

Содержание

1	Цель работы	1
2	Краткие теоретические сведения	1
3	Исходные данные	2
4	Типовые звенья	3
5	Интегрирующее звено	4
6	Дифференцирующее звено	5
7	Усилительное (безинерционное) звено	6
8	Апериодическое звено 1-го порядка (при постоянном T)	8
9	Апериодическое звено 1-го порядка (при постоянном K)	9
10	Апериодическое звено 2-го порядка (при постоянном T , изменяется K)	11
11	Апериодическое звено 2-го порядка (при постоянном K , изменяется T)	13
12	Колебательное звено (при постоянном T , изменяется K)	14
13	Колебательное звено (при постоянном K , изменяется T)	16
14	Консервативное звено (при постоянном T , изменяется K)	18
15	Консервативное звено (при постоянном K , изменяется T)	20
16	Реальное интегрирующее звено (при постоянном T , изменяется K)	22
17	Реальное интегрирующее звено (при постоянном K , изменяется T)	24

18	Реальное дифференцирующее звено (при постоянном T , изменяется K)	26
19	Реальное дифференцирующее звено (при постоянном K , изменяется T)	28
20	Форсирующее звено (при постоянном T , изменяется K)	29
21	Форсирующее звено (при постоянном K , изменяется T)	31
22	Изодромное звено (при постоянном T , изменяется K)	32
23	Изодромное звено (при постоянном K , изменяется T)	34
24	Вывод	35

1 Цель работы

Изучение типовых динамических звеньев и исследование их временных характеристик при воздействии единичного скачка и импульсной функции с использованием средств пакета Matlab.

2 Краткие теоретические сведения

Система автоматического управления (САУ) может быть описана линейным дифференциальным уравнением:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \quad (1)$$

где $u(t)$ — входной сигнал, $y(t)$ — выходной сигнал, a_i и b_j — постоянные коэффициенты, $n \geq m$.

В операторной форме уравнение записывается как:

$$A(p)y(t) = B(p)u(t), \quad p = \frac{d}{dt}, \quad (2)$$

где $A(p)$ и $B(p)$ — полиномы оператора p . Передаточная функция системы определяется как:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}. \quad (3)$$

Переходная характеристика $h(t)$ — реакция системы на единичное ступенчатое воздействие (функцию Хевисайда $1(t)$), а импульсная характеристика $w(t)$ — реакция на δ -функцию (функцию Дирака). Эти функции связаны соотношением:

$$h(t) = \int_0^t w(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Для анализа и моделирования используются такие команды пакета Matlab, как:

- `tf([b_coeff], [a_coeff])` — создание передаточной функции;
- `step(sys)` — построение переходной характеристики;
- `impulse(sys)` — построение импульсной характеристики.

Изучение типовых динамических звеньев включает определение зависимости выходного сигнала от параметров системы при типовых входных воздействиях.

3 Исходные данные

- $K_{\text{base}} = 1.0$
- $T_{\text{base}} = 0.1$
- Вариации коэффициента усиления: $K = [0.85, 1.0, 1.15]$
- Вариации постоянной времени: $T = [0.085, 0.1, 0.115]$

4 ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ

Таблица 1: Типовые звенья систем автоматического управления

№	Название звена	Передаточная функция $W(s)$
1	Интегрирующее	$\frac{K}{s}$
2	Дифференцирующее	Ks
3	Усилительное (безинерционное)	K
4	Аперодическое 1-го порядка (инерционное)	$\frac{K}{Ts + 1}$
5	Аперодическое 2-го порядка (все корни вещественные)	$\frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}, T_1 \geq 2T_2$
6	Колебательное	$\frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}, T_1 < 2T_2$
7	Консервативное	$\frac{K}{Ts^2 + 1}$
8	Интегрирующее с запаздыванием	$\frac{K}{s(Ts + 1)}$
9	Дифференцирующее с запаздыванием	$\frac{Ks}{Ts + 1}$
10	Форсирующее	$K(Ts + 1)$
11	Изодромное	$\frac{K(Ts + 1)}{s}$

5 Интегрирующее звено

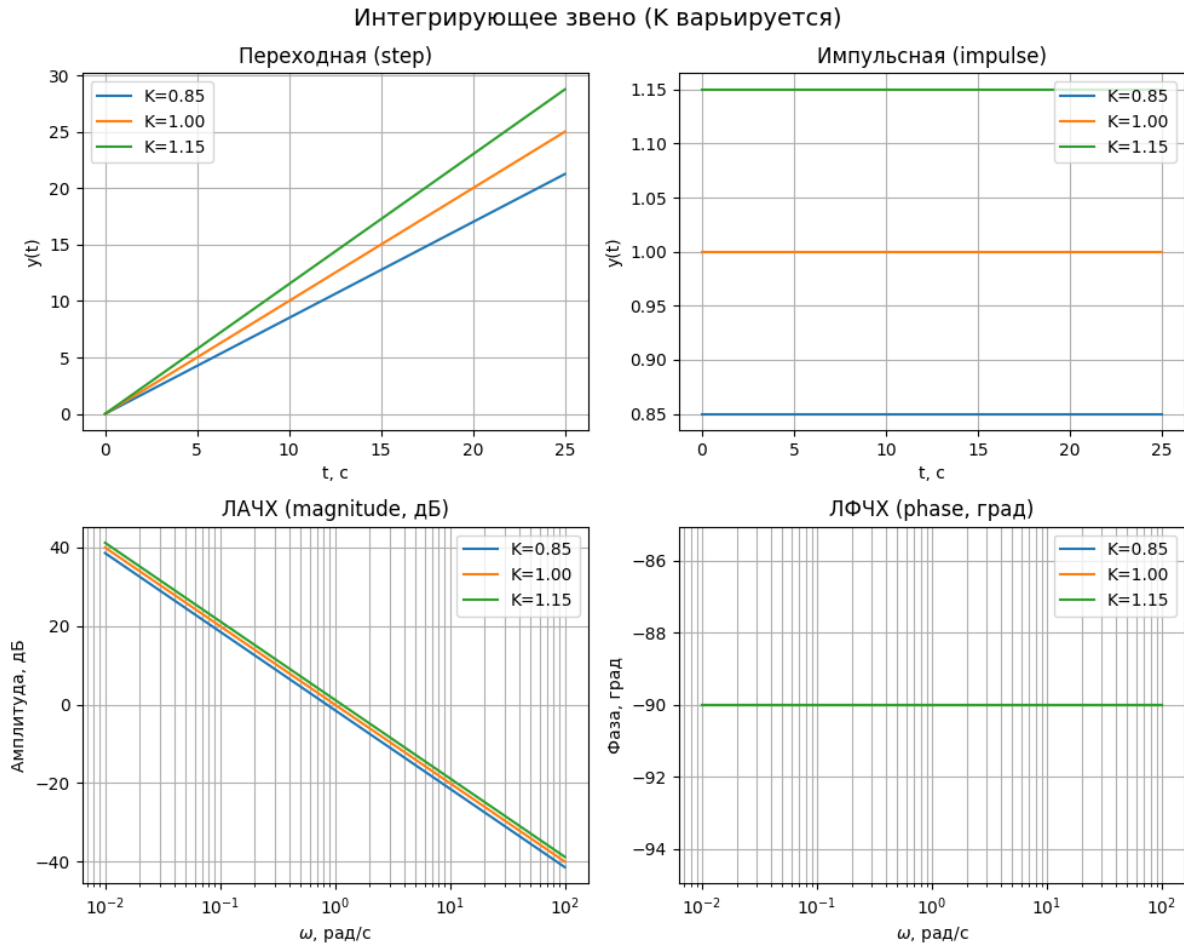


Рис. 1: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики интегрирующего звена

Анализ:

Импульсная характеристика для интегрирующего звена представляет собой дельта-функцию, и в численном моделировании отображается в виде резкого всплеска в начальный момент времени. Влияние параметра T отсутствует, так как в передаточной функции оно не фигурирует, что подтверждается совпадением графиков при разных T .

Переходная характеристика — линейно нарастающая функция, что соответствует интегрированию единичного входного сигнала. Изменение параметра T не оказывает влияния.

На ЛАЧХ видно, что изменение коэффициента усиления K приводит к параллельному смещению амплитудной характеристики по вертикали (в логарифмическом масштабе). Чем больше K , тем выше расположена кривая. Наклон линии соответствует идеальному интегратору: -20 дБ/дек.

Фазовая характеристика остаётся постоянной и равна -90° во всём диапазоне частот, что характерно для чистого интегрирующего звена.

6 Дифференцирующее звено

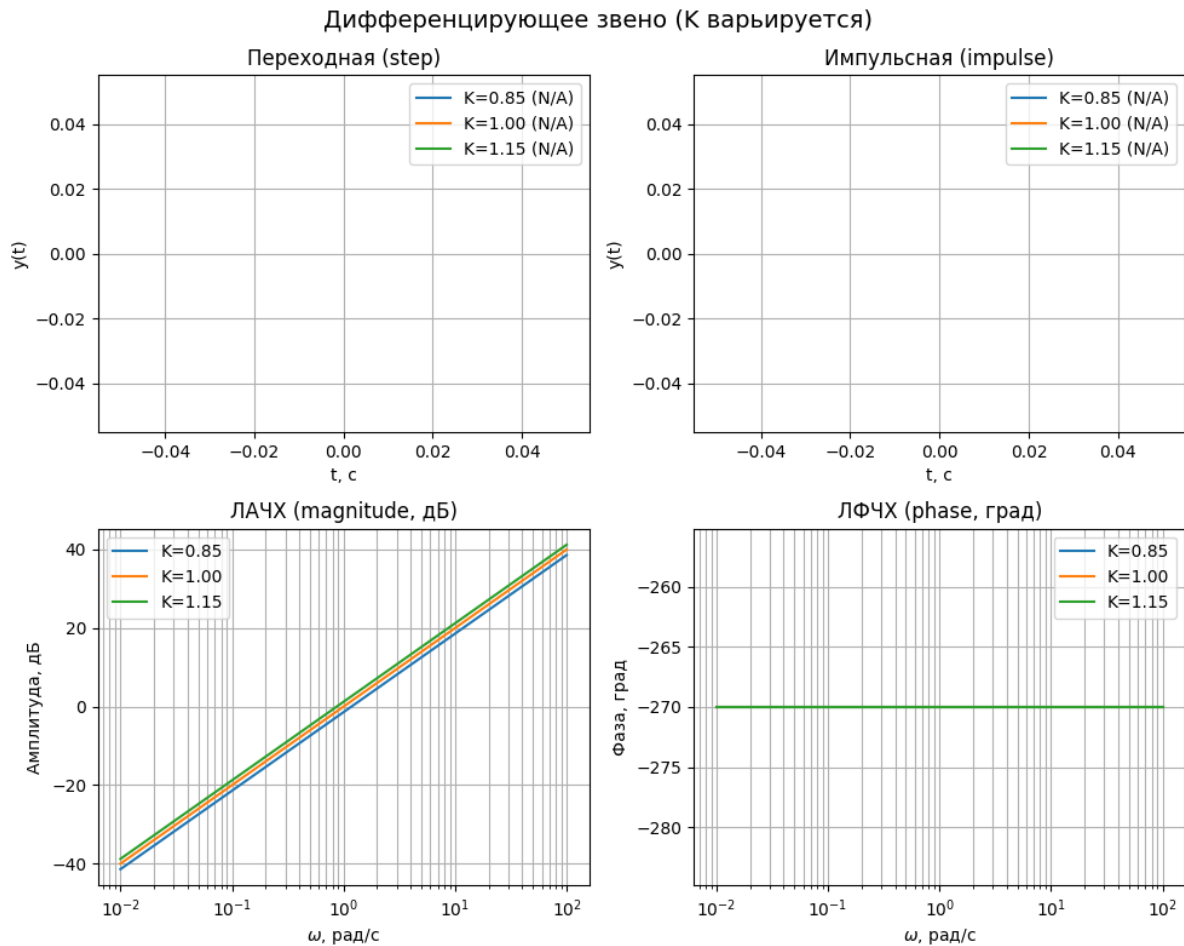


Рис. 2: Характеристики дифференцирующего звена

Анализ:

Импульсная и переходная характеристики отсутствуют, так как

идеальное дифференцирующее звено является нестрогой каузальной системой. В реальности такие системы не реализуемы, и численные методы не позволяют корректно построить их временные отклики.

