

- Лит: • „Навигация летательных аппаратов в окрестностях пр-бай“
 • „Наведение и навигация баллистических ракет“ Аксенко (Дмандингава)
 • „Построение оптимальной программой траектории ЛА.
 Метод. указания для выполнения РЗ“

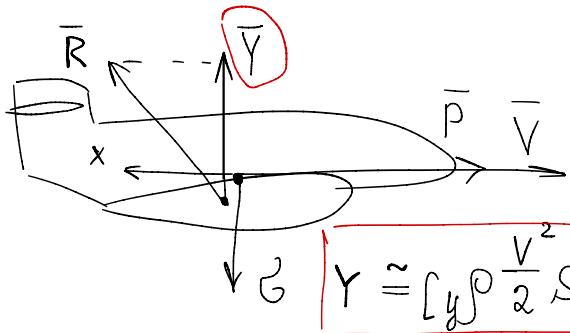
доп. лит:

- Прищенко „Метод оптимизации“
- „Основные параметры самолетов и ракет. Справочник“ (Титов)
- „Аэромеханика самолета“ Бажарев

Летательный аппарат - устройство, которое может преодолеть силу тяжести

1. Аэростатический ЛА - аппарат легче воздуха (шар с гелием)
2. Аэродинамический ЛА - аппарат тяжелее воздуха

1. Самолеты - подъемная сила возникает на несущих поверхностях крыльев



Y - аэродинамическая подъемная сила

C_Y - коэффициент подъемной силы

ρ - плотность воздуха

$$Y \approx C_Y \frac{\rho}{2} V^2 S_{kp}$$

S_{kp} - площадь крыла

2. Вертолёты - подъемная сила вызывается тягой винта

$$Y = T \cos(\varphi) = C_T \cdot S_{omb} \cdot \frac{\rho}{2} (w R_v)^2$$

C_T - Коэф. тяги винта

ψ - угол переноса (угол наклона плоскости)

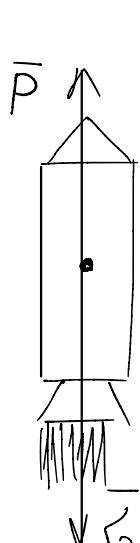
S_{omb} - S, ометаемая винтомR_v - радиус винта

w - угловая скорость винта

3. Космический летательный аппарат

4) Ракеты

- отдельный класс ЛА
- движение засчёт двигателя



$$Y = P_i \approx (P_c - P_a) S_c$$

P_c - давление сопла
 S_c - площадь сопла
 P_a - атмосферное давление

Наведение - это управление полетом ЛА, обеспечивающая его вывод с заданной точностью и надежностью в определенную точку пространства

Траектория - линия, вдоль которой должен лететь ЛА

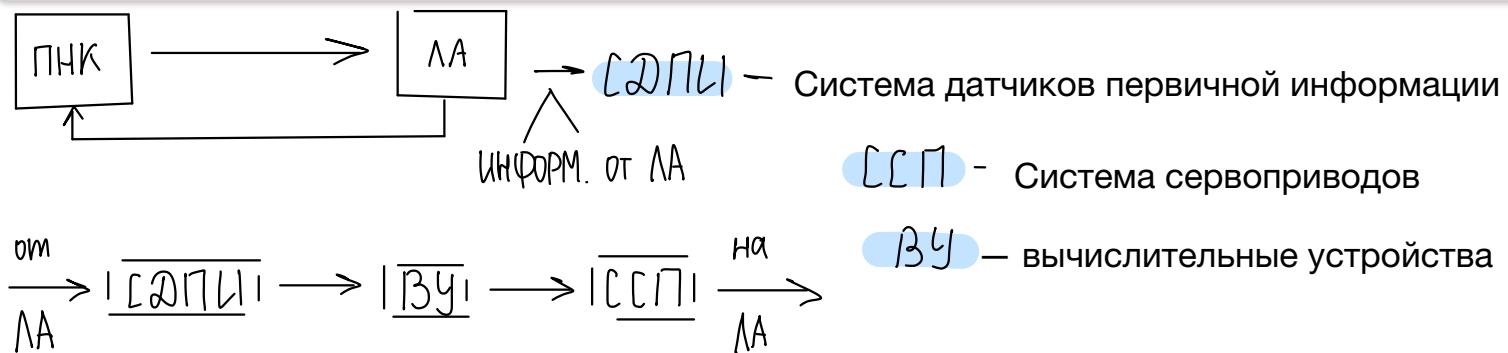
Движение даже упрощенной модели ЛА, характеризуется 6 степенями свободы, при этом при движении в воздухе нет заранее проложенных путей. Поэтому прокладка пути движения (формирование заданной траектории) совмещено во времени с самим процессом движения.

Тактико-технические характеристики это совокупность количественных характеристик ЛА, определяющих его возможности выполнять свои целевые назначение (грузоподъемность, максимальная скорость, потолок, практической и технической дальность полёта, радиус действия, продолжительность полёта, скороподъемность и другие характеристики манёвренности, взлётно-посадочные характеристики). В процессе эксплуатации техники происходит ухудшение её ТТХ из-за износа деталей

Для решения задач формирования или реализации траектории необходимо производить большой по объему комплекс вычислительно логических операций
Поэтому для современных ЛА существует задача построения системы приборов и агрегатов, которые помогали или заменяли летчика при решении задач наведения и оперативного управления полетом.

При определении задач управления полетом возникает критерий классификации ЛА по наличию или отсутствию экипажа на борту

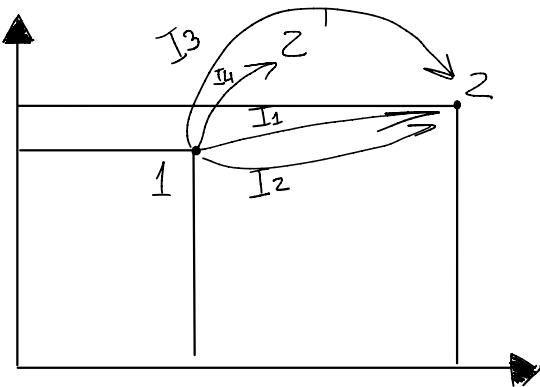
С целью автоматизации процесса управления формирования программных траекторий для ЛА разрабатываются и устанавливаются системы ПНК (пилотажный навигационный комплекс - совокупность измерительный, вычислительный и программных систем, а также систем отображения информации, предназначенных для автоматизации процесса пилотирования).



Общая задача наведения ЛА

Лекция 2

Навигация - определение точного положения в пространстве



X – многомерный вектор, описывающий фазовое состояние системы
— вектор состояния

U – вектор функции управления

ξ – вектор возмущения

$$\dot{X} = f(X, U, \xi, t)$$

На изменение фазовых координат накладываются ограничения, связанные со спецификой применения конкретного ЛА

Вектор функции управления с одной стороны находится в распоряжении лица, принимающее решение об управлении (летчик), а с другой стороны ограниченным конкретным типом и видом ЛА, т.е. вектор управления ограничен

Вектор функции управления после того как она выбрана является формализованным описание достижения цели. Отыскание конкретного варианта управления – является основной задачей наведения

I – критерий выбора, который зависит от $\approx F(X, U, \xi)$

При целенаправленном наведении необходимо определиться с критерием, по которому оценивалось наведение и при определении этого критерия в математических терминах задача должна быть формализована через функционал качества

Min \mathcal{J} : При расчете траектории и определении критерия качества необходимо условно получить максимальную выгоду , которая может быть определена как минимум функционала качества (качества траектории)

Решение задач о нахождении наилучшего варианта обычно сводится к задаче оптимизации, поскольку процесс является управляемым процессом

Этот класс задач относится к теории оптимального управления

$U_{\text{пр}}$ — программное управление
 $X_{\text{пр}}$ — программная траектория

Решение задач оптимального управления на основание заданного критерия качества позволяет минимизировать функционал управления и на его основе получить вариант оптимального или программного управления , т е такого управления, которое переведет ЛА в заданную точку пространства и при этом будет наилучшим с точки зрения критерия качества

Траектория, которая получится при движении ЛА, называется [программной траекторией](#)

Реальная задача наведения обладает некоторыми трудностями:

- наличие стохастических или детерминированных ограничений
- постоянное воздействие случайных факторов в процессе полета

В результате воздействия вышеперечисленных факторов ЛА уходит с расчетной траектории.

Необходимо корректировать управления и траекторию.

[Основная задача корректирующего управления](#): обеспечение условия попадания ЛА в заданную точку пространства

Корректирующее управление следовало бы выбирать так, чтобы оно зависело от возмущающих факторов, однако на практике это невозможно. Корректирующее управление выбирается исходя из текущих фазовых координат от их программных значений

Решение задачи наведения является 2хэтапной :

1. Рассчитывают программную траекторию , которая обеспечивает достижения данной цели с минимальными затратами
2. В результате реализации программного управления параллельно определяют механизм, позволяющий с максимальной точностью достичь цели при заданном ресурсе, не смотря на действия возмущающих факторов.

Автономность программной траектории

Все программные траектории движения ЛА классифицируют по степени их автономности. Степень автономности программной траектории определяют исходя их необходимого объема информации, получаемого из внешних источников, привязка траектории к определенному участку пространства и тем что или кто реализует программную траекторию и программное управление.

1. Полностью автономные программный траектории

Особенности :

- траектории жестко не привязаны к определенным участкам пространства
- формирование траектории полностью осуществляется бортовой аппаратурой и не требует каналов связи с внешними источниками (пассивный канал связи может существовать)

2. Ограниченнные автономные программные траектории

Особенности:

- нет жесткой привязки к определенными участкам пространства
- существует двухсторонний канал связи с внешними источниками, однако траектория формируется на борту ЛА

3. Неавтономные программные траектории

Особенности:

- жестко привязки к определенными участкам пространства
- траектории формируемые внешними источниками
- существует двухсторонний канал связи с внешними источниками, по которому формируется траектория

Автономные траектории

Лекция 3

1. Автономные программные траектории, которые устанавливаются заранее (априорно устанавливаемые, до полёта)
2. Непрерывно формируемые автономное программные траектории

Решение общей задачи наведения на борту ЛА возлагается на пилотажно навигационный комплекс, основой которого является система автоматического управления

Навигационная система в рамках ПНК решает задачи текущего места определения и на сегодняшний день обычно является комплексированный структурой , т е текущее место определение формируется на базе различных физических принципов

В рамках пилотажно навигационного комплекса используют системы датчиков первичной информации, которую измеряют текущие параметры движения ЛА и переводят их в вид электрических сигналов

Формирование математический модели движения ЛА

Математическая модель движения является основой для формирования траекторий и в дальнейшем синтеза алгоритмов управления

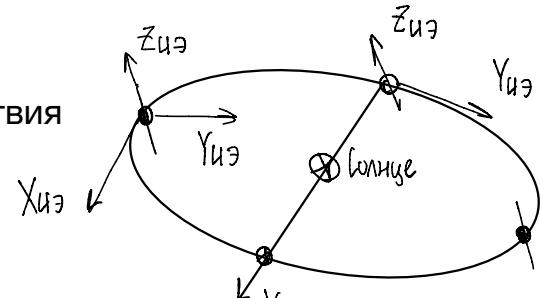
СК , необходимые для описания движения

Используют:

1. Земные СК (начало координат привязано к Земле)
2. Связанные СК (начало координат привязано к центру масс ЛА)

1. Геоцентрическая экваториальная инерциальная СК – $OX_{\text{ен}} Y_{\text{ен}} Z_{\text{ен}}$

- Начало координат связано с центром Земли
- Плоскость экватора совпадает с плоскостью OXY
- OX - направлена в точку: день весеннего равноденствия
- OZ - ось вращения Земли
- OY - дополняет до право



2. Геоцентрическая экваториальная СК $OX_{\text{в}} Y_{\text{в}} Z_{\text{в}}$ (вращающаяся)

- Начало координат совпадает с центром Земли
- OZ - направлена вдоль оси вращения к северному полюсу
- OX - лежит на пересечении плоскости экватора и гринвичского меридиана
- OY - дополняет до правой (в плоскости экватора)

3. Нормальная земная СК $O^N X_g Y_g Z_g$

- Начало координат привязано к Земле (над, рядом или под; связано с поверхностью)
- OY - направлена вдоль местной вертикали вверх
- OX и OZ выбирается из требований текущей задачи
- Направление OX это направление на север по касательной к текущему меридиану

Нормальна –

4. Стартовая СК $OX_{\text{ст}} Y_{\text{ст}} Z_{\text{ст}}$

- Начало координат связана с начальной точкой движения ЛА, если она движется с Земли
- OY - направлена вдоль местной вертикали вверх
- OX - выбирается как приоритетное направление движение ЛА

Связанные СК (связанные с ЛА)

Стандарт СК: ГОСТ 20058

1. Связанная СК $OXYZ$

- OX - ось, лежащая в симметрии ЛА и направлена в приоритетном направлении движения ЛА, от хвостовой до носовой - ось ЛА
- OY - лежит в плоскости симметрии ЛА, направлена вверх - нормальная ось
- OZ - боковая ось - дополняет до правой тройки - направлена вдоль правого крыла

2. Нормально связанная СК $OX_g Y_g Z_g$

- OY - направлена вверх вдоль местной вертикали
- OX и OZ - выбирается по задаче

3. Скоростная СК $OX_a Y_a Z_a$

- OX направлена вдоль вектора воздушной скорости - скоростная ось
- OY лежит в плоскости симметрии ЛА, направлено вверх
- OZ дополняет тройку до правой

4. Траекторная СК $OX_k Y_k Z_k$

- OX формируется направлением земной скорости
- OY лежит в вертикальной плоскости, направлена вверх
- OZ дополняется тройку до правой

5. Орбитальная объектно центрическая СК $OXYZ$

- Начало координат совпадает с центром масс ЛА

\bar{V} — скорость ЛА относительно невозмущенной воздушной среды

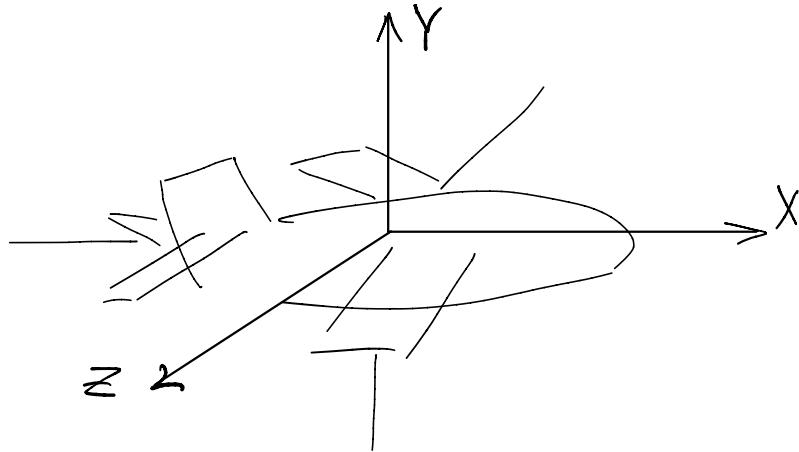
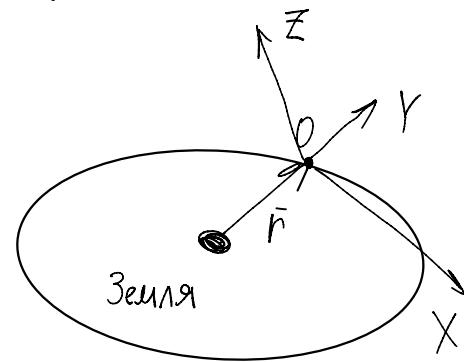
\bar{V}_k — скорость ЛА относительно Земли

