

СЕМИНАР 3

Для выполнения домашнего задания в виде формирования программной траектории движения ЛА необходимо определять текущее местоположение самолета в каждый момент времени. Т.е. описывать его движение. Для этой цели служит математическая модель движения ЛА.

Модель движения ЛА можно представить с различной степенью детализации. Движение ЛА - это всегда его перемещение относительно некоторой системы отсчета. В механике, как правило, рассматриваются Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. При постановке задачи моделирования также осуществляют выбор систем координат и опорных трехгранников. В том случае, когда анализируют большие перемещения ЛА в пространстве, что необходимо при решении навигационных задач связанных с выбором траекторий движения ЛА, собственно ЛА принимают за материальную точку, движение которой происходит в соответствии с модулем и направлением вектора скорости.

Движение ЛА описывают с использованием:

- нормальной земной системы координат $Ox_g y_g z_g$;
- связанной $OXYZ$, определяющей положение центра масс ЛА относительно нормальной земной системы координат углы ϑ (в продольном движении), ψ и γ ;
- скоростной системы координат $Ox_a y_a z_a$, в которой определяется аэродинамическое взаимодействие ЛА с атмосферой углы α (для продольного движения) и β .

Пространственное положение ЛА относительно Земли определяют относительно нормальной земной системы координат $Ox_g y_g z_g$, начало которой помещают в исходную точку маршрута. В том случае, если рассматривается упрощенная модель движения ЛА над плоской поверхностью Земли, то оси нормальной системы координат, совмещенной с центром масс ЛА, параллельны осям нормальной земной системы координат. Взаимное расположение этих систем координат определяется высотой полета H ,

пройденным расстоянием L и углом курса Ψ , который представляет собой угол пройденного пути (в процессе полета измеряют его мгновенное значение). При необходимости учета кривизны земной поверхности расчеты усложняются.

Силовое взаимодействие ЛА с атмосферой определяется углами атаки α и скольжения β (углы встречи набегающего потока воздуха с аэродинамическими поверхностями).

Движение ЛА характеризуется 12 переменными:

$\{ V, \theta, \Psi \}$ – величина и направление скорости (при условии $W = 0$ – скорость ветра);

$\{ H, L_X, L_Z \}$ – положение ЛА в пространстве;

$\{ \omega_X, \omega_Y, \omega_Z \}$ – вращательное движение вокруг центра масс ЛА;

$\{ \psi, \vartheta, \gamma \}$ – угловое положение ЛА.

На практике, при проектировании ПНК, решение системы обычно связано с учетом только наиболее существенных факторов, влияющих на динамику ЛА. Определение расчетной математической модели движения ЛА для конкретного случая производится путем редукции (упрощении) системы дифференциальных уравнений, основанной на их тщательном анализе и отсечение «слабых» связей. Наиболее часто используемый вариант редукции – это разделение системы на две, исходя из симметрии ЛА относительно плоскости OXY . Это в первую очередь, т.н. продольное движение в этой плоскости симметрии OXY (вдоль осей OX, OY и вокруг оси OZ) и остальное в виде т.н. бокового движения – вдоль оси OZ и вокруг осей OX, OY . Так же целесообразно рассмотреть возможность разделения полного движения ЛА на вращательное – относительно центра масс, и поступательное – перемещение центра масс.

Фактически производные H', L_X' (т.е. две составляющие скорости или ускорения в любой системе координат) переменных определяются уравнениями поступательного движения, без уравнений вращательного

движения. Остальные уравнения - это кинематические связи, устанавливающие взаимосвязь параметров движения в различных системах координат.

Положение ЛА в пространстве относительно стартовой точки (см. рис. 6) можно вычислить через скорости:

$$H' = V \cos \theta;$$

$$L_X' = V \sin \theta;$$

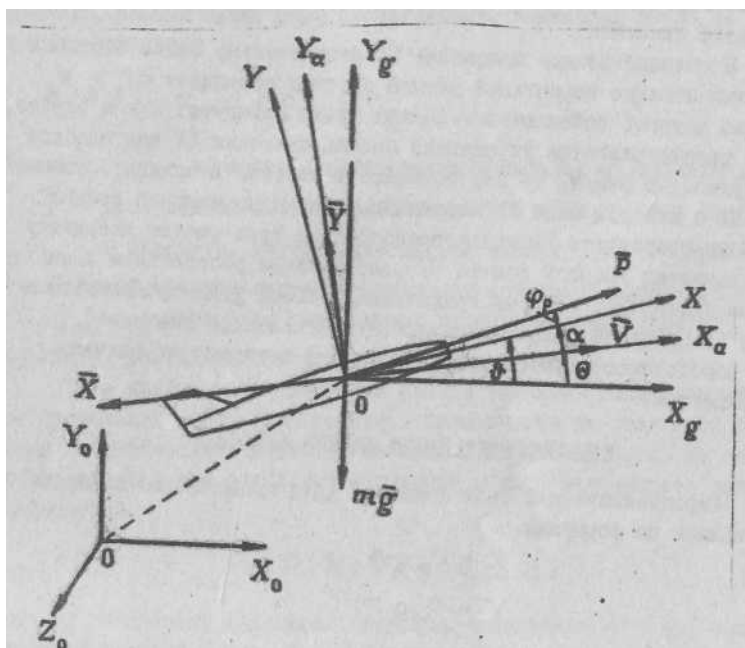
Определение сил для поступательного движения, действующих на ЛА, рассмотрим на примере продольного движения. На ЛА в полете действует:

P – сила тяги со стороны всех двигательных установок ($P = \sum P_i$);

G - сила тяжести со стороны Земли ($G = m g$);

R – суммарная аэродинамическая сила ($\bar{R} = \bar{X} + \bar{Y}$ для продольного движения)

Для проекций сил на оси скоростной системы координат получим следующие два уравнения (Рис):



$$m \cdot dV/dt = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin \theta ;$$

$$m \cdot V d\theta/dt = P \cdot \sin(\alpha + \varphi_p) + Y - m \cdot g \cdot \cos \theta .$$

Кинематические уравнения определяют проекции скорости на оси нормальной земной системы координат при условии (для продольного поступательного движения):

$$dH/dt = V \cdot \sin\theta ;$$

$$dL/dt = V \cdot \cos\theta .$$

Изменение массы ЛА в процессе полета происходит за счет расхода топлива: $dm/dt = -C_l \cdot P/3600$, где C_l - удельный часовой расход топлива; P - тяга двигателей. Однако для маневров ЛА связанных с быстротечными процессами регулирования возможно в первичных расчетах изменение массы не учитывать. Ошибка, вносимая этим получается меньше, чем ошибка исходных данных (допустимая ошибка параметров аэродинамики ~15%).

Для решения вышеприведенной системы дифференциальных уравнений необходимо определить следующие в неё входящие параметры, которые являются исходными данными для расчетов.

1) $g = f(H)$ - изменение высоты полета в диапазоне 10 км ничтожно по сравнению с радиусом земли $R_{\oplus} \approx 6371$ км.

2) $P = f(V, H)$ – в исходных данных для Вашего варианта самолета тяга задана либо графически, либо таблично, как функция этих параметров.

3) $X = c_x \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S/2$, здесь коэффициент силы лобового сопротивления c_x - зависит от α (угла атаки) - в исходных данных для Вашего варианта самолета задано графически, плотность ρ - зависит от H (высоты) – из таблицы стандартной атмосферы.

3) $Y = c_y \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S/2$, здесь коэффициент подъемной силы c_y - зависит от α (угла атаки) - в исходных данных для Вашего варианта самолета задано графически, ρ - зависит от H (высоты) – из таблицы стандартной атмосферы.