На логарифмической амплитудной характеристике наблюдается линейный рост с наклоном $+20$ дБ/дек — это типичное поведение идеального дифференциатора. Изменение коэффициента усиления K сдвигает характеристику вверх или вниз, не меняя наклона.

Фазовая характеристика сохраняется постоянной и равной $+90^\circ$ при всех частотах, что также является отличительным признаком идеального дифференцирующего звена.

7 Усилительное (безинерционное) звено

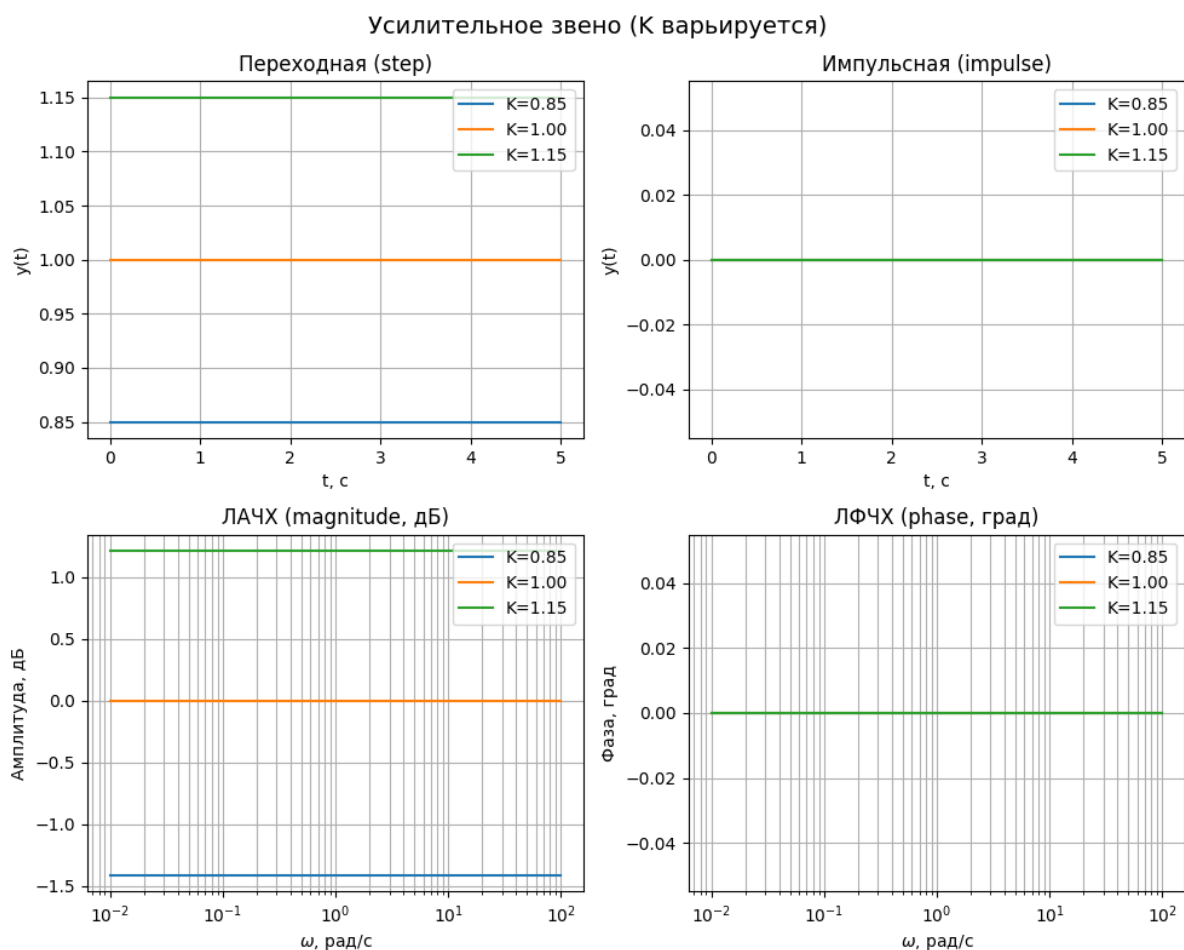


Рис. 3: Характеристики усилительного (безинерционного) звена

Анализ:

Импульсная и переходная характеристики усилительного звена отображаются как мгновенные скачки. Это объясняется отсутствием инерционности — система реагирует на входной сигнал немедленно. В силу отсутствия параметра T , графики совпадают при всех значениях этого параметра.

На ЛАЧХ видно, что амплитудная характеристика представляет собой горизонтальную прямую, отражающую постоянное усиление во всём диапазоне частот. С увеличением коэффициента K линия поднимается вверх (в дБ-эквиваленте), что соответствует логарифмической зависимости: $20 \log_{10} K$.

Фазовая характеристика для усилительного звена равна нулю во всём частотном диапазоне, поскольку выходная величина не запаздывает относительно входной — сигнал усиливается, но не искажается по фазе.

8 Аperiodическое звено 1-го порядка (при постоянном T)

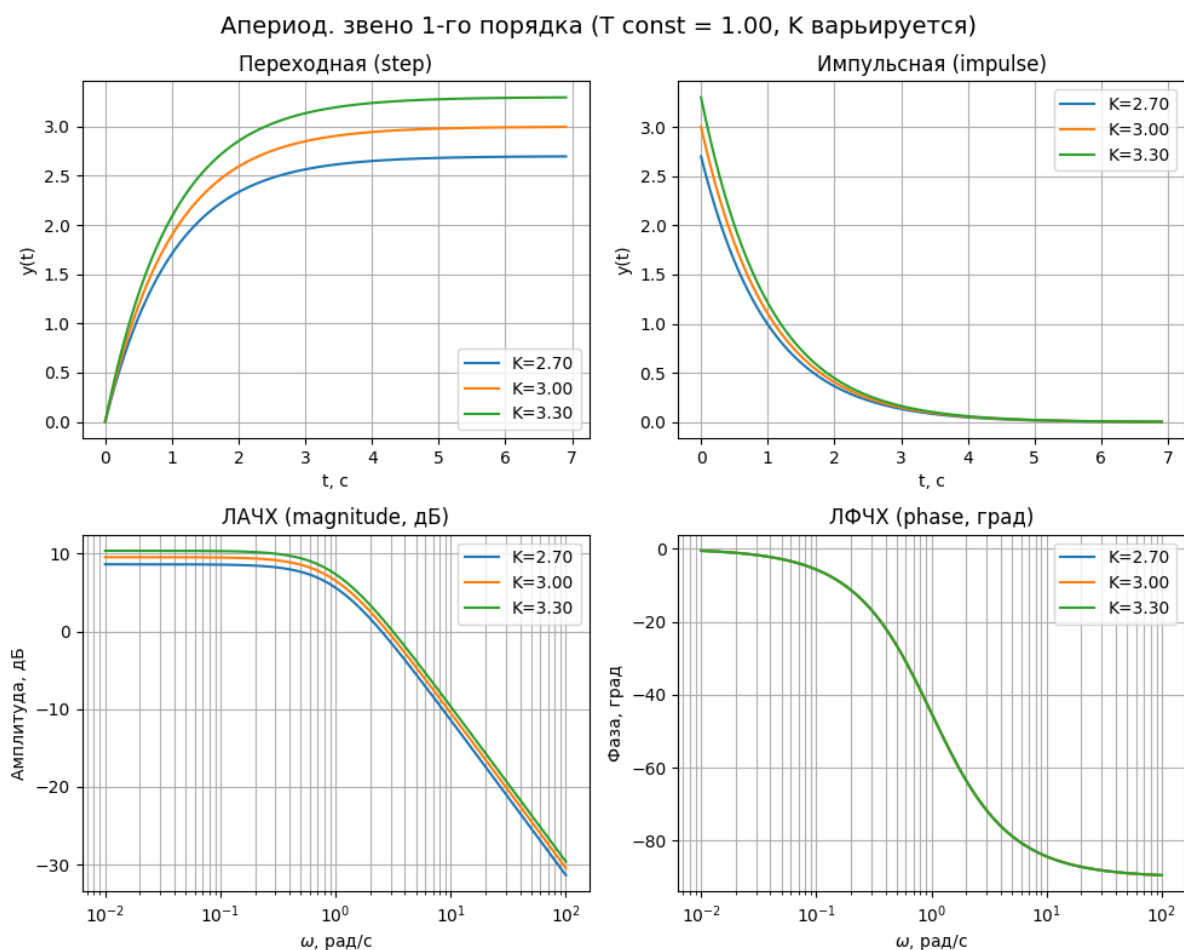


Рис. 4: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики апериодического звена при изменении K (при $T = \text{const}$)

Анализ:

Переходная характеристика показывает, что при увеличении коэффициента усиления K система быстрее достигает большего установившегося значения, при этом форма кривой остаётся аналогичной — это связано с неизменным значением постоянной времени T .

Импульсная характеристика аналогично масштабируется по вертикали: при увеличении K её начальное значение увеличивается, но форма экспоненциального спада остаётся прежней.

На ЛАЧХ при изменении K наблюдается параллельное вертикальное смещение графиков: с увеличением K амплитудная характеристика поднимается выше, что соответствует логарифмическому увеличению усиления (дБ).

Фазовая характеристика при этом остаётся неизменной, так как фаза зависит от частотных свойств звена, определяемых постоянной времени T , а не коэффициентом K .

