Основы теории управления

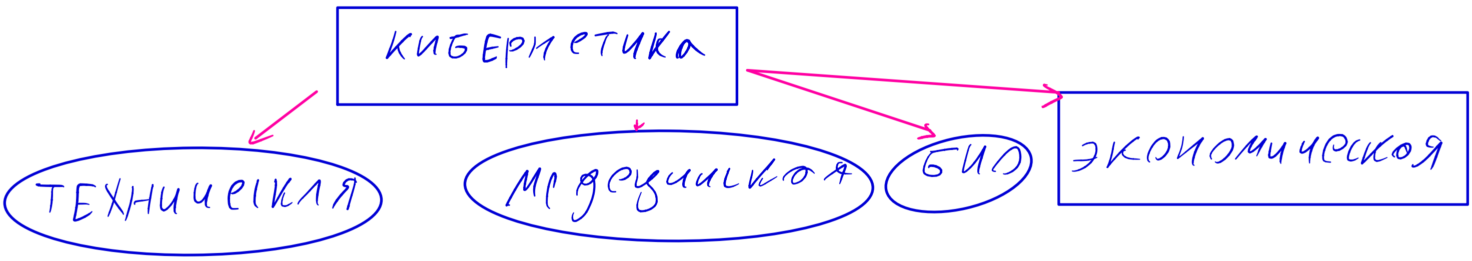
Лекция 1
7 февраля

Линейные непрерывные стационарные системы

Баллы за посещения лекций, семинаров, 2 рк, дз, в начале каждой лекции 10 вопросов по содержанию предыдущей лекции или семинара за них баллы опеределения учить

Норбер Винер отец кибернетики

Кибернетика - это наука об управлении включает в себя получение, преобразование, пердачу, использование информации



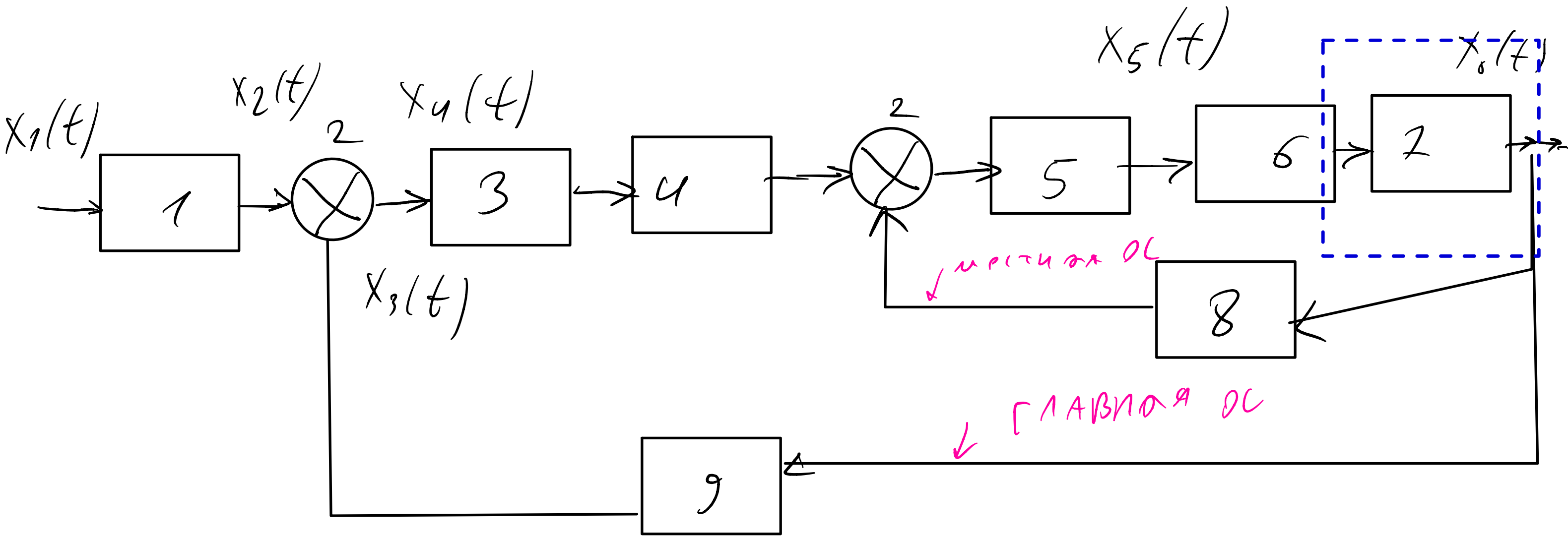
САР - держать на одном уровне
САУ - менять

Автоматическое регулирование - это процесс поддержания на заданном уровне одного или нескольких параметров технического объекта или технологического процесса без непостедственного участия человека с помощью специальных автоматических устройств- регуляторов.

