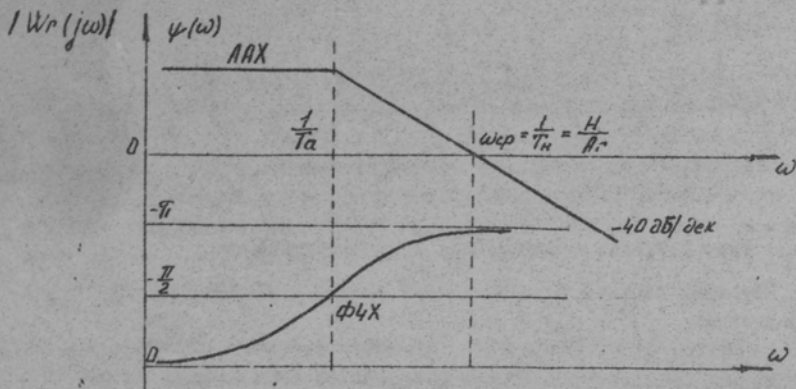


Рис. 2.8. ЛАХ и ФЧХ разомкнутого ДНГ

Отсюда можно сделать вывод, что при правильном выборе параметров системы стабилизации ее влияние на устойчивость ДНГ может не учитываться. В этом случае устойчивость ДНГ, установленного на платформе гиросtabilизатора, может быть определена на основании полученных выше условий устойчивости ДНГ на неподвижном основании.

Для получения количественных соотношений, определяющих степень влияния передаточной функции системы стабилизации на устойчивость гиросtabilизатора на ДНГ, произведем подстановку

$S = j\omega$ в выражении (2.15) для передаточной функции $W_r(s)$ и получим частотную характеристику разомкнутого ДНГ

$$W_r(j\omega) = \frac{[H - A_k \Phi \Phi_{cc}(j\omega)]^2}{\{A_r j\omega + D_r [1 - \Phi_{cc}(j\omega)]\}^2} \quad (2.17)$$

Представим частотную характеристику замкнутой системы стабилизации $\Phi_{cc}(j\omega)$ в следующем виде:

$$\Phi_{cc}(j\omega) = A_{cc}(\omega) [\cos \psi_{cc}(\omega) + j \sin \psi_{cc}(\omega)] \quad (2.18)$$

где $A_{cc}(\omega)$ и $\psi_{cc}(\omega)$ — соответственно амплитудная и фазовая характеристики системы стабилизации.

Подставим (2.18) в выражение (2.17) для $W_r(j\omega)$, тогда

$$W_r(j\omega) = \frac{[H - A_k \Phi A_{cc}(\omega) [\cos \psi_{cc}(\omega) + j \sin \psi_{cc}(\omega)]]^2}{[A_r j\omega + D_r [1 - A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega) - j A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]]^2}$$

или

$$W_r(j\omega) = \left\{ \frac{H - A_k \varphi A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega) - j [A_k \varphi A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]}{D_r [1 - A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega)] + j [A_r \omega - D_r A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]} \right\}^2 \quad (2.19)$$

Вычислив модуль настоящей функции комплексного переменного, получим выражение для амплитудно-частотной характеристики разомкнутого ДНГ

$$|W_r(j\omega)| = \sqrt{W_r(j\omega) \cdot W_r(-j\omega)} = \frac{[H - A_k \varphi A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega)]^2 + [A_k \varphi A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]^2}{D_r^2 [1 - A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega)]^2 + [A_r \omega - D_r A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]^2} \quad (2.20)$$

Если, как и ранее, предположить, что на высоких частотах, значительно превышающих частоту ω_n системы стабилизации, влияние $A_{cc}(\omega)$ стремится к нулю, то, пренебрегая слагаемыми с $A_{cc}(\omega)$ в выражении (2.20), получим

$$|W_r(j\omega)| = \frac{H^2}{A_r^2 \omega^2 + D_r^2}; \quad \omega \gg \omega_n. \quad (2.21)$$

В этом случае ЛАХ разомкнутого ДНГ пересечет ось нуля децибел при частоте ω_n , которая определится из выражения

$$|W_r(j\omega_n)| = \frac{H^2}{A_r^2 \omega_n^2 + D_r^2} = 1; \quad \omega_n \gg \omega_n.$$

Отсюда $\omega_n^2 = (H^2 - D_r^2) / A_r^2$, или учитывая, что $H^2 \gg D_r^2$, получаем

$$\omega_n \approx \frac{H}{A_r}, \quad (2.22)$$

что совпадает с нутационной частотой ДНГ. Очевидно, что полученное соотношение справедливо только в случае, если нутационная частота ω_n значительно превышает частоту ω_n системы стабилизации, что, как указывалось, всегда выполняется в стабилизаторах на ДНГ.

С целью определения запаса устойчивости по фазе умножим внутри фигурных скобок выражения (2.19) числитель и знаменатель на

$$D_r [1 - A_{cc}(\omega) \cos \psi_{cc}(\omega)] - j [A_r \omega - D_r A_{cc}(\omega) \sin \psi_{cc}(\omega)]$$

и опустим для простоты записи аргумент, от которого зависят функции $A_{cc}(\omega)$ и $\psi_{cc}(\omega)$. Это позволяет записать выражение для частотной характеристики $W_r(j\omega)$ в виде

$$W_r(j\omega) = \left\{ \frac{(H - A_k \varphi A_{cc} \cos \psi_{cc}) D_r (1 - A_{cc} \cos \psi_{cc}) - A_k \varphi A_{cc} \sin \psi_{cc} (A_r \omega - D_r A_{cc} \sin \psi_{cc})}{D_r^2 (1 - A_{cc} \cos \psi_{cc})^2 + (A_r \omega - D_r A_{cc} \sin \psi_{cc})^2} - j \frac{(H - A_k \varphi A_{cc} \cos \psi_{cc}) (A_r \omega - D_r A_{cc} \sin \psi_{cc}) + A_k \varphi A_{cc} \sin \psi_{cc} D_r (1 - A_{cc} \cos \psi_{cc})}{D_r^2 (1 - A_{cc} \cos \psi_{cc})^2 + (A_r \omega - D_r A_{cc} \sin \psi_{cc})^2} \right\}^2 \quad (2.23)$$

Отсюда выражение для фазовой частотной характеристики $\psi_r(\omega)$ может быть записано в следующем виде:

$$\psi_r(\omega) = \alpha \omega g W_r(j\omega) = 2\alpha \omega \operatorname{ctg} \quad (2.24)$$

$$\left[\frac{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc})(A_r \omega - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}) + A_k \sin \psi_{cc} \psi A_{cc}^* D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc})}{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}) D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}) - A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc} (A_r \omega - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc})} \right].$$

Для определения запаса устойчивости по фазе необходимо знать значение $\psi_r(\omega)$ в точке пересечения ЛАХ оси абсцисс, т.е. в точке

$$\omega_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{A_r}.$$

Подставим это значение частоты в (2.24) $\psi_r(\omega_n) = 2\alpha \omega \operatorname{ctg}$

$$\left[\frac{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^* X H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*) + A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*)}{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) - A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* (H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*)} \right]. \quad (2.25)$$