9 Апериодическое звено 1-го порядка (при постоянном K)

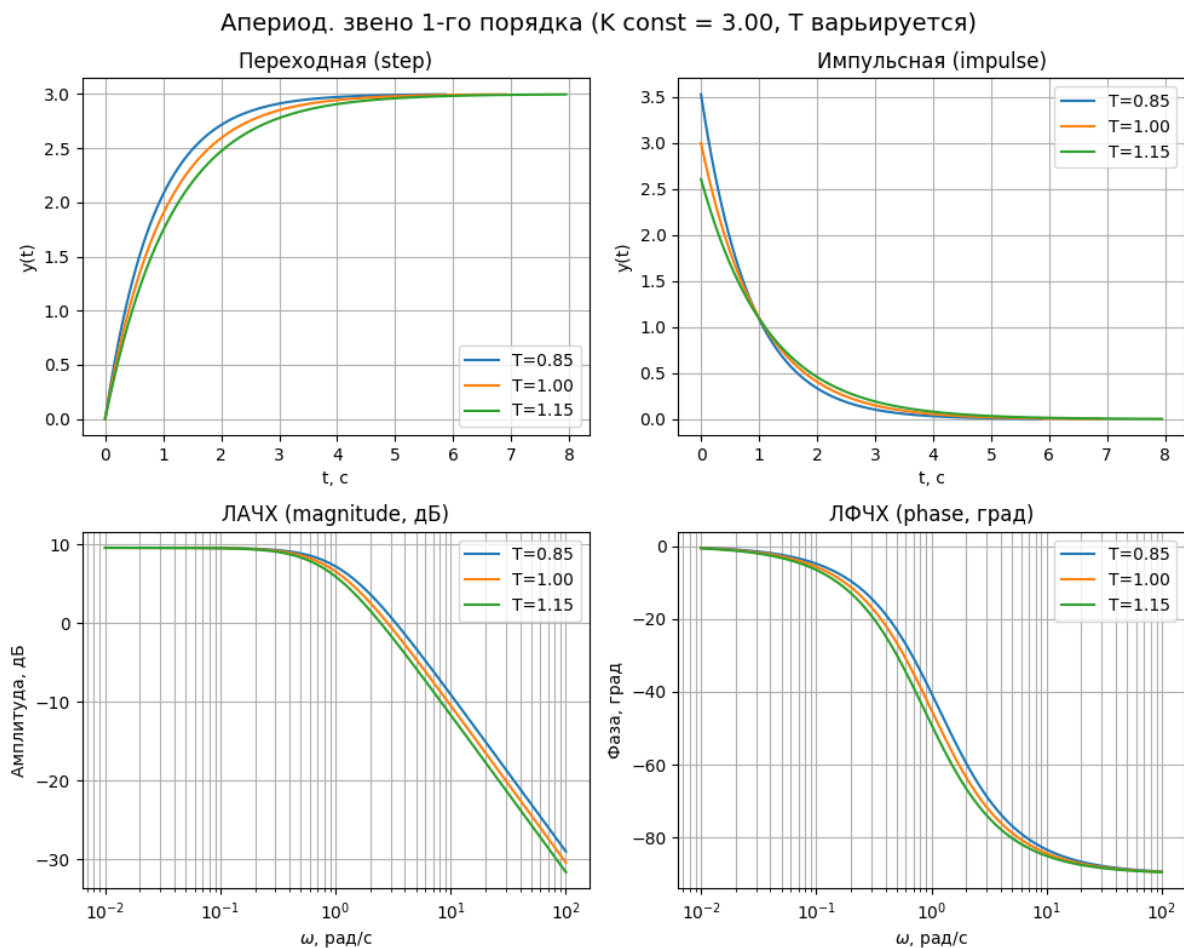


Рис. 5: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики апериодического звена при изменении T (при $K = \text{const}$)

Анализ:

При уменьшении постоянной времени T система становится более быстрой: переходная характеристика достигает установившегося значения быстрее, а импульсная — проявляет более выраженный и кратковременный пик.

Амплитудно-частотная характеристика сдвигается вправо при уменьшении T и влево при его увеличении — это связано с изменением частоты излома (границы между плато и спадом). При меньших T система реагирует на более высокие частоты.

Фазовая характеристика также сдвигается: чем меньше T , тем позже начинается спад фазы и тем шире диапазон частот с близкой к нулю фазой. Изменения формы фазовой характеристики обусловлены изменением инерционности системы.

10 Аperiodическое звено 2-го порядка (при постоянном T , изменяется K)

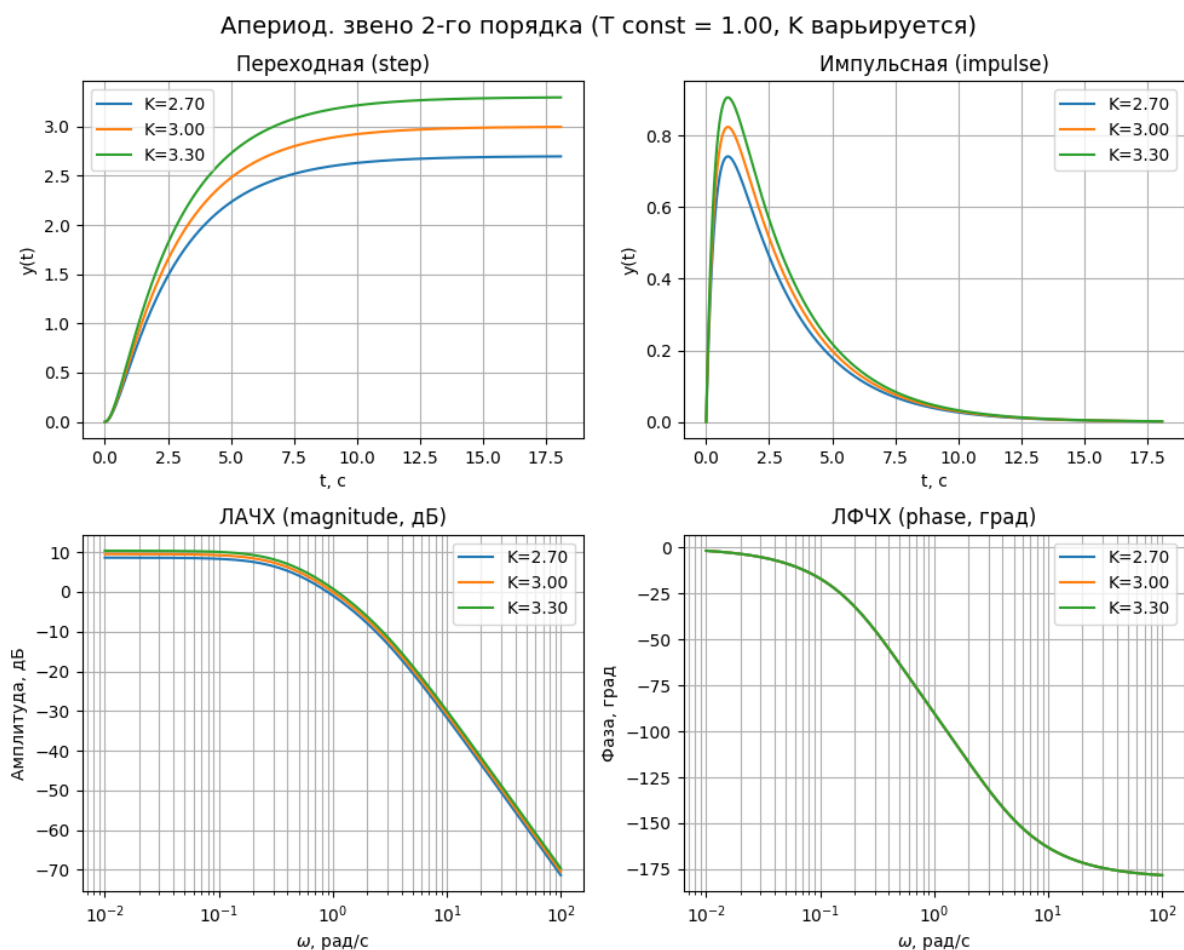


Рис. 6: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики апериодического звена 2-го порядка при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика имеет сглаженную экспоненциальную форму с более выраженным замедлением, характерным для второго порядка. При увеличении K установившееся значение выходного сигнала возрастает, а динамика остаётся неизменной.

Импульсная характеристика показывает пиковый отклик с последующим спадом. С ростом K амплитуда импульсного отклика возрас-

тает, но форма остаётся похожей, поскольку постоянная времени T не меняется.

ЛАЧХ с ростом K поднимается вверх на всём диапазоне частот, так как амплитуда передачи возрастает пропорционально K . Склон кривой на высоких частотах достигает -40 дБ/дек, что характерно для звена второго порядка.

Фазовая характеристика при изменении K остаётся прежней, переходя от 0° к -180° в области высоких частот.

11 Аperiodическое звено 2-го порядка (при постоянном K , изменяется T)

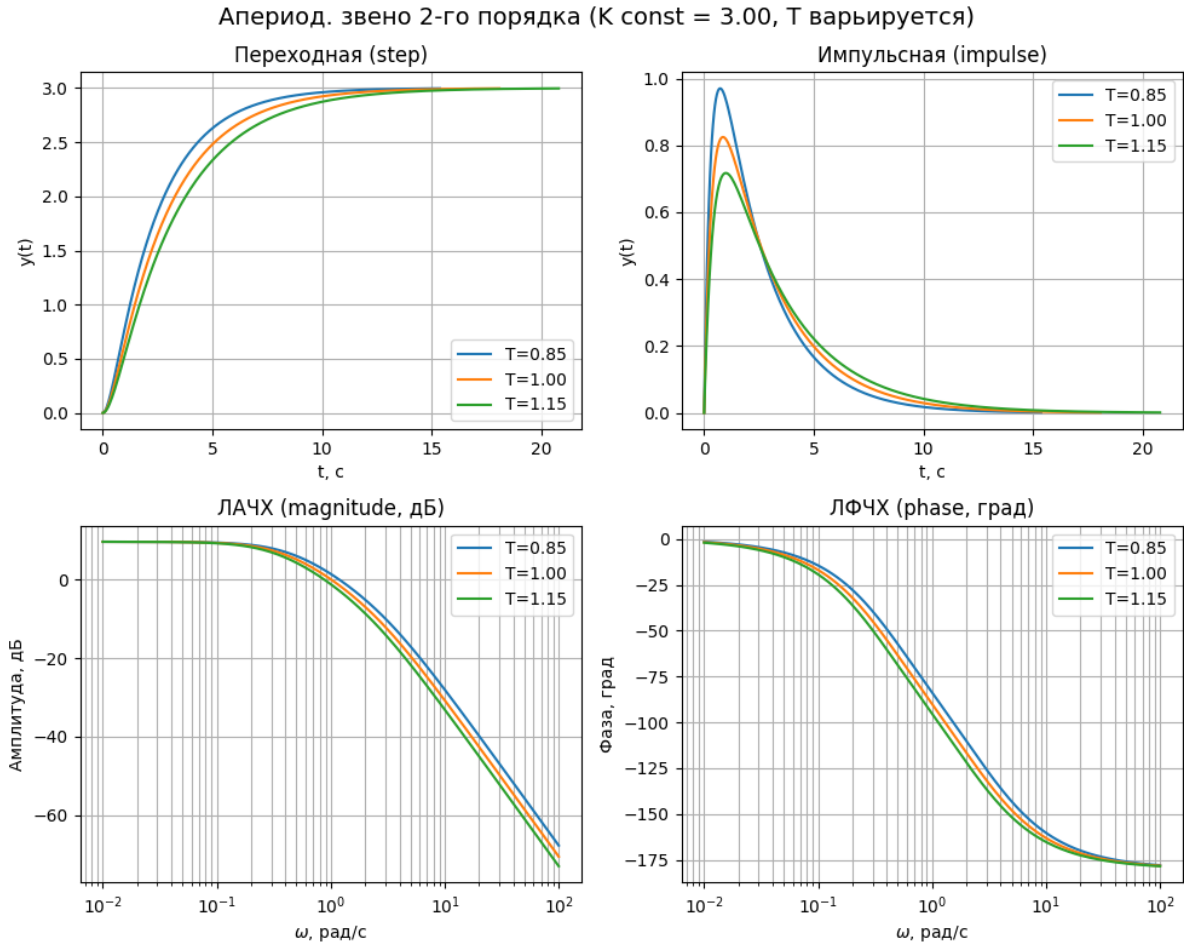


Рис. 7: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики апериодического звена 2-го порядка при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика показывает зависимость скорости реакции системы от значения T : при меньших T выход достигает установившегося значения быстрее, при больших — медленнее. Однако конечное значение сигнала всегда равно $K = 3.00$.