Автоматическое управление - это проуесс изменения по неетором закону одного или нескольких параметров технического объекта или технологического процесса без непостедственного участия человека с помощью специальных автоматических устройств

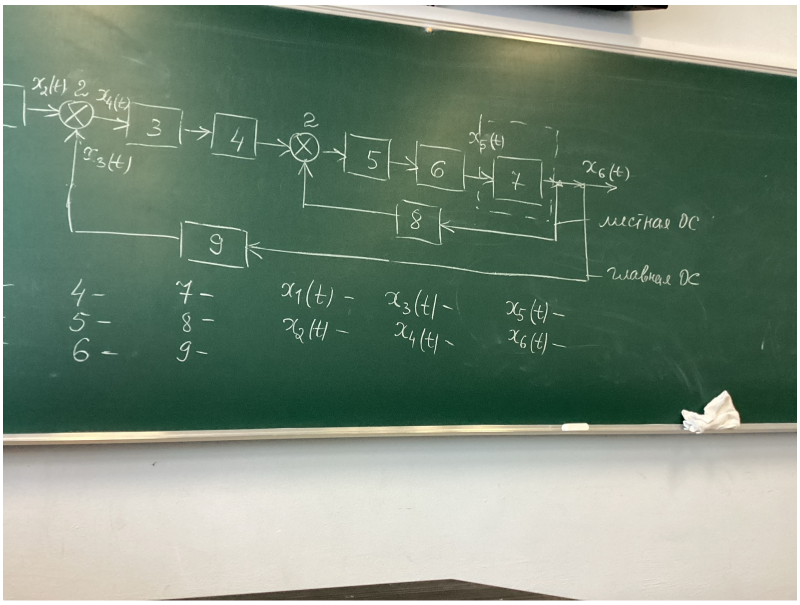
Система - это совокупность взаимосвязанных функциональных элементов для автоматического управления....

Общая структура (сар, сау)



1 - задающее устройство, которое задает сигналы
2 - сравнивющее устройство
3 - чувствительный элемент } датчик
4 - последовательное корректирующее устройство
5- усилительное устройство
6 - исполнительное устройство
7 - объект управления
8 - параллельное корректирующее устройство
9 - элемент главной обратной связи

X1(t) - входной сигнал
X2(t) - управляющий сигнал
X3 (t)- сигнал обратной связи
X4 - сигнал ошибки
X5 - регулирующий сигнал
X6 выходной сигнал



14 февраля
Лекция 2

Функциональная схема - схема в каждом блоке которой указано название элемента системы в соответствии с его функциональным назначением

Структурная схема - схема, в каждом блоке которой указана математическая операция преобразования входного сигнала в выходной

Схема моделирования - та же структурная схема, но изображенная с помощью той или иной поограммы моделирования (матлаб, симулинк)

Кибернетика или управление и связь в животном и машине Н. Винер
В оглавлении

Этапы проектирования САР, САУ:

0. Доскональное обследование объекта управления

1. Разработка математической модели объекта управления

Индефекация - получение или уточнение математической модели объекта управления или всей системы

2. Выбор устройств не изменяемой и изменяемой частей системы

К неизменяемой части системы принято относить исполнительные элементы, усилительные элементы (мощности), измерительные элементы (датчики) и сам объект управления. К изменяемой части системы относятся электронные усилители, преобразователи, микропроцессоры и элементы коррекции динамических характеристик . На втором этапе проектировщ составляет математические модели всех устройств, входящих в систему, что обеспечивает основу для построения структурной схемы всей системы. На втором этапе у проектировщика и у разработчика имеется функциональная схема системы, её математическая модель и структурная схема всей системы.

3. Решение задачи анализа и в случае необходимости задачи синтеза**.**

Рассматриваются три подзадачи анализа (последовательное выполнение).

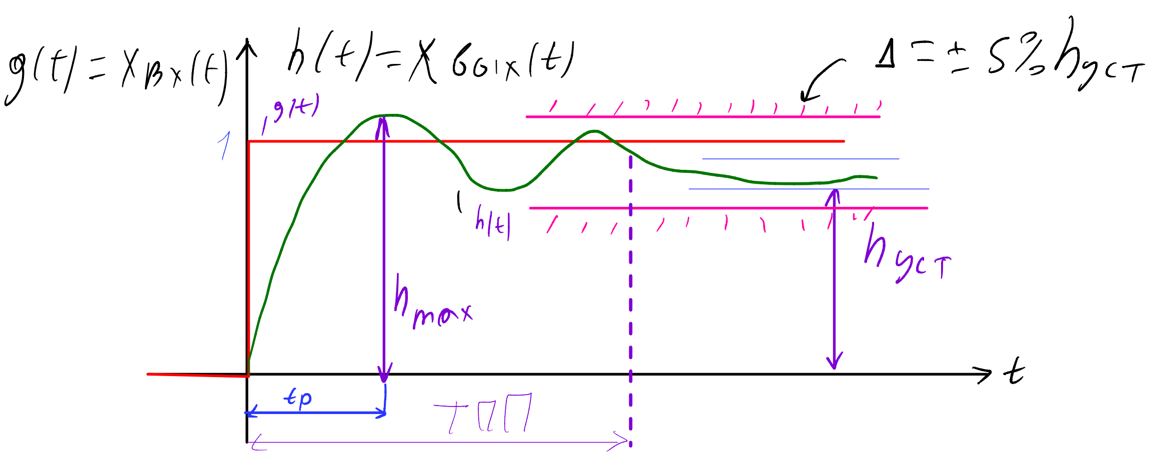
3.1. Анализ устойчивости

Устойчивость - сохранять равновесное состояние после **окончания** короткого воздействия

3.2. Анализ качества - это задача заключается в оценке характеристик переходного процесса САУ, которые называются показателями качества.

В большинстве случаев на праткике анализ качества проверяют при подаче на вход системы единичного ступенчатого воздействия. Реакция системы на это входное воздействие называется **переходной функций** h(t).

