08.02.21

1) Введение.

• Дисциплина отн. к специальным определяющих подготовку специалистов в обл. приборов и систем упр., автоматизации СУ ЛА, инерциальные навигационные системы управления ЛА.

• Дисциплина явл. теор. основой спец. курсов таких как г-скопические системы ориентации, системы автомат. навигации и др.

Цель дисциплины:
1) Освоение теор. основ ГА динамики, расчет АДХ ЛА.
2) Выработка практических навыков самостоятельной инженерной работы.

Гидрроаэромеханика (ГАД)

Гидроаэромеханика - часть науки механики, кот. изучает законы движения и равновесия жидкостей, а также силовое взаимодействие жидкостей с телами.

Жидкость

Жидкость - физическое тело, связь межд. молекулами которого чрезвычайно ~~вы~~ слаба. Под это понятие подходят капельные жидкости (вода, глицерин и пр.) и газообр. жидкости (воздух, Ne, Ar и пр.)

Гипотеза сплошности (неразрывности)

• В основе аэрогидродинамики лежит гипотеза сплошности (неразрывности / континуума), выдвинутая впервые Леонардом Эйлером в 1753 г. Согласно этой гипотезе пренебрегают межмолекулярными промежутками и молекулярным движением (броуновским). Она дает возможность р-ривать непрерывное изменение параметров потока в пространстве и времени и возможность применять для исслед. дифференц. и интегральное исчисления.

Модели жидкостей

Модели жидкостей строятся на базе реальных физ. св-в.

Основные свойства жидкостей

Осн. физ. св-ва жидкостей.

Капельные жидкости (вода)	Газообразные жидкости (воздух)
1. Малая сжимаемость	1. Большая сжимаемость
2. Большая вязкость	2. Малая вязкость
3. Почти не оказывает сопротивление растягивающим усилием	3. В принципе не работает на растяжение
4. Образует свободную граничную пов-ть	4. Заполняют весь объем, в котором находится

Основные модели жидкостей

Осн. модели жидкостей

I. НСЖ (несжимаемая), вязкая

II. СЖ, ~~~~ идеальная (нет вязкости)

III. НСЖ, идеальная

IV. СЖ, вязкая

Сжимаемость

Сжимаемость – уменьшение объема под давлением.

β_p - коэф. объемного сжатия (растяжения) $\left[\frac{м^3}{Н}\right]$

Вязкость

Вязкость - способность жидкости сопротивляться усилием сдвига

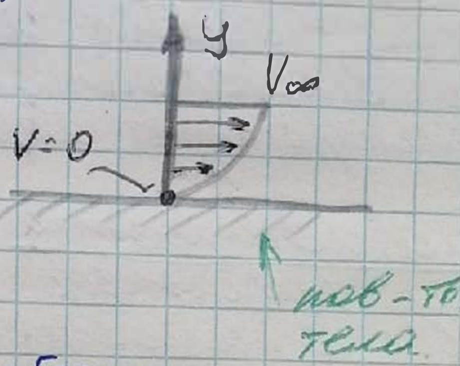
μ - коэф. динамической вязкости $\left[\frac{Н \cdot с}{м^2}\right]$

коэфициент кинематической вязкости

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – коэф. кинематической вязкости

Для ламинарного течения напряжение трения τ опр-ся по ф-ле:

$$\tau = \mu \cdot \underbrace{\frac{\partial v}{\partial y}}_{\text{градиент скорости}}$$



$F_{тр} = \tau \cdot S$

При обтекании тела ламинарным течением у пов-ти скорость течения всегда равна 0.

- β_p и $\mu = f(T, P)$
- В гидроаэромеханику составными частями входят ряд самостоятельных наук, взаимосвязь между которыми:

Науки входящие в ГАД

Гидроаэромеханика
- Гидромеханика
  - Гидростатика
  - Гидродинамика → Гидравлика
- Аэромеханика
  - Аэродинамика → Газодинамика (аэродинамика больших скоростей)
  - Аэростатика
- Динамика плазмы
  - ЭМ гидродинамика (несж. плазма, т.е. плазма металлов)
  - ЭМ газодинамика (газ со скачками уплотнения)

Число Маха $M = \frac{V}{a}$, где a — скорость звука в среде.

Плазма - особое состояние жидкости в-ва в котором молекулы распались на электроны и ядра атомов

Гидродинамика изучает законы движения капельных жидкостей, а также силовое взаимодействие жидкостей с телами.

Гидростатика изучает законы равновесие и покоя капельных жидкостей

Гидравлика - инженерная наука, решает вопросы гидросопротивления, расхода жидкостей и пр.

Аэродинамика изучает законы движение газообразных жидкостей а также силовое взаимодействия жидкостей с телами

Аэростатика изучает законы равновесие и покоя газообр. жидкостей

Газовая динамика - это аэродинамика больших скоростей (число Маха $M > 5$)

расчета скорости тела переменной массы, вывел формулу для него.
- разработал более 20-ти принципов освоения космоса, которые реализуются с течением времени.

• Сандер
 - Создатель первых ракет

• Седов, Годунов, братья Белоцерковские и др.

Основные задачи ГАД

16.02.2021

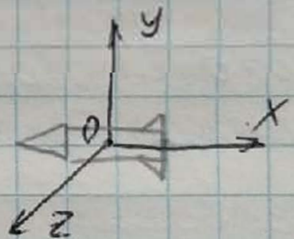
Основные задачи, решаемые гидроаэродинамики.

Определение параметров потока жидкости

1. Определение параметров потока жидкости.

$$p, \rho, T, V = f(x, y, z, t)$$

Расчёт АДХ ЛА



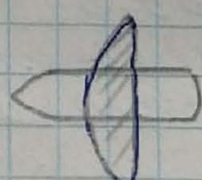
2. Расчёт АДХ ЛА:
силы: Y_a, X_a, Z_a;
$C_{y_a}, C_{x_a}, C_{z_a}$ – безразмерные АД коэфы.

• $Y_a = C_{y_a} \cdot q_\infty S$, $X_a = C_{x_a} q_\infty S$, $Z_a = C_{z_a} q_\infty S$;

q_∞ – скоростной напор; $\boxed{q_\infty = \frac{\rho_\infty \cdot V_\infty}{2}}$

$S_\infty - S_{мид}$ (для бескрылых)
$S_{кр}$

S_∞ —



• Моменты: M_y, M_x, M_z, m_y, m_x, m_z

$M_y = m_y \cdot q_\infty \cdot S \cdot l$, l – место приложения силы.

Обеспечение устойчивости и управляемости

③ Обеспечение устойчивости и управляемости

Для устойчивости помещают центр давления за центром масс (на 5-10%)

④ Выбор и расчёт органов упр. ЛА.