Импульсная характеристика демонстрирует более выраженный и короткий пик при меньших T . При увеличении T отклик становится ме-

нее острым и более растянутым по времени.

На ЛАЧХ увеличение T смещает частоту излома влево, снижая частотную границу, после которой начинается спад на -40 дБ/дек. Это указывает на более "медленную" динамику системы.

Фазовая характеристика также смещается влево при увеличении T , демонстрируя более раннее начало и завершение фазового сдвига до -180° .

12 Колебательное звено (при постоянном T , изменяется K)

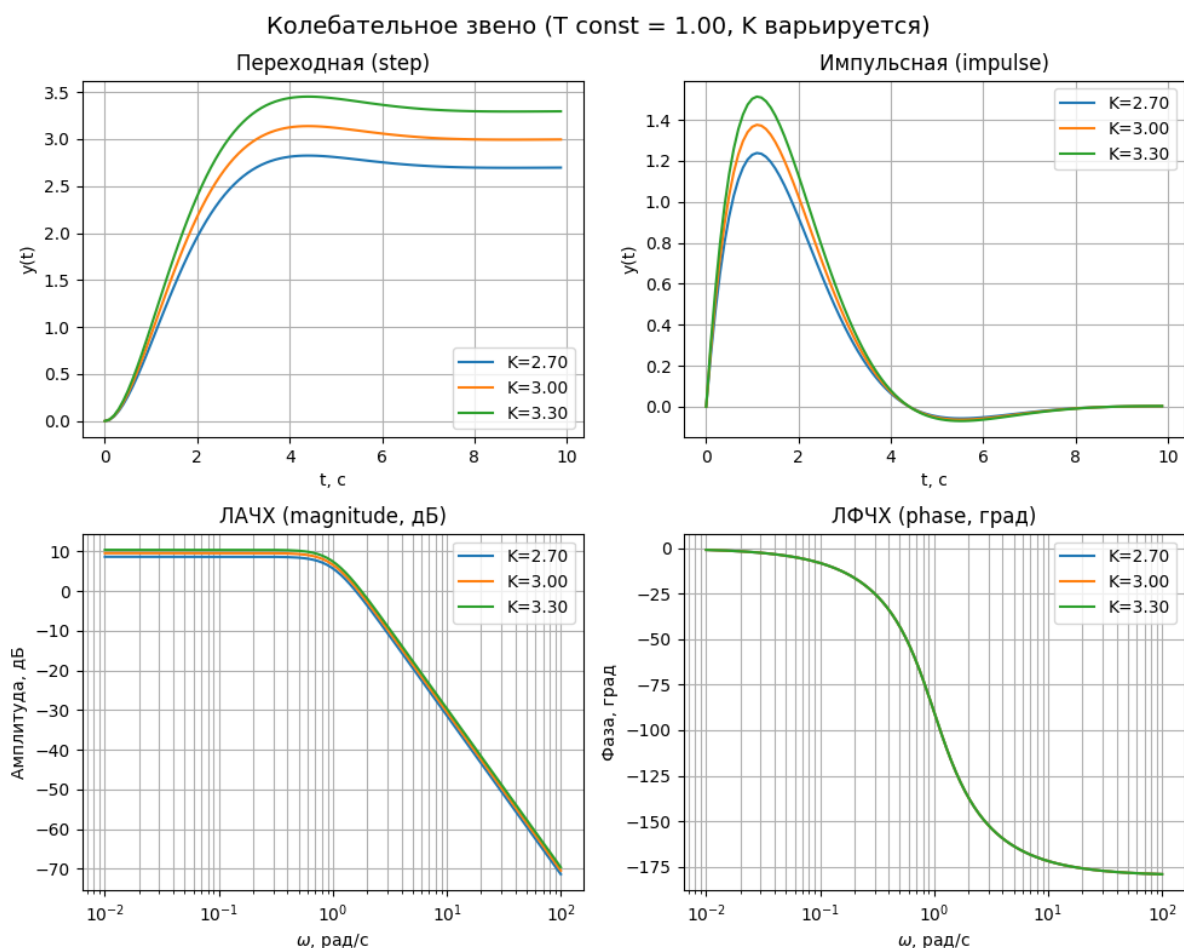


Рис. 8: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики колебательного звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика колебательного звена демонстрирует колебательный процесс с переходом к установившемуся значению. При увеличении K амплитуда установившегося состояния увеличивается, но характер колебаний (время установления, частота, перерегулирование) сохраняется.

Импульсная характеристика обладает выраженным пиком — при увеличении K он становится выше, а форма отклика остаётся прежней. Это связано с тем, что K влияет на масштаб выходного сигнала, но не на внутреннюю динамику.

На ЛАЧХ видно, что при увеличении K амплитудная характеристика сдвигается вверх. Резонансный пик сохраняется, а наклон в высокочастотной области остаётся -40 дБ/дек, характерный для второго порядка.

Фазовая характеристика не зависит от K и остаётся одинаковой для всех случаев — она убывает от 0° до -180° , проходя через область резкого изменения в районе резонансной частоты.

13 Колебательное звено (при постоянном K , изменяется T)

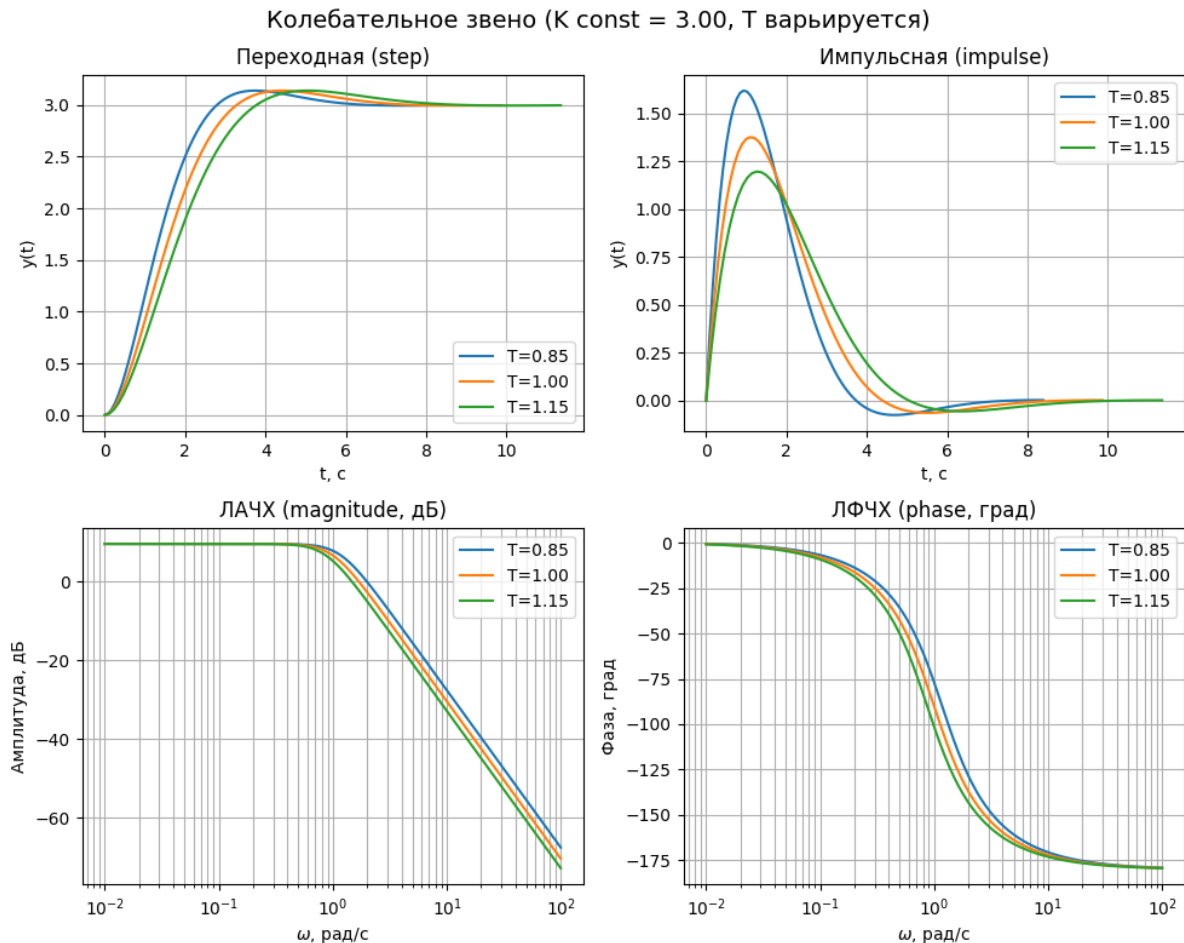


Рис. 9: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики колебательного звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика показывает, что при уменьшении T система становится более "резкой": увеличивается скорость реакции и степень колебаний. При увеличении T — система затухает мягче, а время установления увеличивается. Установившееся значение остаётся неизменным благодаря постоянному K .

Импульсная характеристика аналогично показывает более выраженный пик при меньших T и более сглаженный отклик при больших.

Это связано с увеличением инерционности системы при росте T .

На ЛАЧХ видно, что при увеличении T резонансный пик сдвигается влево — частота, на которой система усиливает сигнал, уменьшается. Высота пика также немного снижается.