Следующий семинар мы с Вами проводим в режиме демонстрации подготовки к выполнению домашнего задания. Вам необходимо сделать заготовку для компьютерной программы. В ней необходимо создать четыре «процедуры-функции» (или подобный объект) для расчетов:

$$P(V), \rho(H), c_x(\alpha), c_y(\alpha)$$

А потом модули для построения графиков этих функций – с тем, что бы программа могла строить графики.

СЕМИНАР 4

Для выполнения домашнего задания в виде формирования программной траектории движения ЛА необходимо, чтобы эта траектория удовлетворяла некоторому заданному критерию. Например, для цели полета определяемой как минимизация времени полета: $\max I = \min T$. При этом результат будет зависеть от управляемости процесса полета по траектории.

На практике при расчетах траекторий все фазовое полетное пространство ЛА в вертикальной плоскости задается в координатах $H - M$ (V). Оно обычно разбивается на относительно небольшие ΔH и ΔM (ΔV) на элементарные подобласти в которых аэродинамика ЛА и тяга изменяются незначительно.

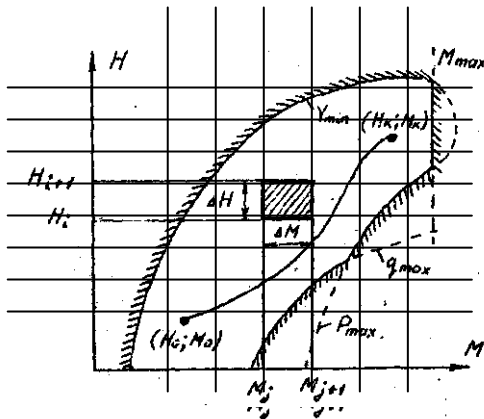


Рис. Примерная область допустимых режимов полета ЛА.

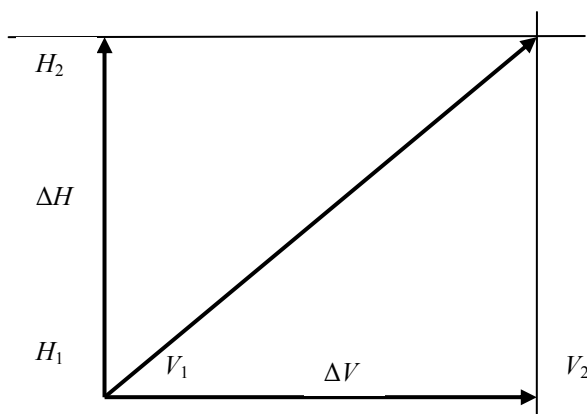
В фазовой плоскости ЛА может перемещаться внутри элементарных подобластей по элементарным траекториям (отрезкам траекторий). На каждом из этих отрезков может быть достигнуто соответствующее качество - соответствует свое время полета (или иной критерий) I .

Это значит, что общий результат процесса в целом будет зависеть от результата деятельности конкретного шага: $T = \sum_{k=0}^{N-1} t_k = \sum_{k=0}^{N-1} L[X(k), U(k)]$. Т.е. необходимо иметь возможность рассчитать время полета на каждом шаге Δt_k , которое зависит начального состояния $X(k)$ и варианта управления $U(k)$.

Таким образом, состояние летательного аппарата определяется высотой H и скоростью V . Фазовая траектория, переводящая ЛА на фазовой плоскости (V ,

H), из положения (V_0, H_0) в положение (V_k, H_k) , в данном случае являются некоторой ломаной, состоящей из отрезков элементарных траекторий «разгон», «подъем» подъем-разгон».

Принципиально в зависимости от варианта управления $U(k)$ на k шаге при реализации программной траектории полета можно выделить **ТРИ** варианта типовых маневров ЛА. Элементарные траектории, последовательно реализуются с разными начальными условиями в процессе выполнения полета.



Условия реализации этих маневров различаются и имеют следующий вид:

- разгон (торможение) при постоянной высоте – горизонтальный полет, условия полета – $H = \text{const}$, $\theta = 0$, $V_1 \rightarrow V_2$;
- подъем (снижение) с постоянной скоростью (или числом M) - $H_1 \rightarrow H_2$, $\theta = \text{const}$, $V = \text{const}$;
- подъем ЛА с разгоном одновременно – $\theta = \text{const}$, $H_1 \rightarrow H_2$, $V_1 \rightarrow V_2$.

Теперь с учетом этих условий можно определить t_k из системы уравнений движения ЛА для трех вариантов элементарных траекторий.

Основой для определения функции $t_k = L[X(k), U(k)]$ служит математическая модель движения ЛА с начальными условиями $X(k)$:

$$m \cdot dV/dt = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta ; \quad (1)$$

$$m \cdot V \cdot d\theta/dt = P \cdot \sin(\alpha + \varphi_p) + Y - m \cdot g \cdot \cos\theta . \quad (2)$$

$$dH/dt = V \cdot \sin\theta ; \quad (3)$$

$$dL/dt = V \cdot \cos\theta . \quad (4)$$

Для режима **разгон**. Первые два уравнения с учетом условий реализации ($\sin\theta = 0$, $\cos\theta = 1$, $d\theta/dt = 0$, H_1 , $V_1 \rightarrow V_2$) станут выглядеть следующим

образом: $m \cdot dV/dt = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X$;

$$0 = P \cdot \sin(\alpha + \varphi_p) + Y - m \cdot g;$$

$$0 = V \cdot \sin\theta.$$

Из первого уравнения: $dt = m \cdot dV/[P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X]$, для расчета P и X можно считать $V = (V_1 + V_2)/2$. Для вычисления времени необходимо интегрировать $t = m \int [P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X]^{-1} dV$ в пределах $[V_1 ; V_2]$, тогда:

$$t = (V_2 - V_1) \cdot m / [P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X], \quad (5)$$

здесь $X = c_X \cdot \rho \cdot V^2 / 2$, где c_X зависит от α .

Для нахождения α можно воспользоваться вторым уравнением с учетом, что это малый угол выраженный в радианах: $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx (\alpha + \varphi_p) / 57,3$, а $\cos(\alpha + \varphi_p) \approx 1$. Для подъемной силы $Y = c_Y \cdot \rho \cdot V^2 / 2$, где $c_Y \approx c_{Y0} + c_Y^\alpha \cdot \alpha$, здесь $c_Y^\alpha = dc_Y/d\alpha$ в линейной части характеристики. Используя это для второго уравнения: $P \cdot (\alpha + \varphi_p) / 57,3 + (c_{Y0} + c_Y^\alpha \cdot \alpha) \cdot \rho \cdot V^2 / 2 = m \cdot g$ отсюда возможно найти угол атаки: $\alpha = [m \cdot g - P \cdot \varphi_p / 57,3 - c_{Y0} \cdot \rho \cdot V^2 / 2] / [P / 57,3 + c_Y^\alpha \cdot \rho \cdot V^2 / 2]$. (6)

И подставить его в выражение (5) и таким образом рассчитать время полета на элементарной траектории t .

Для режима **подъем**. Первые три уравнения с учетом условий реализации ($H_1 \rightarrow H_2$, $\theta = \text{const}$, $V = \text{const}$) станут выглядеть следующим образом:

$$0 = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta;$$

$$0 = P \cdot \sin(\alpha + \varphi_p) + Y - m \cdot g \cdot \cos\theta;$$

$$dH/dt = V \cdot \sin\theta.$$

Из последнего уравнения $dt = dH/[V \cdot \sin\theta]$.