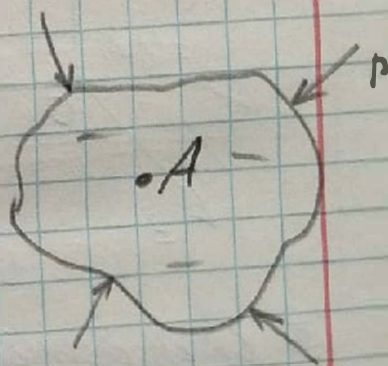
⑤ Выбор и расчёт теплозащиты ЛА и определение температуры стенки (обшивки)

Параметры жидкости характеризующие её движение

Параметры жидкости, характеризующие её движение

① p – гидростатическое давление $\left[\frac{Н}{м^2}\right] = [Па]$

Св-ва:
- Давление действ. снаружи и по нормали к выделенному объему
- давление – величина скалярная.



② ρ – массовая плотность $\left[\frac{кг}{м^3}\right]$

③ T – абсолютная термодинамическая температура $[K]$ – мера нагретости тела.

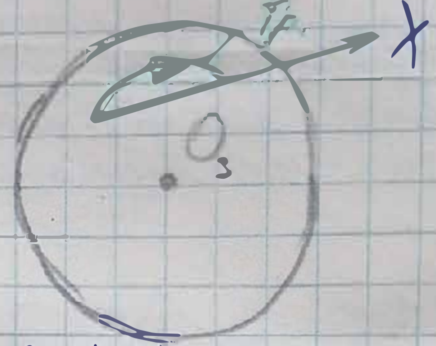
④ Вектор скорости $\bar{V}\left[\frac{м}{с}\right] \Leftrightarrow V_x, V_y, V_z$.

Системы координат и углов определяющих положение ЛА

Системы координат и углов, определяющих положение ЛА.

Земная СК

1. Земная СК: OXYZ



OX – лежит в плоскости полета, направлена на цель;

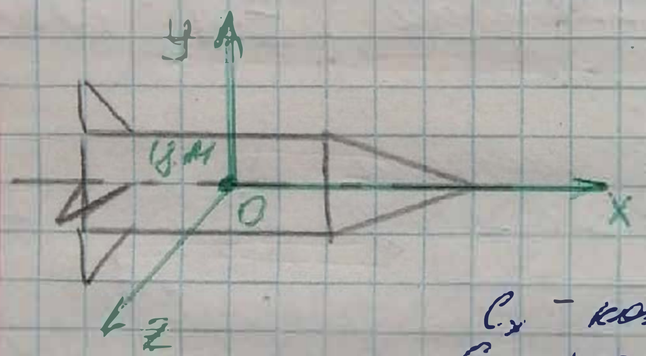
OY – лежит в плоскости полета ⊥ OX.

OZ – дополняет СК до правой

OXYZ неподвижна отн. Земли.

Связанная СК

2. Связанная СК: OXYZ; O – совпадает с центром масс.

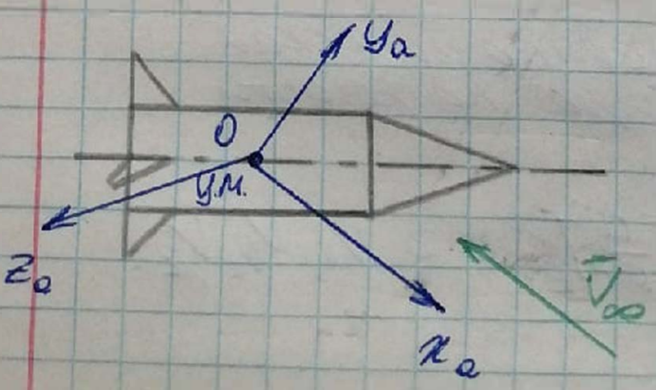


Исп.-ся для определения нагрузок действующих на ЛА.

C_x – коэф. продольной силы; C_y – коэф. норм. силы; C_z – попереч. силы

Скоростная (поточная) СК

3. Скоростная (поточная) СК: $Ox_a y_a z_a$.



V_∞ – скорость невозмущенного потока (бесконечно удаленного от пов-ти ЛА)

Исп.-ся. для определения хар-к подъемной силы, лобовой силы, боковой силы.

Схемы взаимного расположения земной и связанной СК

Схемы взаимного расположение земной и связанной СК.

При условном совмещении их начал

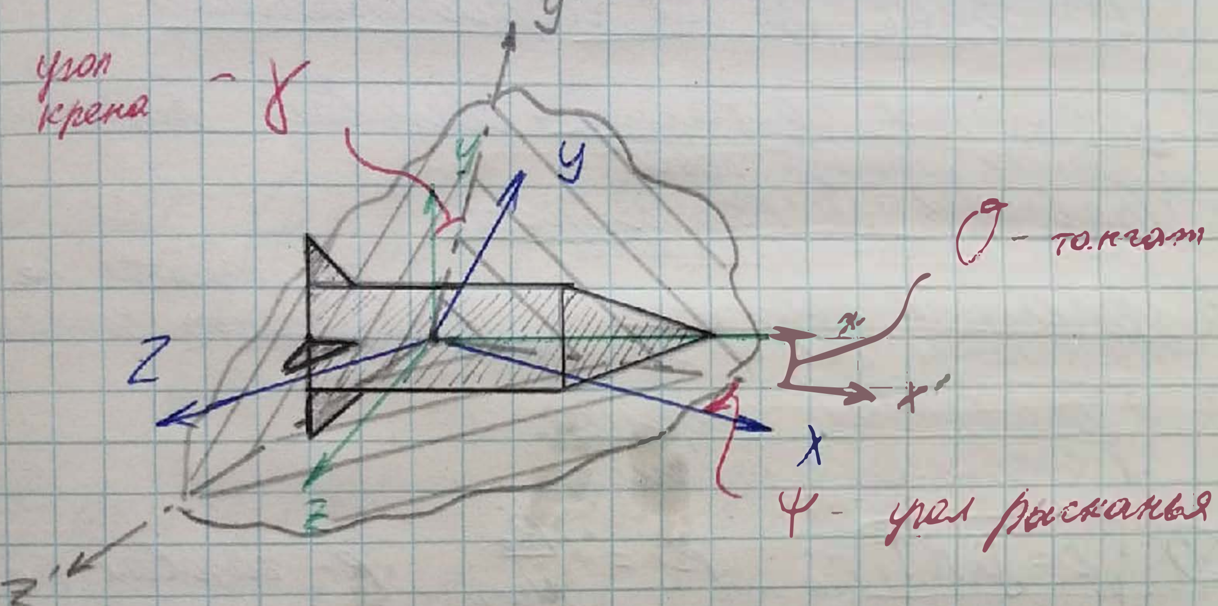
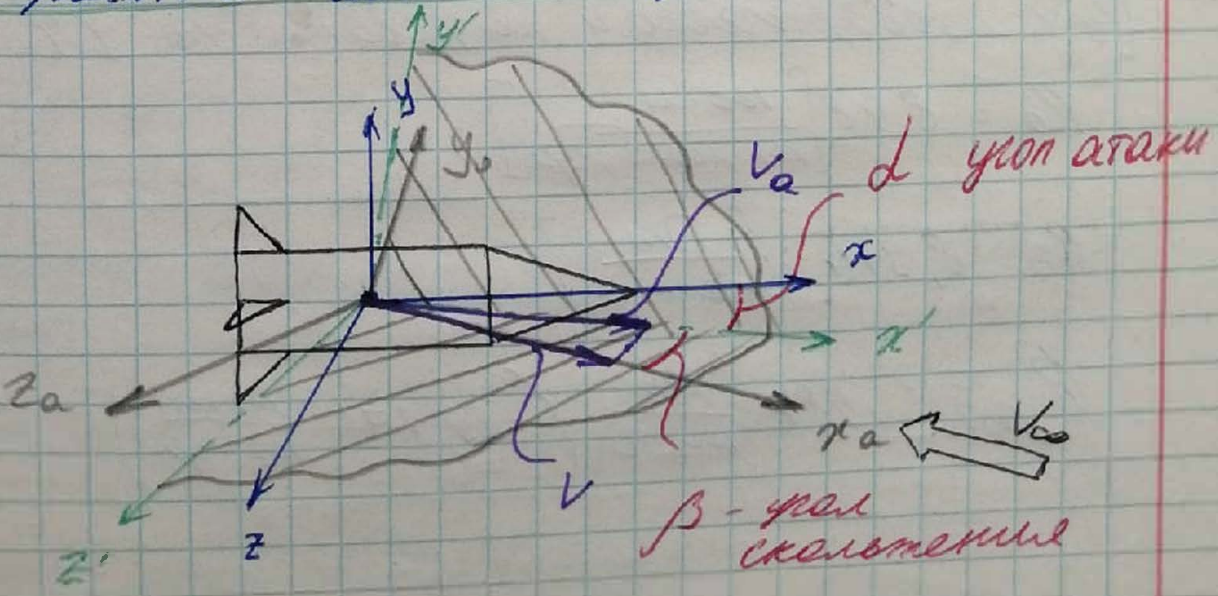