\bar{W} — скорость ветра

$$\bar{V}_k = \bar{V} + \bar{W}$$

$\bar{\Omega}$ — вращение ЛА относительно инерциальной СК

$\bar{\omega}$ — вращение ЛА относительно земной СК



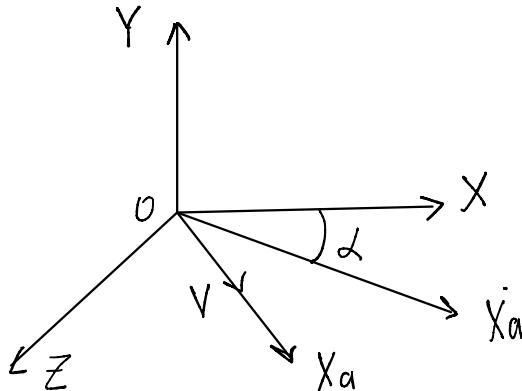
Ориентация относительно воздушного потока

Лекция 4

Определяют 2 угла: угол атаки и угол скольжения (α и β)

β — угол между направлением воздушной скорости ЛА и его плоскости симметрии

α — угол вертикальной плоскости

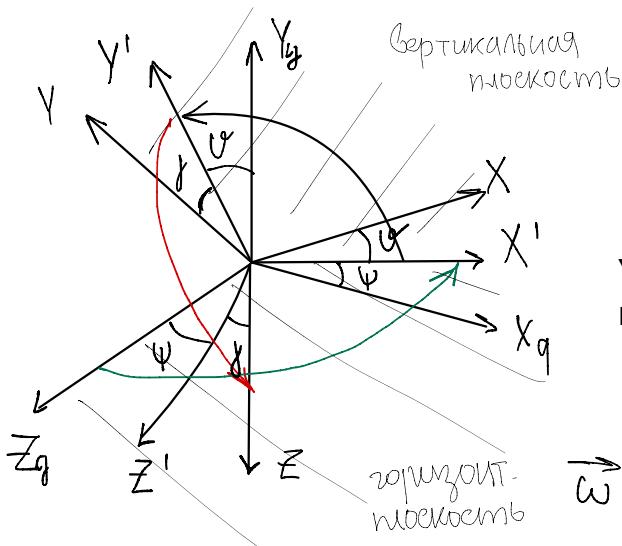


Ориентация ЛА в пространстве

Ориентация ЛА в пространстве определяется вращением его относительно центра масс и характеризуется тремя углами: Ψ - угол рыскания ϑ - угол танкана \jmath - угол крена

Ψ - угол между осью ОХд и проекцией продольной оси ЛА на горизонтальную плоскость ОХ'; $\Psi > 0$, если ОХд вращается с ОХ' вокруг ОУg по часовой стрелке, если смотреть в направлении ОХ

ϑ - угол между продольной осью ЛА ОХ и горизонтальной плоскостью ОХgZg; $\vartheta > 0$, если X находится выше ОХgZg



\jmath - угол между поперечной осью ЛА и осью ОZд, смещенный положение нулевого угла рыскания, $\jmath > 0$, когда ОZ' вращается с ОZ вокруг ОX по часовой стрелке, если смотреть в направлении ОX

Углы ориентации ЛА на траектории: угол наклона траектории θ и путевой угол Υ

θ - угол между направлением земной скорости и горизонтальной поверхности

$\vec{\omega}$ - угловая скорость движения вокруг центра масс объекта

$$\bar{\Psi} + \bar{\vartheta} + \bar{\jmath} = \bar{\omega}$$

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_x + \bar{\omega}_y + \bar{\omega}_z$$

(б связанный СК)

При поворотах системы координат можно получить систему кинематических уравнений:

$$\begin{cases} \omega_x = \jmath + \Psi \sin \vartheta \\ \omega_y = \Psi \cos \vartheta \cos \jmath + \vartheta \sin \jmath \\ \omega_z = \vartheta \cos \jmath - \Psi \cos \vartheta \sin \jmath \end{cases}$$

если $\omega_x = \jmath$, $\omega_y = \Psi$, $\omega_z = \vartheta$

$$\bar{V} = \bar{V}_x + \bar{V}_y + \bar{V}_z :$$

\bar{V} - Воздушная скорость (поступательная)

$$\bar{V}_k = \bar{V}_{kx} + \bar{V}_{ky} + \bar{V}_{kz} \Rightarrow \frac{\text{Частичный вектор}}{V} = \frac{\bar{V}}{V_k}$$

\bar{V}_k - земная скорость

При описании поступательного движения вектор воздушный скорости задан в связанной СК:

$$V_x = V \cos \alpha \cos \beta$$

$$V_y = -V \sin \alpha \cos \beta$$

$$V_z = V \sin \beta$$

$$V_{ngx} = V (\omega_k \cos \beta \cos \alpha \hat{x}_g - \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma \hat{y}_g + \sin \beta \cos \gamma \hat{x}_g)$$

$$V_{ngy} = V (\omega_k \cos \beta \cos \alpha \hat{y}_g - \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma \hat{y}_g + \sin \beta \cos \gamma \hat{y}_g)$$

$$V_{ngz} = V (\omega_k \cos \beta \cos \alpha \hat{z}_g - \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma \hat{z}_g + \sin \beta \cos \gamma \hat{z}_g)$$

Уравнения динамики движения ЛА

$$M_{bx} = \bar{K} = \frac{d\bar{K}}{dt} + \bar{K} \times \bar{\omega} \Rightarrow \bar{F}_{bh} = \bar{P} = \frac{d\bar{P}}{dt} + \bar{P} \times \bar{\omega}$$

(по теор. об. изм. кин. момента) (по теор. об. изм. кин. энергии)

$$\bar{K} = \bar{K}_x + \bar{K}_y + \bar{K}_z$$

$$\begin{cases} K_x = J_{xx} \omega_x + Y_{xy} \omega_y + Y_{xz} \omega_z \\ K_y = J_{yy} \omega_x + Y_{yx} \omega_y + Y_{yz} \omega_z \\ K_z = J_{zz} \omega_x + Y_{zx} \omega_y + Y_{zy} \omega_z \end{cases}$$

Для ЛА с двумя плоскостями инерции уйдут моменты инерции

Для ряда задач управление в определенных случаях можно считать массу ЛА неизменной и неизменные габариты и ИМ - это упрощает определение величины внешней силы и моментов

$M_{LA} = \text{const}$, т.е расход топлива < 15% от массы самолёта

Лекция 5

Рассмотрим ЛА, как крыло:

$$(\omega \times K)_x = W_y W_z (J_{zz} - J_{yy}) + J_{xy} W_x W_y$$

$$(\omega \times K)_y = W_z W_x (J_{xx} - J_{zz}) + J_{xy} W_y W_z$$

$$(\omega \times K)_z = W_x W_y (J_{yy} - J_{xx}) + J_{xy} (W_x^2 - W_y^2)$$

$$\bar{F}_{BH} = \bar{p} + (\bar{\omega} \times \bar{p})$$

$$\bar{F}_{BH} = \bar{F}_x + \bar{F}_y + \bar{F}_z$$

Уравнение Эльвира в проекциях на связанную СК \Rightarrow

$$\begin{aligned} \bar{M}_{BH} &= \dot{K} + (\bar{\omega} \times \bar{K}) \\ \bar{M}_{BH} &= \bar{M}_x^{BH} \bar{M}_y^{BH} + \bar{M}_z^{BH} \\ \begin{cases} \bar{M}_x^{BH} = J_{xx} \dot{W}_x + (J_{yy} - J_{zz}) W_y W_z - J_{xy} (W_x - W_z W_y) \\ \bar{M}_y^{BH} = J_{yy} \dot{W}_y + (J_{zz} - J_{xx}) W_z W_x - J_{xy} (W_x - W_y W_z) \\ \bar{M}_z^{BH} = J_{zz} \dot{W}_z + (J_{xx} - J_{yy}) W_x W_y + J_{xy} (W_x^2 - W_y^2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bar{p} = \bar{p}_x + \bar{p}_y + \bar{p}_z = m(\bar{V}_x + \bar{V}_y + \bar{V}_z)$$

$$\begin{cases} F_x = m[\dot{V}_x + W_y V_z - W_z V_y] \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_y = m[\dot{V}_y + W_z V_x - W_x V_z] \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_z = m[\dot{V}_z + W_x V_y - W_y V_x] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \dot{V} \cos \alpha \cos \beta - V \sin \alpha \cos \beta \cdot \dot{\alpha} + V \cos \alpha \sin \beta \cdot \dot{\beta} \\ \dot{V}_y = -\dot{V} \sin \alpha \cos \beta + V \cos \alpha \cos \beta \cdot \dot{\alpha} - V \sin \alpha \sin \beta \cdot \dot{\beta} \\ \dot{V}_z = \dot{V} \sin \beta - V \cos \beta \cdot \dot{\beta} \end{cases}$$

Силы и моменты, действующие на ЛА в полёте

\bar{G} - сила тяжести

\bar{P} - суммарная сила тяги (со стороны крыльев)

\bar{M}_p - момент сил тяги

\bar{R} - суммарная аэродинамическая сила

\bar{M}_R - момент суммарной аэродинамической силы

существуют, но мы их не считаем:

M_{tr} - тяговитые моменты

\bar{F}_k и \bar{M}_k - сила и момент кренения

Сила тяжести определяется модель земли в силу неоднородности плотности формы:

$$\bar{G} = \bar{F}_g + \bar{F}_{g, \sigma}, \bar{F}_g - \text{гравитационная сила}$$

$$\bar{F}_{g, \sigma} - \text{центробежная сила}$$

При построении программ траектории как правило учитываются только $\bar{G}, \bar{R}, \bar{P}, \bar{M}_p, \bar{M}_R$

Аэродинамическая сила приложенный в центре давление, за которую принимают точку пересечения аэродинамической силы

Аэродинамическая сила и момент при движении тела в среде пропорциональны динамическому давлению (скоростному напору), характерной площади S и зависят от некоторых безразмерных коэффициентов, соответствующих форме данного тела и условиям его обтекания.

$$q = 0,5 \rho V^2 = 0,5 K_p M^2$$

Так в скоростной системе координат:

$$X_a = l_{xa} \frac{\rho V^2}{2} S$$

$$Y_a = l_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S$$

$$M_{za} = M_{za} \frac{\rho V^2}{2} S \cdot L$$

C_x, C_y, C_z
Коэффициент лобового сопротивления подъемной силы и момента тангла
 S - площадь крыльев

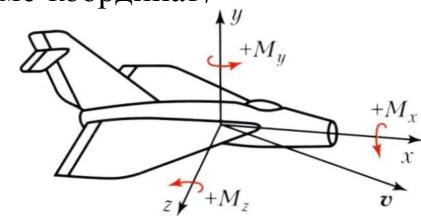


Рис. 2. Проекции аэродинамического момента на оси координат; M_x – момент крена; M_y – момент рыскания; M_z – момент тангла.

Сила и момент тяги

Определяются типом, мощностью и количеством двигательных установок

$$\bar{P} = \leq \bar{P}_i$$

$$\bar{M}_p = \leq \bar{M}_i$$

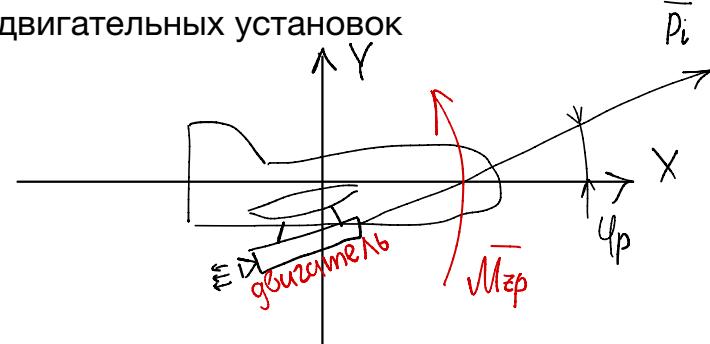
$$\bar{P} = \bar{P}_x + \bar{P}_y + \bar{P}_z$$

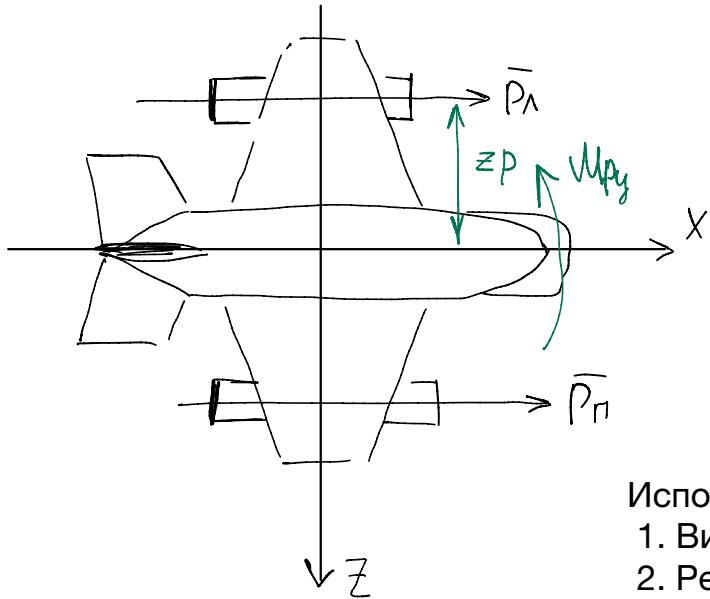
$$M_{pz} = P_{up} \cos \varphi p$$

$$P_x = P \cos \varphi p$$

$$\bar{M}_p = \bar{M}_{px} + \bar{M}_{py} + \bar{M}_{pz}$$

$$P_y = P \sin \varphi p$$





$P_{\text{PRM}} \neq P_{\text{RM}}$ (не всегда ортогональная тяга)

$$M_{\text{pu}} = \Delta P \cdot Z_P$$

Используются два движительных установок:

1. Винто-моторная группа
2. Реактивный двигатель

скорость A

$$P = f(\delta_{\text{ст}}, H(p), T, V)$$

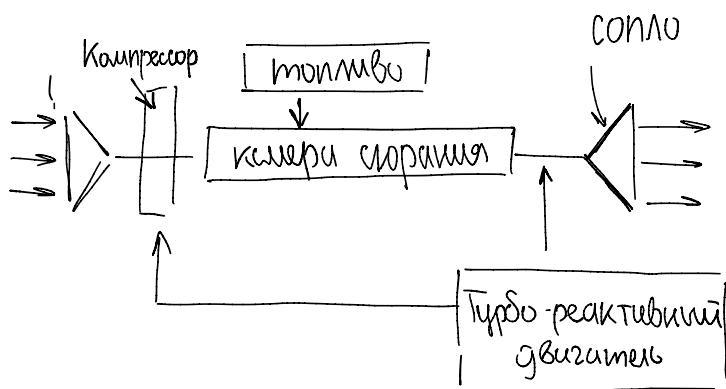
высота от
поверхности

температура

Г-актив газа

Приводы наружного винта:

1. Поршневой двигатель внутреннего сгорания
2. Реактивный турбо-вентиляторной двигатель
3. Электрический двигатель



$$P = mU + S_{\text{вых}} (P_{\text{ст}} - P_{\text{A}})$$

U - Средняя скорость горячих газов

M - Масса вырывающихся газов

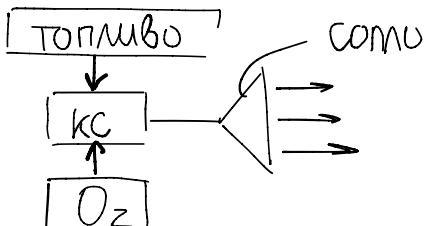
$S_{\text{вых}}$ - Площадь сопла

$P_{\text{ст}}$ - давление среза сопла

P_{A} - атмосферное давление на высоте

⚠ Ракетно-реактивные двигатели (доп. класс к 2 пункту)

Для их работы нужно иметь запасы окислителя

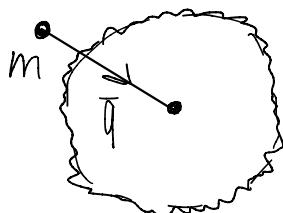


Под фигуруй Земли понимают поверхность воды и океана, которая заполняют узкие каналы, прорытые на суше.

Форма этой поверхности является суммарные действия силы тяготения и центробежной силы, обусловленной вращением Земли. То есть силы тяжести, направленной по ИВ

Уровневая поверхность силы тяжести

1 Форма Земли - геоид, не имеет математического описания

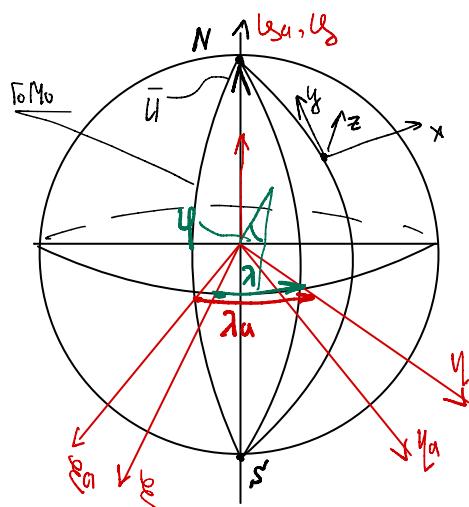


Геоид - гипотетическая поверхность уровня потенциала силы тяжести, примерно совпадающие со средним уровнем воды в мировом океане. Имеет сложную форму обусловленную распределение масс в земной коре и на поверхности.

В каждой точке геоида нормалек его поверхности совпадает с направлением силы тяжести, ну то есть равнодействующей силы тяготения и центробежной силы от вращения Земли

Наиболее близкая модель Земли

1. Эллипсоид вращения (поверхность, полученная вращением эллипса вокруг малой оси)



Параметры:

a - малая полуось
 b - большая полуось

$$\lambda = \frac{a - b}{a} \quad e = \frac{b - a}{b} - \text{эксцентриситет}$$

$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ - эксцентриситет
и параметры опред. по красн.

Параметры Краевской:

$$a = 6378245 \text{ м} \quad \lambda = \frac{1}{298,3}$$

$$b = 6356856 \text{ м}$$

$$e = 0,006692$$

При соответствующем выборе параметров погрешность составляет 2-3' между нормалью геоида и нормалью эллипсоида вращения (100-150 м)

Координаты точек на поверхности эллипсоида вращения

Точки пересечения малой оси эллипсоида вращения с её поверхностью называются **полюсами**

Тот из них, со стороны которого мы видим поворот, происходящий против часовой стрелки, называют **севером**, противоположный - **южный**

Плоскость, перпендикулярная малой оси и содержащая в себе центр эллипсоида вращения называют **плоскостью экватора**, она пересекает которая называют **экватором**

Плоскости, параллельные плоскости экватора, пересекают поверхности эллипсоида вращения по линиям, которые носят названия **параллели**

Полуэллипсы, соединяющие полюса по поверхности эллипсоида носят название **меридианы**

Меридиан, которые проходит через некоторую точку Гринвичской обсерватории являются **нулевым маринадом или гринвичским меридианом**

Параллели и меридианы образуют **координатную сетку**

1. Инерциальная СК

Начало СК - в центре масс - барицентре

Оси направлены на удаленные неподвижные звезды

Инерциальная СК:

- Начало координат в центре масс
- оси направлены на удвоенные неподвижные звезды

1. Геоцентрическая инерциальная СК

- начало СК - в центре эллипсоида вращения
- две другие оси лежат в плоскости экватора, остаются параллельными барицентрической СК
- ω_a - вращаем в малой оси
- СК не принимает участия в вращении Земли

2. Геоцентрическая СК, связанная с земной СК

- Начало координат совпадает с центром Земли
- ω_a - вращение плоскими линиями пересечения экватора и линий, широт.
- ω_a - движение по правой
- ω_a - вращ. к северу

3. Связанная СК с ЛА

- ω_a - космическая вертикаль, вверх

Плоскость \perp плоскости космической вертикали - плоскость линий горизонта

- y - север
- x - восток
- x и y лежат в плоскости линий горизонта

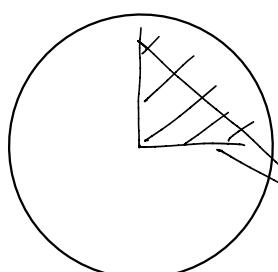
Геогр. долгота - λ - отсчитывается от 0° до 180° в западном и восточном направлениях или от 0° до 360° в восточном и западном направлениях

Геогр. широта - φ - угол между нормалью лин. вращения и пл-тью экватора
- отсчитывается от 0° до 90° в северном направлении от 0° до -90° в южном направлении

• λ_a - абсолютная долгота

$$\lambda_a = -\lambda + \bar{\lambda}$$

ψ' - геодезм. широта места - угол между радиус-вектором, соединяющим центр посвященного объекта и центральный эллипсоид вращения в плоскости экватора.



R кривизны меридианов

$$R_x = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} + h \quad R_y = \sqrt{\frac{c(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^3}} + h$$

Разложим в биномиальный ряд Ньютона

$$R_x = a(1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi + h/a)$$

$$R_y = a(1 - e^2 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi + h/a)$$

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi - \frac{h}{a} \right)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{a} \left(1 + e^2 - \frac{3}{2} e^2 \sin^2 \varphi - \frac{h}{a} \right)$$

2. Модель формы Земли - сфера

$$R_0 = 6371110 \text{ м}$$

$$R_{cp} = 6371 \text{ км}$$

$$R_0 = 6371116 \text{ м}$$

3. Модель формы Земли - плоскости (до 300 км)

Лекция (04.03)

$$\vec{g} = \vec{g}_x + \vec{g}_y + \vec{g}_z$$

$$\begin{cases} g_x = -g \sin \vartheta \\ g_y = -g \cos \vartheta \cos \varphi \\ g_z = g \cos \vartheta \sin \varphi \end{cases}$$

Аэродинамическая сила и момент

аэродинамическая сила :

$$R = C_R \frac{V^2}{2} \cdot S$$

C_R - хар. формулы А, размеры

q - аэродин. давление

S - площадь (например, S_{kp} - площадь крыла)

$\vec{R} = \vec{R}_{kp} + \vec{R}_{kor} + \vec{R}_{opt} + \vec{R}_{mg}$ - суммарная аэродинамическая сила

R_{opt} - аэродинамическая сила отрыва

$$\vec{M}_R = \vec{M}_{kp} + \vec{M}_{kor} + \vec{M}_{opt} + \vec{M}_{mg}$$

$$\vec{R} = \vec{X} + \vec{Y} + \vec{Z} \quad \text{— сила бокового сопр.}$$

сила лобового сопр.

сила инерционн. сопр.

$$\begin{cases} X = C_x q S \\ Y = C_y q S \\ Z = C_z q S \end{cases}$$

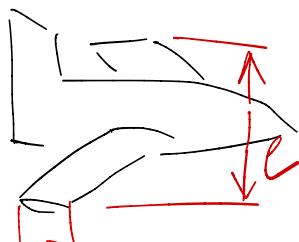
Вдоль оси ССК: $\bar{R} = \bar{R}_x + \bar{R}_y + \bar{R}_z$ — инерцияция силы
 приводимая нормалью
 силы силы

$$\begin{cases} R_x = X \cos \alpha \cos \beta + Y \sin \alpha \cos \beta + Z \cos \alpha \sin \beta \\ R_y = -X \sin \alpha \cos \beta + Y \cos \alpha \cos \beta + Z \sin \alpha \sin \beta \\ R_z = X \sin \beta + Z \cos \beta \end{cases}$$

β — малый угол
 α — большой угол

$$\bar{M}_R = \bar{M}_{Rx} + \bar{M}_{Ry} + \bar{M}_{Rz}$$

крен
 рискаве
 тангаж



b — хорда крыла

$$M_{Rx} = M_x q \cdot S \cdot l$$

l — размах крыла

$$M_{Ry} = M_y q \cdot S \cdot l$$

b_a — средняя аэродинамическая хорда крыла

$$M_{Rz} = M_z q \cdot S \cdot b_a$$

$$R = f(V, g(H), C_R)$$

$$M_R \dots$$

Понятие перегрузки

В динамике полета широко используется понятие коэффициента перегрузки, как оценки силового воздействия на объект на прямую влияющий на его прочность

Перегрузка это отношение абсолютной величины линейного ускорение, вызванного не гравитационными силами, ускорение свободного падения на поверхности земли

\bar{n} — векторная величина, но безразмерная

$$\bar{n} = \bar{n}_x + \bar{n}_y + \bar{n}_z (n_x = 0, n_y = 1, n_z = 0)$$

$$\bar{n} = \frac{\bar{F}_i - \bar{G}}{mg} \Rightarrow \bar{n} = \frac{\bar{P} + \bar{R}}{mg}$$

$$\Delta n_y = n_y - 1$$

— кренажение

$0g$ — Тело находится в свободном падении
 $1g$ — Тело покоящиеся на поверхности земли
 $1,5g$ [пасс. сам.] — Человек при взлете самолета
 $2,5g$ — Разрешенная перегрузка для пассажирского самолета
 $3 \dots 5g$ — Космонавтов в Союзе

$$n_x = \frac{P \cos \varphi - X \cos \alpha + Y \sin \alpha}{mg}$$

$$n_y = \frac{P \sin \varphi + X \sin \alpha + Y \cos \alpha}{mg}$$

$$n_z = \frac{Z \sin \beta}{mg}$$

Редукция уравнения движения ЛА

$$\begin{cases} m(V_z + W_y V_x - W_x V_y) = P \cos \varphi + X \cos \alpha + Y \sin \alpha - Z \sin \beta \\ m(V_y + W_z V_x - W_x V_z) = P \sin \varphi - X \sin \alpha + Y \cos \alpha - Z \cos \alpha \cos \varphi \\ Y_{zz} W_z - (Y_{xx} - Y_{yy}) W_x W_y - Y_{xy} (W_x^2 - W_y^2) = M_{Rx} - P \sin \varphi \cos \varphi \end{cases}$$

\rightarrow Уравнение динамики
 \rightarrow Иступ. движ.

$$\dot{x} - V_x \cos \alpha \hat{x} \hat{x}_g - V_y \cos \alpha \hat{y} \hat{y}_g - V_z \cos \alpha \hat{z} \hat{z}_g = 0$$

$$\dot{y} - V_x \cos \alpha \hat{x} \hat{y}_g - V_y \cos \alpha \hat{y} \hat{y}_g - V_z \cos \alpha \hat{z} \hat{y}_g = 0$$

$$W_z - \dot{V} \cos \alpha + \dot{\varphi} \cos \alpha \sin \varphi = 0$$

\dot{z} —
 $\dot{\varphi}$ —
 $\dot{\psi}$ —
 $\dot{\theta}$ —
 \dot{V} —
 \dot{P} —
 \dot{R} —
 \dot{M} —
 \dot{L} —
 \dot{D} —
 \dot{N} —
 \dot{Q} —
 \dot{S} —
 \dot{C} —
 \dot{B} —
 \dot{A} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 \dot{F} —
 \dot{G} —
 \dot{H} —
 \dot{I} —
 \dot{J} —
 \dot{K} —
 \dot{L} —
 \dot{M} —
 \dot{N} —
 \dot{O} —
 \dot{P} —
 \dot{Q} —
 \dot{R} —
 \dot{S} —
 \dot{T} —
 \dot{U} —
 \dot{V} —
 \dot{W} —
 \dot{X} —
 \dot{Y} —
 \dot{Z} —
 \dot{A} —
 \dot{B} —
 \dot{C} —
 \dot{D} —
 \dot{E} —
 $\dot{$

$$\begin{cases}
 J_{xx} \dot{w}_x - (J_{yy} - J_{zz}) w_y w_z - J_{xy} (w_y - w_x w_z) = M_{Rx} \\
 J_{yy} \dot{w}_y - (J_{zz} - J_{xx}) w_z w_x - J_{xy} (w_x - w_y w_z) = M_{Ry} - \Delta P \cdot z_p \\
 m(v_z + w_x v_y - v_x w_y) = z \cdot \cos \beta + \dot{z} \cdot \cos \vartheta \cos \rho \\
 \dot{w}_x - (\dot{p} + \dot{\psi} \sin \vartheta) = 0 \\
 \dot{w}_y - (\dot{\psi} \cos \vartheta \cos \rho + \dot{v} \sin \rho) = 0 \\
 \dot{z} - v_x \cos \chi \hat{z}_g - v_y \cos \gamma \hat{z}_g - v_z \cos \zeta \hat{z}_g = 0
 \end{cases}$$