Здесь верхний индекс (*) означает, что функции $A_{cc}(\omega)$ и $\psi_{cc}(\omega)$ берутся при $\omega = \omega_n$, т.е.

$$A_{cc}^* = A_{cc}(\omega_n); \quad \psi_{cc}^* = \psi_{cc}(\omega_n). \quad (2.26)$$

Введем обозначение

$$F^* = \frac{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^* X H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*) + A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*)}{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) - A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* (H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*)}. \quad (2.27)$$

Тогда, используя тригонометрические зависимости, выражение (2.25) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \psi_r(\omega_n) &= 2\alpha \omega \operatorname{ctg} [-F^*] - 2\alpha \omega \operatorname{ctg} F^* = \\ &= -2 \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \omega \operatorname{ctg} F^* \right] = -2 \left[\frac{\pi}{2} - \alpha \omega \operatorname{ctg} \frac{1}{F^*} \right]. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Поскольку предполагается, что A_{cc}^* очень мала, то из (2.27) следует, что величина $\frac{1}{F^*}$ имеет порядок $\frac{D_r}{H}$, т.е. также очень мала. Это позволяет представить выражение (2.28) приближенно в виде

$$\psi_r(\omega_n) \approx -2 \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{F^*} \right]. \quad (2.29)$$

Запас устойчивости по фазе $\Delta \psi_r(\omega_n)$ определяется как сумма π и фазы $\psi_r(\omega)$ в точке, где $|W_r(j\omega)|$ пересекает ось частот, т.е. при частоте ω_n .

Таким образом,

$$\Delta \psi_r(\omega_n) = \pi + \psi_r(\omega_n) \approx \pi - 2 \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{F^*} \right] \approx \frac{2}{F^*}. \quad (2.30)$$

Подставляя сюда обозначение (2.27), получаем

$$\begin{aligned} \Delta \psi_r(\omega_n) &\approx \\ &\approx \frac{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) - A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* (H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*)}{(H - A_k \psi A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) X H - D_r A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* + A_k \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^* D_r (1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*)}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

В связи с малостью A_{cc}^* и D_r можно пренебречь в знаменателе всеми слагаемыми по сравнению с H^2 , тогда после преобразо-

ваний в числителе получаем

$$\Delta\psi_r(\omega_n) \approx \frac{1}{N} \{ N [D_r(1 - A_{cc}^* \cos \psi_{cc}^*) - A_{cc} \psi A_{cc}^* \sin \psi_{cc}^*] + D_r A_r \psi A_{cc}^* (A_{cc}^* - \cos \psi_{cc}^*) \}. \quad (2.32)$$

Выражение (2.32) позволяет определить запас по фазе идеального ДНГ, установленного на платформу гиросtabilизатора, если известна частотная характеристика системы стабилизации. Некоторые выводы об устойчивости ДНГ могут быть сделаны в общем виде.

Так, если основание, на котором установлен ДНГ, неподвижно, то следует принять, что $A_{cc}^* = 0$; тогда

$$\Delta\psi_r(\omega_n) = \frac{D_r}{N},$$

что подтверждает ранее полученное заключение, что идеальный ДНГ на неподвижном основании устойчив при наличии демпфирования.

Если система стабилизации идеальна, то $A_{cc}^* = 1$, $\psi_{cc}^* = 0$. В этом случае $\Delta\psi_r(\omega_n) = 0$, и ДНГ неустойчив. Этот вывод также был получен ранее.

Влияние реальной системы стабилизации на величину запаса по фазе увеличивается с уменьшением демпфирования. Действительно, при $D_r = 0$ из выражения (2.32) следует, что знак $\Delta\psi_r$ определяется только параметрами системы стабилизации. Однако при реальных значениях D_r такое влияние оказывается очень незначительным, что обуславливается малостью амплитуды A_{cc}^* при $\omega_n \ll \omega_n$, как это следует из рис. 2.8. Кроме того, с целью увеличения помехозащищенности системы стабилизации на ДНГ в ее регулятор вводят фильтры, еще больше снижающие амплитуду A_{cc}^* (подробнее об этом указано в разделе 2.3). Это дает основание в большинстве практических случаев пренебречь в выражении (2.32) членами с A_{cc}^* и принять запас по фазе $\Delta\psi_r$ равным запасу по фазе ДНГ на неподвижном основании.

Таким образом, возвращаясь к передаточной функции (2.II), можно практически считать, что двухосный гиросtabilизатор на ДНГ устойчив, если устойчивы отдельно ДНГ на неподвижном основании и система стабилизации.

Что касается качества регулирования, то оно зависит от места приложения возмущающего воздействия. Если возмущающий момент приложен к гироскопу, то качество переходного процесса определяется близкими к мнимой оси двумя комплексно-сопряженными корнями передаточной функции ДНГ $\Phi_r(s)$ (см. рис. I.II), характеризующими слабо затухающие нутационные колебания гироско-

па, и поэтому будет низким. Однако этот случай не имеет большого практического значения, так как величина возмущающих моментов гироскопа в современных ДНГ очень мала.

Если возмущающий момент N приложен к платформе гиростабилизатора, то качество переходного процесса определяется в основном передаточной функцией $\Phi_{cc}(s)$ системы стабилизации, поскольку обратное влияние движения системы стабилизации на ДНГ незначительно, как показано выше.

2.3. Общие принципы формирования регулятора системы стабилизации

В предыдущем разделе предполагалось, что параметры системы стабилизации, обеспечивающие ей заданную точность и необходимые динамические свойства, выбраны. При синтезе системы стабилизации можно основываться на методах проектирования системы стабилизации на трехстепенном астатическом гироскопе [1], [3], поскольку между этими двумя гиростабилизаторами много общего. Однако при этом необходимо учитывать некоторые особенности системы стабилизации, связанные с применением в качестве чувствительного элемента ДНГ. К ним следует отнести прежде всего высокую статическую точность системы стабилизации, поскольку от нее зависит точность самого ДНГ как датчика положения платформы гиростабилизатора, а также наличие значительного числа помех на входе системы, определяемых спецификой кинематики и съема выходного сигнала с вращающегося ротора ДНГ. Эти особенности накладывают отпечаток на структуру и параметры регулятора системы стабилизации. В настоящем разделе представлены принципы формирования регулятора одноканальной системы стабилизации. При этом предполагается, что параметры объекта стабилизации, платформы, подвеса и привода, а также ДНГ заданы или уже определены.

Структурная схема одноканальной системы стабилизации представлена на рис. 2.4, а ее уравнение движения — одним из выражений (2.4).

Передаточная функция одноканальной системы стабилизации по углу платформы α_n в отношении угла гироскопа α_r имеет вид:

$$\Phi_{cc}(s) = \frac{W_{cc}(s)}{1 + W_{cc}(s)} = \frac{\alpha_n}{\alpha_r}, \quad (2.33)$$

где $W_{cc}(s)$ — передаточная функция разомкнутой системы стабилизации.

Структура и параметры автоматической системы стабилизации определяются передаточной функцией $\Phi_{cc}(s)$. Поэтому задачей проектирования в рамках настоящего раздела является синтез передаточной функции $\Phi_{cc}(s)$ на основании выражения (2.33), который может быть сведен к более простой задаче формирования передаточной функции разомкнутой системы $W_{cc}(s)$. Если ограничиться при этом только неминимально-фазовыми системами, в которых имеется однозначная связь между амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками, то удобно воспользоваться методом логарифмических амплитудно-частотных характеристик.