Для вычисления времени необходимо интегрировать в пределах $[H_1 ; H_2]$, тогда: $t = (H_2 - H_1) / [V \cdot \sin\theta] = 57,3 \cdot (H_2 - H_1) / [V \cdot \theta]$. (7)

Неизвестным является угол наклона траектории θ , с учетом что это малый угол, то выраженный в радианах: $\sin\theta \approx \theta/57,3$, а $\cos\theta \approx 1$. Этот угол может быть получен из первого уравнения:

$$0 = P - X - m \cdot g \cdot \theta / 57,3 \rightarrow \theta = (P - X) \cdot 57,3 / [m \cdot g].$$

Для расчета необходим угол атаки (здесь c_X зависит от α), например из

второго уравнения, как показано выше для режима разгон (6) и в результате рассчитать время полета на элементарной траектории t по выражению (7).

Для режима **подъем-разгон**. Первые три уравнения с учетом условий реализации ($\theta = \text{const}$, $H_1 \rightarrow H_2$, $V_1 \rightarrow V_2$) станут выглядеть следующим образом:

$$m \cdot dV/dt = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta ;$$

$$0 = P \cdot \sin(\alpha + \varphi_p) + Y - m \cdot g \cdot \cos\theta .$$

$$dH/dt = V \cdot \sin\theta ;$$

Из последнего уравнения получается $dt = dH/[V \cdot \sin\theta]$. Для вычисления времени необходимо интегрировать в пределах $[H_1 ; H_2]$ и в пределах $[V_1 ; V_2]$. Т.е. необходимо брать двойной интеграл: $t = \iint_{\Delta H \Delta V} dH/[V \cdot \sin\theta]$. Интервалы ΔH и ΔV фиксированы для всей полетной области: и соответственно фиксировано $k = \Delta V/\Delta H$ их можно представить $\Delta H = H - H_1$ и $\Delta V = V - V_1$, тогда:

$$V - V_1 = (H - H_1) \cdot k \quad \text{или} \quad V = (H - H_1) \cdot k + V_1 ,$$

подставляя это в выражение для времени: $t = \int_{\Delta H} dH/[(H - H_1) \cdot k + V_1] \cdot \sin\theta]$ можно его рассматривать как один определенный интеграл в пределах $[H_1 ; H_2]$, тогда по таблице интегралов: $t = \ln(V_2/V_1)/[k \cdot \sin\theta]$.

Неизвестным является угол наклона траектории $\sin\theta$. Этот угол может быть получен из первого и третьего уравнений приравняв их по dt :

$$m \cdot dV/[P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta] = dH/[V \cdot \sin\theta], \text{ отсюда с учетом } k = \Delta V/\Delta H$$

$$k = [P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta]/[m \cdot V \cdot \sin\theta], \text{ далее}$$

$$k \cdot m \cdot V \cdot \sin\theta = P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X - m \cdot g \cdot \sin\theta \rightarrow \sin\theta = [P \cdot \cos(\alpha + \varphi_p) - X]/[m \cdot (k \cdot V + g)].$$

Для расчета необходим угол атаки, например из второго уравнения, как показано выше для режима разгон (6) и в результате рассчитать время полета на элементарной траектории t по выражению (7).

Следующий семинар мы с Вами проводим в режиме демонстрации подготовки к выполнению домашнего задания. Вам необходимо сделать/продолжить заготовку для компьютерной программы. В ней необходимо создать три блока (подпрограммы или подобный объект) для:

- расчета t для режима разгон;
- расчета t для режима подъем;
- расчета t для режима подъем-разгон.

А потом каждый из этих блоков должен посчитать время в начальной и конечной точках вашей траектории.

Выражения для параметров $P(V)$, $\rho(H)$, $c_x(\alpha)$, $c_y(\alpha)$ необходимо использовать из ранее сделанной Вами «процедуры-функции» или подобного объекта).

СЕМИНАР 5

Для выполнения домашнего задания в виде формирования программной траектории движения ЛА необходимо, что бы эта траектория удовлетворяла некоторому заданному критерию. Например, для цели полета определяемой как минимизация времени полета (или расход топлива): $\max I = \min T$. При этом результат будет зависеть от управляемости процесса полета по траектории.

В математике задача исследования функционала I на экстремум при условии, что исследуемая кривая проходит через две заданные точки $O(V_0, H_0)$ и $K(V_K, H_K)$ — Рис. — относится к вариационной задаче с закрепленными граничными точками. Наиболее распространены в инженерной практике из этих методов - метод динамического программирования Беллмана

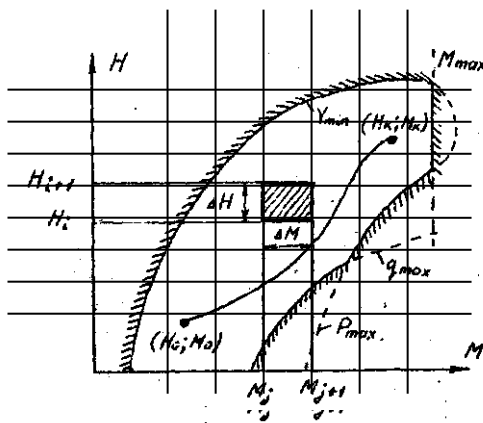


Рис. Примерная область допустимых режимов полета ЛА и подобласть стационарных условий аэродинамики и тяги в фазовой плоскости.

Динамическое программирование является специальным вычислительным методом решения задач оптимизации управления динамических систем, позволяющим представить Процесс оптимизации в виде последовательности отдельных этапов (шагов). Основу этого метода составляет принцип оптимальности, утверждающий, что каков бы ни был путь достижения некоторого состояния системы, последующие решения должны принадлежать оптимальной программе для оставшейся части пути, начинающейся с этого состояния. Метод динамического программирования пригоден для решения задач синтеза оптимального управления как непрерывных, так и дискретных (многошаговых) систем.

На практике при расчетах траекторий все фазовое полетное пространство

ЛА в вертикальной плоскости задается в координатах $H - V$ (или M). Оно обычно разбивается на относительно небольшие ΔH и ΔV (ΔM) элементарные подобласти в которых аэродинамика ЛА и тяга изменяются незначительно.

В фазовой плоскости ЛА может перемещаться внутри элементарных подобластей по отрезкам траекторий (элементарным траекториям). На каждом из этих отрезков может быть достигнуто свое соответствующее качество - время полета (или иной критерий) I .

Это значит, что общий результат процесса в целом будет зависеть от результата деятельности конкретного шага: $I = T = \sum_{k=0}^{N-1} t_k = \sum_{k=0}^{N-1} L[X(k), U(k)]$.

Движение ЛА описывается системой дифференциальных уравнений вида: $X' = f(X, U, t)$ из которой можно получить t_k для заданных $X(k)$ и $U(k)$.

Естественно, что минимальное значение функционала I зависит от начального состояния $X(0)$ (которое неуправляемо). Обозначим этот минимум через $I_N[X(0)]$. Нетрудно видеть, что справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} I_N[X(0)] &= \min_{u(0)} \min_{u(1)} \dots \min_{u(N-1)} \{L[X(0), U(0)] + L[X(1), U(1)] + \dots + L[X(N-1), U(N-1)]\} = \\ &= \min_{u(0)} \{L[X(0), U(0)]\} + \min_{u(1)} \dots \min_{u(N-1)} \{L[X(1), U(1)] + \dots + L[X(N-1), U(N-1)]\} = \\ &= \min_{u(0)} \{L[X(0), U(0)]\} + I_{N-1}[X(1)]. \end{aligned}$$

Здесь $I_{N-1}[X(1)]$ можно трактовать как минимальное значение критерия качества для процесса длительностью в $N-1$ шагов и имеющего начальное состояние $X(1)$. Аналогично получается следующее соотношение:

$$I_{N-1}[X(1)] = \min_{u(1)} \{L[X(1), U(1)]\} + I_{N-2}[X(2)],$$

а также обобщение для процесса управления с $N-q$ шагами, имеющего в качестве начального состояния $X(q-1)$ ($1 \leq q \leq N-1$)

$$I_{N-q}[X(1)] = \min_{u(q)} \{L[X(q), U(q)]\} + I_{N-q}[X(q)].$$

Это соотношение является дискретным вариантом уравнения Беллмана.

