

Оптический метод расчёта параметров потока за скачком уплотнения при обтекании ЛА

При $\theta_{\text{ск1}} = 90^\circ$, $\theta_{\text{ск2}} = 65^\circ$, $\theta_{\text{ск3}} = 35^\circ$

Исходные данные

$$P_{0\infty} = 3,2 \text{ атм} = 3,2 \cdot 101,325 = \boxed{3,242 \cdot 10^5 \text{ Па}}$$

$$T_{0\infty} = \boxed{265 \text{ К}}$$

$$M_\infty = \boxed{3,3}$$

$$k = 1,4$$

$$R = \boxed{287 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}}$$

1. Параметры невозмущённого потока (∞)

1.1 Газодинамические функции

$$\pi(M) = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-k/(k-1)}$$

$$\varepsilon(M) = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1/(k-1)}$$

$$\tau(M) = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 = 1 + 0,2 \cdot 3,3^2 = \boxed{3,178},$$

$$\pi(M_\infty) = 3,178^{-3,5} = \boxed{1,746 \cdot 10^{-2}},$$

$$\varepsilon(M_\infty) = 3,178^{-2,5} = \boxed{5,553 \cdot 10^{-2}},$$

$$\tau(M_\infty) = 3,178^{-1} = \boxed{3,140 \cdot 10^{-1}}.$$

1.2 Статические параметры

$$\rho_{0\infty} = \frac{P_{0\infty}}{RT_{0\infty}} = \frac{3.242 \cdot 10^5}{287 \cdot 265} = \boxed{4.263},$$

$$P_{\infty} = P_{0\infty} \pi = 3.242 \cdot 10^5 \cdot 1.746 \cdot 10^{-2} = \boxed{5.667 \cdot 10^3} \text{ Па},$$

$$\rho_{\infty} = \rho_{0\infty} \varepsilon = 4.263 \cdot 5.553 \cdot 10^{-2} = \boxed{0.237},$$

$$T_{\infty} = T_{0\infty} \tau = 265 \cdot 3.140 \cdot 10^{-1} = \boxed{83.386} \text{ К},$$

$$a_{\infty} = \sqrt{kRT_{\infty}} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 83.386} = \boxed{183.042} \text{ м/с},$$

$$V_{\infty} = M_{\infty} a_{\infty} = 3.3 \cdot 183.042 = \boxed{604.039} \text{ м/с}.$$

2. Скорости до скачка

Для каждой точки i :

$$M_{1n,i} = M_{\infty} \sin \theta_{cki}, \quad V_{1n,i} = M_{1n,i} a_{\infty}, \quad V_{1\tau,i} = V_{\infty} \cos \theta_{cki}.$$

Точка 1 ($\theta_{ck1} = 90^\circ$)

$$M_{1n,1} = 3.3 \sin 90^\circ = \boxed{3.3},$$

$$V_{1n,1} = 3.3 \cdot 183.042 = \boxed{604.039} \text{ м/с},$$

$$V_{1\tau,1} = 604.039 \cos 90^\circ = \boxed{0}.$$

Точка 2 ($\theta_{ck2} = 65^\circ$)

$$M_{1n,2} = 3.3 \sin 65^\circ = \boxed{2.991},$$

$$V_{1n,2} = 2.991 \cdot 183.042 = \boxed{547.445} \text{ м/с},$$

$$V_{1\tau,2} = 604.039 \cos 65^\circ = \boxed{255.278} \text{ м/с}.$$

Точка 3 ($\theta_{ck3} = 35^\circ$)

$$M_{1n,3} = 3.3 \sin 35^\circ = \boxed{1.893},$$

$$V_{1n,3} = 1.893 \cdot 183.042 = \boxed{346.462} \text{ м/с},$$

$$V_{1\tau,3} = 604.039 \cos 35^\circ = \boxed{494.800} \text{ м/с}.$$

Параметр набегающего потока	Значение
M_∞	3.3
$P_{0\infty}$, Па	$3,242 \cdot 10^5$
$T_{0\infty}$, К	265
$\rho_{0\infty}$, кг/м ³	4.263
P_∞ , Па	$5,667 \cdot 10^3$
ρ_∞ , кг/м ³	0.237
T_∞ , К	83.39
a_∞ , м/с	183
V_∞ , м/с	604

Таблица 1: Параметры набегающего потока

3. Параметры за косым скачком

Формулы:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2k}{k+1} M_{1n}^2 - \frac{k-1}{k+1}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1)M_{1n}^2}{2 + (k-1)M_{1n}^2}$$

$$T_2 = T_1 \frac{P_2/P_1}{\rho_2/\rho_1}$$

$$V_{2n} = V_{1n} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$V_2 = \sqrt{V_{2n}^2 + V_{2\tau}^2}$$

Точка 1

$$\begin{aligned}
 M_{1n,1}^2 &= 3.3^2 = 10.89, \\
 \frac{P_2}{P_1} &= \frac{2.14}{2.4} 10.89 - \frac{0.4}{2.4} = 12.73, \\
 P_2 &= 12.73 \cdot 5.667 \cdot 10^3 = \boxed{7.105 \cdot 10^4} \text{ Па}, \\
 \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{2.4 \cdot 10.89}{2 + 0.4 \cdot 10.89} = 4.113, \\
 \rho_2 &= 4.113 \cdot 0.237 = \boxed{0.974}, \\
 T_2 &= 83.386 \frac{12.73}{4.113} = \boxed{2.543 \cdot 10^2} \text{ К}, \\
 a_2 &= \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 254.3} = \boxed{3.196 \cdot 10^2} \text{ м/с}, \\
 V_{2n} &= 604.039 \frac{0.237}{0.974} = \boxed{1.469 \cdot 10^2} \text{ м/с}, \\
 V_2 &= 1.469 \cdot 10^2 \text{ (} V_{2\tau} = 0 \text{)} = \boxed{1.469 \cdot 10^2}, \\
 M_2 &= \frac{1.469 \cdot 10^2}{3.196 \cdot 10^2} = \boxed{0.460}, \\
 P_{02} &= \frac{7.105 \cdot 10^4}{\pi(0.460)} = \boxed{8.212 \cdot 10^4} \text{ Па}, \\
 \nu &= \frac{8.212 \cdot 10^4}{3.242 \cdot 10^5} = \boxed{0.253}.
 \end{aligned}$$