$g(t)$ - входной сигнал $g(t)=1(t)$, $h(t)$ - перех ф-ция



1) тпп - время переходного процесса - время вхождения в трубку точности

1) Время переходного процесса - это вреямв течение которого затухает переходной процесс или попадает в трубку точности

2) σ-перерегулирование

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%$$

Перерегулирование - максимальное отклонение от заданного установившегося значения кривой переходного процесса, выраженного в процентах

3. Число полный калебаний кривой переходного пооцесса за время переходного процесса $\mathcal{X}$

4. Время регулирования - это время установлени первого максимума t_p

1. И 2. - первичные показатель качества

Третья подзадача - анализ точности

18 февраля
Лекция 3

<u>Оценка точности</u> определяется числовым значением статической или установившейся ошибки. В случае если задача анализа показывает что система не удовлетворяет техническим требованиям необходимо решать задачу синтеза, которая заключается во введении в систему дополнительных устройств (корректирующих устройств последовательного, параллельного) или регулятора ПИД, ПД, ПИ, П в случае узкого смысла. В широком смысле задача синтеза подразумевает изменение динамики системы благодаря параметрическим, структурным изменениям в системе методами теории автоматического управления.

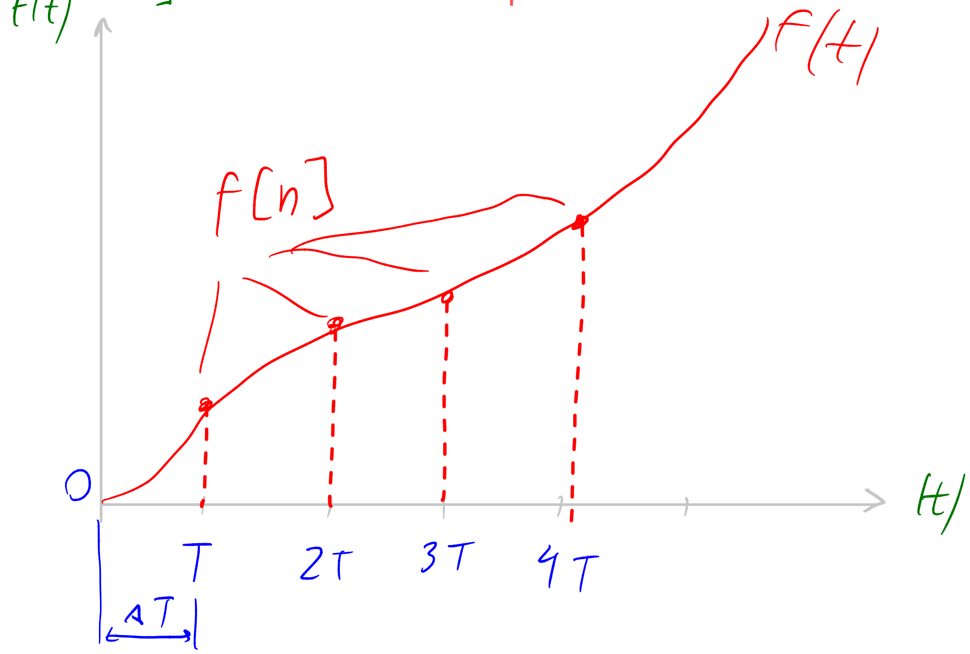
В случае если в результате решения задачи синтеза не удается добиться выполнения системой технических требований необходимо вернуться к разработке математической модели объекта управления и выполненить процедуру идентификацию математической модели объекта управления методами идентификации. После процедуры идентификации повторяется этап анализа системы
4 этап Моделирование.

Классификация систем автоматического управления
<u>1. По виду математической модели системы бывают:</u>
<u>линейные</u> (мат модель описана линейными уравнениями)

Нелинейные описываются нелинейными ду
2. По характеру сигнала:
Непрерывные описываются непрерывными функциями
Дискретные системы - выходной сигнал хотя бы одного устройства подвергнут квантованию (разделение) по времени, по уровню или по времени и по уровню.

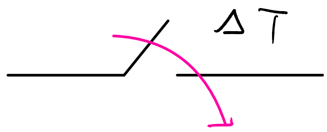
Квантование по времени

Уравнения в конечных разностях

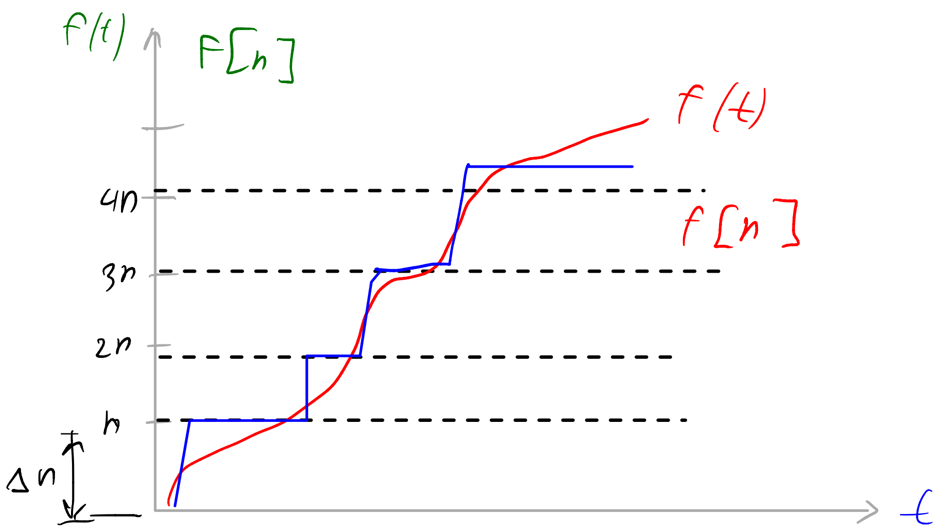


f(t) - непрерывная ф-ция
ΔT - шаг квантования по времени
f(n) - решётчатая ф-ция

Система назывется **импульсной**. Устройство - ключ



Квантование по уровню (схоже с округлением до ближайшего целого)