Рассмотрим практическое решение задачи об оптимальном выборе варианта траектории летательным аппаратом. Пусть известно, что в начальный момент времени летательный аппарат находится на высоте H_0 и имеет скорость V_0 . Надо перевести его на высоту $H_K > H_0$, получив при этом скорость

$V_k > V_0$. Требуется найти оптимальный режим набора высоты и увеличения скорости, при котором расход горючего (или время полета) I будет наименьшим.

Предположим, что процесс набора высоты и скорости состоит из нескольких шагов, на каждом летательный аппарат увеличивает или только высоту, или только скорость, или и то и другое, переходя из одной подобласти фазового пространства к другой.

Принципиально в зависимости от варианта управления $U(k)$ на k шаге при реализации программной траектории полета можно выделить **ТРИ** варианта типовых маневров ЛА. Элементарные траектории, последовательно реализуются в процессе выполнения полета, с разными начальными условиями переходя от одного узла решетки в фазовой плоскости к другому.

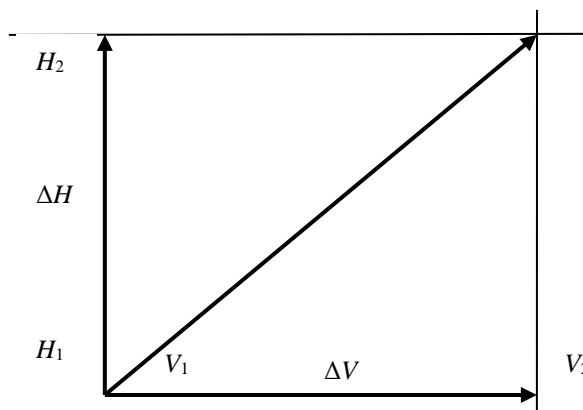


Рис. Подобласть стационарных условий аэродинамики и тяги в фазовой плоскости и элементарные траектории на ней.

Известно время полета (или расход горючего) для подъема ЛА с одной высоты на другую при заданной постоянной скорости (режим **подъем**) и время полета (или расход горючего) увеличения скорости при постоянной высоте полета (режим **разгон**) и время полета (или расход горючего) для увеличения скорости и подъема ЛА с одной высоты на другую (режим **подъем-разгон**).

Таким образом, состояние летательного аппарата определяется высотой H и скоростью V . Фазовая траектория, переводящая точку S , изображающую летательный аппарат на фазовой плоскости (V, H) , из положения $S_0 = (V_0, H_0)$ в положение $S_k = (V_k, H_k)$, в данном случае являются некоторой ломаной.

Разобьем приращение высоты $(H_k - H_0)$ на n_1 равных частей с шагом $\Delta H = (H_k - H_0)/n_1$, приращение скорости $(V_k - V_0)$ на n_2 равных частей с шагом

$\Delta V = (V_k - V_0)/n_2$. Тогда весь процесс набора высоты и скорости будет состоять из $n_0 \leq n_1 + n_2$ шагов. Точка S из S_0 в S_k может перемещаться по горизонтальным и вертикальным (и по наклонным) отрезкам. Запишем на каждом из этих отрезков соответствующий расход горючего. Каждой траектории, переводящей точку S из S_0 в S_k , соответствует свой расход горючего (или время полета) L .

Возьмем для простоты $n_1 = n_2 = 4$ (частный случай позволит проследить процесс оптимизации целиком от начала до конца). Займемся оптимизацией последнего шага (Рис).

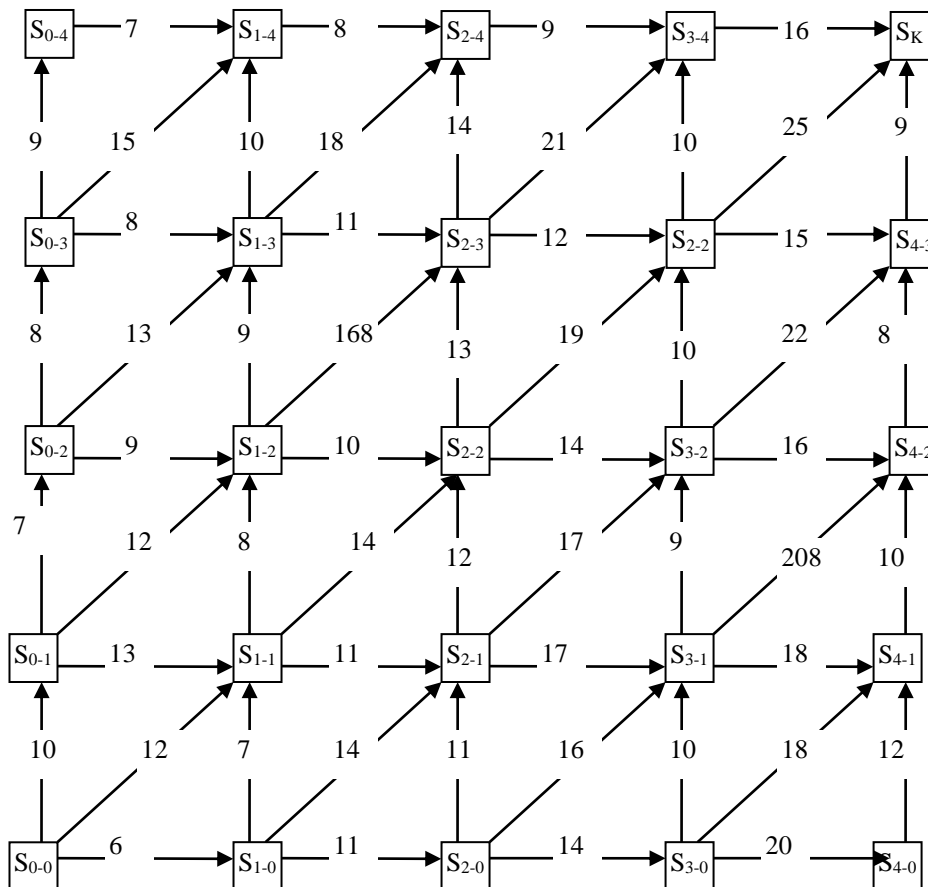


Рис. Таблица стоимости переходов в новое состояние в плоскости V-H.

Рассмотрим правый верхний угол прямоугольной сетки на плоскости (V , H) (Рис.) с отмеченными значениями расхода горючего (или время полета), необходимого для достижения соответствующего состояния. В конце предпоследнего (шага с номером $n_0 - 1$) точка S может оказаться либо в точке S_{4-3} (первый индекс обозначает нумерацию по скорости, второй - нумерацию

по высоте возможного состояния, причем нумерация ведется по диагонали снизу вверх), либо в точке S_{3-4} , (либо для режима подъем-разгон S_{3-3}) из которых за один последний шаг можно перейти в точку S_K единственным образом. Около каждой из этих точек запишем минимальные (и в данном случае неизбежные) расходы горючего, которое необходимо затратить, чтобы из них попасть в точку S_K . Стрелкой обозначим направление движения точки S из данного состояния.