Фазовая характеристика также сдвигается влево при увеличении T , указывая на более ранний переход в область активного фазового сдвига и задержки. Итоговый фазовый сдв

14 Консервативное звено (при постоянном T , изменяется K)

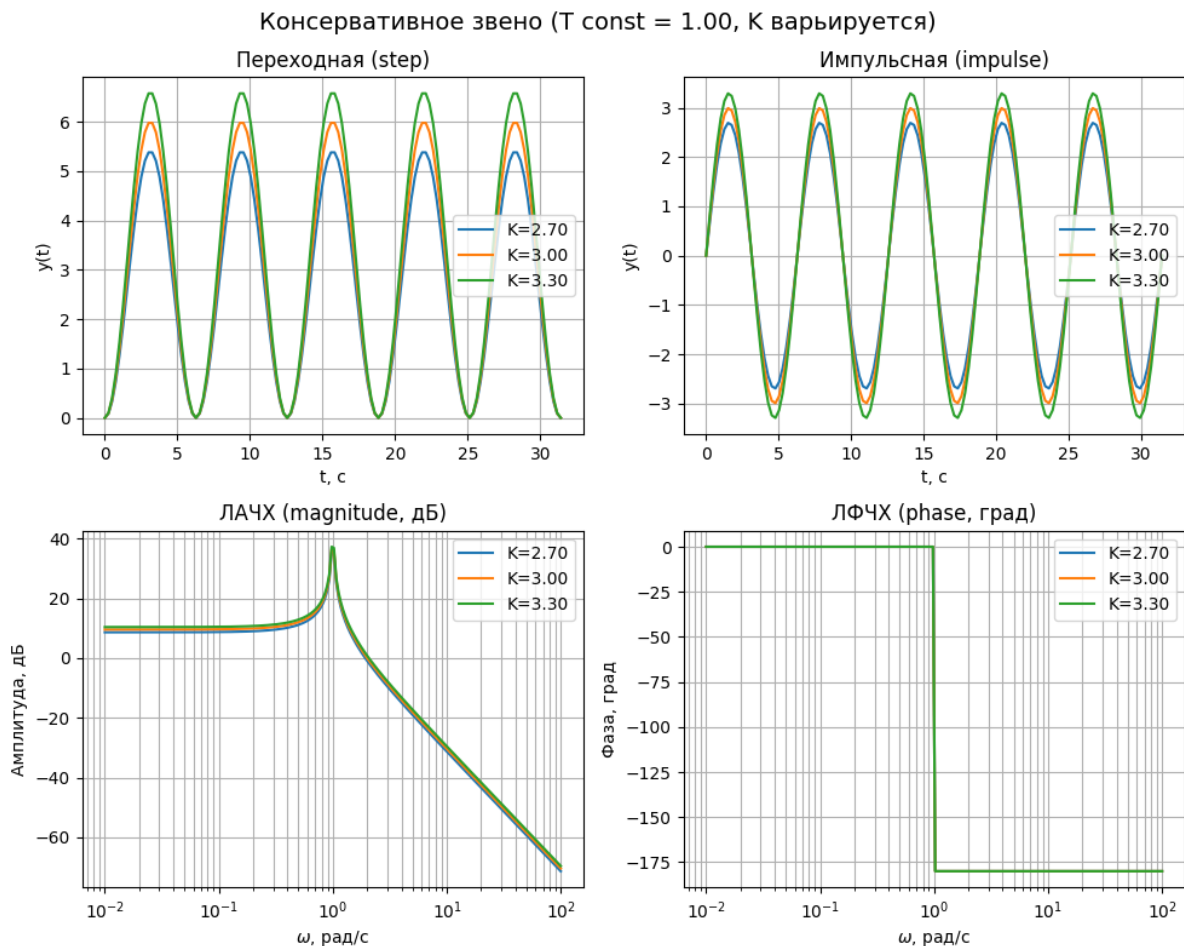


Рис. 10: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики консервативного звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика представляет собой незатухающие гармонические колебания с постоянной амплитудой. Изменение коэффициента K влияет только на масштаб сигнала: амплитуда колебаний увеличивается с ростом K , частота и фаза остаются неизменными.

Импульсная характеристика аналогично демонстрирует синусоидальный отклик с постоянной амплитудой. При увеличении K амплитуда

импульсного отклика возрастает, сохраняя постоянную частоту и фазу.

На ЛАЧХ наблюдается резонансный пик в определённой частоте. При увеличении K высота резонансного пика увеличивается. Склон после пика соответствует звену второго порядка: -40 дБ/дек.

Фазовая характеристика имеет скачкообразный (ступенчатый) переход от 0° к -180° вблизи резонансной частоты и не зависит от K . Такой резкий скачок типичен для идеального колебательного звена.

15 Консервативное звено (при постоянном K , изменяется T)

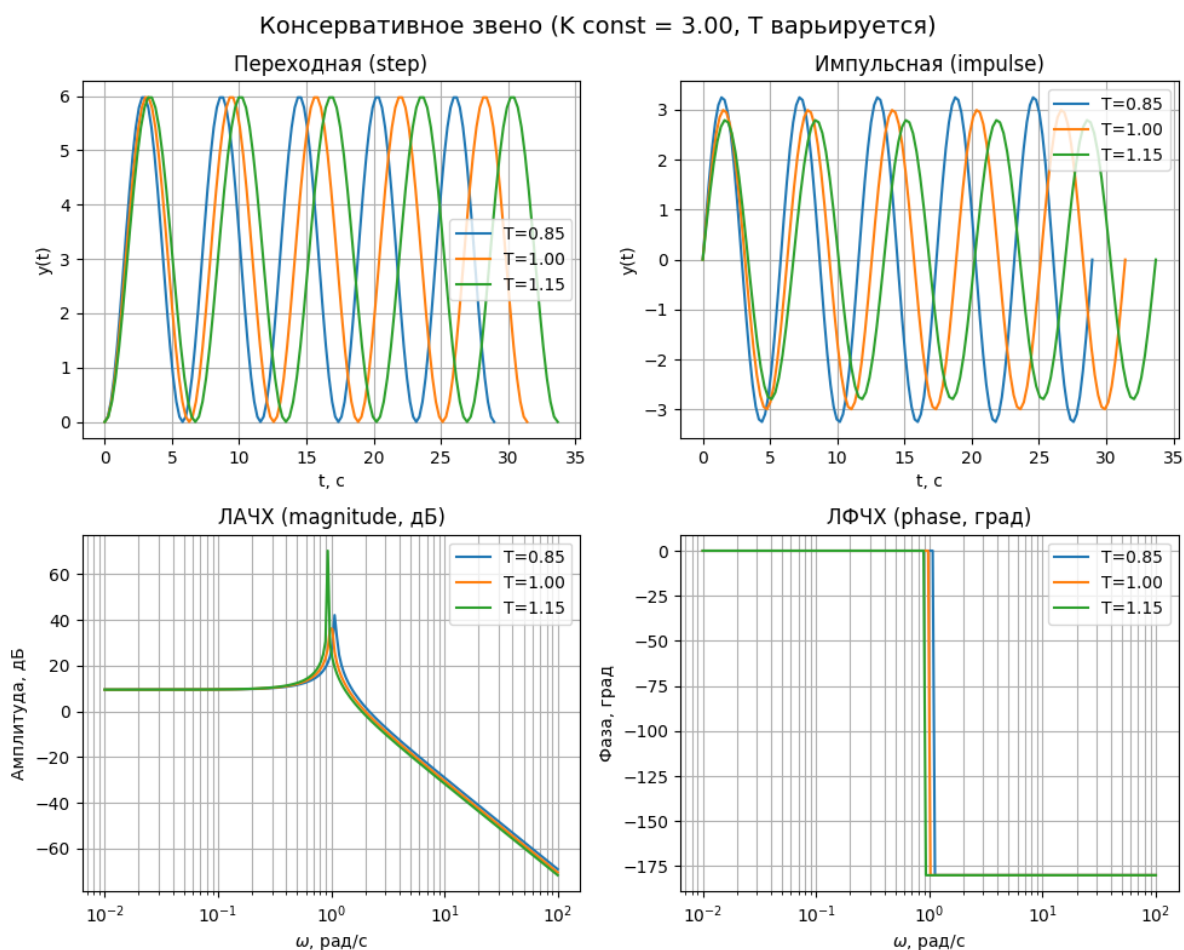


Рис. 11: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики консервативного звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика представляет собой синусоидальные колебания, и изменение параметра T влияет на их частоту: при уменьшении T колебания становятся более частыми (выше частота), при увеличении — реже. Амплитуда колебаний при этом остаётся постоянной.

Импульсная характеристика аналогично демонстрирует изменение частоты при постоянной амплитуде. Чем меньше T , тем выше частота

колебаний.

На ЛАЧХ видно, что резонансный пик смещается влево при увеличении T , поскольку резонансная частота $\omega_0 = 1/T$ уменьшается. Высота пика при этом изменяется незначительно, так как K остаётся постоянным.

Фазовая характеристика с ростом T также сдвигается влево, сохраняя резкий переход от 0° к -180° вблизи резонансной частоты.

16 Реальное интегрирующее звено (при постоянном T , изменяется K)

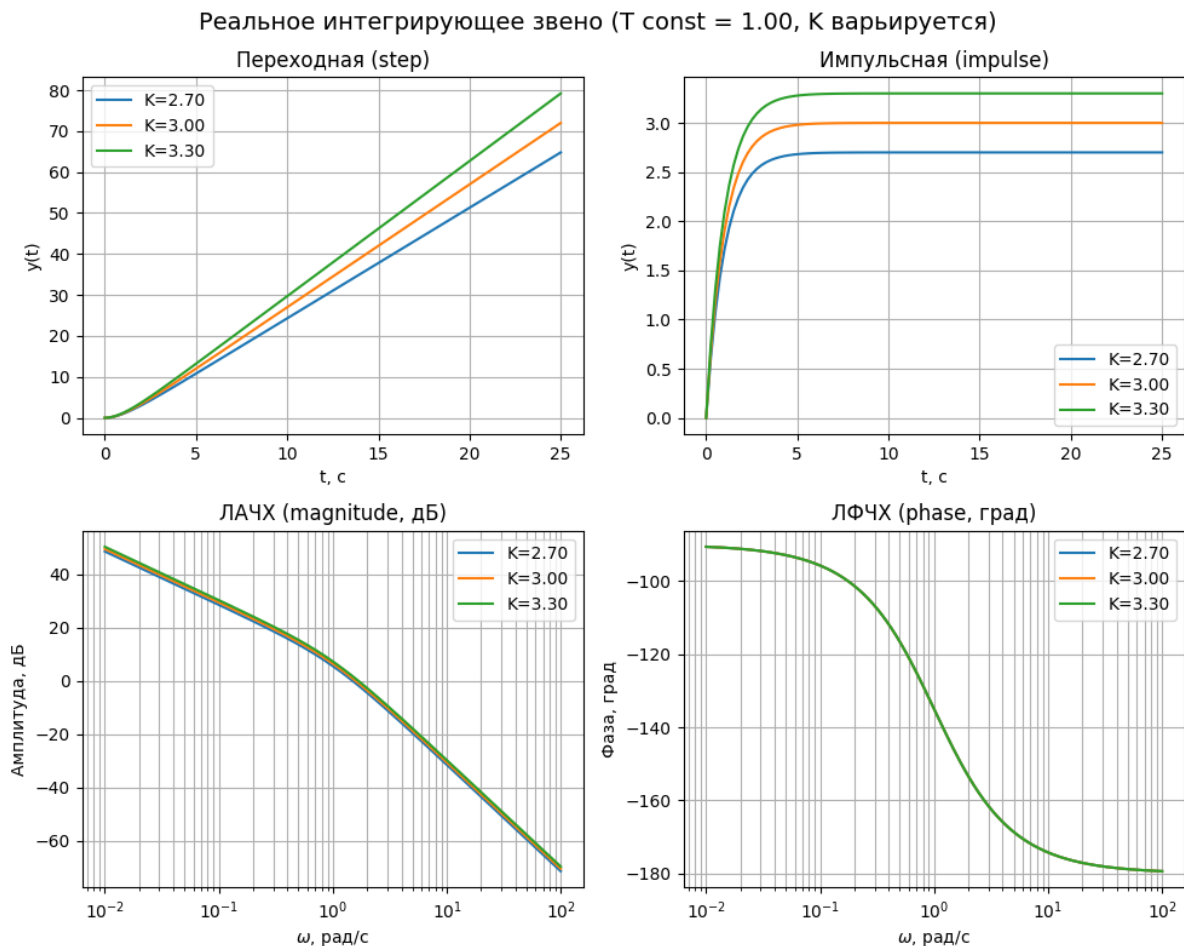


Рис. 12: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики реального интегрирующего звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика представляет собой линейно возрастающую функцию с некоторым сглаживанием в начале, что отличает реальное звено от идеального интегратора. При увеличении K скорость роста выходного сигнала возрастает пропорционально.