Схема взаимного расположения связанной и скоростной СК

Схема взаимного расположения связанной и скоростной систем координат



α -

β -

Основные уравнения аэродинамики

Основные ур-ия аэродинамики

1. уравнение состояние - связывает параметры жидкости между собой
2. Уравнение неразрывности (закон сохранения массы)
3. уравнение движения (сохранение кол-ва движения)
4. уравнение энергии (сохранение энергии)

базируются на законах сохранения

Уравнение состояния

① $\boxed{p = \rho R T}$; $R = \frac{R_0}{M_{ср}}$, R - газовая пост.
R_0 - универс. газ. пост.

[R - это работа, совершаемая 1 кг газа при изобарическом нагревании на 1 °C]

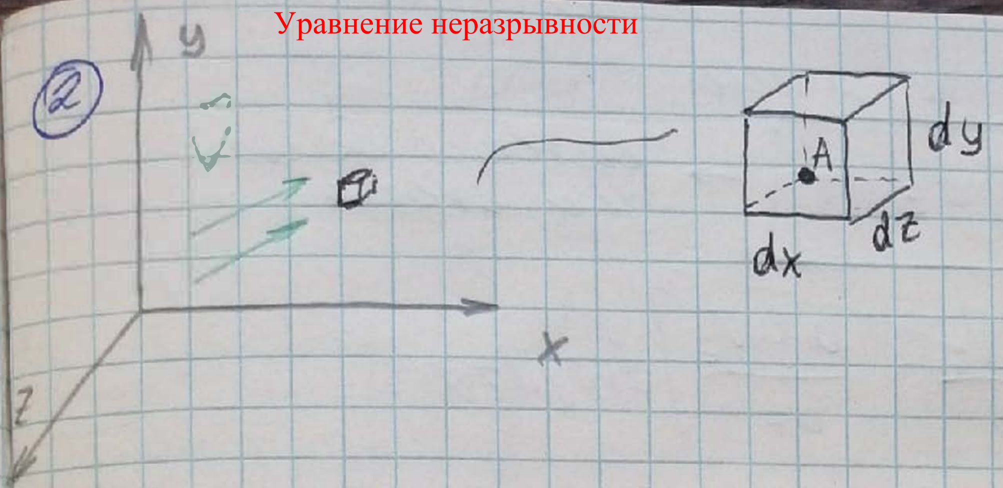
$R_0 = 848 \left[\frac{кг \cdot м}{кг \cdot моль \cdot гр}\right]$;

$R_0 = 8{,}314 \left[\frac{Дж}{моль \cdot К}\right]$

$R_{возд.} = 287 \frac{Дж}{кг\ °C} \left(29{,}27 \frac{кг \cdot м}{кг\ гр}\right)$

Уравнение неразрывности

2



dx, dy, dz выбираются так, чтобы параметры на передней грани совпадали с параметрами в точке А

$dv = dx\,dy\,dz$ — р-рим изменение массы за $dt = 1$:

вдоль оси Ox:

втекает: $\rho V_x\, dy \cdot dz$

вытекает: $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial z} dx\right)\left(V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx\right) dy\, dz$

отн. изменение на единицу длины

сама длина

$$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right)\left(V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx\right) dy\,dz - \rho V_x\, dy\, dz =$$

$$= \left(\cancel{\rho V_x} + \rho \frac{\partial V_x}{\partial x} dx + V_x \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \cancel{\frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} dx^2}\right) dy\,dz -$$

$= 0$ — бесконечно малые более высокого порядка малости

$$- \cancel{\rho V_x\, dy\, dz} = \left(\rho \frac{\partial V_x}{\partial x} dx + V_x \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right) dy\, dz =$$

$$= \cancel{\frac{d \rho V_x}{dx}}\ \frac{\partial \rho V_x}{\partial x}\, dx\,dy\,dz$$

аналогично вдоль Oy и вдоль Oz; т.о. сложив, получим:

$$\left[\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z}\right] dx\,dy\,dz$$

Согласно ЗСМ $\quad t \to \rho\, dx\,dy\,dz$

$$(t + dt) \to \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right) dx\,dy\,dz$$

тогда изменение массы:

$$\boxed{-\frac{\partial \rho}{\partial t}\, dx\, dy\, dz\, dt} \rightarrow \text{вытекло больше, чем втекло}$$

$$\left[\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z}\right] dx\, dy\, dz\, dt =$$

$$= -\frac{\partial \rho}{\partial t}\, dt\, dx\, dy\, dz$$

$$\frac{\partial \rho V_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho V_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Векторный вид уравнения неразрывности

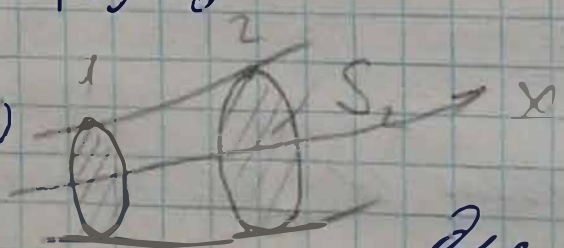
$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{V}) = 0}$$ – векторный вид