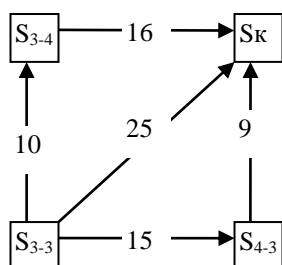


Рис. Правый угол на сетке $V - H$.

Перейдем к выбору оптимального управления на предпоследнем шаге. Для этого рассмотрим все исходы предыдущего для него (пред- пред- последнего) шага, из которого за два шага можно попасть в точку S_K . Таких исходов 4 — точки S_{3-3} , S_{2-2} , S_{2-4} , S_{4-2} , (рис. 4.3). Переход из точек S_{2-2} , S_{2-4} , S_{4-2} в точку S_K за два шага можно выполнить лишь единственным образом со стоимостью в 17 и 25 единиц горючего (времени). Оптимальное движение из этих точек, как уже указывалось, отмечено стрелками. Из точки S_{3-3} в точку S_K за два шага можно попасть двумя способами и одним способом за один шаг. В первом случае потребуется $15 + 9 = 24$ единицы, во втором $10 + 16 = 26$ единиц и в третьем 25, хотя и за один шаг. Наименьший расход горючего, таким образом, будет при движении направо и вверх (его отмечаем **жирной** стрелкой). Отметим на схеме оптимальный расход горючего(или время) в узле, требуемый для перехода из данного состояния в конечное. Если оптимальных управлений несколько, то возьмем произвольное из них. Далее аналогично оптимизируем следующий, рассматривая все точки, из которых перейти в точку S_K .

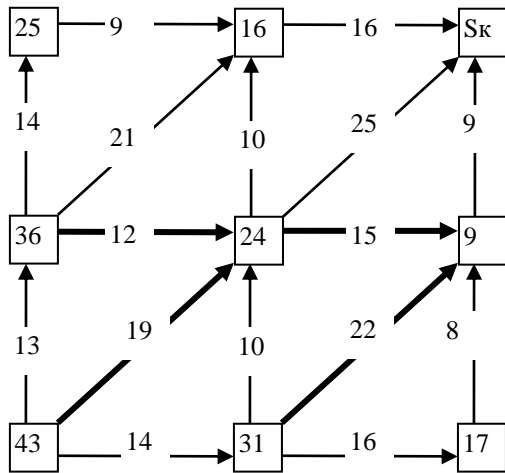


Рис. Исходы предпоследнего шага и оптимальные направления.

Продолжая этот процесс, дойдем до начальной точки S_0 . При этом получим схему (рис. 4.4), где в каждом кружке приведен наименьший расход горючего (или наименьшее время) при перемещении из этой точки в точку S_k ; стрелка показывает направление, в котором надо перемещаться из этой точки для того] чтобы расход горючего был наименьшим.

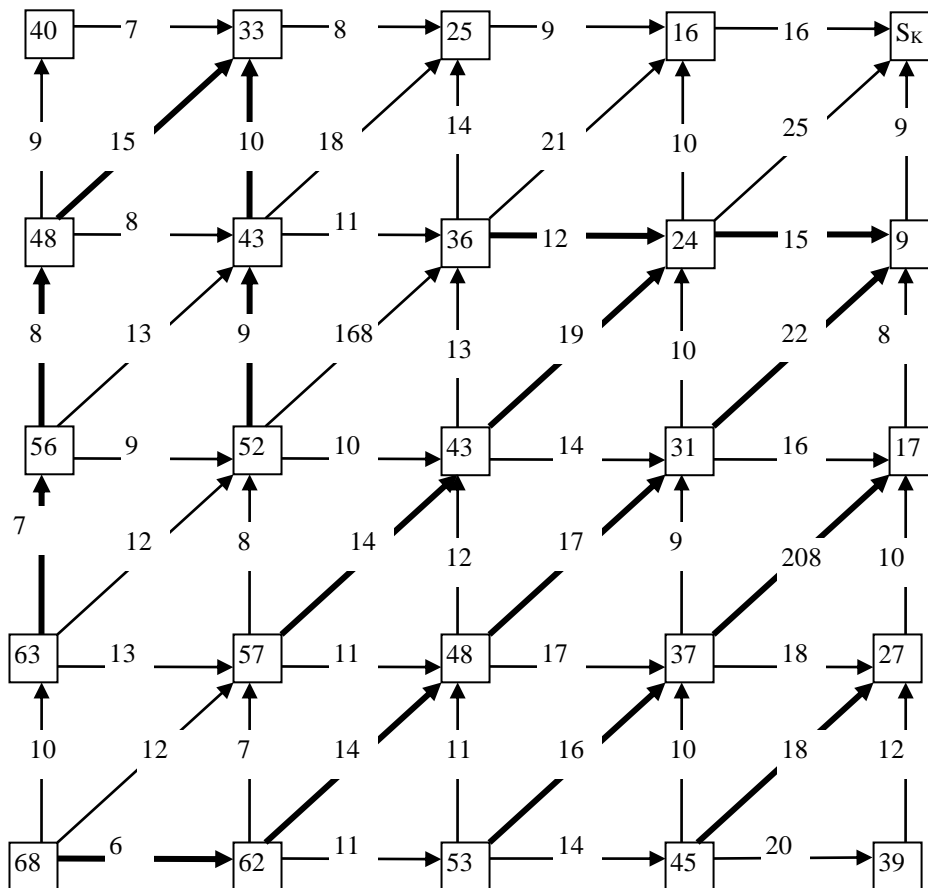


Рис.4.4. Исходы и оптимальные направления для всей области V-Н.

Рассматривая схему, приведенную выше, заключаем, что оптимальное

управление будет такое: на 1-м шаге увеличиваем скорость на ΔV при постоянной высоте H_0 , на 2, 3, 4 и 5-м шагах— набор высоты до H_k при постоянной скорости $K_0 + ДК$; на 6, 7 и 8-м шагах увеличиваем скорость до V_k при постоянной высоте H_k . При этом управлении будет реализован наименьший расход горючего (времени) в 73 условные единицы. Фазовая траектория, соответствующая оптимальному управлению, показана на рис. 4.5.