Импульсная характеристика плавно нарастает и стремится к постоянному значению, равному K . Это связано с тем, что система ин-

тегрирует импульс, но при этом обладает инерционностью, задаваемой параметром T .

На ЛАЧХ видно, что увеличение K приводит к параллельному вертикальному смещению амплитудной характеристики. Характерный наклон (около -20 дБ/дек на средних частотах, переходящий в -40 дБ/дек на высоких) отражает свойства реального интегратора.

Фазовая характеристика постепенно снижается от 0° к -180° , демонстрируя фазовый сдвиг, обусловленный как интегрирующим поведением, так и фильтрацией.

17 Реальное интегрирующее звено (при постоянном K , изменяется T)

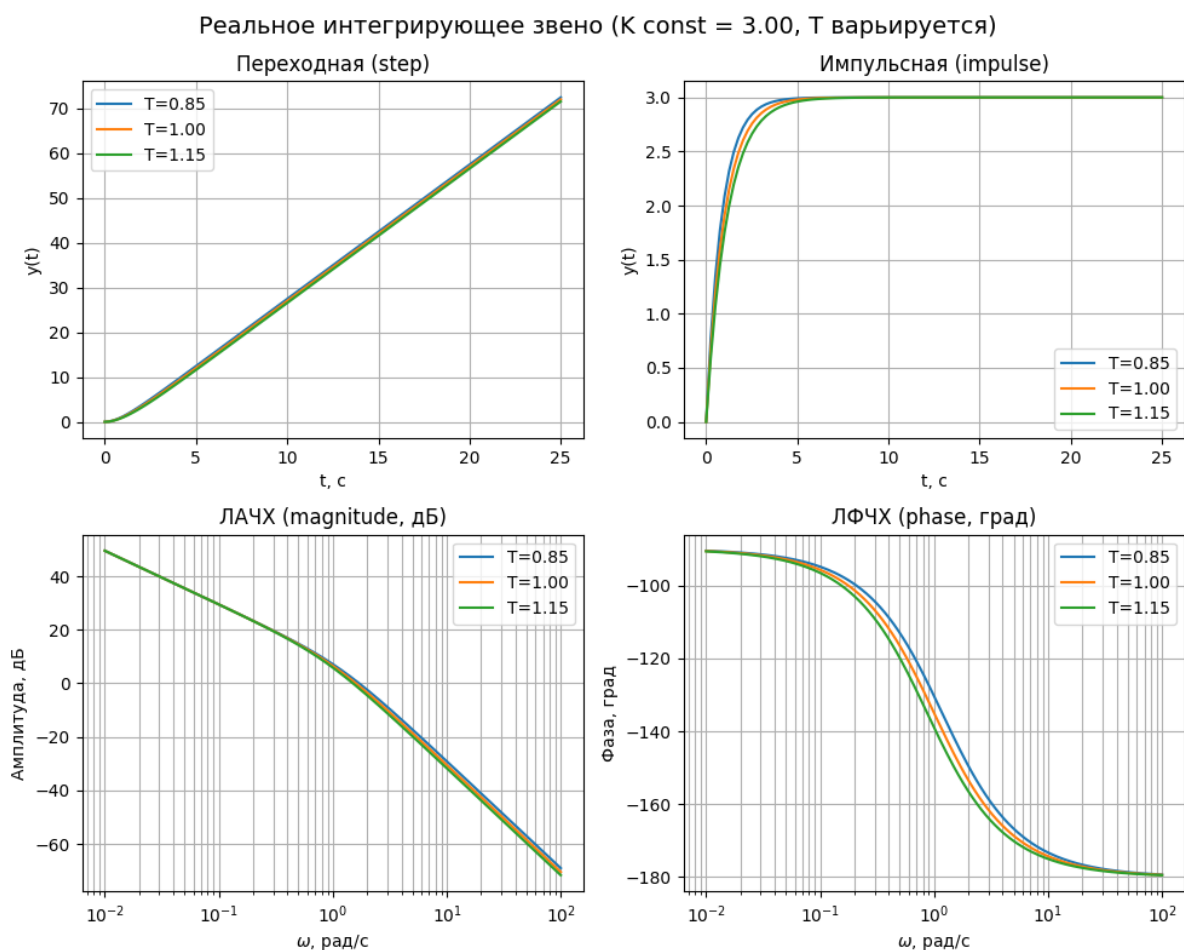


Рис. 13: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики реального интегрирующего звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика остаётся практически линейной, но при уменьшении T начальный участок становится более крутым, что указывает на меньшую инерционность. Установившийся темп нарастания сохраняется, так как K не изменяется.

Импульсная характеристика достигает одного и того же значения, но при меньшем T рост происходит быстрее, и система быстрее реагирует

на входной сигнал. При большем T отклик становится более инерционным.

На ЛАЧХ видно, что изменение T сдвигает излом амплитудной характеристики по частотной оси. При увеличении T система реагирует на более низкие частоты, и частота перехода к крутому спаду уменьшается.

Фазовая характеристика показывает более раннее начало фазового сдвига при увеличении T . Чем больше T , тем раньше по частоте начинается спад от 0° к -180° .

18 Реальное дифференцирующее звено (при постоянном T , изменяется K)

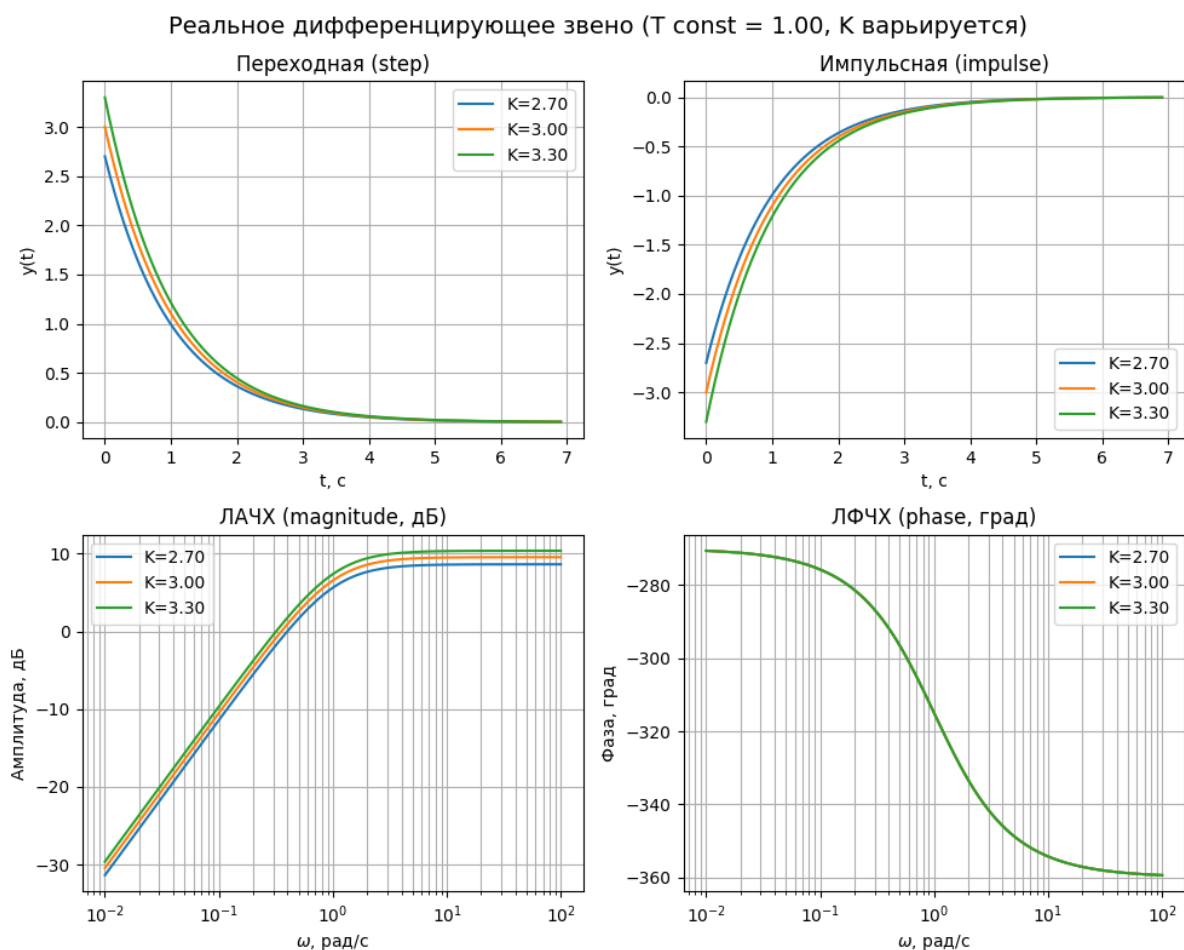


Рис. 14: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики реального дифференцирующего звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика демонстрирует экспоненциальный спад, возникающий в ответ на ступенчатый вход. При увеличении K амплитуда начального значения $y(t)$ возрастает, но характер отклика остаётся прежним.

Импульсная характеристика отражает реакцию на единичный импульс — здесь мы наблюдаем резкий отрицательный выброс, плавно пе-

реходящий к нулю. При росте K глубина провала увеличивается пропорционально.

На ЛАЧХ наблюдается повышение амплитудной характеристики по вертикали при увеличении K , особенно заметное на высоких частотах, где звено ведёт себя как дифференциатор. Наклон в области роста составляет $+20$ дБ/дек, затем кривая выходит на плато.

Фазовая характеристика плавно убывает от 0° к -90° , и далее к -180° , что типично для звена, сочетающего дифференцирующую часть и фильтрацию.