Задачей синтеза является создание такой системы стабилизации, которая обладала бы высокими динамическими качествами с точки зрения эффективного подавления быстроменяющихся возмущающих воздействий; что касается отработки управляющих воздействий при изменении входного сигнала системы стабилизации α_r , связанной с коррекцией положения системы координат, моделируемой ДНГ, относительно которой измеряются ошибки стабилизации, то эти воздействия изменяются очень медленно и не влияют на динамику системы стабилизации.

Действительно, выражение для передаточной функции системы стабилизации по ошибке при отработке входного воздействия имеет вид

$$\Phi_{\Sigma}(s) = \frac{1}{1 + W_{cc}(s)} = \frac{\alpha_n - \alpha_r}{\alpha_r} \quad (2.34)$$

Поскольку на очень низких частотах управления модуль частотной характеристики $|W_{cc}(j\omega)|$ во много раз превышает единицу, то ошибка $(\alpha_n - \alpha_r)$ на этих частотах близка к нулю практически независимо от вида передаточной функции $W_{cc}(s)$.

2.3.1. Формирование низкочастотной части ЛАХ

Низкочастотная часть ЛАХ системы стабилизации, охватывающая частоты, значительно меньшие частоты среза, формируется на основе требований по точности стабилизации.

На основании рис. 2.4 выражение для передаточной функции системы стабилизации относительно момента, приложенного к платформе, может быть записано в виде

$$\Phi_n(s) = \frac{\alpha_n}{N^6} = \frac{W_0(s)}{1 + W_{cc}(s)}, \quad (2.35)$$

где

$$W_0(s) = \frac{1}{J_n s^2 + D_n s} = \frac{1}{D_n s (T_0 s + 1)} \quad (2.36)$$

передаточная функция объекта стабилизации, а в изображении момента N^6 опущен нижний индекс, указывающий ось, по которой он действует;

$T_0 = \frac{J_n}{D_n}$ — постоянная времени объекта стабилизации.

В результате выражение для передаточной функции разомкнутой системы стабилизации $W_{cc}(s)$ может быть представлено в виде

$$W_{cc}(s) = K_y W_p(s) W_0(s) = \frac{K_y W_p(s)}{D_n s (T_0 s + 1)} \approx \frac{K_c W_p(s)}{s (T_0 s + 1)}, \quad (2.37)$$

где $K_c = K_y / D_n$ — добротность по скорости.

На низких частотах

$$|W_{cc}(j\omega)| \gg 1, \quad (2.88)$$

поэтому выражение для передаточной функции $\Phi_n(s)$ может быть приближенно записано в виде

$$\Phi_n(s) = \frac{\alpha_n}{N^6} \approx \frac{W_0(s)}{W_{cc}(s)}. \quad (2.39)$$

Отсюда получаем выражение для ошибки стабилизации под действием моментного возмущения

$$\alpha_n = \frac{W_0(s)}{W_{cc}(s)} N^6. \quad (2.40)$$

Здесь N^6 включает в себя все моментные возмущения, действующие на платформу гиросtabilизатора. Достаточно полный их перечень представлен, например, в [8]. В разных условиях эксплуатации и применения стабилизатора роль различных моментных возмущений неодинакова. В настоящее время гиросtabilизаторы на ДНГ применяются в основном в инерциальных системах навигации. В этих условиях наибольшими из моментных возмущений следует считать моменты трения, демпфирующие моменты, возникающие при обкатке, моменты токоподводов [1].

Рассмотрим сначала инфранизкие частоты, близкие к нулевым. Здесь на платформу стабилизатора действуют близкие к постоянным моменты N_0^6 , состоящие в основном из моментов трения и тяжения токоподводов. Амплитуда ошибки стабилизации на этих частотах α_n^0 определяется из (2.40)

$$\alpha_n^0 = \frac{|W_0(j\omega)|}{|W_{cc}(j\omega)|} N_0^6. \quad (2.41)$$

Поскольку на инфранизких частотах, меньших $\frac{1}{T_0}$,

$$|W_0(j\omega)| = \frac{1}{D_n \omega}$$

из (2.41) получаем

$$\alpha_n^0 = \frac{N_0^0}{D_n \omega |W_{cc}(j\omega)|} \quad (2.42)$$

Для того чтобы ошибка стабилизации α_n^0 не превосходила некоторого значения α_{gon}^0 , необходимо выполнение неравенства

$$|W_{cc}(j\omega)| \geq \frac{N_0^0}{D_n \omega \alpha_{gon}^0} \quad (2.43)$$

Это позволяет построить запретную зону, ниже которой не должно опускаться ЛАХ системы стабилизации на ДНГ, чтобы ошибка стабилизации на инфранизких частотах не превышала заданного значения. Эта зона, очевидно, ограничена прямой

$$20 \lg |W_{cc}(j\omega)| = 20 \lg \frac{N_0^0}{D_n \alpha_{gon}^0} - 20 \lg(\omega), \quad (2.44)$$

отмеченной на рис. 2.9 цифрой I.

Для построения запретной зоны ЛАХ на низких частотах кроме момента N_0^0 учтем моменты обкатки, возникающие при качке основания.

В гиросtabilизаторах на ДНГ применяются в основном безредукторные приводы, в которых возникают только моменты скоростной обкатки. Поэтому выражение для моментов обкатки имеет вид

$$N_{обк} = D_n s \Theta, \quad (2.45)$$

где Θ — угол качки основания.

Ошибка стабилизации, вызванная моментами обкатки, может быть записана на основании (2.40) и (2.45) следующим образом:

$$\alpha_n^{обк} = \frac{W_c(s)}{W_{cc}(s)} D_n s \Theta. \quad (2.46)$$

Выражение для амплитуды $\alpha_{обк}^m$ ошибки от обкатки на качке имеет следующий вид:

$$\alpha_{обк}^m = \frac{|W_c(j\omega)|}{|W_{cc}(j\omega)|} D_n \omega \Theta_m \quad (2.47)$$

или с учетом (2.36)

$$\alpha_{обк}^m = \frac{D_n \omega \Theta_m}{|D_n j\omega (T_0 j\omega + 1)| |W_{cc}(j\omega)|} \quad (2.48)$$

здесь Θ_m — амплитуда угла качки.

Суммарная ошибка на качке определяется как моментом обкатки, так и моментами трения и тяжения токоподводов. Если отбиро-

силь всплеск ошибки стабилизации, определяемый изменением знака момента трения при перемене знака скорости платформы относительно основания, то амплитуда суммарной ошибки α_n^m вычисляется из выражения

$$\alpha_n^m = \alpha_{\text{оск}}^m + \alpha_n^o, \quad (2.49)$$

где $\alpha_n^o = \frac{N_2}{K_y}$ — установившаяся ошибка от действия постоянных моментов N_2^o .