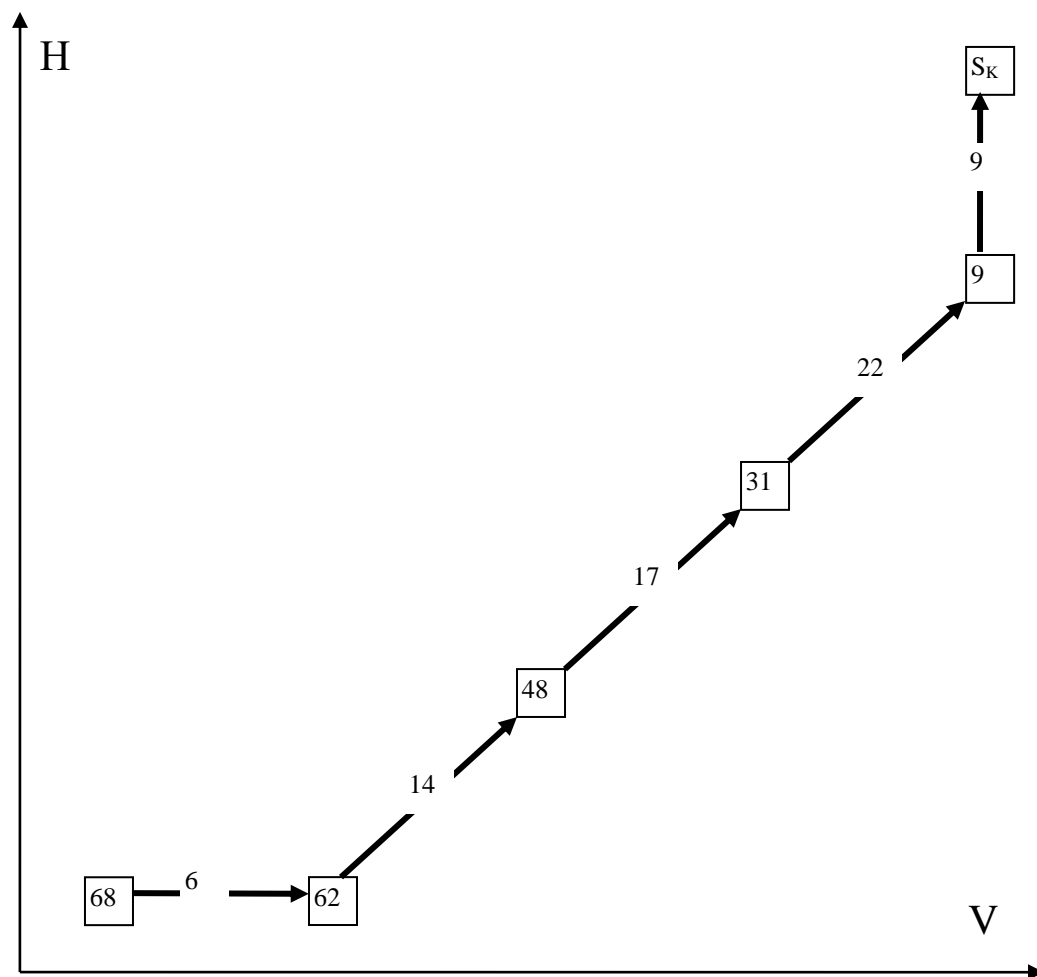


Рис. Итоговая оптимальная фазовая траектория.

Следующий семинар мы с Вами проводим в режиме демонстрации подготовки к выполнению домашнего задания. Вам необходимо продолжить заготовку для компьютерной программы. В ней необходимо добавить блоки:

- 1) заполнения матрицы размера $n1 \times n2$ элементами и считывания по индексу
- 2) функцию сравнения трех результатов достижения цели, в зависимости от трех вариантов продвижения по траектории и выбор минимального.

СЕМИНАР 6

Мы с Вами подошли к итоговым занятиям. Теперь необходимо осветить вопросы оформления домашнего задания для сдачи.

Можно предложить примерный макет для построения программы расчета траектории в виде обобщенной (грубой) последовательности действий:

Ввод исходных данных для расчета;

Рабочие «процедуры-функции» (или подобный объект) для расчетов:
 $P(V)$, $\rho(H)$, $c_x(\alpha)$, $c_y(\alpha)$;

Три блока (подпрограммы или подобный объект) для расчета: t_{VH} для режима разгон, для режима подъем, для режима подъем-разгон;

Сформировать три матрицы размера $n1 \times n2$ для трех режимов и заполнить их результатами критерия качества t_{ij} для каждого узла решетки разбиения полетной области:

Сформировать две матрицы размера $n1 \times n2$ и заполнить их - для 1) суммарный оптимальный критерий качества T до точки K , 2) оптимальное направление на фазовой плоскости от точки ij ;

2) функцию сравнения трех результатов достижения цели, в зависти от трех вариантов продвижения по траектории и выбор минимального.

Построение графиков траектории полета ЛА в области V-H, графики изменения угла атаки в течении полета, высоты полета от дальности.

Под алгоритмом понимается совокупность действий, необходимых для решения задачи. Алгоритм должен содержать подробное описание пошагового процесса. Описание алгоритма программы формирования оптимальной траектории движения ЛА возможно в виде Блок-схемы, например с использованием Единой системы программной документации ГОСТ19.701-90:

СХЕМЫ АЛГОРИТМОВ, ПРОГРАММ ДАННЫХ И СИСТЕМ

Настоящий стандарт распространяется на условные обозначения (символы) в схемах алгоритмов, программ, данных и систем и устанавливает правила выполнения схем, используемых для отображения различных видов задач обработки данных и средств их решения.

Требования стандарта являются обязательными.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Схемы алгоритмов, программ, данных и систем (далее — схемы) состоят из имеющих заданное значение символов, краткого пояснительного текста и соединяющих линий.

1.2. Схемы могут использоваться на различных уровнях детализации, причем число уровней зависит от размеров и сложности задачи обработки данных. Уровень детализации должен быть таким, чтобы различные части и взаимосвязь между ними были понятны в целом.

1.3. В настоящем стандарте определены символы, предназначенные для использования в документации по обработке данных, и приведено руководство по условным обозначениям для применения их в:

- 1) схемах данных;
- 2) схемах программ;
- 3) схемах работы системы;
- 4) схемах взаимодействия программ;
- 5) схемах ресурсов системы.

3) схема — графическое представление определения, анализа или метода решения задачи, в котором используются символы для отображения операций, данных, потока, оборудования и т. д.

2. ОПИСАНИЕ СХЕМ

2.1. Схема данных.

2.1.1. Схемы данных отображают путь данных при решении задач и определяют этапы обработки, а также различные применяемые носители данных.

2.1.2. Схема данных состоит из:

- 1) символов данных (символы данных могут также указывать вид носителя данных);
- 2) символов процесса, который следует выполнить над данными (символы процесса могут также указывать функции, выполняемые вычислительной машиной);
- 3) символов линий, указывающих потоки данных между процессами и (или) носителями данных;
- 4) специальных символов, используемых для облегчения написания и чтения схемы.

2.1.3. Символы данных предшествуют и следуют за символами процесса. Схема данных начинается и заканчивается символами данных (за исключением специальных символов, указанных в п. 3.4).

2.2. Схема программы

2.2.1. Схемы программ отображают последовательность операций в программе.

2.2.2. Схема программы состоит из:

- 1) символов процесса, указывающих фактические операции обработки данных (включая символы, определяющие путь, которого следует придерживаться с учетом логических условий);
- 2) линейных символов, указывающих поток управления;
- 3) специальных символов, используемых для облегчения написания и чтения схемы.

2.3. Схема работы системы

2.3.1. Схемы работы системы отображают управление операциями и поток данных в системе.

2.3.2. Схема работы системы состоит из:

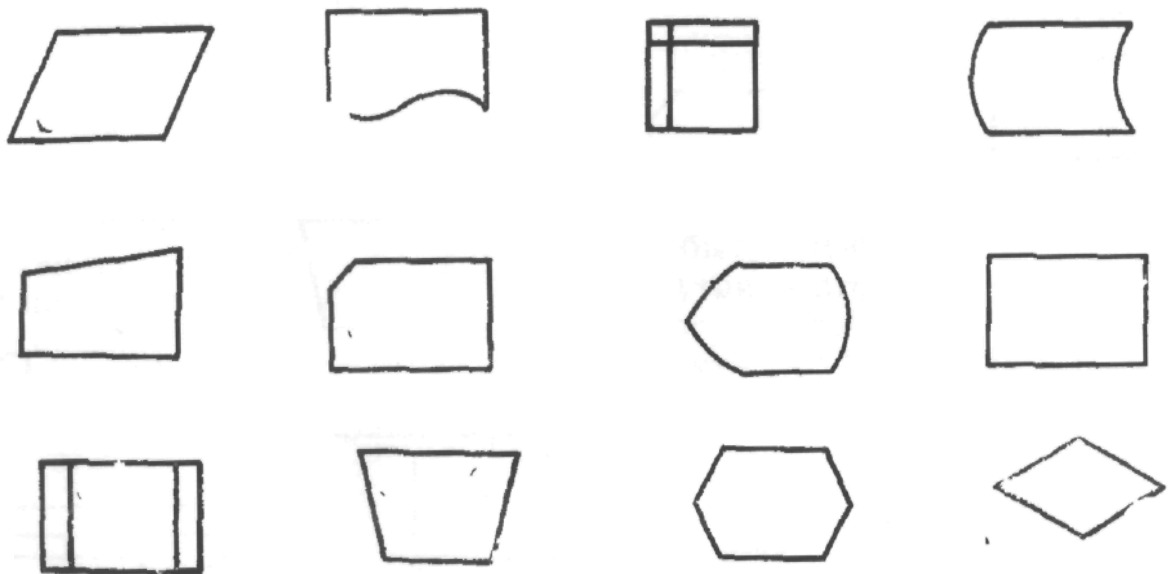
- 1) символов данных, указывающих на наличие данных (символы данных могут также указывать вид носителя данных);
- 2) символов процесса, указывающих операции, которые следует выполнить над данными, а также определяющих логический путь, которого следует придерживаться;
- 3) линейных символов, указывающих потоки данных между процессами и (или) носителями данных, а также поток управления между процессами;
- 4) специальных символов, используемых для облегчения написания и чтения блок-схемы.