Система исходных уравнений движения ЛА является сложной, часть параметров этой системы является функцией нескольких переменных, поэтому наиболее рациональным методом для решения подобной системы является **редукция** (- решение задач, связанное с учетом наиболее существенных факторов)

На самом деле, это упрощение путём замены действительных связей более простыми и отсечение слабых связей

$$\begin{aligned}
 \bar{F} &= \left(\frac{d\bar{L}}{dt} \right)_{\text{non}} & M_{\text{ла}} &= \text{const} \\
 \bar{M} &= \left(\frac{d\bar{K}}{dt} \right)_{\text{non}} & \dot{m} &= \frac{dm}{dt}
 \end{aligned}$$

Сложность достаточна полного математического описания движения ракеты объясняется следующими обстоятельствами

1. Ракета не является твердое тело, так как беспрерывно в летательной установке расходуется его масса
2. Внутри ракеты происходит постоянное перемещение частиц, находящихся в жидким или газообразном состоянии (топливо, окислитель)

Эти обстоятельства приводят к тому, что законы динамики твердого тела вообще не применимы

Однако, рассматривая движение за бесконечный малый промежуток времени, возможно решить задачу ракеты, используя известное положение в динамике

$$\begin{aligned}
 m &= \sum m_{\xi_i} + dm \\
 m \bar{r} &= \sum m_{\xi_i} \bar{r}_{\xi_i} + dm \cdot \bar{r}_a = \sum m_{\xi_i} \bar{r}_{\xi_i} + \dot{m} dt \cdot \bar{r}_a
 \end{aligned}$$

конфигурация ракеты

$$dt : (m - \underline{m} dt) (\bar{r} + d\bar{r}) = \sum m_{\xi_i} (\bar{r}_{\xi_i} + d\bar{r}_{\xi_i})$$

$$m \bar{r} + \underline{m} d\bar{r} - \underline{m} dt \cdot \bar{r} - \underline{m} dt \cdot dr = \sum m_{\xi_i} \bar{r}_{\xi_i} + \sum m_{\xi_i} d\bar{r}_{\xi_i} = \sum m_{\xi_i} \bar{r}_{\xi_i} - \underline{m} dt \cdot \bar{r}_a$$

L - вектор количества суммирования

$$m \dot{\bar{r}} - \dot{m} \bar{r} = \dot{m} \bar{r}_a - \dot{m} \bar{r} \alpha \quad | : dt$$

$$m \frac{d\bar{r}}{dt} - \dot{m} \bar{r} = \dot{m} \frac{d\bar{r}_a}{dt} - \dot{m} \bar{r}_a$$

$$\dot{m} \bar{V} = \dot{m} \bar{V}_a + \dot{m} (\bar{V}_a - \bar{r})$$

$$\bar{L} = \dot{m} \bar{V} + \dot{m} \bar{B}$$

$$F = \frac{d\bar{L}}{dt} = \dot{m} \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \cdot \dot{m} + \dot{m} \bar{B} + \dot{m} \dot{B}$$

постоянная масса
 выражение для изменяющей
 массы

$$\bar{V} = \dot{\beta} + \bar{U}$$

$$P_g = 2\dot{m}\dot{\beta} + \dot{m}\dot{U} + \dot{m}\bar{U}$$

Центр масс ракеты движется так же, как центр масс твердого тела, на который кроме приложенных на ракету сил, действует динамическая тяга

$$P_g = \dot{m}U \left(1 + \frac{2\dot{\beta}}{U} + \frac{\dot{m}\dot{\beta}}{\dot{m}U} \right)$$

$$M_{gx} = \dot{\mathcal{I}}_{xx} \omega_x$$

$$M_{gy} = (\dot{\mathcal{I}}_{yy} - \dot{m}\dot{\beta}^2) \omega_y$$

$$M_{gz} = (\dot{\mathcal{I}}_{zz} - \dot{m}\dot{\beta}^2) \omega_z$$

XOY

F_x, F_y, M_z - динамические параметры - поступательное движение
 F_z, M_x, M_y - вращательное движение
 $V_x, V_y, \omega_z, x, y, \psi, \lambda, \theta$
 $V_z, \omega_x, \omega_y, z, \beta, \psi, \beta, \varphi$

F_x - сила вдоль оси x

M_x - момент

$$\frac{dF_x}{d\lambda} \neq 0 \quad \frac{dF_x}{d\beta} \approx 0$$

$$\frac{dM_x}{d\omega_y} \neq 0 \quad \frac{dM_x}{dV_y} \approx 0$$

При решении уравнений ЛА система уравнений может быть разделена на независимые друг от друга системы

- Одна система будет описывать движение в плоскости симметрии (плоскость XOY - система продольного движения)
- Вторая система описывает движение в плоскостях XOZ и YOZ - система бокового движения

Продольное движения ЛА характеризует перемещение центра масс вдоль продольной и нормальной оси и вращательное движение вокруг поперечного

Количество движения ракеты отличается от количества движения твердого тела одним слагаемым: расхода массы на расстояние (между центром масс ракеты и выходного сопла)

Боковое движение характеризует перемещение центра масс в бок оси OZ, и вращательное движение вокруг продольной и нормальной оси

Особенности типовых траекторий движения ЛА

Общая задача наведения ЛА заключается в выводе ЛА в заданную точку пространства в заданный момент времени с заданными скоростью и направлением по ранее установленной или оперативно выбранной пространственно-временной траектории. В процессе наведения необходимо определять свое положение в пространстве, т.е. решать задачу навигации в течение полета. Для оперативного выбора пространственно-временной траектории необходимо решить систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, X, U, \dot{X}) \text{ описывает движение ЛА}$$

T - время

ЛА переведет из $X(0) = X_0$ в $X(T) = X_T$

Реальная задача наведения ЛА обладает рядом трудностей, основными из которых являются:

- наличие как стохастических, так и детерминированных (выполняемых с вероятностью, равной 1) ограничений (в настоящее время готовых решений таких задач нет);
- многокритериальность задачи, т.е. необходимо одновременно удовлетворить многим требованиям.

$X \in G_x, \forall t > 0$

При формировании траектории полета ЛА необходимо учитывать допустимые пределы изменения параметров движения ЛА. Эти **ограничения** можно разбить на три группы:

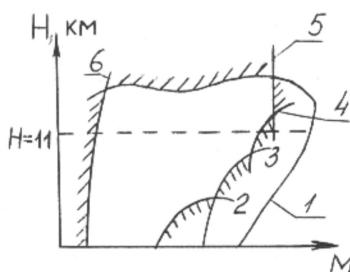
- аэродинамические и прочностные ограничения ЛА, связаны безопасностью полета;
- ограничений связанных со спецификой требований к выполнению заданной программы полета в соответствии с заданием, требованиями, нормами и правилами;
- физиологические ограничения по обеспечению необходимого уровня жизнеобеспечения экипажа или комфорта пассажиров.



Рис.5. Влияние нормальной перегрузки на человека, t – время действия перегрузки

Перегрузка разрушает конструкции, обычно $\Pi_{раз} = 1,5 \Pi_{max} \text{ экс}$

Перегрузка негативно влияет на самочувствие и работоспособность человека и ее влияние существенно зависит от длительности действия. Влияние перегрузки разных знаков и направлений на организм различно. При наличии пассажиров на борту ограничения на допустимую перегрузку в 2-3 раза жестче.



Ограничение полетной области ЛА

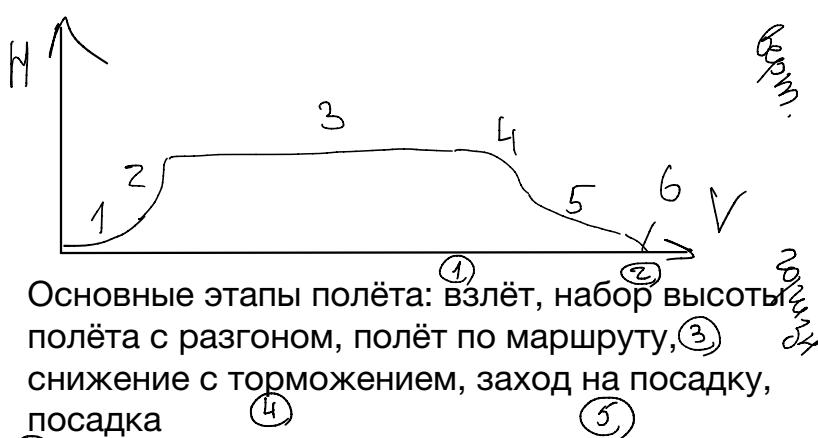
- Описание ограничений в параметрической области М (И) - Н
- ограничение из условия равенства потребных и располагаемых тяг;
 - ограничение скорости по недопустимым перегрузкам при полете в неспокойном воздухе;
 - ограничение скорости по максимально допустимому скоростному напору C_{max} ;
 - ограничение скорости по недопустимому нагреву конструкций ЛА;
 - ограничение по числу М полета, по условиям статической и динамической прочности ЛА и двигателя, устойчивости, управляемости и балансировки;
 - ограничение по У допустимому.

Траектории полета ЛА.

Полет ЛА есть его движение с целью перемещения пассажиров и грузов из одной точки в другую.

Движение ЛА как твердого тела в пространстве состоит из углового движения (движения вокруг центра масс) и поступательного движения (движения центра масс ЛА).

Для удобства рассмотрения всю траекторию полета ЛА обычно разделяют на две составляющие в соответствии с возможностью разделения модели движения ЛА продольное и боковое.



Основные этапы полёта: взлёт, набор высоты полёта с разгоном, полёт по маршруту, снижение с торможением, заход на посадку, посадка

Область возможных вертикальных режимов полета ЛА задается в виде функцией от параметров числа М (или скорости V) и высоты - (М, Н).

Вторая часть траектории - проекция перемещения центра масс на Земную поверхность может описываться в координатах широты и долготы для расчета параметров программной траектории используются уравнения бокового движения.

Обычно траекторию полета ЛА представляют как совокупность этапов полета, которые отличаются друг от друга целями и требованиями.

В идеальном случае всегда должно выполняться условие:

где \bar{X}_i и \bar{X}_{i+1} - координаты состояния для i -го и $(i+1)$ -го этапов полета, T_k - момент времени окончания выполнения i -го этапа полета.

Траектории полета ЛА крылатой схемы.

Профиль полета (ПП) - траектория полета летательного аппарата в координатах дальность - высота. Траектория вертикальной плоскости называется **профилем полёта**

Представляет собой последовательность участков, каждому из которых соответствует определенная программа изменения высоты и скорости.

Таким образом, профиль всего полета, зависимости локальной задачи, разделяется на участки, которые характеризуются определенной взаимозависимостью изменений высоты и скорости.

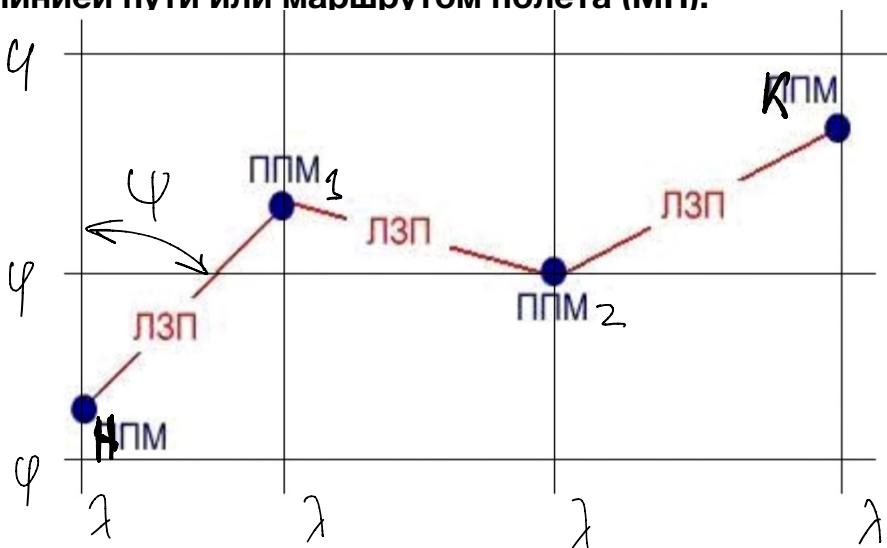
$$\begin{cases} m\dot{V} = P\cos(\alpha + \varphi_p) - X - G\sin\theta \\ m\dot{V}\dot{\theta} = P\sin(\alpha + \varphi_p) - G\cos\theta \\ \dot{x}_c = \dot{L} = V\cos\theta \\ \dot{y}_c = \dot{H} = V\sin\theta \end{cases}$$

Принципиально при реализации программной траектории полета можно выделить следующие типовые маневры ЛА - элементарные траектории, которые последовательно реализуются с разными начальными условиями в процессе выполнения полета:

- разгон (торможение) при постоянной высоте - горизонтальный полет;
- подъем (снижение) с постоянной скоростью (или числом M);
- подъем ЛА с разгоном.

Выбор последовательности элементарных траекторий производится по критерию оптимальный траектории полёта ЛА

Траектория полёта летательного аппарата в проекции на поверхность Земли называется **линией пути или маршрутом полета (МП)**.



Она изображается в координатах широты ψ и долготы λ , а изменение линии связано с изменением путевого угла (ПУ) ψ вследствие поворота ЛА. ПУ отсчитывается по часовой стрелке от 0 до 360 градусов

ψ - путевой угол
 ψ_i - заданный путевой угол

Проекция положений центра масс ЛА на поверхность Земли, в маршрутном полете ЛА начинает движение в исходном пункте маршрута (ИПМ), при полете по маршруту возможны изменения в направлении полета, которые производятся в промежуточных пунктах маршрута (ППМ).

Угол разворота при этом определяется как $\text{УР} = \text{ЗПУк} - \text{ЗПУн}$, где ЗПУ i - заданные конечный и начальный путевые углы ППМ.

Локсадромия - это линия пути, пересекающая текущие меридианы

под равными углами. Полеты по локсадромии применяются в настоящее время при перемещении на расстояния менее 300 км, например маневры в районе аэродрома или маневры поворотов в ППМ.