1) ~~устойчивостовый~~ установившийся поток.

$$\operatorname{div}(\rho \bar{V}) = 0$$

2) НСЖ

$$\operatorname{div}(\bar{V}) = 0$$

3) 

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V S)}{\partial x} = 0$$

для установившегося во времени потока $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right) \rightarrow$

4) $\rightarrow \frac{\partial \rho V S}{\partial x} = 0 \rightarrow \boxed{\rho V S = const}$ [ур-ие расхода]

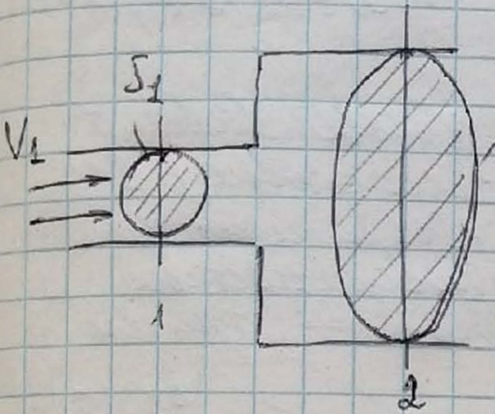
$\rho V S = m$ – массовый расход

5) Несжимаемая жидкость: $\rho = const$

02.03.21

тогда $\rho V S = const \rightarrow \boxed{VS = Q = const}$

объемный расход



Если известны $\rho_1, V_1, S_1,$

то: $\rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot S_2$

$$\boxed{V_2 = \frac{\rho_1 V_1 S_1}{\rho_2 S_2}}$$

если $\rho = const$, то $\rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{V_2 = \frac{V_1 S_1}{S_2}}$$

Замечание к уравнению неразрывности

Замечание: ур-ие неразрывности мы вывели, используя метод Эйлера.

Метод Эйлера: фикс. точка в пространстве и опр-ся течение жидкости из неё.

Метод Лагранжа: фикс. частица/элементарный объем жидкости и при его/её движении исследуется изменение её хар-к.

Уравнение движения

③ Уравнение движения (с помощью метода Лагранжа)

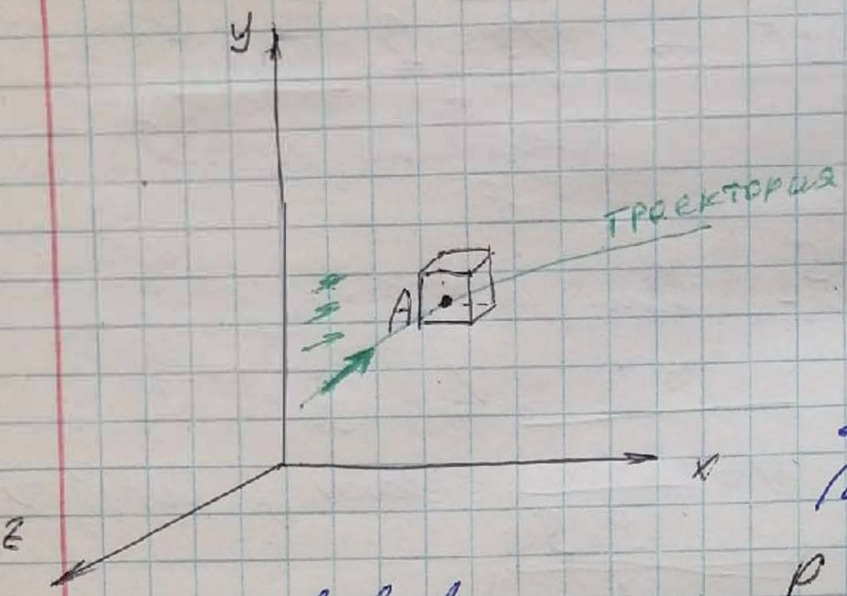
$$d(mV) = F \cdot dt,$$

т.к. выделяем элементарный объем, то $m = const$

$$\boxed{m \frac{dV}{dt} = F}$$

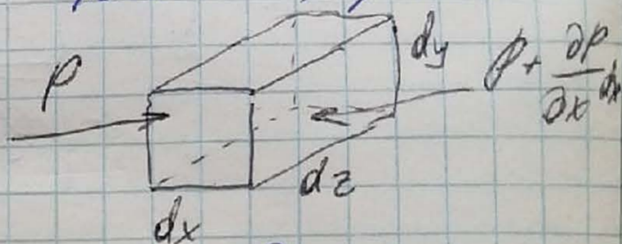
$V = f(x, y, z, t)$

$x, y, z = f_i(t)$



Силы бывают …

Силы бывают
- массовые (вес, сила инерции)
- поверхностные (давление, трение



$m = \rho\, dx\, dy\, dz$,

в проекции на Ox:

$$\rho\, dx\, dy\, dz \frac{dV_x}{dt} = \underbrace{\rho\, dx dy dz \cdot g_x}_{\text{массовая сила}} - \frac{\partial p}{\partial x} dx \underbrace{dy dz}_{S} + F_{тр\, x}$$

$$\frac{dV_x}{dt} = g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + N_{тр, x}$$

$N_{тр x}$ – ускорение от сил трение в проекции на x

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x}\cdot \underbrace{\frac{dx}{dt}}_{V_x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\underbrace{\frac{dy}{dt}}_{V_y} + \frac{\partial V_x}{\partial z}\underbrace{\frac{dz}{dt}}_{V_z}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x + \frac{\partial V_x}{\partial y} V_y + \frac{\partial V_x}{\partial z} V_z = g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + N_{тр, x} \\ \text{Аналогично:} \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial V_y}{\partial x} V_x + \frac{\partial V_y}{\partial y} V_y + \frac{\partial V_y}{\partial z} V_z = g_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + N_{тр, y} \end{cases}$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial V_z}{\partial x} V_x + \frac{\partial V_z}{\partial y} V_y + \frac{\partial V_z}{\partial z} V_z = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + N_{тр, z}$$

Равнения движения в форме Навье-Стокса

Ур-ие движения в форме Навье-Стокса описывают нестационарный, трехмерный поток вязкой сжимаемой жидкости.

Частные случаи

Частные случаи уравнения движения

1) Идеальный поток (нет вязкости ⇒ нет трения → нет $N_{тр}$)

Частные случаи уравнения движения
идеальный поток

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dV_y}{dt} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dV_z}{dt} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases}$$

Ур-ие движения в форме Эйлера.

В векторном виде $\boxed{\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{g} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p}$

2) Одномерный идеальный поток

Частные случаи уравнения движения
одномерный идеальный поток

$$\frac{dV_x}{dt} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

3) Одномерный неустановившийся поток

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Частные случаи уравнения движения
Одномерный неустановившийсяпоток

Интеграл уравнения движения (уравнение Бернулли)

1. Поступательное движение Ц.М

2. Вращательное движение отн. Ц.М.