3. ОПИСАНИЕ СИМВОЛОВ

3.1. Символы данных 3.1.1. Основные символы данных

3.1.1.1. Данные. Символ отображает данные, носитель данных не определен.

3.1.1.2. Запоминаемые данные. Символ отображает хранимые данные в виде, пригодном для обработки, носитель данных не определен.



3.1..2. Специфические символы данных

3.1.2.1. Оперативное запоминающее устройство. Символ отображает данные, хранящиеся в оперативном запоминающем устройстве.

3.1.2.4. Документ. Символ отображает данные, представленные на носителе в удобочитаемой форме (машинограмма, документ для оптического или магнитного считывания, микрофильм, рулон ленты с итоговыми данными, бланки ввода данных).

3.1.2.5. Ручной ввод. Символ отображает данные, вводимые вручную во время обработки с устройств любого типа (клавиатура, переключатели, кнопки, световое перо, полосы со штриховым кодом).

3.1.2.6. Карта. Символ отображает данные, представленные на носителе в виде карты (FDD, CD, DVD и др).

3.1.2.8. Дисплей. Символ отображает данные, представленные в человекочитаемой форме на носителе в виде отображающего устройства (экран для визуального наблюдения, индикаторы ввода информации).

3.2. Символы процесса

3.2.1. Основные символы процесса

3.2.1.1. Процесс. Символ отображает функцию обработки данных любого вида (выполнение определенной операции или группы операций, приводящее к изменению значения, формы или размещения информации или к определению, по которому из нескольких направлений потока следует двигаться).

3.2.2. Специфические символы процесса

3.2.2.1. Предопределенный процесс. Символ отображает предопределенный процесс, состоящий из одной или нескольких операций или шагов программы, которые определены в другом месте (в подпрограмме, модуле).

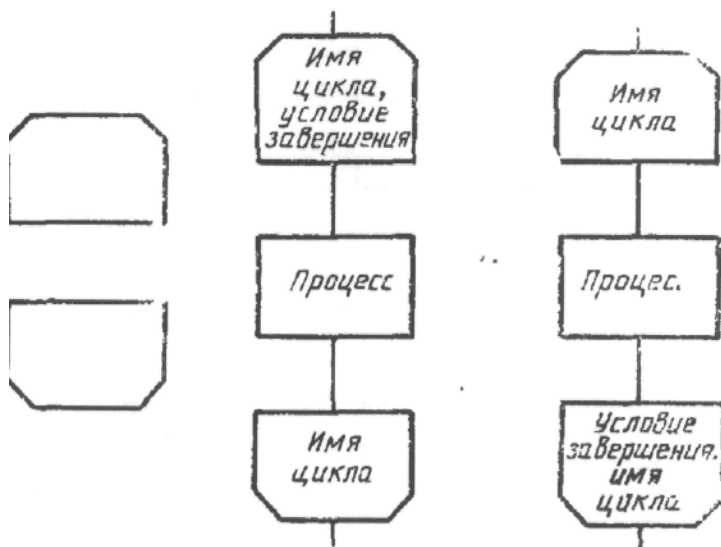
3.2.2.2. Ручная операция. Символ отображает любой процесс, выполняемый человеком.

3.2.2.3. Подготовка. Символ отображает модификацию команды или группы команд с целью воздействия на некоторую последующую функцию (установка переключателя, модификация индексного регистра или инициализация программы).

3.2.2.4. Решение. Символ отображает решение или функцию переключательного типа, имеющую один вход и ряд альтернативных выходов, один и только один из которых может быть активизирован после вычисления условий, определенных внутри этого символа. Соответствующие результаты вычисления могут быть записаны по соседству с линиями,

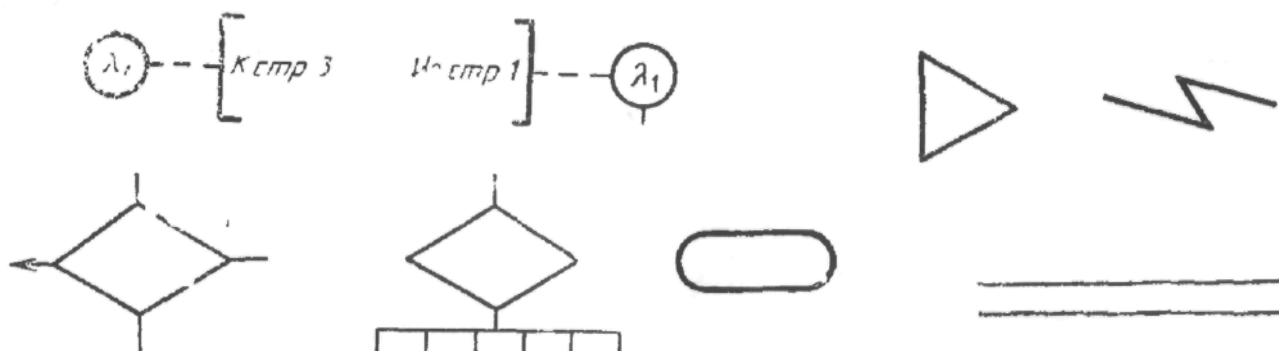
отображающими эти пути.

3.2.2.5. Параллельные действия. Символ отображает синхронизацию двух или более параллельных операций.



Внешний соединитель

Внутренний соединитель



3.2.2.6. Граница цикла. Символ, состоящий из двух частей, отображает начало и конец цикла. Обе части символа имеют один и тот же идентификатор. Условия для инициализации, приращения, завершения и т. д. помещаются внутри символа в начале или в конце в зависимости от расположения операции, проверяющей условие.

3.3. Символы линий. 3.3.1. Основной символ линий 3.3.1.1. Линия. Символ отображает поток данных или управления. При необходимости или для повышения удобочитаемости могут быть добавлены стрелки-указатели.

3.3.2. Специфические символы линий

3.3.2.1. Передача управления. Символ отображает непосредственную передачу управления от одного процесса к другому, иногда с возможностью прямого возвращения к иницирующему процессу после того, как иницированный процесс завершит свои функции. Тип передачи управления должен быть назван внутри символа (например, запрос, вызов, событие).

3.3.2.2. Канал связи. Символ отображает передачу данных по каналу связи.

3.4.2. Терминатор. Символ отображает выход во внешнюю среду и вход из внешней среды (начало или конец схемы программы, внешнее использование и источник или пункт назначения данных).