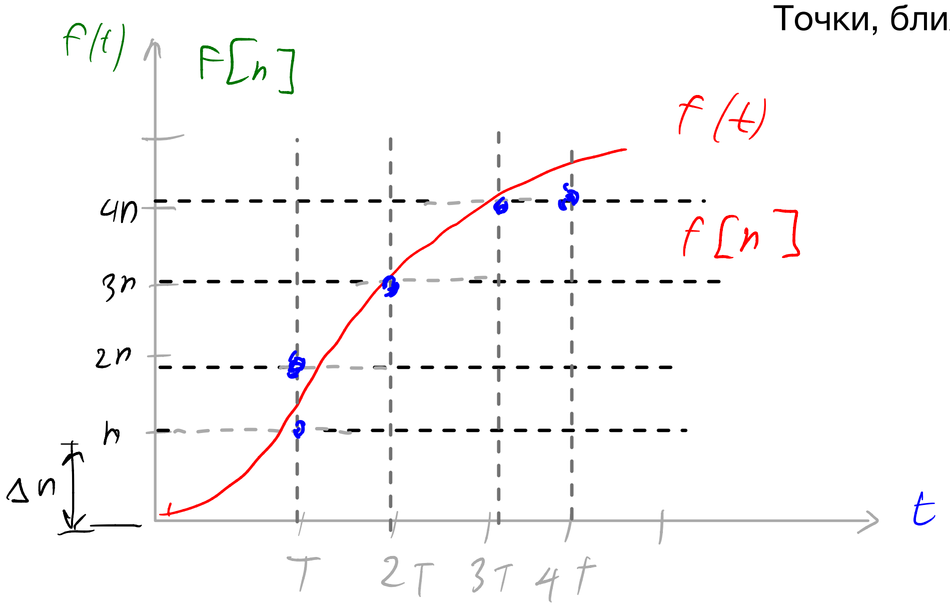


Δn - шаг квантования по уровню

Эта система называется **релейной**. Устройство - реле.

Квантование по уровню и по времени

Точки, ближайшие к уровню



ΔT – шаг по кв. уровню

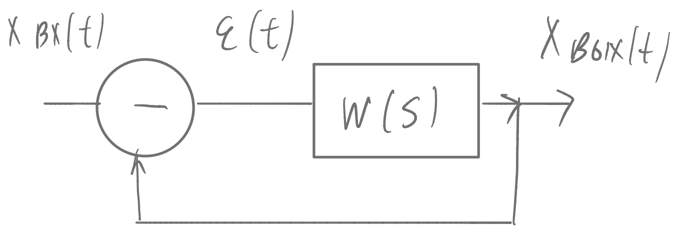
Δn – по уровню

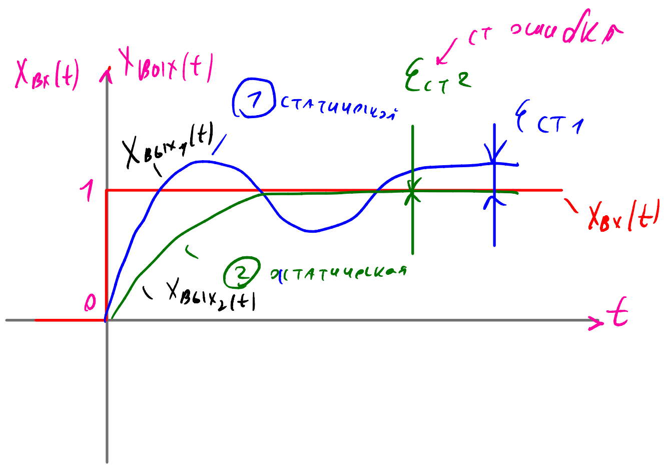
Это **цифровая** система

3. По стабильности параметров во времени системы бывают **стационарные** (с постоянными параметрами) или **нестанционарные** с переменными параметрами

4 . По количеству контуров **одноконтурные** и **многоконтурные**. Если с выхода на вход можно попасть только одним путем то система одноконтурная, если несколькими, то многоконтурная

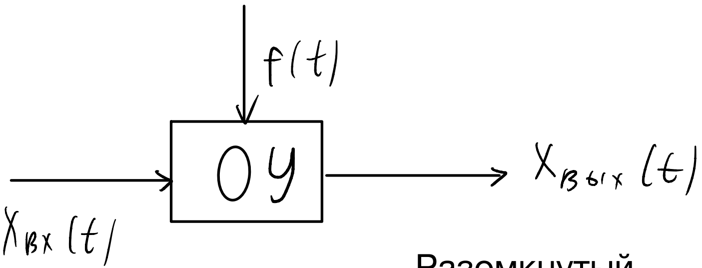
5 . По ошибке в установившемся режиме системы бывают **статические** и **астатические.**





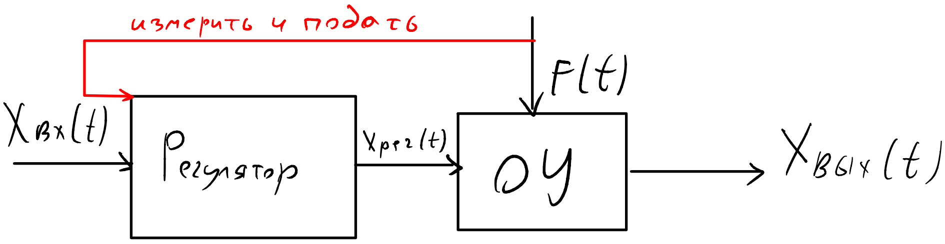
Приставка а означает нет ошибки

6. По принципу регулирования или управления **<u>разомкнутые</u>** - или по возмущению, **<u>замкнутые</u>** - или по ошибке или по отклонению или с обратной связью, **<u>комбинированные</u>**