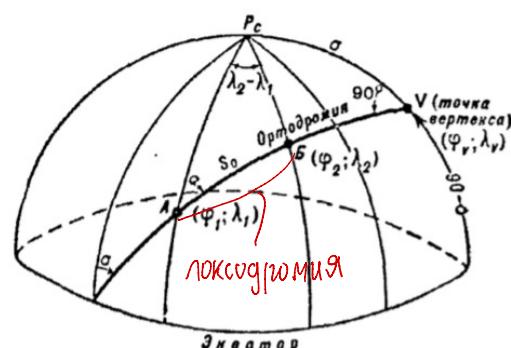
Ортодромия - линия, заданного пути которая является кратчайшим расстоянием на сферической поверхности

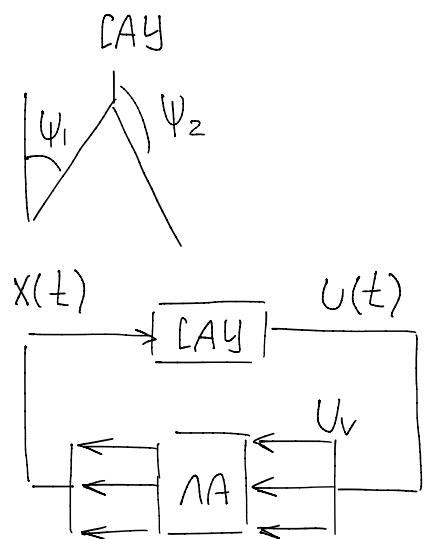
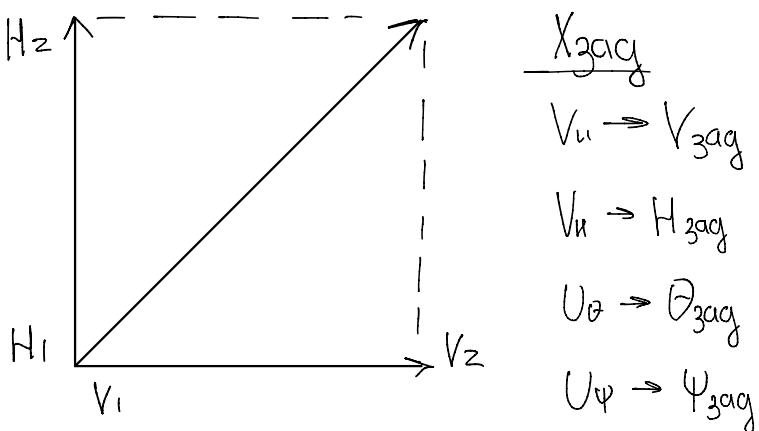
Опорный меридиан - меридиан, проходящий через начальную точку ортодромии участка. Расчеты или измерения ортодромического направления полета самолета выполняются от этого меридиана

$\psi_1 \lambda_1$ - шир. коорд. ИПМ

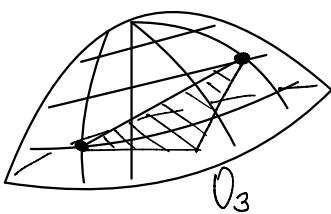
$\psi_2 \lambda_2$ - шир. коорд. конечного ПМ

$$\operatorname{ctg} \psi_A = \cos \psi_1 \operatorname{tg} \psi_2 \cos \operatorname{es}(\lambda_2 - \lambda_1) - \operatorname{sin} \psi_1 \operatorname{ctg}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

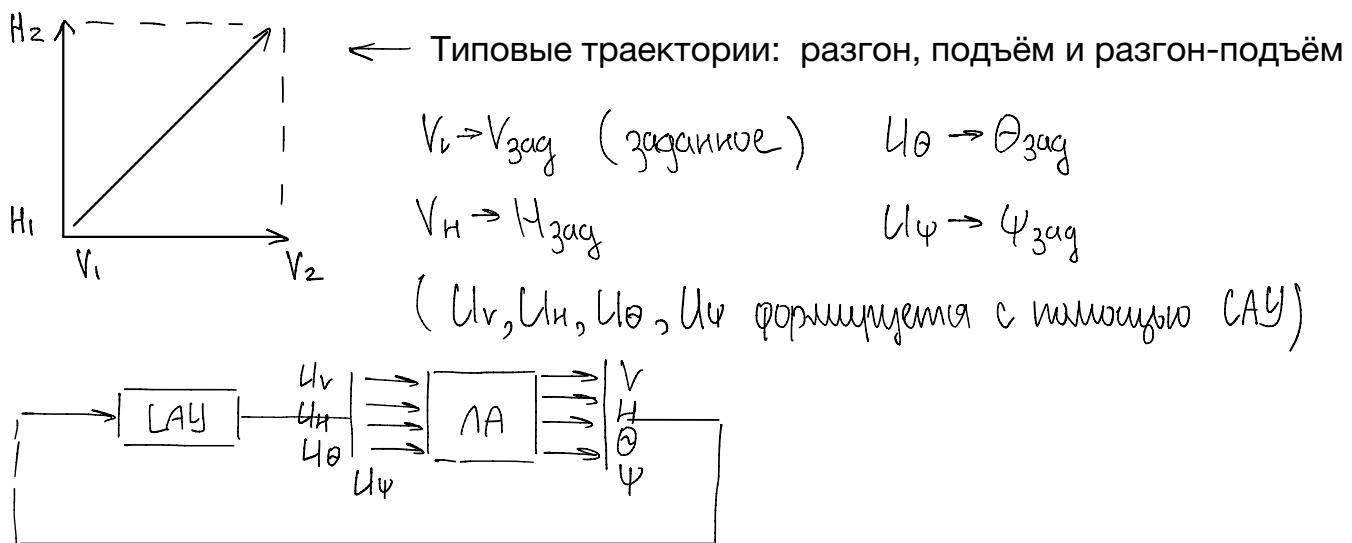




Типовые траектории тактических (крылатых) ракет



$$\begin{aligned} \psi_1, \lambda_1 \quad \text{ctg} \psi_1 &= \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \operatorname{cosec} (\lambda_2 - \lambda_1) - \sin \varphi_1 \operatorname{ctg} (\lambda_2 - \lambda_1) \\ \psi_2, \lambda_1 \quad \cos \varphi_2 &= \sin \varphi_1 \sin \psi_2 + \cos \varphi_1 \cos \psi_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1) \end{aligned}$$



Особенности траекторий полета тактических ракет.

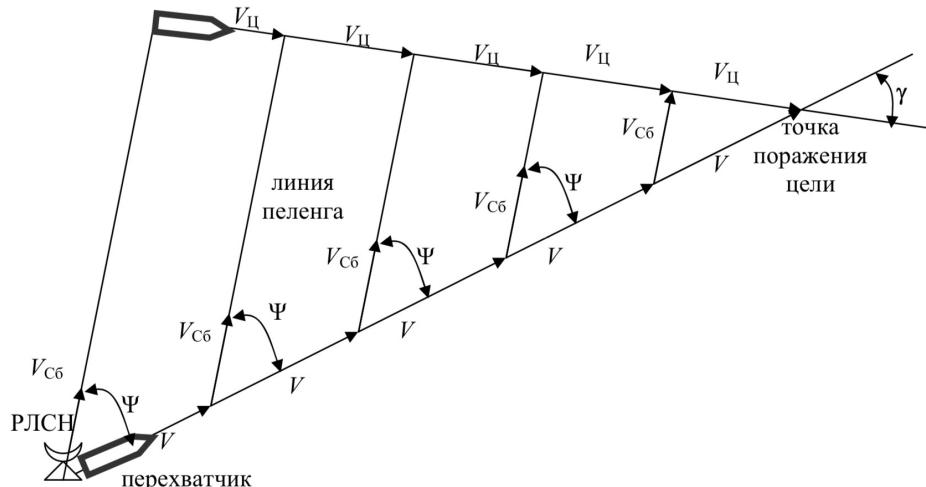
Для скоростных ЛА одна из типичных задач, определяющих траекторию, является задача перехвата и атаки движущейся цели.

Рассмотрим особенности траекторий еще один класс ЛА – так называемые крылатые или тактические ракеты. Это беспилотные управляемый ЛА весь полет которых проходит в атмосфере Земли и ракета движется в течении всего полета под действием реактивных двигателей. Ракета запускается со стационарной, мобильной или движущейся пусковой установки и предназначена для попадания в неподвижную или движущуюся цель, которая может находиться на Земле, в воздухе или на море.

Для решения основной задачи наведения необходимо управлять движением ракеты так, чтобы в процессе наведения происходило непрерывное сближение ракеты с целью и в конечном счете, чтобы ракета пролетела около цели на возможно меньшем расстоянии от нее, не превышающем некоторого максимально допустимого (радиус разброса осколков).

Задача расчета траектории перехватчика – это задача наведения при наличии дополнительных кинематических связей – текущих координат цели и вектора ее скорости $V_{Ц}$. Но траектория перехватчика в любом случае зависит от характера движения цели, а цель либо не маневрирует, либо пытается уклониться от встречи. Выбор метода наведения зависит от характера движения цели, от ее динамики и маневрирования и является игровой задачей, где цели сторон различны.

$L \cdot \gamma' = V \cdot \sin \Psi - V_{Ц} \cdot \sin \gamma$ следует: $\sin \Psi / (V \cdot \gamma) = \sin \gamma_0 / V = \sin(\pi - \gamma_0) / V$.



1) Метод параллельного сближения используется для поражения маломаневренных целей, когда

$$V_{y_0} \approx \text{const}$$

$$\Psi = \text{const}$$

$\gamma_0 = \gamma$ – угол между вектором V ракеты и вектором $V_{Ц}$

Относительно прямолинейной траектории, будет: $V \cdot \sin \Psi - V_{Ц} \cdot \sin \gamma_0 = 0$ и $\sin \gamma_0 = g \cdot \sin \Psi$.

$$\frac{N_z(t)}{m} = 0$$

(Боковая перегрузка)

При наличии станции наведения (РЛСН), в ней и формируется актуальная траектория ракеты для ее встречи с целью и первоначальная линия пеленга цели. При этом скорости ракет $|V|$ и цели $|V_{Ц}|$ соизмеримы.

Движение перехватчика и воздушной цели происходит по сторонам треугольника, третью сторону которого образует линия пеленга цели. В дальнейшем этот треугольник будем называть треугольником наведения. Линия пеленга цели в процессе движения перемещается параллельно самой себе. Встреча перехватчика и воздушной цели произойдет в том случае, если вектор относительной скорости сближения ($V_{отн}$) будет направлен на воздушную цель, а курсовые углы цели и истребителя ($\psi_{Ц}$; ψ) в процессе сближения будут оставаться постоянными.

2) Если $|V_{y_0}| \neq \text{const}$ и $\bar{V}_y \neq \text{const}$, то и $\bar{V}_p \neq \text{const}$ и $|V_p| \neq \text{const}$

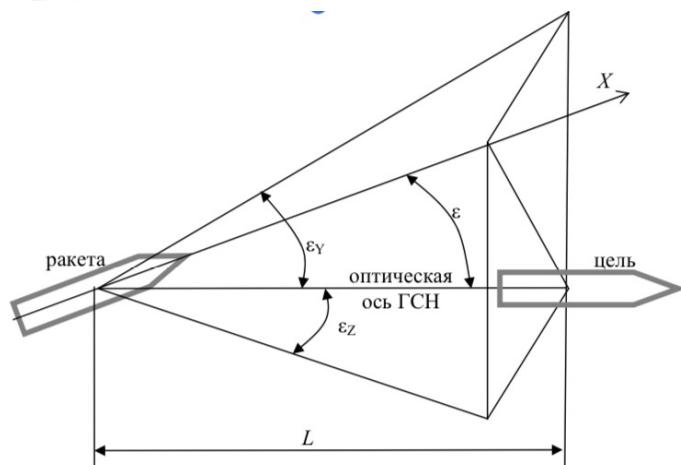
В случае, если цель маневрирует, т.е. в процессе перехвата может изменяться направление и модуль вектора скорости цели, то используются другие методы наведения, которые в литературе называются методами преследования или погони с упреждением. В этом случае траектория полета ракеты формируется на борту, т.е. автономно. В каждый момент времени траектория полета ракеты направлена вдоль линии цель – ракета (Рис.). Для прямого попадания ракеты в цель необходимо, чтобы скорость ракеты превышала скорость цели ($|V| >> |V_{Ц}|$) и кроме того, такое попадание будет возможно только после того, как ракета зайдет в хвост цели.

Так как при движении к цели по кривой погони γ изменяется от γ_0 до 0, то происходит разворот перехватчика при постоянной величине $|V|$ с изменением направления вектора при развороте, что вызывается центростремительной силой, которая создает перегрузку, что влияет на прочность конструкции перехватчика и приборов, установленных на борту. В реальности перегрузки при выполнении маневров могут быть значительными:

$$n_z = F_{yC} / G \approx V \cdot V_y \sin \gamma / (g \cdot L)$$



Автономные системы управления, осуществляющие самонаведение на цель без заранее заданной программы движения, должны иметь устройства, определяющие автоматически положение ракеты относительно цели и соответствующим образом изменяющие направление полета. Такие устройства называются головками самонаведения (ГСН). Источником сигнала рассогласования может являться, например, угол ε между продольной осью ракеты и направлением на цель (Рис.). В головках активного самонаведения используются источники какого-либо вида лучистой энергии.



ξ_x, ξ_y, ξ_z - углы расщепления

ГСИ стабилизирована относительно цели

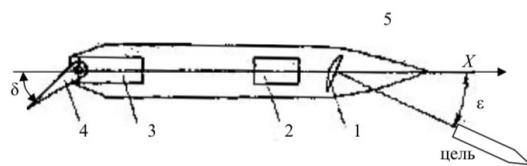


Рис. Структура управления ракетой с ГСН по одному каналу управления: 1 – антenna ГСН, 2 – ВУ САУ, 3 – сервопривод руля, 4 – руль.

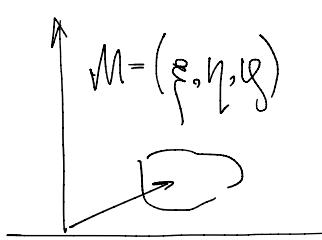
Рис. Формирование сигналов управления по двум каналам на гиростабилизаторе ГСН ракеты.