Отсюда с учетом (2.48) получаем

$$\alpha_n^m - \alpha_n^o = \frac{\Theta_m}{|T_o j\omega + 1| |W_{cc}(j\omega)|}. \quad (2.50)$$

Для того, чтобы амплитуда суммарной ошибки на качке α_n^m не превышала заданного значения $\alpha_{\text{гон}}^k$, необходимо выполнение неравенства

$$|W_{cc}(j\omega)| \geq \frac{\Theta_m}{|T_o j\omega + 1| (\alpha_{\text{гон}}^k - \alpha_{\text{гон}}^o)}. \quad (2.51)$$

Здесь вместо α_n^o учтено допустимое значение установившейся ошибки $\alpha_{\text{гон}}^o$. В стабилизаторах на ДНГ допустимая ошибка на качке $\alpha_{\text{гон}}^k$ обычно значительно превышает допустимую установившуюся ошибку $\alpha_{\text{гон}}^o$. Это связано со стремлением снизить величину собственного дрейфа ДНГ, непосредственно зависящего (в случае неточного выполнения условия динамической настройки) от установившейся ошибки системы стабилизации.

Часто движение основания задается не углом качки Θ_m , а максимальным значением скорости качки $\dot{\Theta}_m$ и частоты ω_k . В этом случае для гармонической качки $\Theta_m = \dot{\Theta}_m / \omega$, и выражение (2.51) принимает вид

$$|W_{cc}(j\omega)| \geq \frac{\dot{\Theta}_m}{\omega |T_o j\omega + 1| (\alpha_{\text{гон}}^k - \alpha_{\text{гон}}^o)}, \quad (2.52)$$

что позволяет построить еще одну запретную зону для ЛАХ системы стабилизации на низких частотах, не превышающих максимальную частоту качки ω_k . Эта зона ограничена на рис. 2.9 линией, отмеченной цифрой 2.

Как уже указывалось, при определении запретной зоны ЛАХ системы стабилизации на низких частотах не учитывались моментные возмущения, связанные, например, с инерцией рам карданова подвеса на качке, со смещением центра масс платформы относительно оси подвеса, с жесткостью рам карданова подвеса при действии линейных ускорений и др., которые в стабилизаторах на ДНГ, применяемых в ИНС, обычно невелики. Кроме того, не учитывался

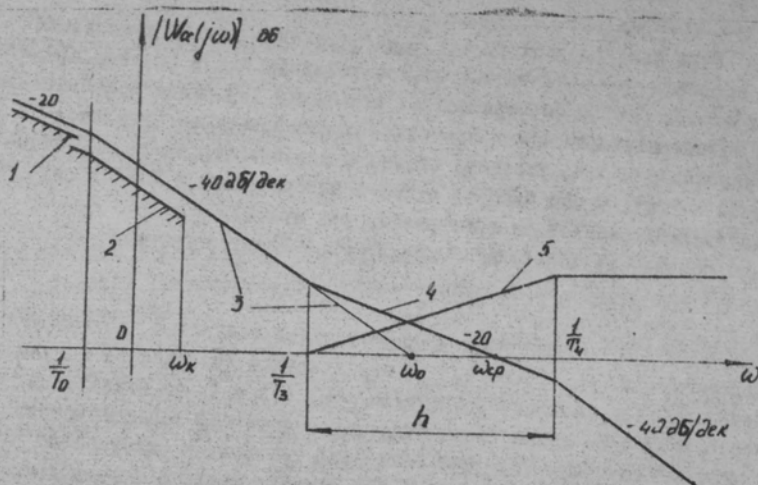


Рис. 2.9. Формирование ЛАХ системы стабилизации на низких и средних частотах

всплеск ошибки от трения. Поэтому реальная ЛАХ на низких частотах должна проходить несколько выше запретной зоны, обеспечивая некоторый запас (до 3...6 дБ).

Реальная ЛАХ некорректированной системы стабилизации на низких частотах строится по выражению (2.37) для передаточной функции разомкнутой системы $W_{cc}(s)$, в котором принимается

$$W_p(s) = 1;$$

она отмечена на рис. 2.9 цифрой 3.

При этом постоянная T_0 задана, а коэффициент K_0 выбирается таким образом, чтобы реальная ЛАХ проходила выше запретной зоны с указанным запасом.

Построение ЛАХ реальной системы стабилизации, обеспечивающей заданную точность на низких частотах, позволяет определить базовую частоту ω_0 , которая находится как точка пересечения асимптоты, имеющей наклон -40 дБ/дек, с осью нуля децибелов (см. рис. 2.9).

2.3.2. Формирование ЛАХ в области средних частот

Построение желаемой ЛАХ в области средних частот, где она пересекает ось нуля децибелов, проводится на основании требований по устойчивости системы стабилизации и качеству регулирования.

Если базовая частота ω_0 , полученная с учетом требований по точности, не слишком высока, то желаемую ЛАХ в области средних частот удобно формировать на основании заданного показателя колебательности. (При повышении базовой частоты снижается помехозащищенность системы; обычно в стабилизаторах на ДНГ стремятся к тому, чтобы базовая частота не превышала $0,1 \cdot \dot{\varphi}$; случай высокой базовой частоты рассмотрен ниже.)

Показатель колебательности M определяется отношением

$$M = \frac{|\Phi_{cc}(j\omega)|_{\max}}{\Phi_{cc}(0)},$$

где $\Phi_{cc}(j\omega)$ — частотная характеристика замкнутой системы стабилизации, а $|\Phi_{cc}(j\omega)|_{\max}$ — максимальное значение ее модуля. Поскольку для систем с астатизмом $\Phi_{cc}(0) = 1$, то показатель колебательности равен пику амплитудно-частотной характеристики замкнутой системы. Чем выше этот пик, тем больше склонность системы к колебаниям, меньше запас устойчивости. В хорошо демпфированных системах этот показатель составляет $1,3 \dots 1,7$, однако допускаются и большие его значения: $M = 2 \dots 2,5$.

Найдем вид асимптотической ЛАХ системы стабилизации в области средних частот, отвечающий заданному показателю колебательности.

Без введения в регулятор корректирующего звена вид ЛАХ в области средних частот определяется выражением

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c}{s(T_0 s + 1)}. \quad (2.53)$$

Наклон ЛАХ в точке ω_0 пересечения оси нуля децибелов равен -40 дБ/дек, а запас по фазе очень мал, что следует из выражения для фазовой характеристики

$$\psi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \alpha \operatorname{ctg} \omega T_0.$$

Действительно, постоянная времени $T_0 = \frac{J_n}{D_n}$ в стабилизаторах на ДНГ обычно велика, что определяется малым коэффициентом демпфирования D_n в безредукторном двигателе стабилизации. Поэтому на базовой частоте

$$\omega_0 T_0 \gg 1$$

и $\psi(\omega_0)$ приближается к $-\pi$, а запас по фазе $\Delta\psi(\omega_0)$ к нулю.

Хорошее качество переходного процесса в системе по рекомендациям работы [2] соответствует ЛАХ, пересекающая ось нуля децибелов с наклоном -20 дБ/дек, причем отрезок с таким наклоном ограничен с обеих сторон отрезками ЛАХ с наклоном -40 дБ/дек.

В этом случае в области средних частот передаточная функция разомкнутой системы стабилизации имеет вид

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c(1+T_3s)}{s^2 T_0(1+T_4s)}, \quad (2.54)$$

в котором добротность по скорости K_c и базовая частота связаны соотношением

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_c}{T_0}}. \quad (2.55)$$

Вид ЛАХ для этого случая представлен на рис. 2.9.