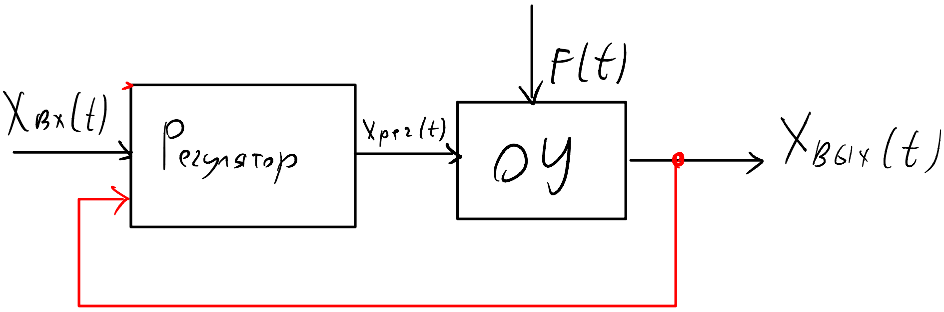
Разомкнутый

I



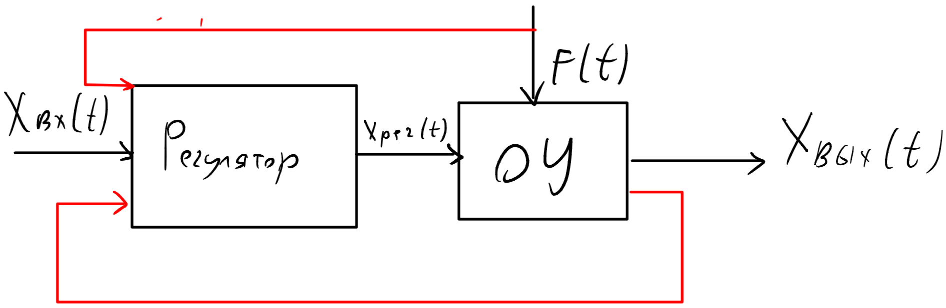
Замкнутая

II



Комбинированный

III



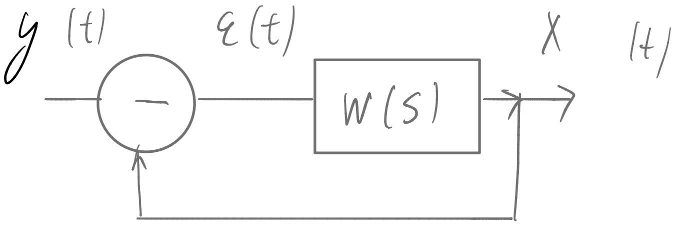
Уметь объяснить что комбинированный устроняет недостаки обоих и совмещает достинства других

Комбинированный приницип - системы сложнее

7. По числу регулируемых параметров системы: с ***одним*** регулируемым параметром и со **многими.** Со многими бывают саязанного регулирования и не связанного регулирования, зависимого и независимого регулирования.

8. По связи элементов, характеризующих степень сложности системы бывают **прямого** и **непрямого** регулирования. Прямого регулирования- это те в которых чувствительный элемент связан с регулирующим органом.

9 По виду управляющего воздействия системы бывают: системы ***стабилизации***, системы **программного управления** и **следящие** системы.



y(t)- вх сигнал

ε(t)-сигнал ошибки

x(t)- вых. сигнал

- если y (t)=f (t) = const, то с-ма стабилизации
- если y (t)=f (t) - известная функция времени , то с-ма програмного управления
- если y (t)=f (t) - неизвестная функция времени , то с-ма следящая
-

10 по характеру регулируемой физической велечины
Скорость, угол, высота, ускорение, температура и т.д.

Лекция 4
21 февраля

11. По виду используемой для управления энергией:
Атомная, механическая, электрическая и т.д.

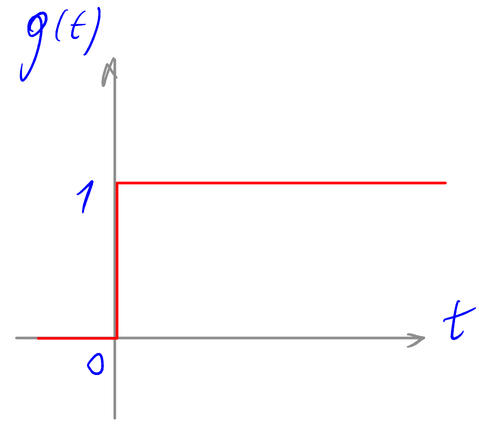
12. По способу использования текущей информации: циклические и ациклические
Циклические или детерминистские они работают по заранее разработанной жесткой программе (не используют текущую информацию). Разработкой и изучением занимается теория конечных автоматов.
Ациклические или информационные работают с учетом измерения текущей информации. Теория автоматического управления.