3. Деформирование в процессе движение

1) V_x, V_y, V_z

2) $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$

3) $$\begin{cases} \Omega_x = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_y}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial y}\right) \\ \Omega_y = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial z}\right) \\ \Omega_z = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \end{cases} \quad (1)$$

(2) $\boxed{V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ – дифференцируется по x

и преобразуем ур-ие Эйлера, заменяя скорости поступательного движения через вращательное $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$; сложим почленно ур-ие Эйлера, домножив их соответсвенно на dx, dy, dz, и заменив частные производные на полный дифференциал, получим выражение:

$$\frac{1}{2}dV^2 - 2\underbrace{\begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}}_{\Delta = 0} = g_x dx + g_y d_y + g_z d_z - \frac{1}{\rho} dp + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} dt \quad (*)$$

Интегрируем (*) UwU при следующих допущениях:

1) $\Delta = 0$

2) полагаем, что массовые силы потенциальны:

$$\underbrace{g_x dx + g_y dy + g_z dz}_{dA} = d\Pi$$

Итак:

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \int \frac{1}{\rho} dP - \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} dt - \Pi = C(t)}$$

интеграл ~~Ур-ие~~ Бернулли справедливо для неустановившегося движения идеальной сжимаемой жидкости.

Определим, в каком случае $\Delta = 0$

1. $\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0$, т.е. $\boxed{\Omega = 0}$

безвихревое течение

2. $\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} = \frac{1}{\lambda}$ (строки пропорциональны)

Это выражение выполняется на линии тока.

Линия тока это

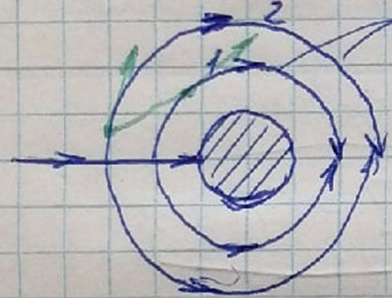
Линия тока – геометрическое место точек потока жидкости в данный момент времени, для которого справедливо след. условие: в-р скорости потока в любой точке этой линии касателен к линии тока

$$\begin{cases} dx = V_x dt \\ dy = V_y dt \\ dz = V_z dt \end{cases}$$

$$\underbrace{\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z}}_{\text{линия тока}} = dt$$

траектория

Поток обтекает сферу:



линии тока. Для t_1 и t_2 соотв.

3. $$\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z} = \frac{1}{\lambda_i}$$

Это выражение выполняется на вихревой линии.

Вихревая линия – это ГМТ потока жидкости, для которого справедливы след. условия: в-р Ω касателен в любой точке этой линии касателен к ней

4. $V_x \Omega_y = V_y \Omega_x$ – совпадение вихревых линий и линий тока.

Частный случай ур-ия Бернулли

Частный случай уравнения Бернулли

9.03.21

Л4

① Поток установившийся

$$\frac{V^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} - \Pi = const$$

② Пренебречь массовыми силами

$$\frac{V^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = const$$ — наиболее применима в ДДт, реакт. ~~струя~~ из сопла выход газов из канала ствола

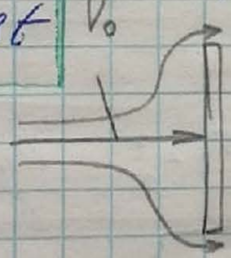
③ Поток баротропный: p и ρ связаны 1 ф-цией (пренебрегаем температурой)

$$\frac{V^2}{2} + f(p) = const$$

④ НСЖ и баротропный

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} = const}$$

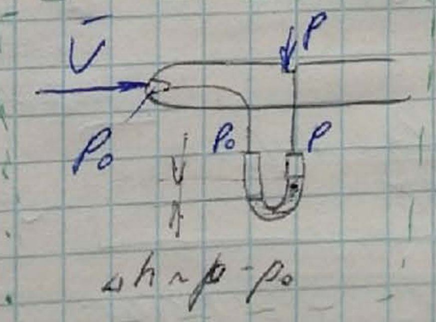
Для точки полного торможения:



$$\frac{\cancel{V_0^2}}{\cancel{2}} + \frac{P_0}{\rho} = const$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho}} \rightarrow$$

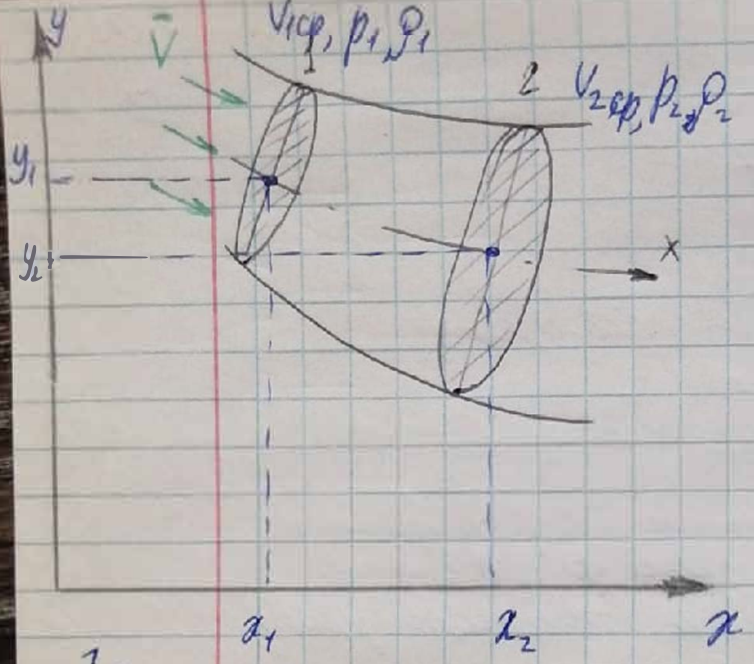
$$\rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{2(P_0 - P)}{\rho}}}$$



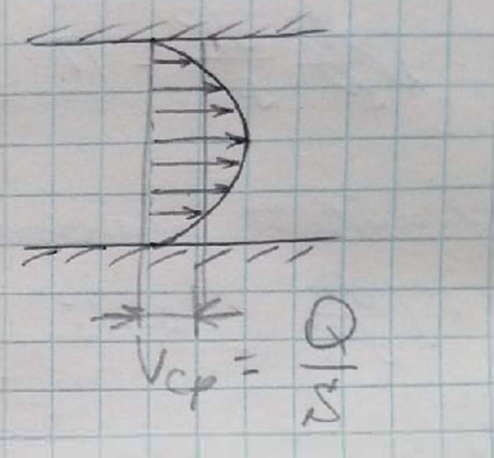
Трубка Пито

⑤ Ур-ие движения для вязких НСЖ жидкостей (основное ур-ие гидроаэродинамики)

Уравнение движения для вязких НСЖ жидкостей (основное уравнение ГАД)



Профиль скорости:



Дано: $V_{1ср}, \rho_1, p_1$ и Q; найти: $V_{2ср}, p_2, \rho_2$

$d\Pi = g_x d_x + g_y d_y + g_z d_z$;

$\rightarrow d\Pi = -g\,dy$

$$\frac{\alpha_1 V_{1ср}^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} + g y_1 = \frac{\alpha_2 V_{2ср}^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g y_2 + g h_{1,2};$$

$h_{1,2}$ – вязкие потери в жидкости при дв. от сечения 1 к сечению 2

$$\boxed{\frac{\alpha_1 V_{1ср}^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + y_1 = \frac{\alpha_2 \cdot V_{2ср}^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + y_2 + h_{1,2}}$$

α – учитывает характер течения (неравномерность потока в данном сечении)

$\rho g = \gamma$ – удельный вес.