Фазовая характеристика, соответствующая (2.54), определяется выражением

$$\Psi(\omega) = -\pi + \alpha \operatorname{ctg} \omega T_3 - \alpha \operatorname{ctg} \omega T_4, \quad (2.56)$$

что соответствует запасу по фазе

$$\Delta \Psi(\omega) = \alpha \operatorname{ctg} \omega T_3 - \alpha \operatorname{ctg} \omega T_4. \quad (2.57)$$

Выражение (2.57) может быть представлено в следующем виде:

$$\Delta \Psi(\omega) = \alpha \operatorname{ctg} \frac{(h-1)\omega T_4}{1+h\omega^2 T_1^2}, \quad (2.58)$$

где $h = \frac{T_3}{T_4}$ — протяженность участка ЛАХ с наклоном -20 дБ/дек.

Из последнего выражения следует, что запас устойчивости по фазе зависит от параметра h . Наименьшая протяженность h участка ЛАХ с наклоном -20 дБ/дек, необходимая для получения заданного показателя колебательности M для ЛАХ вида (2.54), определяется выражением

$$h = \frac{M+1}{M-1}. \quad (2.59)$$

С точки зрения повышения помехоустойчивости заданные динамические свойства целесообразно получать при наименьшей протяженности участка h , что и обеспечивает выполнение условия (2.59).

Если базовая частота ω_0 известна, то постоянные времени T_3 , T_4 , характеризующие желаемую ЛАХ в области средних частот, определяются следующими выражениями:

$$T_3 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}, \quad (2.60)$$

$$T_4 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M(M-1)}{M+1}}. \quad (2.61)$$

Данные выражения получены из условия, что в области высоких частот (превышающих $\frac{1}{T_4}$) ЛАХ имеет наклон -40 дБ/дек. Если же в системе имеются или вводятся динамические звенья, изменяющие характер ЛАХ в области высоких частот, то в выражение

(2.61) следует внести уточнения, указанные в разделе 2.3.3.

Желаемая ЛАХ в области средних частот, построенная по выражению (2.54), отмечена на рис. 2.9 цифрой 4. Реальная ЛАХ некорректированной системы, отмеченная цифрой 3 и найденная из условия выполнения требований по точности, не совпадает с желаемой. Для приближения к желаемой ЛАХ в регулятор системы стабилизации необходимо ввести корректирующее звено. Его ЛАХ получается как разность между желаемой ЛАХ и ЛАХ некорректированной системы. Она отмечена на рис. 2.9 цифрой 5.

Передаточная функция регулятора, соответствующая полученной ЛАХ корректирующего звена, равна

$$K_P W_P(s) = K_P \frac{T_3 s + 1}{T_4 s + 1}, \quad (2.62)$$

а передаточная функция разомкнутой скорректированной системы стабилизации имеет вид

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c (T_3 s + 1)}{s (T_0 s + 1) (T_4 s + 1)}. \quad (2.63)$$

2.3.3. Формирование ЛАХ в области высоких частот

ЛАХ, соответствующая выражению (2.63), имеет в области высоких частот (превосходящих $\frac{1}{T_4}$) наклон -40 дБ/дек. Система стабилизации с такой передаточной функцией, обладая заданной точностью на низких частотах, устойчивостью и заданным качеством регулирования, имеет низкую помехозащищенность. Источником помех могут быть электрические наводки, квадратурные и высокочастотные составляющие выходного сигнала датчика угла, собственные шумы усилителей и источников питания. Существенным источником помех является фазочувствительный выпрямитель.

Все эти помехи обычно имеют высокую частоту, значительно превосходящую частоту среза ω_{cp} , в которой ЛАХ пересекает ось нуля децибелов, поэтому ослабляются в системе. Запишем на основании (2.33) выражение для частотной характеристики замкнутой системы стабилизации

$$\Phi_{cc}(j\omega) = \frac{W_{cc}(j\omega)}{1 + W_{cc}(j\omega)}.$$

Из вида ЛАХ на рис. 2.9 следует, что на высоких частотах

$$|W_{cc}(j\omega)| \ll 1,$$

поэтому можно считать, что на этих частотах

$$|\Phi_{cc}(j\omega)| \approx |W_{cc}(j\omega)| \ll 1.$$

Таким образом, если помеха возникает на входе системы стабилизации (например, в сигнале датчика угла гироскопа), то на выходе системы (т.е. по углу поворота платформы гиросtabilизатора α_n) она оказывается значительно ослабленной. Причем это ослабление тем больше, чем выше частота помехи, что также следует из вида ЛАХ.

Однако это ослабление обеспечивается инерционностью объекта стабилизации (платформы), поэтому происходит только в конце разомкнутого тракта системы стабилизации (см. рис. 2.4). На выходе же регулятора помеха не только не ослабляется, а наоборот, происходит ее значительное усиление. Это следует из выражения (2.62) для передаточной функции регулятора, в котором $K_p \gg 1, T_3 > T_4$.

Таким образом, усиление помехи внутри тракта регулирования осуществляется как усилителями регулятора, так и чз-ва подъема ЛАХ регулятора на средних частотах, необходимого для обеспечения заданного качества регулирования (см. ЛАХ на рис. 2.9, отмеченную цифрой 5). Поэтому в разделе 2.3.2 указано, что с точки зрения повышения помехозащищенности целесообразно добиваться заданного качества регулирования при наименьшем параметре $h = T_3/T_4$.

Из этого следует, что помехи в процессе стабилизации играют крайне вредную роль, забивая тракт регулирования значительными по величине электрическими сигналами. При этом происходит дополнительный нагрев двигателей стабилизации, выходных каскадов усилителей мощности, а при превышении сигналом помехи линейной зоны усилителя нарушается линейность его выходной характеристики, снижается крутизна для основного сигнала, что приводит к увеличению ошибок системы стабилизации. Поэтому при проектировании системы стабилизации стремятся к тому, чтобы уровень помех не превышал по крайней мере половины от линейной зоны усилителя мощности.

Указанная выше вредная роль помехи особенно заметна в гиросtabilизаторах на ДНГ, имеющих очень высокий коэффициент усиления регулятора, что связано (как уже отмечалось) с точностью самого ДНГ.

Это тем более важно отметить, что гиросtabilизатор на ДНГ имеет еще один важный источник помех, связанный со спецификой работы самого гироскопа. Как указано в главе I, им являются ко-

лебания гироскопа на нутационной частоте, которые могут достигать значительной величины из-за низкой помехозащищенности ДНГ на этой частоте, что характеризуется наличием резкого резонансного пика ЛАХ замкнутого ДНГ на этой частоте (см. рис. I.II). Кроме того, выходной сигнал датчика угла ДНГ содержит значительные помехи на частоте вращения ротора $\dot{\varphi}$ и на частоте, равной удвоенной частоте вращения ротора $2\dot{\varphi}$. Первая помеха определяется в основном технологическими погрешностями динамической балансировки и выставки датчика угла, а вторая объясняется моментными возмущениями на частоте $2\dot{\varphi}$, которые были опущены в целях упрощения при выводе уравнений движения ДНГ. Наиболее опасна помеха на частоте $\dot{\varphi}$, как имеющая наименьшую частоту и наибольшую (при современной технологии изготовления ДНГ) амплитуду.