13. По свойству приспосабливаться к изменениям внешних условий работы и улучшать свою работу по мере накопления опыта. Бывают
обыкновенные
адаптивные (самонастраюшиваюся, самообучающиися, самоструктуррирующиеся, оптимальные)
интеллектуальные

14. По размерности системы. **Конечно-мерные** или **с сосредоточенными параметрами**

Бесконечномерными или **с распредленными параметрами**
15. По характеру процессов в системе: **детерминированными** и **стохастические** (индетерминированные)
16. По количеству управляемых велечин: **одномерные** и **многомерные**
17. По наличию обратной связи: **замкнутые** и **разомкнутые**
18. По критерию качества: с **заданным качеством**, **оптимальные**, **адаптивные**

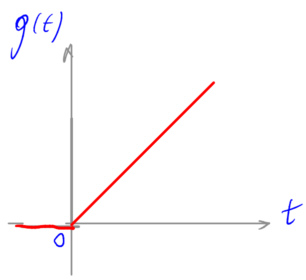
Типовые сигналы используемые в САР, САУ
При анализе динамики процессов в САР САУ в качестве сигналов управления или возмущения выбираются некоторые типовые сигналы. Выбор сделан исходя из практики расчёта и проектирования САУ.
1. Ступенчатое или единичное воздействие



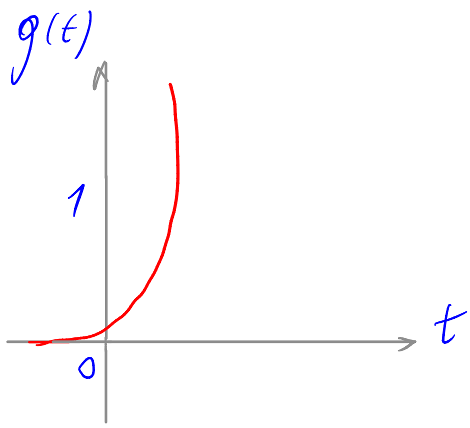
описание:

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

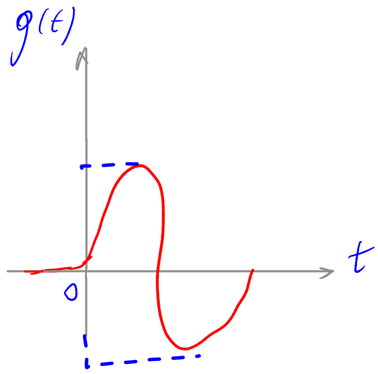
2. Управляющее воздействие изменяющееся по линейному закону



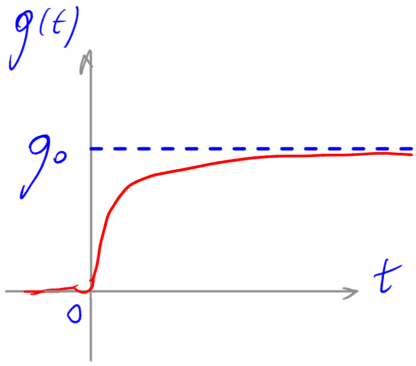
3. Управляющее воздействие изменяющееся по степенному закону закону

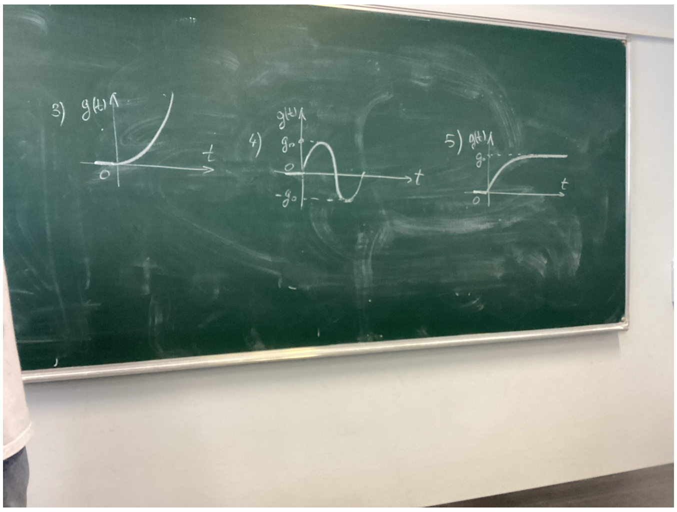


4. Управляющее воздействие изменяющееся по синусоидальному закону закону



5. Управляющее воздействие изменяющееся по экспоненциальному закону закону





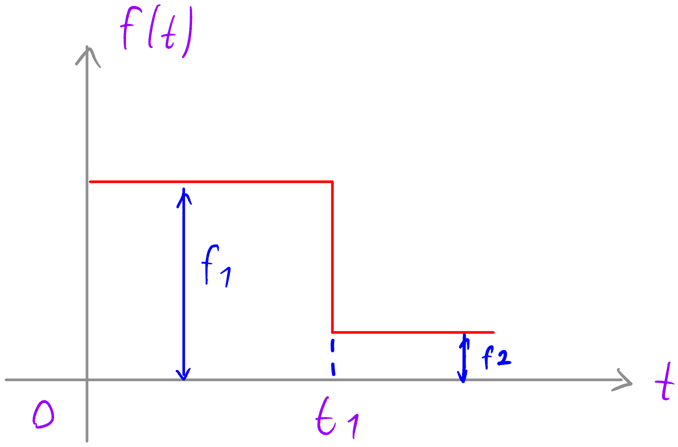
Сигналы 1-5 относятся к регулярным воздействиям