$\alpha_{лам} = 2$; $\alpha_{турб} = 1{,}045$

Потери на вязкое трение

Потери на вязкое трение $h_{1,2}$ бывают:

1. Местные потери (внезапное сужение, рас-

Местные потери

ширение : деформация потока)

Распределённые потери

2. распределенные потери (потери на трение при прямолинейном движении)

$$\boxed{h_{1,2} = \xi_м \cdot \frac{V_{2\,ср}^2}{2g}}$$ – местные

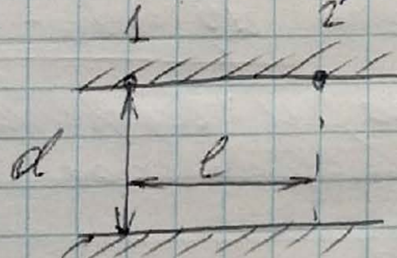
$$\boxed{h_{1,2} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V_{2\,ср}^2}{2g}}$$ – распределенные

$\xi_м = f($вид потерь; размеры

$\lambda = f($число рейнольдса Re, $\frac{\Delta}{d})$

относит. шероховатость

$$\boxed{Re = \frac{V \cdot d}{\nu}}$$

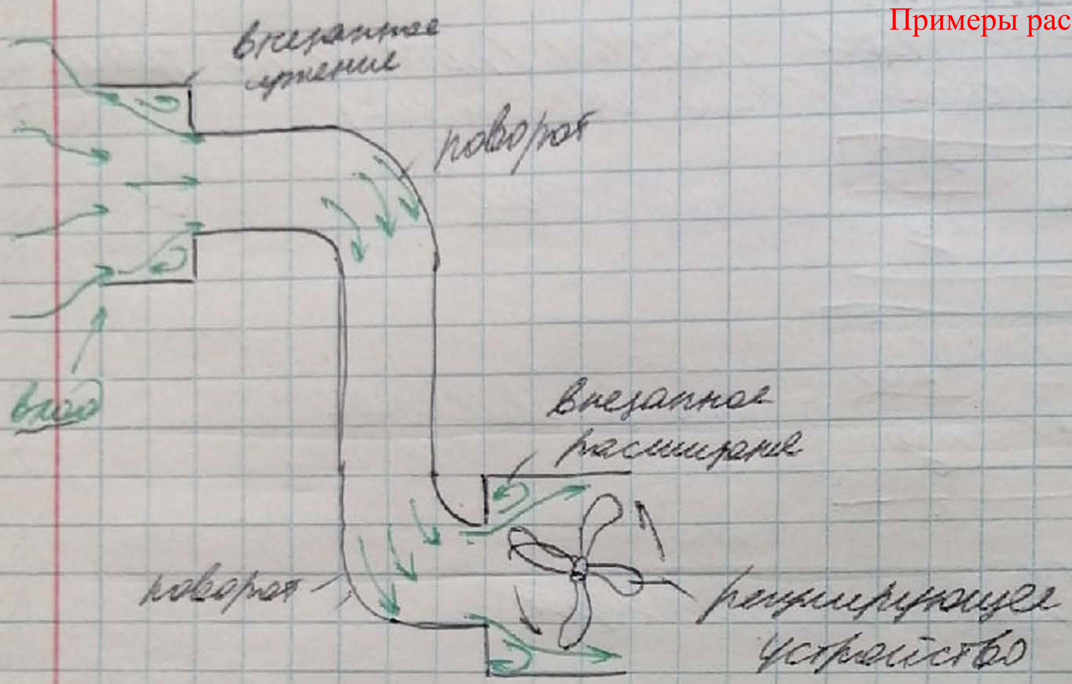


$$\boxed{h_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} h_i}$$ – можно использовать, если $l \geq (5 \div 6) d$

(Идельчик И.Е. «Справочник по гидросопротивлениям и расчётам участков трубопроводов»

Примеры расчёта трубопровода

Примеры расчёта трубопровода.



Уравнение энергии

④ Уравнение энергии

Первый закон термодинамики

1 з-н термодинамики $\boxed{dq = du + dL}$

q - подводимое тепло, u - внутренняя энергия, L - вся работа, совершаемая газом

$dL = dL_{техн.} + dL_{тр}$

$L_{техн.}$ - техническая работа совер-ии газом (газ вращает турбину и др.) - внеш. работа.

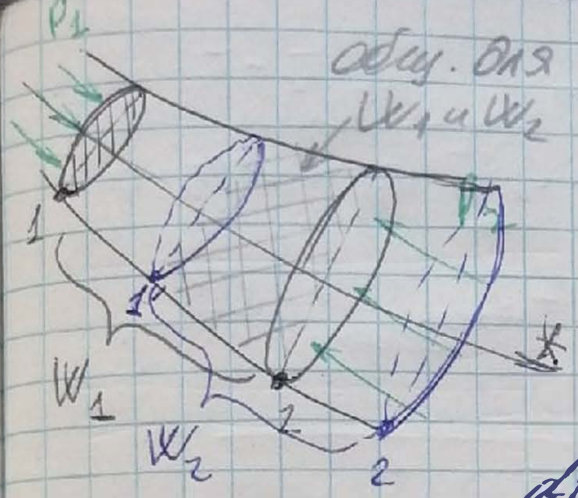
$L_{тр}$ - работа сил трения - внутренняя работа

Правило знаков

Правило знаков: $dq, dL > 0$, если тепло подводится и газ расширяется

Баланс энергии

Баланс энергии



Газ, объемом W_1 перемещается вниз по течению из положения 1-2 в положение 1'-2'.