Частота указанных выше помех сравнительно невысока, она измеряется обычно сотнями герц (для сравнения следует заметить, что одна из наиболее значительных по амплитуде помех, возникающая в демодуляторе, имеет частоту, равную частоте питания или удвоенной частоте питания датчика угла, составляющей обычно единицы и десятки килогерц), и поэтому ослабляется в системе стабилизации недостаточно. Это приводит к тому, что платформа гиросtabilизатора, на которой установлен ДНГ, оказывается под воздействием угловой вибрации на указанных частотах. Колебания платформы, в свою очередь, приводят к моментным возмущениям, действующим на ротор ДНГ, обусловленным инерционными, демпфирующими моментами, неточностью балансировки гироскопа и пр., что отрицательно отражается на точности гиросtabilизатора.

Так, колебания платформы с частотой $2\dot{\varphi}$ могут привести к значительному дрейфу ДНГ, имеющему постоянную составляющую, как это показано, например, в работе [7].

Указанные обстоятельства требуют принятия мер по повышению помехозащищенности стабилизатора на ДНГ. Для этого в регулятор гиросtabilизатора вводят динамические звенья, обеспечивающие быстрое снижение ЛАХ разомкнутой системы после пересечения ею оси нуля децибелов (точнее после частоты $1/T_n$), т.е. фильтры нижних частот. Этой цели может служить введение в регулятор одного или нескольких аperiodических звеньев. Такую же роль играют неучтенные малые постоянные времени усилителя, двигателя, модулятора и т.п.

Для примера введем с целью повышения помехозащищенности в регулятор системы стабилизации два апериодических звена с постоянными времени T_5 и T_6 ($T_4 > T_5 > T_6$). Тогда передаточная функция регулятора примет вид

$$K_P W_P(s) = K_P \frac{T_3 s + 1}{T_4 s + 1} \cdot \frac{1}{T_5 s + 1} \cdot \frac{1}{T_6 s + 1}, \quad (2.64)$$

а передаточная функция разомкнутой системы стабилизации - вид

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c (T_3 s + 1)}{s (T_0 s + 1) (T_4 s + 1) (T_5 s + 1) (T_6 s + 1)}. \quad (2.65)$$

Соответствующая ЛАХ для средних и высоких частот представлена на рис. 2.10.

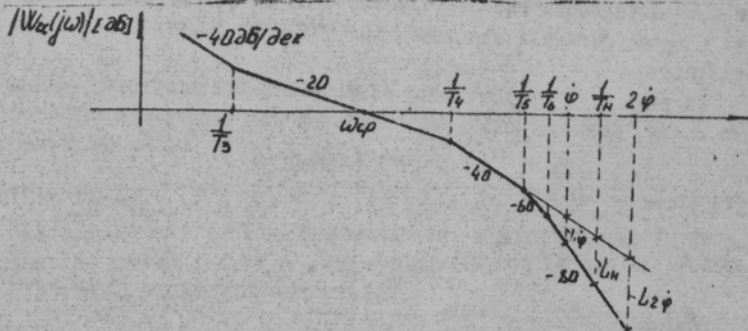


Рис. 2.10. Формирование ЛАХ системы стабилизации на высоких частотах

Ординатами L_ψ , L_n , $L_{2\psi}$ отмечено дополнительное подавление помех на частотах ψ , нутационной и 2ψ , обусловленное введением фильтров нижних частот. При необходимости число апериодических звеньев может быть увеличено или введены другие фильтры нижних частот.

Однако при этом важно отметить, что применение таких фильтров вводит в систему дополнительное запаздывание

$$\Delta\varphi = -\alpha \arctg \omega T_5 - \alpha \arctg \omega T_6,$$

что уменьшает запас устойчивости по фазе, определенный на частоте среза ω_{cr} .

Для восстановления качества регулирования, определенного заданным показателем колебательности M , следует внести поправку в выражение для постоянной времени T_4 корректирующего звена. Если сумма малых постоянных времени введенных апериоди-

ческих звеньев

$$T_z = T_5 + T_6 + \dots$$

меньше постоянной времени T_4 , то для ее определения вместо выражения (2.61) следует взять соотношение

$$T_4 = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} - T_z. \quad (2.66)$$

Это накладывает ограничение на количество и величину постоянных времени, введенных для фильтрации апериодических звеньев.

Для повышения качества фильтрации помех на фиксированных частотах $\dot{\psi}$, нутоционной и $2\dot{\psi}$, оказывающих наиболее сильное влияние на точность гиросtabilизатора на ДНГ, в регулятор могут быть введены один или несколько заграждающих фильтров на этих частотах.

На рис. 2.II представлена схема, ЛАХ и ЛФХ двойного Т-образного моста, который может быть применен для этих целей.

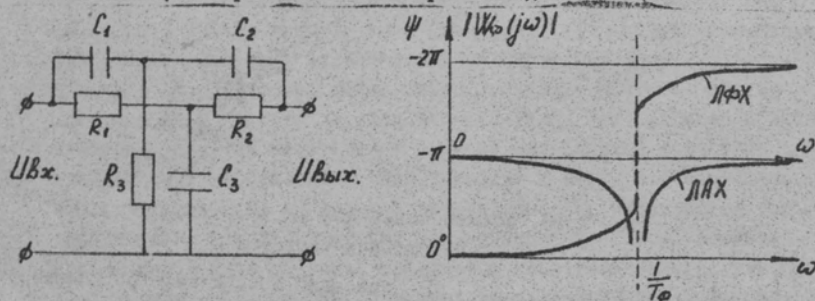


Рис. 2.II. Электрическая схема, ЛАХ и ЛФХ двойного Т-образного моста

Передаточная функция и частотные характеристики такого фильтра имеют следующий вид:

$$W_\Phi(s) = \frac{T_\Phi^2 s^2 + 1}{T_\Phi^2 s^2 + 2\xi_\Phi T_\Phi s + 1}, \quad (2.67)$$

$$|W_\Phi(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - T_\Phi^2 \omega^2)^2 + (2\xi_\Phi T_\Phi \omega)^2}}; \quad (2.68)$$

$$\psi_\Phi(\omega) = -\alpha \text{ctg} \frac{2\xi_\Phi T_\Phi \omega}{1 - \omega^2 T_\Phi^2}; \quad (\omega < \frac{1}{T_\Phi}); \quad (2.69)$$

$\psi_\Phi(\omega) = \pm \pi - \alpha \text{ctg} \frac{2\xi_\Phi T_\Phi \omega}{1 - \omega^2 T_\Phi^2}; \quad (\omega > \frac{1}{T_\Phi})$,
где постоянные T_Φ и ξ_Φ определяются выражениями [4]:

$$T_{\varphi}^2 = \frac{\alpha b}{d} T^2; \quad 2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} = \frac{[(\alpha+1)d+1]b+1}{d} T,$$

где $T = RC$; $R_1 = R$; $R_2 = \alpha R$; $c_1 = c$; $c_2 = bc$;

$$\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2) R_3} = d = \frac{C_1 + C_2}{C_3}. \quad (2.70)$$

Обычно прежде всего стараются ввести заградительный фильтр на частоте $\dot{\varphi}$ помехи, имеющей наибольшую амплитуду. Этим же фильтром обеспечивается некоторое дополнительное подавление помех на нулевой частоте и частоте $2\dot{\varphi}$.