19 Реальное дифференцирующее звено (при постоянном K , изменяется T)

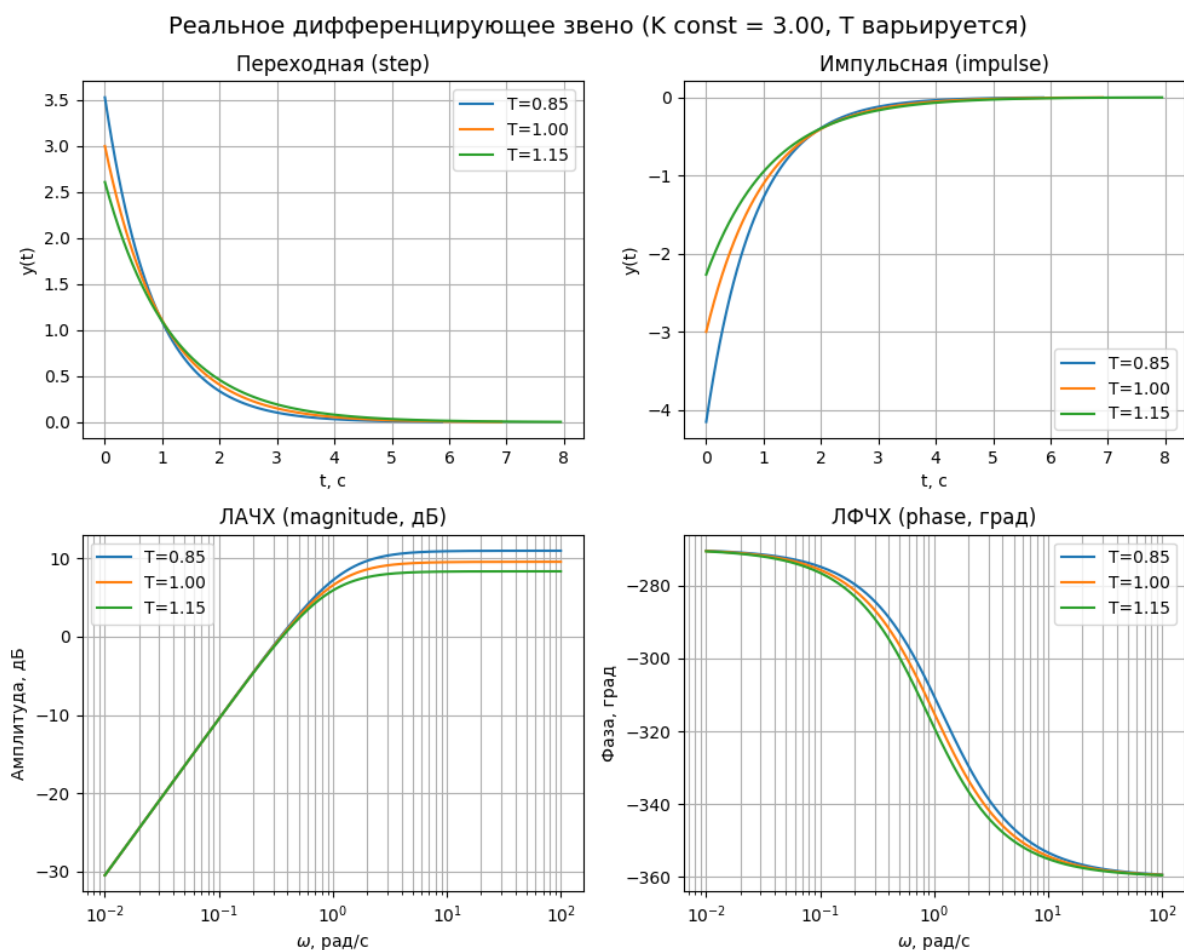


Рис. 15: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики реального дифференцирующего звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика демонстрирует экспоненциальный спад — чем меньше T , тем более резким становится отклик. Это указывает на "быстродействие" звена при уменьшении инерционности.

Импульсная характеристика — отрицательный отклик, сходящий к нулю. При меньшем T наблюдается более резкий и глубокий импульс, при большем — сглаженный.

На ЛАЧХ видно, что уменьшение T приводит к смещению частоты перехода от роста к плато вправо: при меньших T система начинает усиливать сигнал на более высоких частотах. Амплитуда на плато не меняется, так как K остаётся постоянным.

Фазовая характеристика показывает более ранний фазовый сдвиг при уменьшении T : система быстрее начинает "запаздывать" в фазе на входной сигнал, переходя от 0° к -180° .

20 Форсирующее звено (при постоянном T , изменяется K)

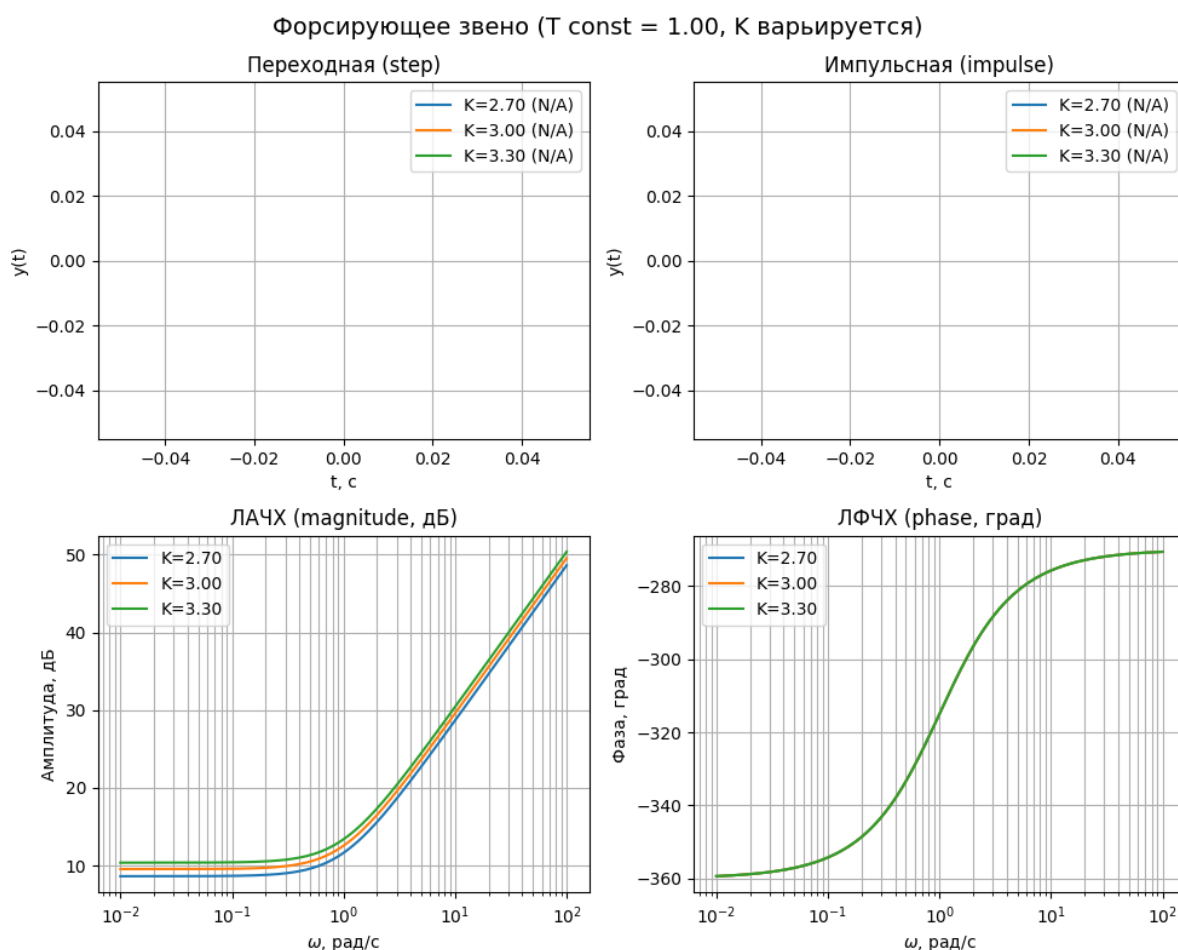


Рис. 16: Амплитудная и фазовая частотные характеристики форсирующего звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная и импульсная характеристики для форсирующего звена не определены, так как оно неустойчиво во временной области. Его передаточная функция содержит числитель более высокого порядка, чем знаменатель, что делает его не реализуемым во времени — именно поэтому на графиках временные отклики отсутствуют.

На ЛАЧХ наблюдается характерный рост с наклоном $+40$ дБ/дек на высоких частотах, что соответствует форсирующему поведению второго порядка. При увеличении K кривая поднимается вверх — амплитудное усиление сигнала увеличивается на всех частотах.

Фазовая характеристика демонстрирует сдвиг от 0° к -360° в области высоких частот, что также типично для звена с числителем второго порядка.

21 Форсирующее звено (при постоянном K , изменяется T)

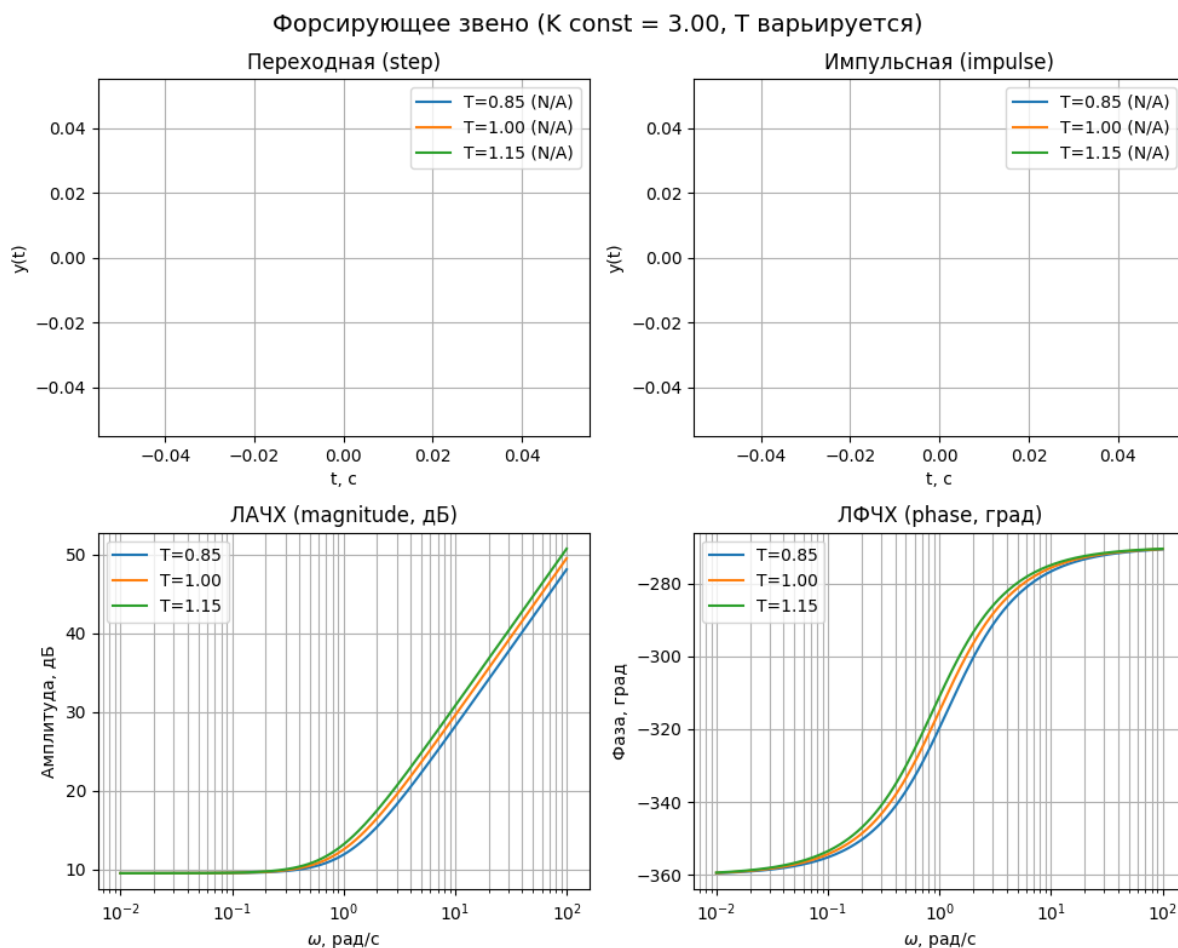


Рис. 17: Амплитудная и фазовая частотные характеристики форсирующего звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Как и в предыдущем случае, временные характеристики (переходная и импульсная) отсутствуют из-за нереализуемости звена во временной области.