3.4.3. Комментарий. Символ используют для добавления описательных комментариев или пояснительных записей в целях объяснения или примечаний. Пунктирные линии в символе

комментария связаны с соответствующим символом или могут обходить группу символов. Текст комментариев или примечаний должен быть помещен около ограничивающей фигуры.

4.2.2. В схемах следует избегать пересечения линий. Пересекающиеся линии не имеют логической связи между собой, поэтому изменения направления в точках пересечения не допускаются!

4.2.4. Линии в схемах должны подходить к символу либо слева, либо сверху, а исходить либо справа, либо снизу. Линии должны быть направлены к центру символа.

4.2.5. При необходимости линии в схемах следует разрывать для избегания излишних пересечений или слишком длинных линий, а также, если схема состоит из нескольких страниц. Соединитель в начале разрыва называется внешним соединителем, а соединитель в конце разрыва — внутренним соединителем.

4.2.6. Ссылки к страницам могут быть приведены совместно с символом комментария для их соединителей.

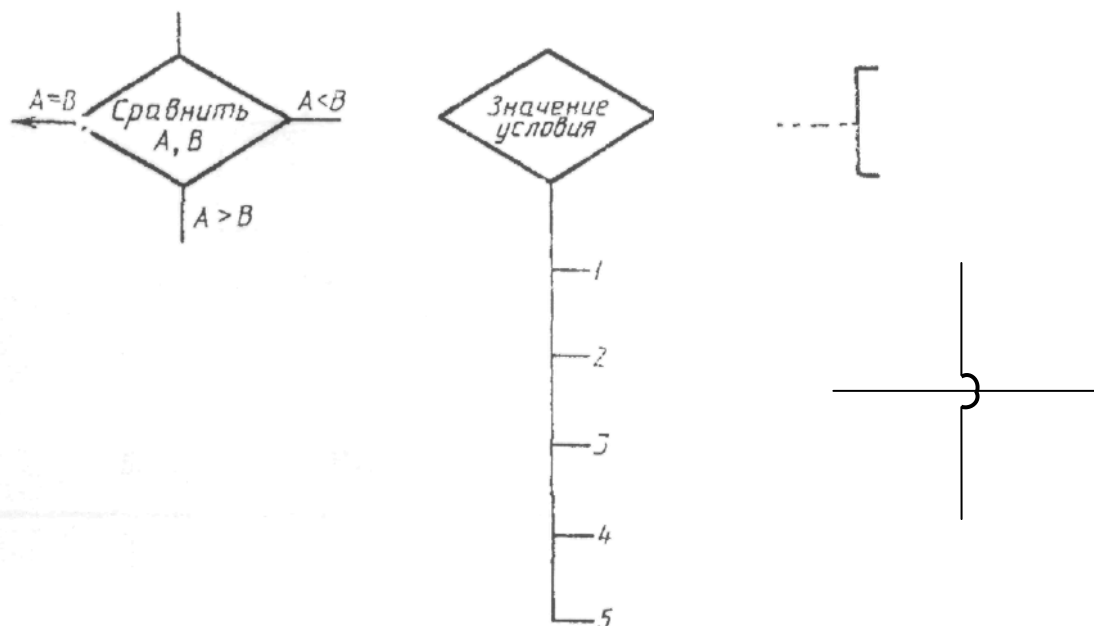
4.3. Специальные условные обозначения. 4.3.1. Несколько выходов.

4.3.1.1. Несколько выходов из символа следует показывать:

- 1) несколькими линиями от данного символа к другим символам;
- 2) одной линией от данного символа, которая затем разветвляется в соответствующее число линий.

4.3.1.2. Каждый выход из символа должен сопровождаться соответствующими значениями условий, чтобы показать логический путь, который он представляет, с тем, чтобы эти условия и соответствующие ссылки были идентифицированы.

4.3.2. Повторяющееся представление

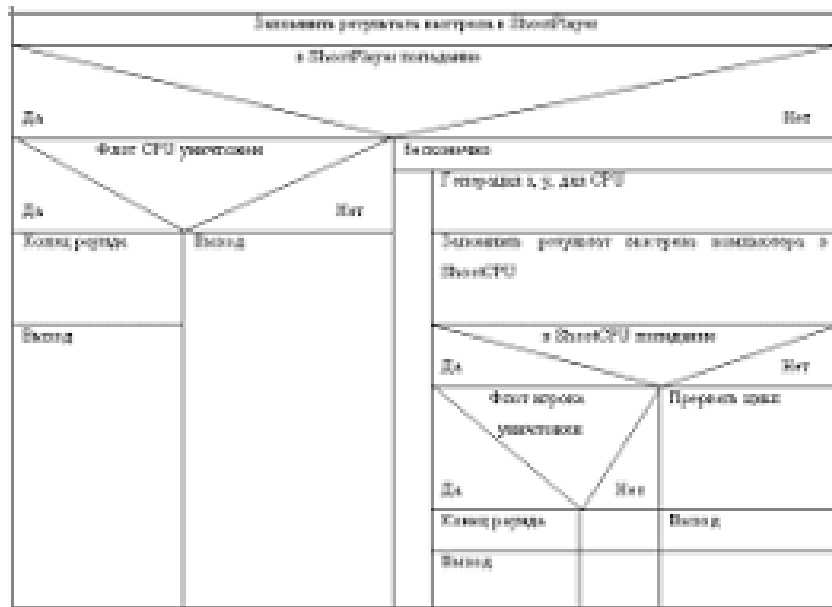


4.3.2.1. Вместо одного символа с соответствующим текстом могут быть использованы несколько символов с перекрытием изображения, каждый из которых содержит описательный текст (использование или формирование нескольких носителей данных или файлов, производство множества копий печатных отчетов или форматов перфокарт).

4.3.2.2. Когда несколько символов представляют упорядоченное множество, это упорядочение должно располагаться от переднего (первого) к заднему (последнему).

4.3.2.3. Линии могут входить или исходить из любой точки перекрытых символов, однако требования п. 4.2.4 должны соблюдаться. Приоритет или последовательный порядок нескольких символов не изменяется посредством точки, в которой линия входит или из которой исходит.

Возможно описание алгоритма программы и с помощью других вариантов описаний многошагового процесса расчета, например схемы (диаграммы) Насси-Шнайдермана - т.н. потоковый процесс и другие.



В домашнем задании требуется:

Рассчитать программную траекторию движения ЛА: изменение высоты полета как функцию скорости движения ЛА, исходя из критерия минимизации расхода топлива или минимального времени полета используя один из методов оптимизации (например метод динамического программирования).

Найти время выполнения маневра и расход топлива необходимый для этого.

Содержание отчета по домашнему заданию.

- Отчет предоставляется в бумажном виде - РПЗ и в электронном виде (ЭВ) - работающие программные продукты.
- Исходные данные конкретного варианта задания (РПЗ).
- Вывод соотношений для расхода топлива (времени полета) на элементарных участках полета из уравнений движения ЛА (РПЗ).
- Аппроксимированные выражения необходимых для расчета параметров полета и характеристик ЛА, которые изначально были заданы таблично или графически с описанием метода аппроксимации (РПЗ).
- Описание алгоритма программы формирования оптимальной траектории движения ЛА с использованием выбранного метода. Кратко его описать (РПЗ).

- Текст программы формирования оптимальной траектории движения ЛА методом динамического программирования на языке высокого уровня с комментариями (ЭВ).
- Результат работы программы в виде изображения траектории полета ЛА в области V-H, графики изменения угла атаки в течении полета, высоты полета и расхода топлива от дальности (ЭВ).
- Результаты расчетов итоговых значений расхода топлива и времени полета вне зависимости от заданного критерия оптимизации (РПЗ).

Следующий семинар мы с Вами проводим в режиме сдачи домашнего задания.