Если введен один заградительный фильтр, то передаточная функция регулятора принимает вид

$$K_P W_P = K_{\varphi} \frac{T_3 s + 1}{T_4 s + 1} \cdot \frac{1}{T_5 s + 1} \cdot \frac{1}{T_6 s + 1} \cdot \frac{T_{\varphi}^2 s^2 + 1}{T_{\varphi}^2 s^2 + 2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} s + 1}, \quad (2.71)$$

а соответствующая передаточная функция разомкнутой системы стабилизации равна

$$W_{ce}(s) = \frac{K_c (T_3 s + 1) (T_{\varphi}^2 s^2 + 1)}{s (T_0 s + 1) (T_4 s + 1) (T_5 s + 1) (T_6 s + 1) (T_{\varphi}^2 s^2 + 2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} s + 1)}. \quad (2.72)$$

ЛАХ разомкнутой системы стабилизации, в которую введены два фильтра низких частот и один заградительный фильтр на частоте $\dot{\varphi}$, представлена на рис. 2.12.

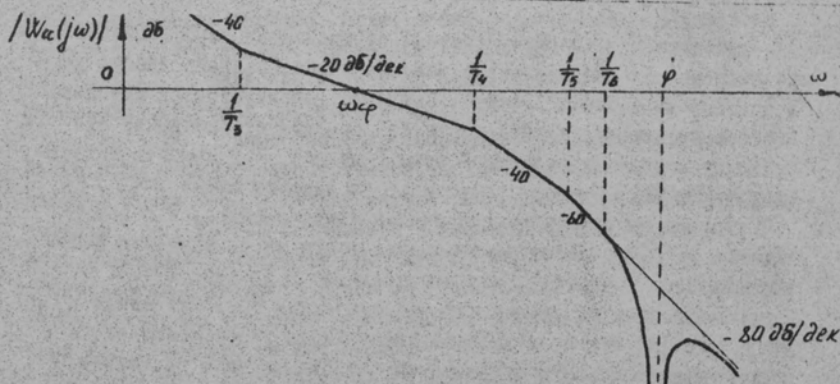


Рис. 2.12. ЛАХ системы стабилизации с заградительным фильтром

Резкое снижение ЛАХ в зоне частоты $\dot{\varphi}$ обеспечивает эффективное подавление одной из наиболее значительных помех стабилизатора на ДЛГ.

Однако введение заградительного фильтра вносит дополнительные отрицательные сдвиги в фазо-частотную характеристику системы стабилизации, что снижает качество регулирования. На частотах, близких к частоте среза, $\omega T_{\varphi} \ll 1$, и выражение для частотной характеристики фильтра может быть приближенно представлено в следующем виде:

$$\varphi_{\varphi} = -\alpha \text{ctg} 2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} \omega \approx -2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} \omega. \quad (2.73)$$

Для восстановления качества переходного процесса, вызванного этим фазовым сдвигом, необходимо в указанную выше сумму малых постоянных времени T_{Σ} выражения (2.66) включить величину $2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi}$ столько раз, сколько введено заградительных фильтров, т.е.

$$T_{\Sigma} = T_{\delta} + T_{\theta} + 2\varepsilon_{\varphi} T_{\varphi} + \dots$$

Из данного выражения следует, что общее количество заградительных фильтров и фильтров низких частот должно быть ограничено, так как сумма всех постоянных времени T_{Σ} не должна (с некоторым запасом) превышать величины постоянной T_{Δ} , с целью сохранения заданного качества регулирования.

2.3.4. Формирование ЛАХ условно-устойчивой системы стабилизации

Статическая точность системы стабилизации гиросtabilизатора непосредственно связана с величиной собственного дрейфа ДНГ и поэтому выбирается высокой. Согласно вышеизложенной методике построения низкочастотной части ЛАХ системы стабилизации это приводит к подъему запретной зоны I на рис. 2.9 и соответствующему увеличению базовой частоты ω_0 и частоты среза $\omega_{\text{ср}}$.

Однако значительное увеличение частоты среза, а с ней и частоты $\frac{1}{T_{\Delta}}$ нецелесообразно прежде всего из-за снижения помехозащищенности системы, как это показано в разделе 2.3.3.

Неоправданное увеличение частоты среза приводит также к тому, что упругая податливость конструкции гиросtabilизатора в цепи передачи момента от двигателя стабилизации к платформе начинает оказывать отрицательное влияние на устойчивость. Как показывает опыт разработок гиросtabilизаторов [1], этим влиянием можно пренебречь, если частота среза не меньше чем на порядок ниже частоты углового резонанса конструкции подвеса и привода. Приблизительно такое же соотношение требуется между частотой среза и частотой основной помехи φ .

Эти обстоятельства накладывают ограничение сверху на величину частоты среза. Нижняя граница частоты среза определяется требованиями по быстродействию системы стабилизации. Выбор частоты среза в пределах между этими границами осуществляется на основании опыта предыдущих разработок. Обычно желаемая величина частоты среза не превышает нескольких десятков герц.

Если полученная на основании требований по формированию низкочастотной части ЛАХ системы стабилизации базовая частота и частота среза выше рекомендуемой, то в указанную выше методику построения ЛАХ следует внести изменения. В этом случае может быть предложен следующий порядок построения регулятора релаксационного стабилизатора на ДНГ.

Низкочастотная часть ЛАХ формируется способом, указанным в разделе 2.3.1. Далее после выбора частоты среза необходимо сформировать исследуемую ЛАХ системы стабилизации в области средних частот, по-прежнему исходя из требований по устойчивости и качеству регулирования. В соответствии с рекомендациями [4] частотная характеристика в этой области формируется таким образом, чтобы асимптота ЛАХ пересекла ось нуля децибел с наклоном -20 дБ/дек. При этом необходимо иметь в виду, что увеличение длины этого участка повышает запас устойчивости, но снижает помехозащищенность системы. Длина этого участка, как правило, не превышает одной декады. Критерием выбора длины участка h может быть также величина запаса по фазе, которая в хорошо демпфированных системах составляет $30 \dots 60^\circ$.

Далее необходимо провести сопряжение низкочастотной части ЛАХ с полученной среднечастотной частью. Поскольку выбранная частота среза $\omega_{ср}$ в данном случае оказывается меньше базовой частоты ω_0 , то при сопряжении в желаемой ЛАХ неизбежно появится участок с наклоном -60 дБ/дек, а фазовая характеристика почти всегда заходит за линию -90° на низких частотах, что свидетельствует об условной устойчивости системы. Построение желаемой ЛАХ проведено на рис. 2.13.

После того как сформирована желаемая ЛАХ в среднечастотной области, определяют разность между желаемой ЛАХ, отмеченной на рис. 2.13 цифрой 4, и ЛАХ некорректированной системы, отмеченной цифрой 3, что дает ЛАХ корректирующего звена 5.