Далее оассматриваются наиболее часто применяемые сигналы возмущающих воздействий

6. Сигнал типа сброса нагрузки

Лекция 5
28 февраля

6. Сигнал типа сброса нагрузки



7. Наброс нагрузки

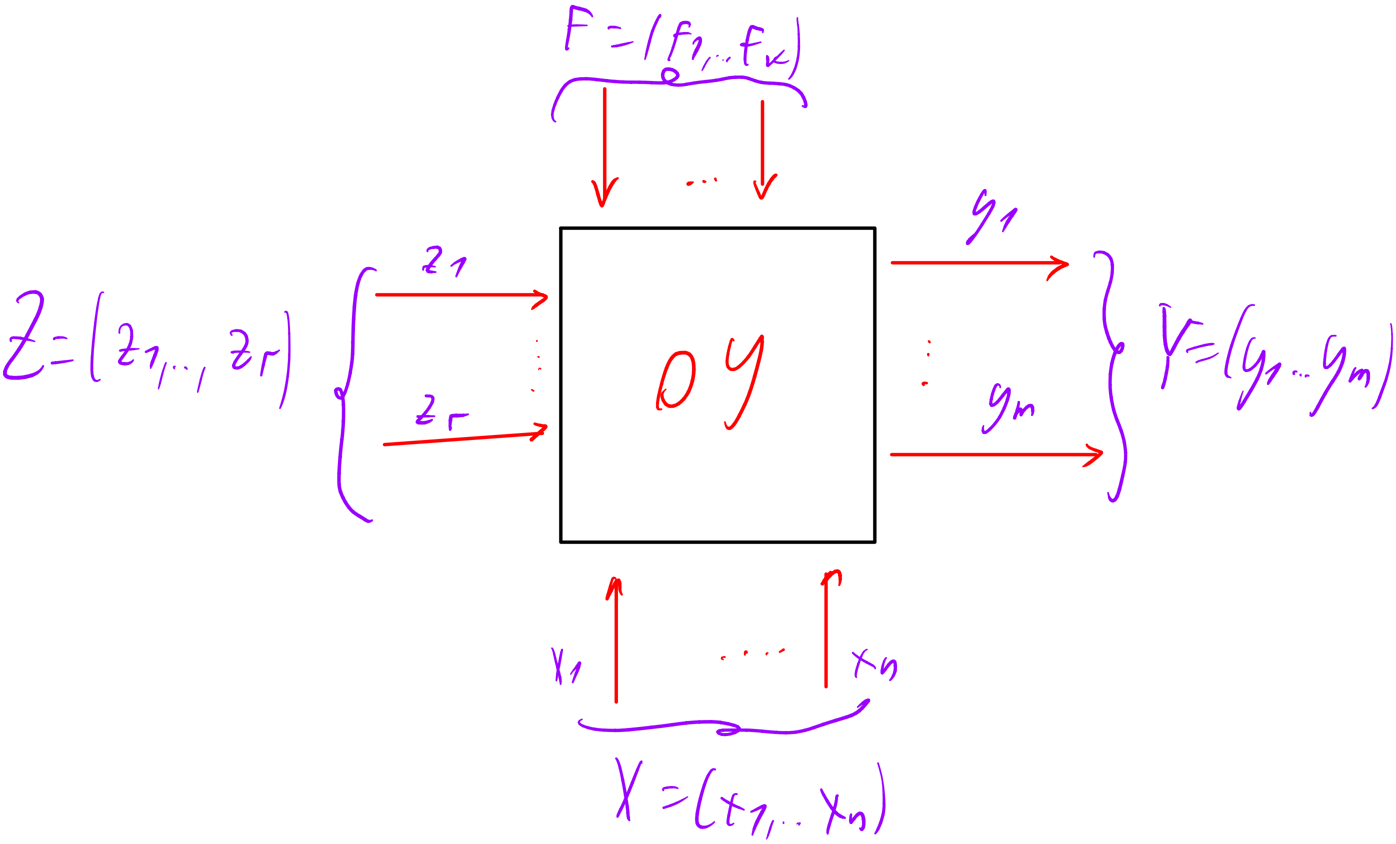
На многие объекты действуют периодические сигналы в виде
8) треугольных импульсов
9) периодически повторяющихся парабол

В ряде случаев в качестве типового возмущения используется периодически повторяющаяся ступенчатая функция

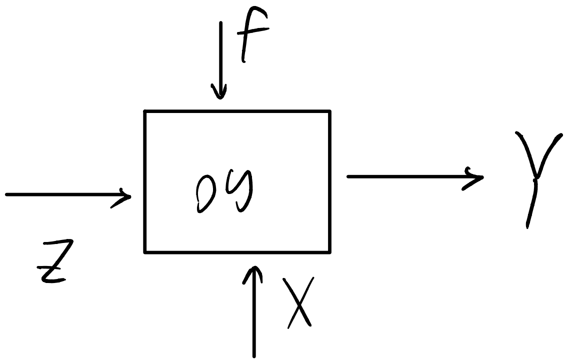
В качестве возмущающего воздействия часто используется и синусоидальный сигнал.
На ряду с регулярными воздействиями могут поступать сигналы в виде флюктуаций, задаваемых в виде случайных функций времени. Сигнал такого типа относится к случайным возмущениям.
Кроме указанных существует множество других типовых воздействий.
Кроме того в зависимости от вида системы сигналы в них могут быть непрерывные или дискретные. Дискретные могут быть испульсными (модуляция сигнала по времени) релейными (модуляция сигнала по уровню) и (цифровыми модуляция сигнала по времении по уровню)