Гравитационное поле Земли и поле силы тяжести

Гравитационное поле является потенциальным

$$\Pi' = \int \frac{dm}{r'}$$

r' – модуль радиус-вектора, идущего из притягивающей точки тела в текущую точку пространства



$$M_i = (\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$$

\int – гравитационная постоянная

$$r' = \sqrt{(\xi - \xi_i)^2 + (\eta - \eta_i)^2 + (\zeta - \zeta_i)^2}$$

Π' – зависит от распределение масс внутри притягивающего тела

$$ds = \frac{\delta \Pi'}{\delta s}$$

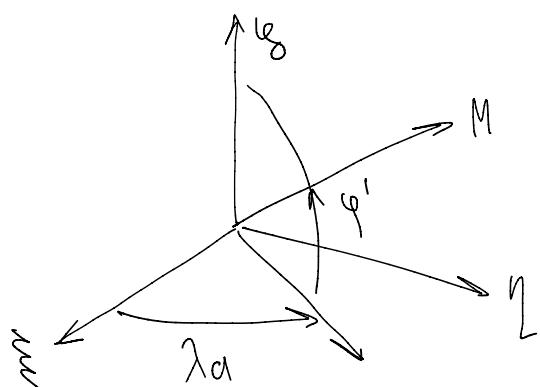
$$\xi = V \cos \psi' \cos \lambda_a$$

$K = f m$ – грав. параметр

$$\eta = V \cos \psi' \sin \lambda_a$$

$$\zeta = V \sin \psi'$$

$$\Pi' = \frac{K}{r} + \frac{M}{2} \frac{K a^2}{r^3} (1 - 3 \sin^2 \psi)$$



M — коэффициент распределение масс внутри притягивающего тела

$M = \frac{\rho}{3}$, ρ — плотность. Гравитационное поле имеет осевой симметрии

$\frac{K}{r}$ — постоянная центрического гравитационного поля (испар)

$\frac{M}{2} \cdot \frac{K a^2}{r^3} (1 - 3 \sin^2 \psi)$ — отклонение от центрального значения

$M \approx \frac{\rho}{3} \approx 0,00109$ $K = 398541 \frac{m^3}{s^2}$ Принято брать радиальную и трапециoidalную произведения от потенциала

$$g_{rr} = \frac{\partial \Pi}{\partial r} = -\frac{K}{r^2} \left[1 + \frac{3M}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 (1 - 8 \sin^2 \psi) \right]$$

$$g_{r\psi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = -\frac{K}{r^2} \cdot \frac{3M}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \sin^2 \psi$$

$$\frac{K}{r^2} = \left\{ r = (a+h)(1 - 2 \sin^2 \psi) \right\} = -\frac{K}{(a+h)^2} (1 - 2 \sin^2 \psi)^{-2}$$

$$g_r = \dots$$

β_1' — коэффициент, показывающий отношение избытка гравитационного давления на полосах по отношению к экватору

$$g_r = \frac{g_{r\psi} a^2}{r^2} \left(1 - \beta_1' \frac{q^2}{r^2} \right) \quad g_{r\psi} = \text{гравитационные усилия на экваторе}$$

$$\beta_1' = \frac{g_r^p - g_r^e}{g_r^e} \quad \Pi = \frac{u^2 r^2 \cos^2 \psi}{2} \quad q = \frac{u^2 a^3}{K}$$

$$\Pi = \frac{K}{r} + \frac{M}{2} \cdot \frac{K a^2}{r^3} (1 - 3 \sin^2 \psi) + \frac{q}{2} \cdot \frac{K r}{q^3} \cdot \cos^2 \psi \quad \left| \quad q = \frac{g_{r\psi} a^2}{(a+h)^2} (1 + \beta_0 \sin^2 \psi) \right.$$

$$P = \frac{q^r - q^e}{q^e}$$

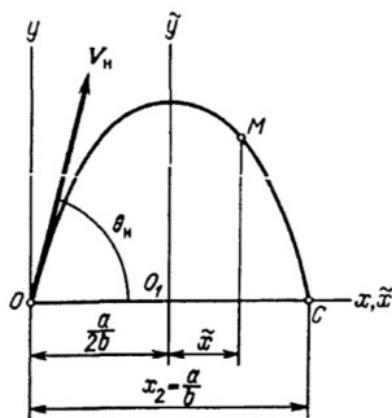
Траектории баллистической ракеты. Особенности формирования параметров

Типовые траектории баллистических ракет (БР) существенным образом отличаются от траекторий ЛА других подклассов — они состоят из двух участков — активного и пассивного.

На активном участке ракета движется с ускорением под действием силы тяги двигателя и запасает кинетическую энергию, за счет которой осуществляется полет на пассивном участке.

Дальности направления полёта баллистические ракеты зависят от вектора скорости и от высоты относительно земли в момент отключения двигателя установок отсечки тяги. БР обычно стартует с спусковой установки вертикально вверх и через несколько секунд после старта начинает разворачиваться, уменьшая угол тангажа, который для БР эквивалентен цели наклону траектории, так как угол атаки равен нулю. Одновременно с этим манёвром начинается манёвр разворота в сторону цели.

На завершающем отрезке активного участка трек тори угол тангажа выдерживается постоянном и БР летит прямолинейно. Таким образом, в конечной точке активны участку траектория движение БР характеризуется следующими параметрами: высотой конечного участка активного режим полёта, горизонтальной дальностью от места пуска, линейной скоростью, углом тангажа и путевым углом.



$t, \text{с}$	0	30	48	75	100	139
$H, \text{м}$	0	1304	3719	10973	23165	56388
$V, \text{м/с}$	0	78	184	392	732	1707
M		0.23	0.57	1.26	2.41	5.01
$\Theta, {}^\circ$	90	89.5	87.7	68.5	57.2	46.5
$q, \text{Н/м}^2$	0	3382	14355	27992	14355	574
$G, \text{м/с}^2$	9.807	9.803	9.79	9.77	9.73	9.65
$\rho, \text{кг/м}^3$	1.225	1.111	0.82	0.36	0.047	10^{-3}
$L_{cp}, \text{м}$	0	10.21	91.13	2273.6	10624.3	55739



Q - скоростной кинор

45739

Траектория баллистической ракеты на активном участке ее полета.

В качестве иллюстрации полета БР на активном участке можно рассмотреть изменение параметров полета ракеты, которые хорошо показывают характер их изменения.

Первая задача - определение скорости, которую БР должна развить в конце активного участка для достижения поставленной цели (например, дальности полета), которая в свою очередь определяется геометрическими характеристиками траектории на пассивном участке, т.е. величинами V_h и θ_h .

Часть активного участка проходит в плотных слоях атмосферы

$$m \frac{dV}{dt} = P - X - mg \cdot \sin \theta \quad (\text{или} \quad \frac{dV}{dt} = \frac{P - X}{m} - g \sin \theta)$$

$$dV = \frac{P}{m} dt - \frac{X}{m} dt - g \sin \theta dt$$

m_0 - стартовая масса БР и относительное изменение массы

$$\chi = \frac{m}{m_0} = \frac{(m - t \cdot dm/dt)}{m_0} = 1 - \frac{t}{T}, \text{ где } T = \frac{m_0}{m}$$

$$\frac{P}{m} = \frac{[U_n + (U_n - U_0) \frac{P}{P_0}]}{m \chi}$$

U_n, U_0 - ск-ть в нач. и точке сгорания

— "идеальное" время, т.е. время в течение которого при данном постоянном секундном расходе сгорело бы количество топлива, равное по массе начальной массе ракеты.

S - эфект. площадь, щека



- стартовая нагрузка на мидель, т.е. вес в момент старта, приходящийся на единицу площади поперечного сечения ракеты S .

$$dV = - [U_n + (U_n - U_0) \frac{P}{P_0}] \frac{dx}{\chi} + gT \sin \theta dx + \frac{g_0 T}{P_M} \cdot \frac{C_x q}{\chi} dx$$

$$V - V_0 = - U_n \ln \frac{\chi}{\chi_0} + (U_n - U_0) \int_{x_0}^x \frac{P}{P_0} \cdot \frac{1}{\chi} dx + T \int_{x_0}^x g \sin \theta dx + \frac{g_0 T}{P_M} \int_{x_0}^x \frac{C_x q}{\chi} dx$$

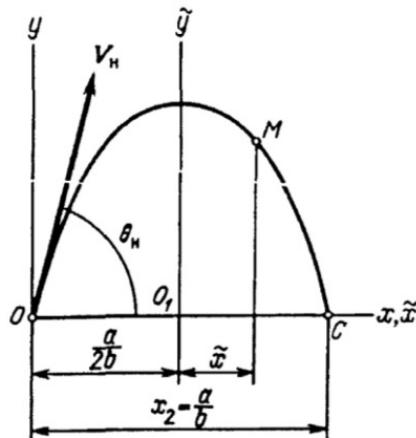
идеал. ск-ть

— ск-ть, приобрет. ракетой, если бы она осталась в безвоздушн. пр-ве (характеристич. ск-ть)

- потери скорости, связанные с преодолением атмосферы Земли
- потери на преодолении гравитации
- преодоление аэродинамической силы лобового сопротивления

Траектория баллистической ракеты на пассивном участке полета

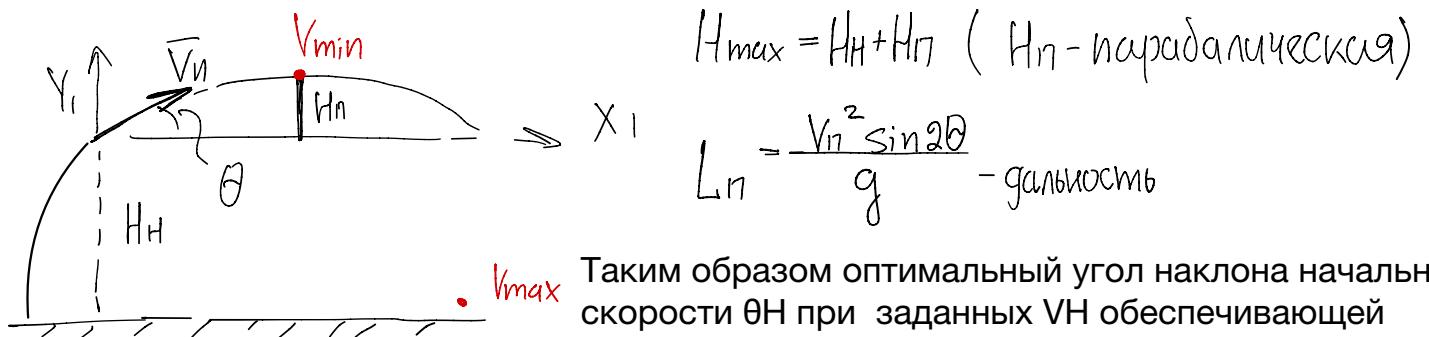
При дальности полета БР не превышающей одной тысячи километров ($L \leq 500-1000$ км) допустимо полагать, что Земная поверхность является плоской, а гравитационное поле Земли однородно и плоскопараллельно. Ускорение силы тяжести не зависит от высоты полета и направлено по нормали к поверхности Земли. Для высот более 50 км, можно считать, что движение БР происходит в пустоте ($\rho = 0$).



Тип траектории БР на пассивном участке зависит от требуемой дальности полета. В соответствии с классификацией, принятой в договоре о ликвидации ракет средней и малой дальности они подразделяются на:

- Баллистические ракеты малой дальности (от 500 до 1000 километров).
- Баллистические ракеты средней дальности (от 1000 до 5500 километров).
- Межконтинентальные баллистические ракеты (свыше 5500 километров).

$$\begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = -g \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = V_h \cos \theta \\ \dot{y} = V_h \sin \theta - gt \end{cases} \quad \begin{cases} x = V_h \cos \theta \cdot t \\ y = V_h \sin \theta \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$



Таким образом оптимальный угол наклона начальной скорости θ_h при заданных V_h обеспечивающей максимальную дальность полета L_{max} достигается при $\theta^*_{hopt} = 45^\circ$.

Эллиптические траектории БР на пассивном участке полета.

В конечной точке активного участка траектории движение БР характеризуется следующими параметрами:
 максимальной высотой активного участка — H_h ,
 горизонтальной дальностью от места пуска — L_h ,
 линейной скоростью — V_h ,
 углом наклона траектории θ_h .

Полагаем, что

- единственным источником силового воздействия на БР является гравитационная сила;
- гравитационное поле Земли является центральным полем и его силовое воздействие на БР подчиняется Ньютонаовскому закону притяжения массы БР массой Земли

$$\bar{F} = m\bar{g}_n, \quad \bar{F} - \text{вектор силы, действующий на БР}$$

\bar{g}_n - вектор ускорения сообщаемого БР силой F на высоте H

$$F = f M \cdot \frac{m}{r^2}$$

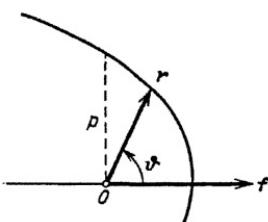
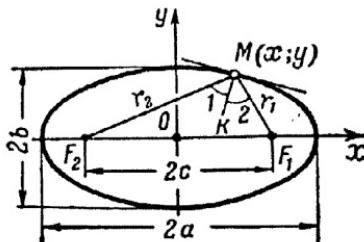
Первый закон Кеплера: каждая планета (в нашем случае БР) движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце (в нашем случае Земля).

Второй закон Кеплера (закон равных площадей): радиус-вектор планеты (в нашем случае БР) за равные промежутки времени описывает равновеликие площади. Другая формулировка этого закона: секториальная скорость планеты (в нашем случае БР) на траектории постоянна.

Т.е. БР движется на пассивном участке полета по эллиптической траектории, которая является кривой второго порядка и может быть описана в полярной СК

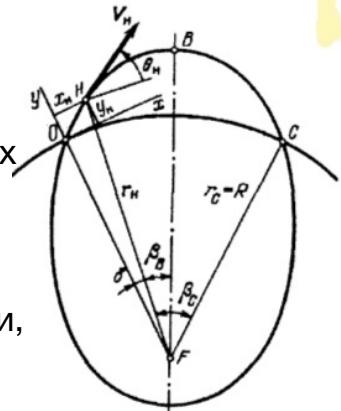
$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \vartheta}$$

• уравнение, вообще говоря, описывает и другие кривые второго порядка, в зависимости от величины e



траектория БР, начинающаяся и завершающаяся на сферической поверхности Земли, представляет собой эллиптическую траекторию, причем перигей такой орбиты меньше радиуса Земли.

Ограничиваая рассмотрения подкласса БР, траектории которых начинаются и завершаются на поверхности сферической Земли, имеем $e < 1$, что соответствует уравнению эллипса



0 — точка старта,

Н — начальная точка пассивного полета (эллиптической траектории),

С — точка падения,

x_H и y_H - координаты начальной точки Н относительно точки старта, r_H и r_C - радиальные расстояния от центра Земли соответственно до начальной точки и точки падения,

V_H - абсолютная скорость в начальной точке,

θ_H - угол наклона вектора скорости к горизонту в начальной точке,

В — вершина (апогей) эллиптической траектории,

δ - центральный угол, соответствующий активному участку полета БР,

β_C - центральный угол, соответствующий свободному (пассивному) участку полета,

β_B - центральный угол, определяющий положение апогея траектории относительно начальной точки,

R — радиус земной поверхности.