Баланс энергии рассматриваем в общ. объеме 1'-2:

$dt = 1$:

1. $dE_к = d\left(\frac{V^2}{2}\right)$ - для единичной массы $\left[\frac{Дж}{кг}\right]$

2. $dU = C_v\, dT$

Ур-ие Майера

$R = C_p - C_v$

3. $d\Pi = -g\,dy$

4. $dL_g = d(pW) = d(RT)$ - работа сил давления

5. $\pm dQ_{внеш}$ - подвод или отвод тепла

6. $\pm dL_{техн.}$

7. $dL_{тр} = dQ_{тр}$

Расход = Приход

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) + d\Pi + dU + d(RT) + \underset{отвод}{dQ_{внеш}} + \underset{(турб)}{dL_{техн}} + dL_{тр} =$$

$$= \underset{подвод}{dQ_{внеш}} + \underset{компрессор}{dL_{тех.}} + dQ_{тр}$$

Интегрируем:

$$\frac{V_2^2}{2}-\frac{V_1^2}{2}+\cancel{g(y_2-y_1)}+\cancel{R(T_2-T_1)}+\overbrace{C_v(T_2-T_1)+R(T_2-T_1)}^{C_p(T_2-T_1)}+$$

$$+Q_{\text{внеш отвод}}+L_{\text{техн турб.}}+\cancel{L_{тр}}=Q_{\text{внеш подвод}}+L_{\text{техн компрессор}}+\cancel{Q_{тр}}$$

$$\cancel{\frac{V_2^2}{2}}-\cancel{\frac{V_1^2}{2}}+$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2}+C_pT\pm L_{техн}\mp Q_{внеш}=const}$$

Сумма полной энергии газа технической работы и подводимого / отводимого тепла – величина постоянная.

Частные случаи: Частные случаи Уравнения энергии

I. Адиабатический поток: Адиабатический поток

$L_{техн}=0$, $Q_{внеш}=0$, $L_{тр}\neq0$

$$\boxed{\frac{V^2}{2}+C_pT=const}$$

Изэнтропический процесс

II Изэнтропический процесс – адиабатический, в кот. отсутствует трение

$L_{тр}=0$, $L_{техн}=0$, $Q_{внеш}=0$

$$\boxed{\frac{V^2}{2}+C_pT=const}$$

C_pT – энтальпия

$$i=C_pT=\underbrace{C_vT}_{u}+\underbrace{RT}_{\frac{p}{\rho}}=u+\frac{p}{\rho}$$

Энтальпия это

Энтальпия – внутренняя энергия и работа от сил давления.

$$\boxed{dS=\frac{dq}{\rho T}}$$ – физ величина, изменение

которой является признаком наличия теплообмена; ~~зн~~

$$\boxed{dS = \frac{dq}{T}}$$ $dq > 0 \to dS > 0 \to S\uparrow$

$dq = 0 \to dS = 0 \to S = const$

16.03.21
ЛБ.

2-й з-н термодинамики: Второй закон термодинамики

В изолированной системе, где отсутствует внутренний теплообмен, при любых процессах энтропия системы не уменьшается.

III. $\frac{V^2}{2} + C_p T = const$ Третий частный случай уравнения энергии

$$p = \rho R T \to \boxed{C_p T} = \frac{C_p p}{\rho R} = \frac{C_p p}{\rho (C_p - C_v)} = \boxed{\frac{k p}{\rho (k-1)}},$$

где $k = \frac{C_p}{C_v}$ - показатель адиабаты.

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} = const}$$ $\boxed{k_{возд.} = 1,4}$

Четвёртый частный случай уравнения энергии

IV. $a^2 = \frac{dp}{d\rho} = kRT$ - местная скорость звука

$$C_p T = \frac{C_p a^2}{kR} = \frac{C_p a^2}{k(C_p - C_v)} = \frac{k a^2}{k(k-1)} = \frac{a^2}{k-1}$$

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = const}$$

Вывод уравнения изэнтропы

V. Вывод ур-ия изэнтропы

Ур-ие Бернулли: $\frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = const$

Ур-ие энергии $\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = const$

$\Rightarrow \int \frac{dp}{\rho} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho}$

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{k}{k-1}\left(\frac{dp\rho - d\rho p}{\rho^2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow k\,dp - dp = k\,dp - kp\frac{d\rho}{\rho} \rightarrow$$

$$\rightarrow \int\frac{dp}{p} = k\int\frac{d\rho}{\rho}$$

$$\ln p = k\ln\rho + const \rightarrow \boxed{p = \rho^k \cdot const}$$

$$\boxed{\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k} \rightarrow$$ Ур-ие изэнтропы (адиабата Пуассона)

Уравнение изэнтропы (адиабата Прассона)

В изэнтропических процессах ур-ие движения и ур-ие энергии обращается в тождество → вместо одного из них необходимо записать ур-ие изэнтропы

Определение констант в уравнении энергии и уравнении Бернулли

Определение констант в ур-ии энергии, ур-ии Бернулли.

Ур-ие	const		
	$v_0 = 0$	$v = a = a^*$	$v = max$
1. $\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = const$	$\frac{a_0^2}{k-1}$	$\frac{(k+1)}{2(k-1)}a^{*2}$	$\frac{v^2_{max}}{2}$
2. $\frac{v^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p}{\rho} = const$	$\frac{kp_0}{(k-1)\rho_0}$	—	$\frac{v^2_{max}}{2}$
3. $\frac{v^2}{2} + i = const$	i_0	—	$\frac{v^2_{max}}{2}$

$$\frac{a^{*2}}{2} + \frac{a^{*2}}{k-1} = const$$

$$\frac{a^{*2}(k+1)}{2(k-1)} = const$$

- a_0 – скорость звука в потоке, где скорость потока равна нулю
- a^* – критическая скорость в той точке, где скорость потока достигает скорости звука.
- В вакууме $a=0$, $i=0$, $p=0$

$$\frac{a_0^2}{\cancel{k-1}} = \frac{k+1}{2(\cancel{k-1})} a^{*2} \rightarrow \boxed{a_0 = \sqrt{\frac{k+1}{2}}\, a^*}$$

$$\boxed{a^* = a_0\sqrt{\frac{2}{k+1}}}$$

$$\frac{a_0^2}{k-1} = \frac{v_{max}^2}{2} \rightarrow \boxed{v_{max} = a_0\sqrt{\frac{2}{k-1}}}$$

$$\frac{(k+1)\,a^{*2}}{2\cancel{(k+1)}(k-1)} = \frac{v_{max}^2}{2} \rightarrow \boxed{v_{max} = a^*\sqrt{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$i_0 = \frac{v_{max}^2}{2} \rightarrow \boxed{v_{max} = \sqrt{2i_0}}$$

Безразмерные скорости. Числа Маха (М) и Лямбда

Безразмерные скорости. Числа M и λ

Скорость звука это

- скорость звука – характеристика сжимаемости

$$\boxed{a^2 = \frac{dp}{d\rho}}$$

НСЖ: $\rho = const$, $d\rho = 0$, $a = \infty$

$\uparrow$ СЖ $\rightarrow \downarrow a$

Число маха

$\boxed{M = \frac{v}{a}}$ число Маха - безразмерный критерий сжимаемости

$a\downarrow \rightarrow \uparrow M \rightarrow$ Сж$\uparrow$

1) $M < 1$ - дозвуковой поток
2) $M = 1$ - звуковое течение
3) $M > 1$ - сверхзвуковой поток
4) $M \geq 5$ - гиперзвуковой поток.