Точка 2

$$\begin{aligned}
 M_{1n,2}^2 &= 2.991^2 = 8.947, \\
 \frac{P_2}{P_1} &= 9.809, \Rightarrow P_2 = \boxed{5.819 \cdot 10^4} \text{ Па}, \\
 \frac{\rho_2}{\rho_1} &= 3.848, \Rightarrow \rho_2 = \boxed{0.911}, \\
 T_2 &= \frac{9.809}{3.848} \cdot 83.386 = \boxed{222.5} \text{ К}, \\
 a_2 &= \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 222.5} = \boxed{299.0} \text{ м/с}, \\
 V_{2n} &= 547.445 \frac{0.237}{0.911} = \boxed{142.2} \text{ м/с}, \\
 V_2 &= \sqrt{142.2^2 + 255.3^2} = \boxed{292.2} \text{ м/с}, \\
 M_2 &= \frac{292.2}{299.0} = \boxed{0.977}, \\
 P_{02} &= \boxed{1.073 \cdot 10^5} \text{ Па}, \quad \nu = \boxed{0.331}, \\
 \beta &= \boxed{35.9^\circ}.
 \end{aligned}$$

Точка 3

$$\begin{aligned}
M_{1n,3}^2 &= 1.893^2 = 3.583, \\
\frac{P_2}{P_1} &= 4.019, \Rightarrow P_2 = \boxed{2.274 \cdot 10^4} \text{ Па}, \\
\frac{\rho_2}{\rho_1} &= 2.504, \Rightarrow \rho_2 = \boxed{0.593}, \\
T_2 &= \frac{4.019}{2.504} \cdot 83.386 = \boxed{133.6} \text{ К}, \\
a_2 &= \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 133.6} = \boxed{231.7} \text{ м/с}, \\
V_{2n} &= 346.462 \frac{0.237}{0.593} = \boxed{138.3} \text{ м/с}, \\
V_2 &= \sqrt{138.3^2 + 494.8^2} = \boxed{513.8} \text{ м/с}, \\
M_2 &= \frac{513.8}{231.7} = \boxed{2.217}, \\
P_{02} &= \boxed{2.499 \cdot 10^5} \text{ Па}, \quad \nu = \boxed{0.771}, \\
\beta &= \boxed{19.4^\circ}.
\end{aligned}$$

4. Итоговая таблица

Параметр	Точка 1	Точка 2	Точка 3
P_2 , Па	$7.105 \cdot 10^4$	$5.819 \cdot 10^4$	$2.274 \cdot 10^4$
ρ_2 , кг/м ³	0.974	0.911	0.593
T_2 , К	254.3	222.5	133.6
a_2 , м/с	319.6	299.0	231.7
V_{2n} , м/с	146.9	142.2	138.3
$V_{2\tau}$, м/с	0	255.3	494.8
V_2 , м/с	146.9	292.2	513.8
M_2	0.460	0.977	2.217
P_{02} , Па	$8.212 \cdot 10^4$	$1.073 \cdot 10^5$	$2.499 \cdot 10^5$
ν	0.253	0.331	0.771
β , °	0	35.9	19.4

Таблица 2: Параметры за скачком уплотнения (уточнённые)

Выводы

1. **Точка 1** ($\theta_{\text{ск}} = 90^\circ$). Давление увеличивается примерно в 12,7 раз ($P_2 \approx 7,1 \cdot 10^4$ Па), температура — до 254 К, число Маха падает до $M_2 \approx 0,46$. Это хорошо согласуется с табличными данными для нормального скачка при $M_1 \approx 3,3$. Коэффициент восстановления полного давления низкий: $\nu \approx 0,25$.
2. **Точка 2** ($\theta_{\text{ск}} = 65^\circ$). Давление растёт в $\sim 9,8$ раз, температура — до 222 К; поток выходит на границу дозвукового ($M_2 \approx 0,98$). Для углов $60\text{--}70^\circ$ при $M_1 \approx 3$ такие значения считаются типичными. Потери полного давления умеренные — $\nu \approx 0,33$.
3. **Точка 3** ($\theta_{\text{ск}} = 35^\circ$). Слабый скачок: $P_2/P_1 \approx 4$, $T_2 \approx 134$ К, поток остаётся сверхзвуковым ($M_2 \approx 2,2$). Коэффициент восстановления наилучший: $\nu \approx 0,77$.
4. **Общая тенденция.** При увеличении угла фронта скачка возрастают P_2 , ρ_2 , T_2 и падают M_2 , но коэффициент восстановления ν уменьшается (потери растут). Диапазоны $P_2 = (2\text{--}7) \cdot 10^4$ Па и $\rho_2 = 0,59\text{--}0,97$ кг/м³ соразмерны исходным P_1 и ρ_1 ; температуры после скачка (130–255 К) естественно выше $T_1 = 83$ К, но ниже стандартной.