Траектория БР является кривой второго порядка и ее форма зависит от запасенной кинетической энергии БР. Фокальный параметр может быть представлен выражением :

$$P = V_H \cdot r_H \cdot \cos^2 \theta_H$$

и определяется характеристиками БР в начальной точке пассивного участка траектории

энергетический параметр

$$V_H = \frac{r_H \cdot V_H^2}{M}$$

- безразмерное отношение удвоенной кинетической энергии к потенциальной

$$\left(\frac{P_{\text{кин}}}{P_{\text{пот}}} = \frac{m \cdot V_H^2 / 2}{m \cdot g_H \cdot r_H} \right)$$

, где $M = \sqrt{M}$ в начальной точкой пассивного участка траектории

Для ЛА типа БР траектория есть дуга эллипса расположенная в области апогея (апогей вершина траектории, наиболее удаленная от центра Земли, находящейся в фокусе, перигелий наименее удаленная от центра вершина траектории). При этом эксцентриситет лежит $e \in [0; 1]$ и $V_H \in [0; 1]$.

$$V_H = 1 \quad e = 0 \quad V_H = 1 - \text{округ}$$

$$0 < V_H < 1 \quad 0 < e < 1 \quad \text{эллипс}$$

$$V_H = 2 \quad e = 1 \quad \text{парабола}$$

$$V_H > 2 \quad e > 1 \quad \text{гиперб.}$$

$$L = L_{\text{акт}} + L_{\text{п}}$$

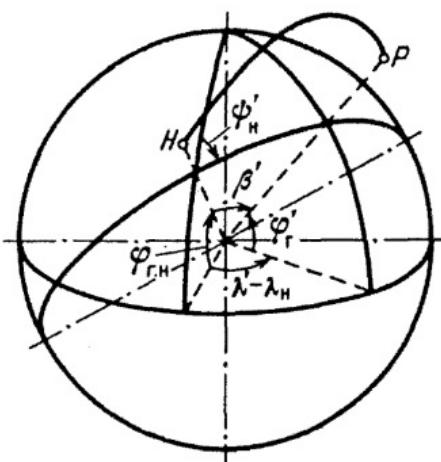
$$L_{\text{п}} = R \cdot \beta_{\text{с}}$$

$$L_{\text{акт}} = R \cdot \delta$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\beta_{\text{с}}}{2}\right) = \frac{V_H \cdot \operatorname{tg} \theta_H}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_H - V_H}$$

Итак, эллиптические траектории обладают следующими свойствами:

- дальность полета БР зависит от θ_H и V_H ;
- при заданном V_H большая дальность соответствует большему V_H ;
- при заданном V_H дальность в зависимости от θ_H изменяется от нуля до некоторого максимального значения, причем каждому V_H соответствует свое оптимальное значение θ_H , при котором достигается максимальная дальность;
- зависимость максимальной дальности от угла θ_H – линейная и существует в диапазоне углов $\theta_H < \theta_{\text{опт}}$ и $\theta_H > \theta_{\text{опт}}$ (кроме случая L_{max});
- при $\theta_H = \theta_{\text{опт}}$ заданная дальность достигается при $V_{H\min}$;
- при $\theta_H = \theta_{\text{опт}}$ малые ошибки в установлении θ_H не приводят к ошибкам по дальности;
- при $\theta_H \neq \theta_{\text{опт}}$ и одинаковых ошибках в установлении θ_H ошибка в дальности на пологих траекториях ($\theta_H < \theta_{\text{опт}}$) будет больше, чем на крутых ($\theta_H > \theta_{\text{опт}}$);
- при $1 < V < 2$ могут быть получены любые дальности в зависимости от угла θ_H ;
- при $V > 2$ получают невозвратающиеся параболические и гиперболические орбиты;
- изменение начальной высоты полета u_H несущественно отражается на значении V_H (изменение $u_H = 200$ км до $u_H = 300$ км приводит к изменению V_H на 1,5%).



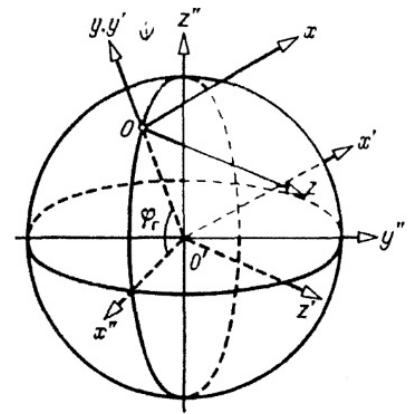
Она изображается в координатах широты ψ и долготы λ . Разворот БР на заданный путевой угол (ПУ) Ψ_H происходит на активном участке и после выключения двигателей на пассивном участке уже не производится. ПУ отсчитывается по часовой стрелке от 0 до 360 градусов. Этот угол является ортодромическим путевым углом, т.к. речь идет о кратчайшем расстоянии между точкой пуска БР и точкой цели с координатами $\psi_{\text{ц}}$ и $\lambda_{\text{ц}}$:

$$\beta_H \quad \psi_H \quad V_H$$

$$\vec{V}_H = \vec{V}_B + \vec{V}_P + \vec{V}_M$$

$$R_{\oplus} = 15^{\circ} \text{ час}$$

$$\begin{cases} V_B = V_H \sin \Theta_H \\ V_P = V_H \cos \Theta_H \sin \Psi_H \\ V_M = V_H \cos \Theta_H \cos \Psi_H \end{cases}$$



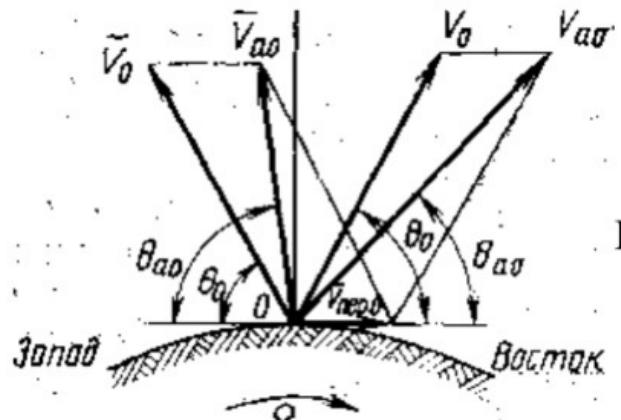
Для построения траектории БР относительно поверхности Земли необходимо перейти от относительного движения БР (Земля неподвижна) к ее абсолютному движению, а затем от абсолютного движения БР вновь к относительному движению (Земля вращается).

При расчете ортодромического путевого угла необходимо учесть поправку на угол ($\Psi_H = 0$):

$$\Delta \Psi = \arctan \frac{R_{\oplus} \Omega \cos \Psi_H}{V_H \sin \Theta_H \cos \Psi_H}$$

Обозначим через Ψ_H – угол, который горизонтальная составляющая абсолютной скорости БР образует с направлением на север (азимут). Разложим,ектор абсолютной скорости V_H на составляющие вдоль меридiana, параллели и вертикали в точке Н :

Так же скорректирована должна быть и начальная скорость в точке Н, которая может быть обратным ходом

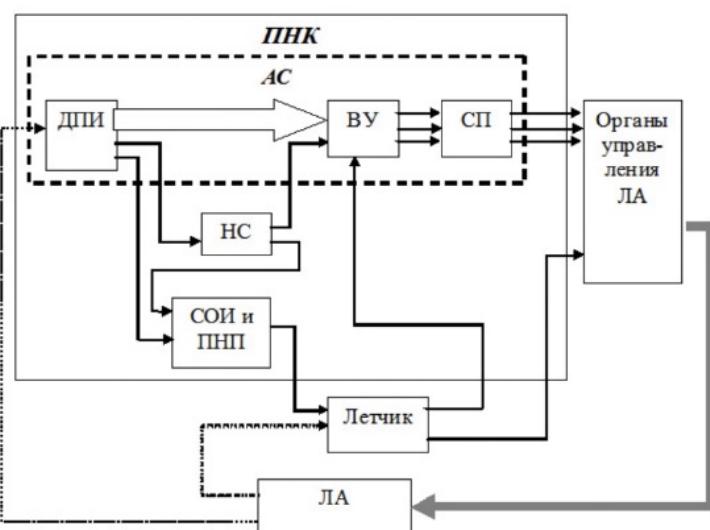


В то же время в результате вращения Земли положение цели в инерциальном пространстве с течением времени изменяется, она переместится на Восток. За полное время полета ракеты t_P цель изменит свое положение на величину зависящую от географической широты φ Ц места цели

$$L = \int \Omega t_P R_{\oplus} \cos \Psi_H$$

Пилотажно-навигационный комплекс. (ПНК)

- совокупность измерительных, вычислительных, управляющих систем и систем отображения информации.



Есть:

Задача навигации (координаты (долгота и широта Ψ),

- скорость (путевые V_E, V_N)
- ориентации (тактим Θ , крен γ , угол курса $\Psi_{\text{ист}}$)

Задача стабилизации

Датчики первичной информации (ДПИ) или чувствительные элементы -

измеряют текущие параметры движения ЛА. Строятся на различных физических принципах и бывают гироскопические, радиометрические, манометрические, оптические и т.д. К ним относятся визиры, курсовертикали, датчики угловых скоростей, акселерометры, высотометры разных типов, системы измерения скорости и т.д.

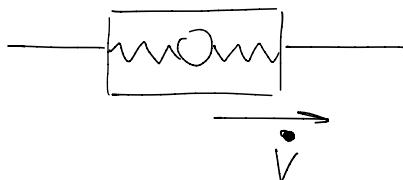
Вычислительное устройство (ВУ), предназначено для выполнения следующих функций:

- осуществления алгебраического суммирования и операционных преобразований (дифференцирования и интегрирования) сигналов с ДПИ в соответствии с законом управления и решения навигационных задач;
- выборки программ с программного механизма ПНК задает программу движения ЛА во времени;
- преобразования различных сигналов ПНК в другую, необходимую информацию;
- контроля работоспособности приборов и агрегатов входящих в состав ПНК;
- предварительного усиления сигнала управления

Сервопривод (СП), предназначен для перевода электрического сигнала управления в механическое перемещение органов управления. СП состоит из усилителя, который усиливает управляющий сигнал по мощности и рулевой машины, которая преобразует энергию управляющего сигнала в механическую энергию для перемещения органов управления.

Система отображения информации (СОИ) – в пилотируемых ЛА предназначена для индикации показаний ДПИ, отображения информации о работе отдельных приборов и систем ЛА и ходе процесса пилотирования.

Навигационная система (НС) – комплексная система, предназначенная для определения текущего местоположения ЛА (географических координат как основной цели). Реализована, может быть, как инерциальная, спутниковая, оптическая или др. Современная НС это комплексная система, совмещающая для повышения точности разные, построенные на разных физических принципах.



Измеряет кажущееся ускорение (то ускорение, которое точка имела бы, если бы не силы тяжести)

$$\bar{a} = \bar{W} - \bar{g} r$$

$$V_E = \int_0^t a_E dt$$

$$\tilde{a}_E = a_E + \delta a_E \quad \begin{matrix} \text{(действ)} \\ \text{(ошибка)} \end{matrix}$$

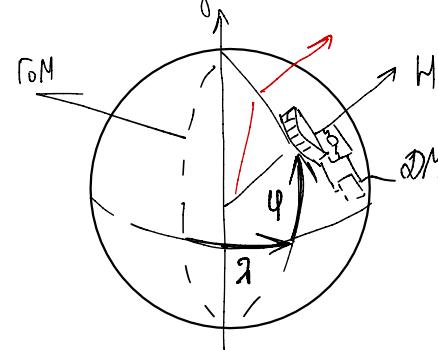
$$E = \iint_0^t a_E \cdot dt^2 \quad \text{(координаты)}$$

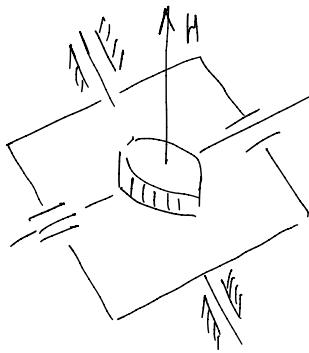
Ошибка: смещение нуля + не известность выходного сигнала

$$\tilde{V}_E = \int_0^t (a_E + \delta a_E) dt = V_E + \delta a_E \cdot t$$

$$\tilde{E} = E + \delta a_E \cdot \frac{t^2}{2}$$

$$\delta E = \delta a_E \cdot \frac{t^2}{2}$$





Формула определения пути

$$\dot{\varphi} = \frac{V_H}{R} \quad \lambda = \frac{V_E}{R \cos \varphi}$$

Исходным данными для работы АС являются параметры движения ЛА, количественное представление о которых дают **датчики первичной информации (ДПИ)**.

- По физическим принципам своей работы ДПИ бывают гироскопическими, радиометрическими, манометрическими и т.д.

Набор необходимых ДПИ диктуется конкретной структурой разрабатываемого АП – законами управления.

Сила тяжести

Определяется моделью Земли силу неоднородности плотности и формы

$$\bar{G} = \bar{F}_r + \bar{F}_{\text{ц.б}} \text{, где } \bar{F}_r \text{ - гравитационная сила}$$

$\bar{F}_{\text{ц.б}}$ - центробежная сила

$$\bar{F}_r = -f \frac{m_{\text{ЛА}} \cdot M_{\oplus}}{R^2} \text{, } M_{\oplus} = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг - масса Земли}$$

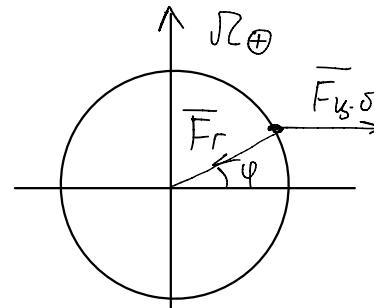
$f = 6,672 \cdot 10^{-11}$ - гравитационная постоянная

$\bar{F}_{\text{ц.б}}$ - скорость вращения Земли

φ - широта

R_{\oplus} - радиус Земли

$$F_{\text{ц.б}} = m_{\text{ЛА}} \cdot g_{\text{ц.б}} = m_{\text{ЛА}} \cdot \bar{F}_r \cdot R_{\oplus}^2 \cos \varphi$$



Сила тяжести в связана системе координат что там допустимого диапазона высоты скоростей, а также постоянной массы плиточного братом

$$\bar{G} = \bar{G}_x + \bar{G}_y + \bar{G}_z$$

$$\begin{cases} G_x = -G \sin \theta \\ G_y = -G \cos \theta \cos \varphi \\ G_z = G \cos \theta \sin \varphi \end{cases} \quad \begin{array}{l} \theta - \text{угол тангента} \\ \varphi - \text{угол крена} \end{array}$$

ПНК

В воздухе и космическом пространстве нет заранее проложенных путей. Здесь прокладка пути совмещена во времени с самим процессом движения. Для этого на ЛА человеку приходится производить большой по объему комплекс вычислительно логических операций по считыванию показаний целого ряда пилотажно навигационных приборов и систем, по обработке и обобщению этих показаний, принятию решения, способствующего выполнению вывода ЛА в заданную точку пространства или в заданное место на Земле. Но возможности человека ограничены, поэтому процесс наведения ЛА автоматизируют. С этой целью разрабатывают бортовые пилотажно-навигационные комплексы (ПНК)

Бортовые ПНК можно условно разделить на две основные группы. Первая группа ПНК осуществляет управление полетом практически непрерывно до тех пор, пока ЛА не достигнет заданной точки пространства с определенной степенью точности. Данные ПНК характерны для самолетов, вертолетов, многих типов ракет малых размеров. Вторая группа ПНК характеризуется тем, что управление полетом осуществляется только на начальных участках траектории ЛА, большую часть времени полета управление ЛА невозможно. Такие ПНК иногда называют баллистическими комплексами наведения для БР.