- $\boxed{\lambda = \frac{v}{a^*}}$ - коэф. скорости

Коэффициент скорости

$$0 \leq M \leq \infty; \quad 0 \leq \lambda \leq \frac{v_{max}}{a^*} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$$

для воздуха $\lambda^{max} = 2{,}45$

$$\frac{v^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{k+1}{2(k-1)} a^{*2} \qquad \frac{a \cdot v}{a^* \cdot v} = \frac{\lambda}{M}$$

$$\frac{v^2}{2a^{*2}} + \frac{a^2}{(k-1)a^{*2}} = \frac{k+1}{2(k-1)}$$

$$\frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^2}{(k-1)M^2} = \frac{k+1}{2(k-1)}$$

$$\lambda^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{(k-1)M^2}\right) = \frac{k+1}{2(k-1)}$$

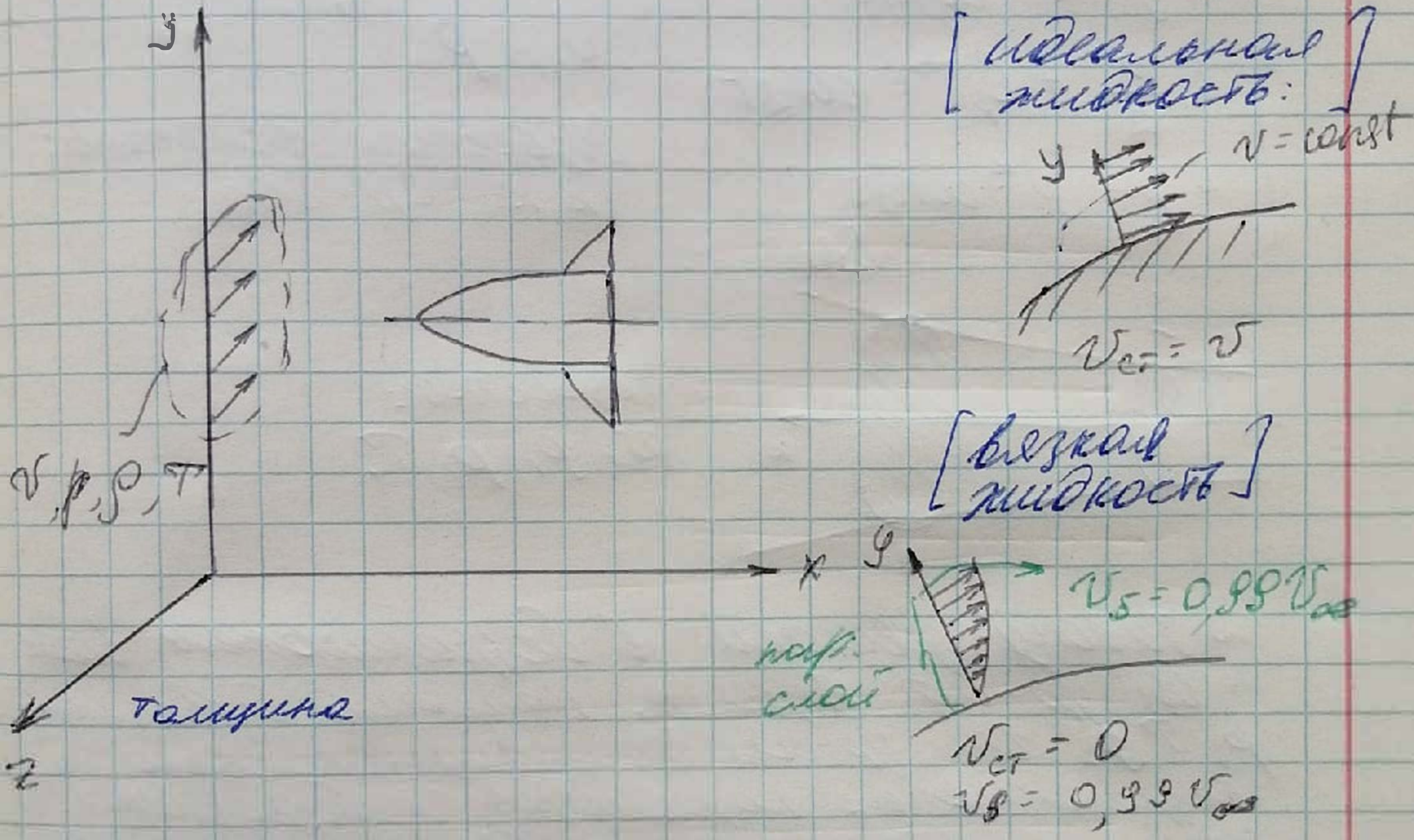
$$\lambda^2 = \frac{k+1}{\cancel{2(k-1)}} \cdot \frac{\cancel{2(k-1)}M^2}{(2+(k-1)M^2)} = \frac{(k+1)M^2}{2+(k-1)M^2}$$

$$\boxed{\lambda^2 = \frac{(k+1)M^2}{2+(k-1)M^2}}$$

- По возможности решение задачи упрощается, рассм. частные случаи решения, Начальные и граничные условия

Начальные и граничные условия

- Нач. усл. – в заданный момент времени необх. знать все параметры жидкости (4 шт.)
- Граничные условия – $\forall$ момента времени необх. знать усл., налаг. на границах.



Одномерный стационарный изэнтропический поток идеальной сжимаемости

Одномерный стационарный изэнтропический поток идеальной сжимаемой

① Устанавливаем модель жидкости

Модель:

– одномерная

$p, \rho, v, T = f(x)$

– стационарная (установившаяся)

$\frac{\partial(...)}{\partial t} = 0$

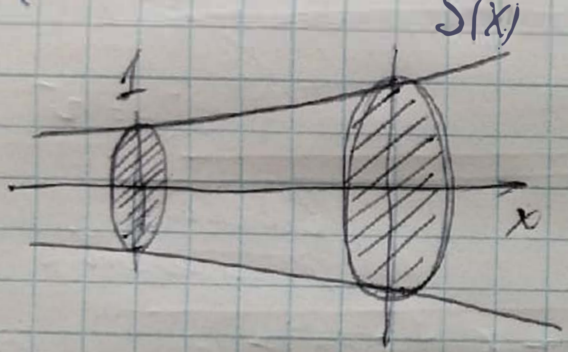
- изэнтроп поток $\rightarrow$ $S = const$
- идеальный поток $F_{тр} = 0$
- СЖ $\rho \neq const$

(2) Система ур-ий для данной модели

$$\begin{cases} 1.\ p = \rho R T \\ 2.\ \rho V S = const \\ 3.\ \dfrac{V^2}{2} + C_p T = const \\ 4.\ p = \rho^k \cdot const \end{cases}$$

Неизвестные величины: V, p, ρ, T

Известные величины: $k, R, C_p, S(X)$



известны: V_1, ρ_1, p_1, T_1

~ Задачу решаем в безразмерном виде
~ Из ур-ий (1), (3), (4). находим безразмерные p, T, ρ. Из ур-ия (2) находим связь безразмерных параметров с безразмерными координатами $\rightarrow$ безр. $S(x)$