Передающая функция регулятора в этом случае

$$K_p W_p(s) = K_p \frac{T_2 s + 1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{T_3 s + 1}{T_4 s + 1}, \quad T_1 > T_2 > T_3 > T_4, \quad (2.74)$$

а передаточная функция разомкнутой системы принимает вид

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c (T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}{s(T_0 s + 1)(T_1 s + 1)(T_4 s + 1)} \quad (2.75)$$

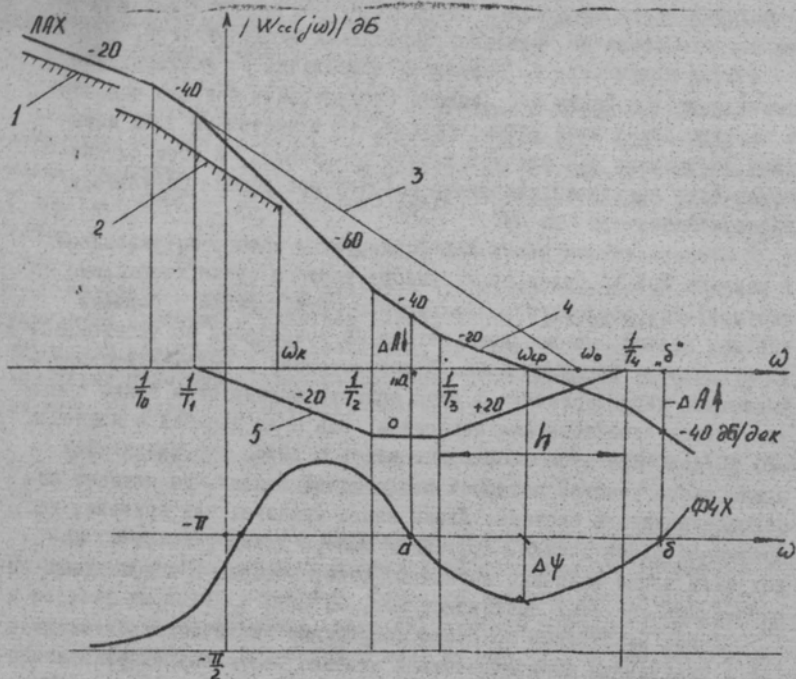


Рис. 2.13. ЛАХ и ФЧХ условно устойчивой системы стабилизации

В условно устойчивой системе запас по амплитуде оценивается не только в сторону увеличения усиления, но и в сторону его уменьшения, поскольку система может стать неустойчивой в обоих случаях. Соответствующие запасы устойчивости по амплитуде отмечены на рис. 2.13 как $\Delta A \uparrow$ и $\Delta A \downarrow$. $\Delta A \uparrow$ определяется снижением ЛАХ под точкой δ , $\Delta A \downarrow$ — превышением ЛАХ под точкой α , в которых ФЧХ достигает -5° .

Наличие условной устойчивости в гиросtabilизаторе требует введения специальных устройств для начальной выставки. Это объяс-

няется тем, что при большой амплитуде колебаний в системе, выходящей за зону линейности усилителя (что может иметь место во время включений прибора при начальной выставке), осредненная за период колебаний крутизна нелинейной (из-за "насыщения") характеристики этого усилителя и всей системы снижается. В устойчивой системе это может привести к потере устойчивости. Во избежание этого при включении гиросtabilизатора изменяют структуру регулятора. Обычно для этого снижают крутизну по элементу K_2 и заменяют корректирующее звено регулятора звеном, передаточная функция которого имеет вид (2.62), т.е. приводит ЛАХ системы к виду, изображенному на рис. 2.9. После того как система придет к положению равновесия в зоне линейности, включают штатную структуру, соответствующую передаточной функции регулятора, определяемой выражением (2.74).

Формирование ЛАХ системы стабилизации на высоких частотах, превышающих частоту среза, проводится на основании требований по помехозащищенности, указанным в разделе 2.3.3 способом, т.е. в регулятор вводятся динамические звенья, обеспечивающие фильтрацию помех. Тогда для лучшей введения одного заграждающего фильтра и двух фильтров нижних частот передаточная функция разомкнутой условно устойчивой системы стабилизации принимает вид

$$W_{cc}(s) = \frac{K_c (T_2 s + 1) (T_3 s + 1) (T_\varphi^2 s^2 + 1)}{s (T_1 s + 1) (T_4 s + 1) (T_5 s + 1) (T_6 s + 1) (T_\varphi^2 s^2 + 2\xi_\varphi T_\varphi s + 1)} \quad (2.76)$$

Количество введенных фильтров по-прежнему определяется амплитудой помех. Однако, как указывалось, введение фильтров вносит отрицательные фазовые сдвиги в ФЧХ, что снижает запас по фазе. Если постоянная времени каждого фильтра мала по сравнению с $1/\omega_{cp}$, то общий фазовый сдвиг Ψ_φ , вносимый фильтрами, может быть приближенно определен выражением

$$\Psi_\varphi = -\omega_{cp} (T_5 + T_6 + 2\xi_\varphi T_\varphi). \quad (2.77)$$

Количество фильтров и их постоянные времени необходимо выбрать из условия, чтобы Ψ_φ не изменял существенно запаса по фазе $\Delta\Psi$, полученного при формировании низкочастотной и среднечастотной частей ЛАХ. В противном случае необходимо внести коррекцию в среднечастотную часть ЛАХ либо уменьшить количество фильтров.

Литература

1. Александров А.Д. и др. Индикаторные гироскопические платформы. - М.: Машиностроение, 1979.
2. Бесекиерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. - М.: Наука, 1975.
3. Бесекиерский В.А., Фабрикант Е.А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. - Л.: Судостроение, 1968.
4. Бесекиерский В.А. и др. Проектирование следящих систем малой мощности. - Л.: Судпромгиз, 1958.
5. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Ч. I. - М.: Высшая школа, 1971.
6. Пельпор Д.С., Колосов Ю.А., Рахтеенко Е.Р. Расчет и проектирование гироскопических стабилизаторов. - М.: Машиностроение, 1972.
7. Пельпор Д.С., Осокин Ю.А., Рахтеенко Е.Р. Гироскопические приборы систем ориентации и стабилизации. - М.: Машиностроение, 1977.
8. Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем. Ч. II. Гироскопические стабилизаторы. /Под ред. Пельпора Д.С. - М.: Высшая школа, 1977.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
I. Динамически настраиваемый вибрационный гироскоп как чувствительный элемент гиросtabilизатора	3
I.1. Кинематическая схема. Системы координат	5
I.2. Уравнения движения гироскопа	8
I.3. Анализ уравнений движения ДНГ. Условие динамической настройки	16
I.4. Устойчивость на неподвижном основании	20
I.5. Структурная схема. Передаточная функция	23
2. Двухосный гиросtabilизатор на ДНГ	28
2.1. Уравнения движения. Структурная схема	29
2.2. Устойчивость гиросtabilизатора на ДНГ	35
2.3. Общие принципы формирования регулятора системы стабилизации	42
Литература	60

Редактор В.Т. Карасева

Корректор Л.И. Малютина

Заказ 348. Объем 4 п.л. (4 уч.-изд.л.) Тираж 800 экз.

Л-53340 от 24.12.84 г. Цена 14 коп. План 1984 г., № 37.

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.