Решение общей задачи навигации на борту ЛА возлагается на пилотажно навигационный комплекс (ПНК), представляющий собой совокупность измерительных, вычислительных, управляющих систем и систем отображения информации.

Объем и содержание задач решаемых ПНК для различных подклассов ЛА

может существенно меняться, однако, общими задачами являются следующие:

- ввод в память ПНК и хранение в ней исходных данных и программы полета;
- сбор и обработка первичной информации от всех применяемых в данных условиях приборов и систем первичной информации;
- формирование частной программы полета $X_{Пр}(t)$;
- непрерывное определение параметров фактического навигационного режима и пространственного местоположения ЛА;
- формирование управляющих сигналов САУ для вывода (стабилизации) ЛА на заданный режим полета $U(t, x) = U_{Пр}(t, x) + U_{кор}(t, \Delta x)$, где $\Delta x_{пр}(t) = x_{пр}(t) - x_{теки}(t)$;
- автоматический контроль технического состояния систем ПНК в полете, их отключения при отказе и выдача информации о случившемся;
- обеспечение наглядной и оперативной индикацией о внешних условиях, пилотажно-навигационных параметрах движения и местоположения ЛА.

ПНК летательного аппарата предназначен для автоматизации процесса наведения и пилотирования ЛА. ПНК с летчиком при пилотируемом полете является составной частью контура управления современного ЛА (Рис.).

Метод инерциальной навигации

1: Общая задача навигации ЛА заключается в выводе ЛА в заданную точку пространства. Однако в воздухе и космическом пространстве нет заранее проложенных путей. Для автономного определения текущего местоположения ЛА в пространстве используют инерциальную навигационную систему (ИНС).

ИНС - комплексная система, основанная на инерциальных методах навигации.

Принципы инерциальной навигации базируются на сформулированных ещё Ньютоном законах механики, которым подчиняется движение тел по отношению к инерциальной системе отсчёта.

Инерциальные методы, основываются на известной из механики связи между ускорением, скоростью и координатами движения тела:

$$V = \int_0^t a \cdot dt, \quad S = \int_0^t V \cdot dt$$

Т.о. интегрируя ускорение, можно получить скорость движения ЛА относительно Земли, а при помощи второго интеграла пройденный путь.

Для решения этой задачи необходим прибор для измерения ускорения – акселерометр.

Акселерометр в основе своей это маятник – масса, закрепленная на упругом подвесе, с возможностью измерить отклонение этой массы от нейтрального положения.

Т.о., что бы измерить инерциальным методом скорость относительно Земли (Путевую скорость), необходимо выполнить по крайней мере два условия касающиеся расположения акселерометров на борту ЛА:

- 1) акселерометры должны быть расположены строго горизонтально, независимо от эволюции ЛА;
- 2) необходимо иметь два акселерометра, расположенные взаимно перпендикулярно и неизменно ориентированные относительно направлений связанных с Землей.

Инерциальная навигация — метод навигации (определения координат и параметров движения различных объектов — судов, самолётов, ракет и др.) и управления их движением, основанный на свойствах инерции тел, являющийся автономным, т. е. не требующим наличия внешних ориентиров или поступающих извне сигналов. Неавтономные методы решения задач навигации основываются на использовании внешних ориентиров или сигналов (например, звёзд, маяков, радиосигналов и т. п.). Эти методы в принципе достаточно просты, но в ряде случаев не могут быть осуществлены из-за отсутствия видимости или наличия помех для радиосигналов и т. п. Необходимость создания автономных навигационных систем явилась причиной возникновения инерциальной навигации.

Сущность инерциальной навигации состоит в определении ускорения объекта и его угловых скоростей с помощью установленных на движущемся объекте приборов и устройств, а по этим данным — местоположения (координат) этого объекта, его курса, скорости, пройденного пути и др., а также в определении параметров, необходимых для стабилизации объекта и автоматического управления его движением. Это осуществляется с помощью:

- датчиков линейного ускорения (акселерометров);
- гироскопических устройств, воспроизводящих на объекте систему отсчёта (например, с помощью гиростабилизированной платформы) и позволяющих определять углы поворота и наклона объекта, используемые для его стабилизации и управления движением;
- вычислительных устройств, которые по ускорениям (путём их интегрирования) находят скорость объекта, его координаты и др. параметры движения.

Преимущества методов инерциальной навигации состоят в автономности, помехозащищенности и возможности полной автоматизации всех процессов навигации. Благодаря этому методы инерциальной навигации получают всё более широкое применение при решении проблем навигации надводных судов, подводных лодок, самолётов, космических аппаратов и других движущихся объектов.

Инерциальные навигационные системы (ИНС) имеют в своём составе датчики линейного ускорения (акселерометры) и угловой скорости (гироскопы или пары акселерометров, измеряющих центробежное ускорение). С их помощью можно определить отклонение связанной с корпусом прибора системы координат от системы координат, связанной с Землёй, получив углы ориентации. Угловое отклонение координат в виде широты, долготы и высоты определяется путём интегрирования показаний акселерометров. Алгоритмически ИНС состоит из курсовертикали и системы определения координат. Курсовертикаль обеспечивает возможность определения ориентации в географической системе координат, что позволяет правильно определить положение объекта. При этом в неё постоянно должны поступать данные о положении объекта.

Инерциальные навигационные системы

Инерциальные навигационные системы делятся на имеющие гиростабилизированную платформу (ПИНС) и бесплатформенные (БИНС). В платформенных ИНС взаимная связь блока измерителей ускорений и гироскопических устройств, обеспечивающих ориентацию акселерометров в пространстве, определяет тип инерциальной системы. Известны три основных типа платформенных инерциальных систем.

Инерциальная система геометрического типа имеет две платформы. Одна платформа с гироскопами ориентирована и стабилизирована в инерциальном пространстве, а вторая с акселерометрами — относительно плоскости горизонта. Координаты самолёта определяются в вычислителе с использованием данных о взаимном расположении платформ.

В инерциальных системах аналитического типа и акселерометры, и гироскопы неподвижны в инерциальном пространстве (относительно сколь угодно далёких звёзд). Координаты объекта получаются в счетно-решающем устройстве, в котором обрабатываются сигналы, снимаемые с акселерометров и устройств, определяющих поворот самого объекта относительно гироскопов и акселерометров.

Полуаналитическая система имеет платформу, которая непрерывно стабилизируется по местному горизонту. На платформе имеются гироскопы и акселерометры. Координаты самолета или иного летательного аппарата определяются в вычислителе, расположенном вне платформы.

В БИНС акселерометры и гироскопы жестко связаны с корпусом прибора. Передовой технологией в производстве БИНС является технология волоконно-оптических гироскопов (ВОГ), принцип действия которых основан на эффекте Саньяка. БИНС на базе таких гироскопов не имеет подвижных частей, абсолютна бесшумна, не требует специального обслуживания и имеет хорошие показатели наработки на отказ (до 80 000 часов у некоторых моделей) и малое энергопотребление (десятки Ватт). Технологии ВОГ пришли на смену лазерно-кольцевым гироскопам (ЛКГ), имеющим подвижные части и требующим периодического обслуживания по калибровке и замене изношившихся узлов и деталей, а также с относительно высоким уровнем энергопотребления.

Для компенсации накапливающихся погрешностей в углах ориентации и координатам, свойственных ИНС, используются данные других навигационных систем, в частности спутниковой системы навигации (СНС), радионавигации, магнитометра (для получения данных по курсу), одометра (для получения данных о пройденном пути в наземном применении).

Л:

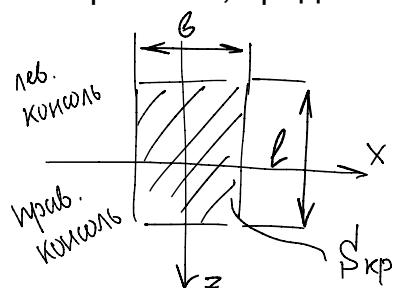
Элементы инерциальной навигационной системы.

Таким образом для реализации инерциальной навигационной системы (ИНС) помимо акселерометров и навигационного вычислителя (навигационного компьютера) необходим трехосный стабилизатор – платформа, на которой и будут установлены акселерометры. Эта прибор называется курсовертикалью или системой ориентации (СО). При работе ИНС все ошибки ориентации акселерометров пересчитываются в ошибки навигации (т.н. уход), в процессе постоянного суммирования идет накопление ошибок, поэтому при своей работе ИНС требует регулярной коррекции результатов. С развитием бортовых компьютеров и возможностями увеличения объемов расчетов появились бесплatformенные СО. Акселерометры в этом случае установлены неподвижно относительно ЛА (вдоль осей связанной системы координат). Их показания пересчитываются, в зависимости от изменения ориентации ЛА – показаний датчиков угловой скорости (ДУС). Бесплатформенная ИНС (БИНС) позволяет исключить погрешности связанные с люфтами, трением и т.п. и включить специальные компенсационные алгоритмы, что повышает точность и компактность системы.

Элементы ЛА

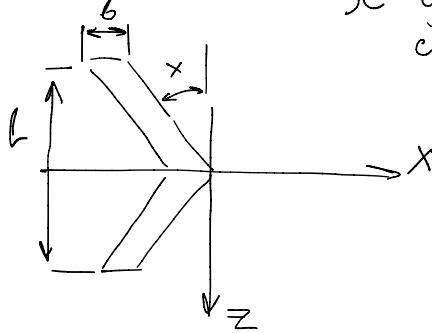
1. Фюзеляж - основной элемент конструкции, к нему крепятся остальные элементы , необходимы для размещения грузов экипажа и так далее
2. Крыло - поверхность, предназначенная для создания подъемной силы

Формы :
— прямая



L - размах крыла
 b - хорда крыла
 $\delta_{кр}$ - наклон крыла

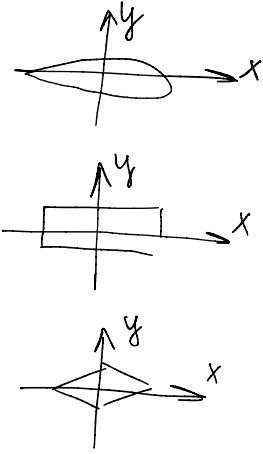
— стреловидная



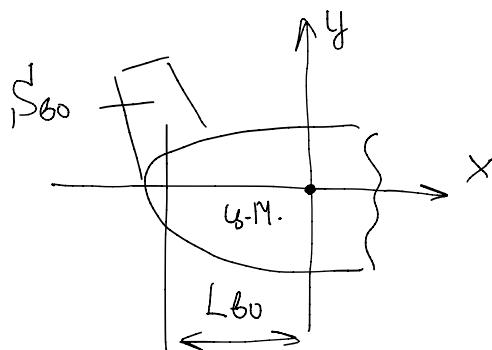
SC-угол
стремловидности

- ## Профили крыла:

- каплевидный
 - плоский
 - ромбовидный
 - клиновидный



3. Хвостовые оперение - предназначены для статической стабилизации летательного аппарата в полёте(горизонтальный , вертикальный)

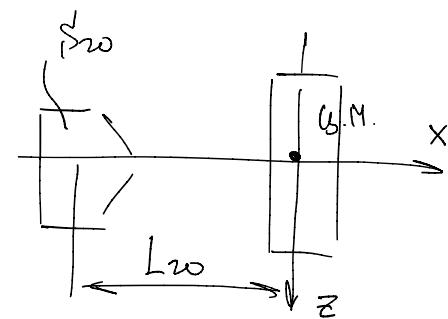


S₂₀ - m. 20 pmz. ones.

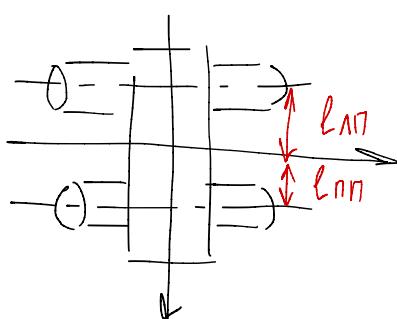
§ 60 - на бепм. онең

L₆₀ - new berm. unsp

L₂₀ - Nero 2019.08.08



4. Подвесные элементы (двигатели антенны и так далее)

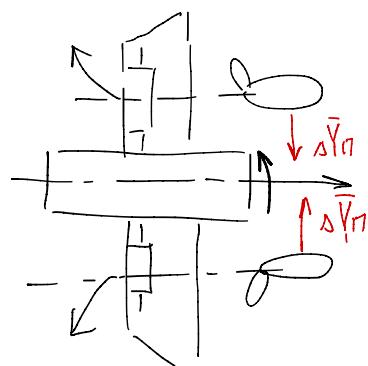
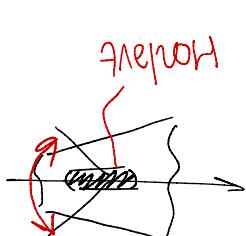


ЛНГ-реактівні носії

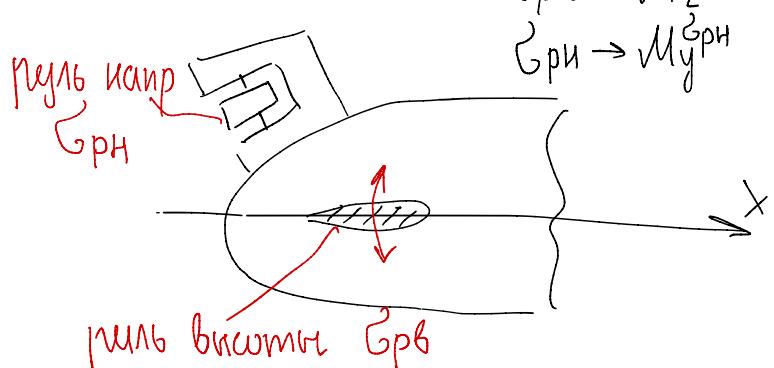
l1717 - нябиси нябес

5. Органы управления ЛА

- аэродинамически (хвостовое оперение)
 - активные (тяга)
(крыло)



$$S_7 \rightarrow M_<^{S_7}$$



Активный орган управление летательным аппаратом - сектор газа - рычаг, перемещение которого может быть изменена тяга двигателя