Амплитудно-частотная характеристика показывает рост усиления на высоких частотах. При увеличении T наблюдается смещение изгиба (перехода от плато к росту) влево, что связано с уменьшением частоты перехода к форсирующему режиму. Наклон сохраняется на уровне $+40$

дБ/дек.

Фазовая характеристика также смещается влево: при большем T фазовый сдвиг накапливается раньше по частоте. Общий диапазон фазового сдвига достигает -360° , характерного для второго порядка в числителе.

22 Изодромное звено (при постоянном T , изменяется K)

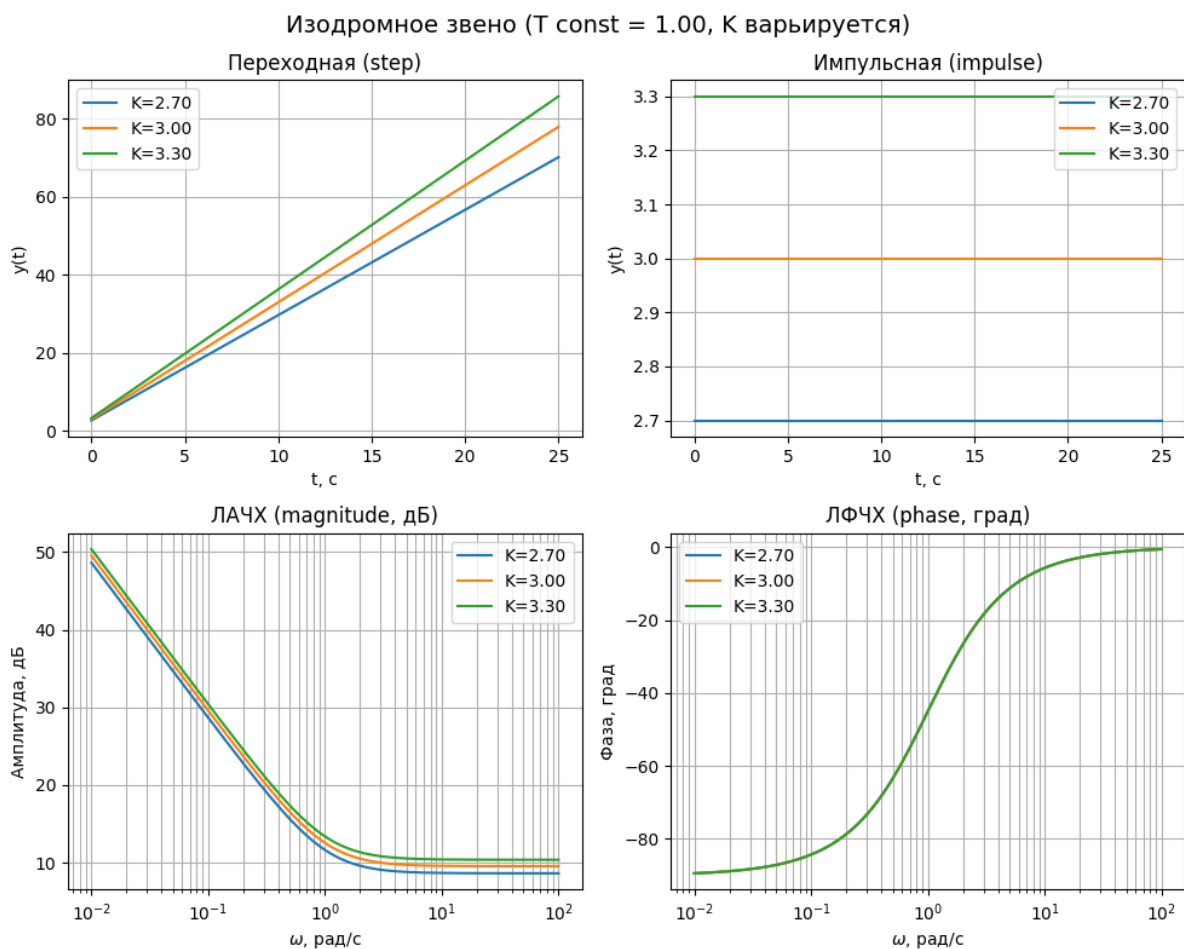


Рис. 18: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики изодромного звена при фиксированном $T = 1.00$ и изменяющемся K

Анализ:

Переходная характеристика представляет собой линейно возрастающую функцию — как у интегрирующего звена. Однако начальный наклон кривой определяется значением K , а дальнейшее поведение также ограничено параметром T (хотя он в данном графике постоянен). С увеличением K скорость роста выходного сигнала возрастает.

Импульсная характеристика — постоянная величина, равная коэффициенту усиления K . Это означает, что система сразу "запоминает" входной импульс и преобразует его в постоянную скорость изменения выхода.

На ЛАЧХ видно, что увеличение K сдвигает амплитудную характеристику вверх, сохраняя её форму. Кривая плавно переходит от плато к спаду со склоном около -20 дБ/дек на высоких частотах.

Фазовая характеристика остаётся одинаковой для всех K : она изменяется от 0° к -90° в области средних частот, что типично для звена с передаточной функцией $K(1 + Ts)/s$.

23 Изодромное звено (при постоянном K , изменяется T)

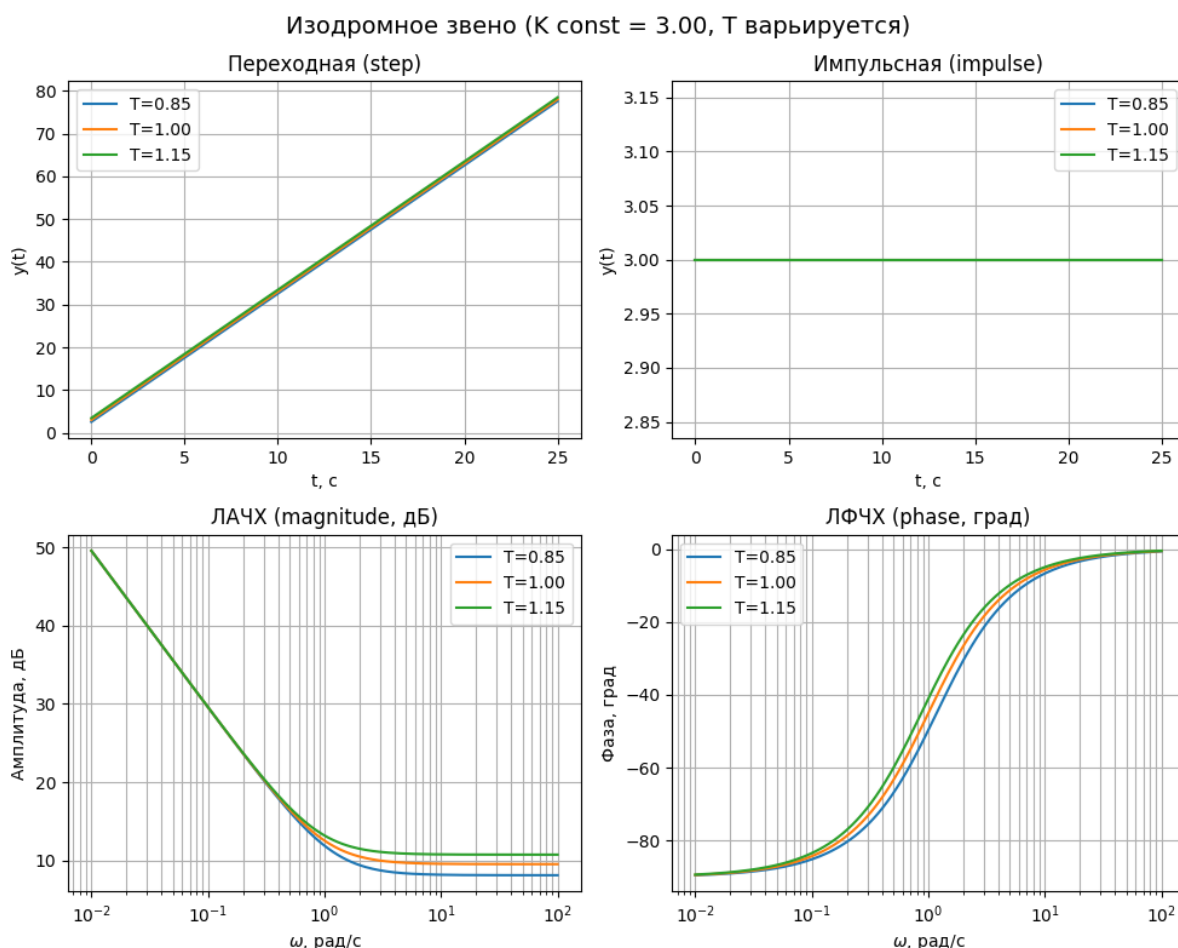


Рис. 19: Импульсная, переходная, амплитудная и фазовая характеристики изодромного звена при фиксированном $K = 3.00$ и изменяющемся T

Анализ:

Переходная характеристика остаётся линейной, что характерно для интегрального поведения. Изменение T практически не влияет на наклон графика — он определяется K , который в данном случае постоянен.

Импульсная характеристика также остаётся постоянной: равна $K = 3.00$ при всех T , так как она напрямую определяется коэффициентом усиления при входном импульсе.

На ЛАЧХ видно, что увеличение T сдвигает частоту перехода от плато к спаду влево. Чем больше T , тем раньше начинается спад амплитудной характеристики. Наклон спада составляет около -20 дБ/дек.

Фазовая характеристика также сдвигается влево при увеличении T : переход от 0° к -90° происходит при более низких частотах.

24 Вывод

В ходе лабораторной работы были исследованы динамические свойства типовых звеньев систем автоматического управления: интегрирующих, дифференцирующих, усилительных, инерционных, колебательных, изодромных, форсирующих, а также их реальных и комбинированных аналогов.

Для каждого звена построены:

- импульсные и переходные характеристики — при варьировании постоянной времени T ;
- амплитудно-частотные (ЛАЧХ) и фазо-частотные (ЛФЧХ) характеристики — при варьировании коэффициента усиления K .

На основании анализа полученных графиков можно сделать следующие обобщённые выводы:

1. Параметр K влияет на масштаб выходного сигнала: при его изменении наблюдается вертикальное смещение амплитудно-частотной характеристики без изменения её формы. Переходные и импульсные отклики изменяются пропорционально.
2. Параметр T определяет "инерционность" звена: при увеличении T система реагирует медленнее, временные характеристики становятся более пологими, а частотные характеристики смещаются влево по частотной оси.

Таким образом, проведённое исследование позволяет глубже понять характер динамики типовых звеньев и их поведение при изменении параметров. Полученные результаты являются фундаментом для дальнейшего анализа сложных систем управления и их оптимизации.