Объект управления
САУ может быть представлено двумя основнми частями: управляемым объектом или объект управления или объект и управляющего устройства или регулятор. В качестве объекта управления можно рассматривать как и управляемое техническое устройство, технологический процесс так и более простую систему управления. Состояние объекта управления определяется рядом велечин, характеризующих как воздействие на объект внешней среды и регуляторов так и протекание процессов внутри самого объекта управления. Одни из этих велечин непрерывно измеряются в процессе работы и называются **контролируемыми** величнами или параметрами. Другие оказывая влияение на режим работы объекта не измеряются и называются **неконтролируемыми** велечинами или параметрами. Велечины, выражающие внешнее влияние на объект носят название **воздействий**. Воздействия вырабатываемые регулятором называются <u>управляющими</u> воздействиями или <u>регулирующими</u> или <u>полезным</u> сигналом. Воздействия не зависящие от регулятора называются **возмущениями**. Возмущения можно разделить на 2 вида: А) нагрузка Б) помеха. Контролируемые велечины, по которым ведется управление или регулирование носят название управляемых или регулируемых велечин или параметров.

Обычно регулируемые велечины характеризуют в той или иной степени качественные показатели. В общем случае объект управления можно представить схемой.



или

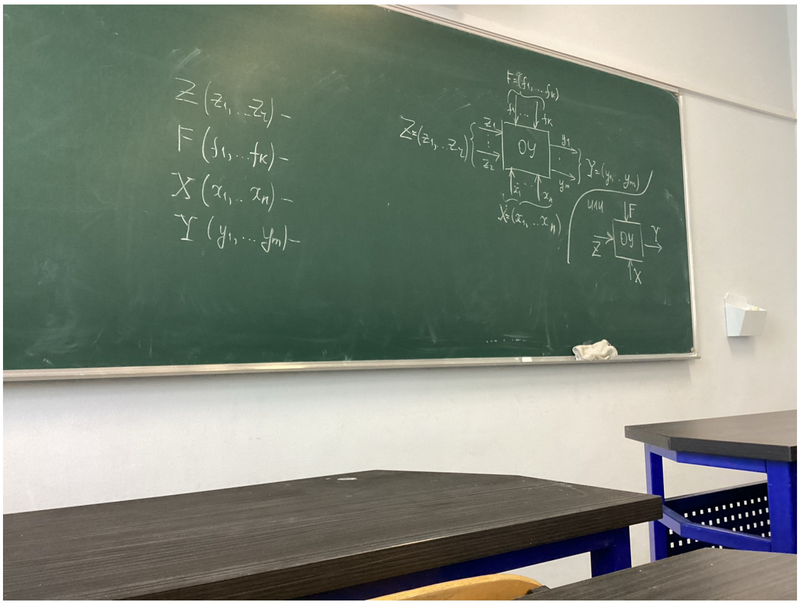


$Z(z_1 \ldots z_r)$ – Совокупность контролируемых внешних воздействий

$F(f_1, \ldots, F_k)$ - Совокупность не контролируемых внешних воздействий

$X(x_1, \ldots, x_n)$ - Совокупность управляющих или регулирующих воздействий или просто входных воздействий

$Y(y_1, \ldots y_m)$ – Совокупность управляемых или регулируемых воздействий или выходной сигнал



Классификация объектов управления аналогична классификации САР САУ

1. По виду мат модели: линейные и нелинейные
2. По стабильности параметров во времени: стационарные и нестационарные
3. По характеру сигналов: непрерывные и дискретные
4. См классификацию САР САУ

Кроме того ОУ может быть устойчивым, неустойчивым и нейтральным
Лбъект управления **устойчив**, если после окончания внешнего воздействия, он с течением времени возвращается к исходному равновестному состоянию или близкому к нему. Объект **неустойчив** если по окончании внешнего воздействия как бы мало оно не было, управляемая велечина продолжает изменяться. Объект является **нейтральным**, когда по окончании воздействия устанавливается новое состояние равновесия отличное от первоначального и зависящее от произведенного воздействия.

Задающее устройство - позволяет устанавливать заданное значение выходной переменной объекта. Такими элементами в системах могут быть: пружина, эталонное сопротивление. Источник эталонного напряжения, опорный полупроводниковый диод, груз, уровень и т.п. В САУ в частносоти в следящих системах может быть двигатель.

Чувствительный элемент (измерительный элемент) **- пре**дназанчен для измерения выходной переменной или её отклонения от заданного значения. Датчики классифицируются по приницу действия и физической природе измеряемых велечин. Механический чтобы оценить перемещение твердого тела. Электрические - измеряет электрические велечины. Гидравлические - перемещение жидеостей, пневматические - перемещение газа, термический - измеряет температуру и т.д.

Усилительные элементы - служат для усиления сигнала, выработанного чувствительным элементом. Усилители бывают электронные, механические, электромашинные, магнитные и т.д.

Исполнительные элементы предназначены для выработки или создания управляющего воздействия на объект

Если они создают механическое перемещение регулирующего органа, то называются сервомоторами или серводвигателями. Бывают электрические, механические и т.д.

Преобразовательные элементы. Применяются в тех случаях когда на выходе функционального элемента системы необходимо получить величину отличвющуюся от входной, либо количественно, либо качественно по физической природа. Корректирующее устройство или регуляторы служат для изменениях или корректировки динамики системы. Корректирующие устройства бывают последовательными, параллельными. Регуляторы бывают П, ПИ, ПД, ПИД.

Осоновы практиивания САУ Задорожная
Математическое описание систем управления. Постановка задачи.
Что такое цель? Что такое постановка задачи?
Це

4 марта
Лекция 6

Постановка задачи предполагает формулировку цели. Основная задача управления заключается в точном или приближенном обеспечении в заданные интервалы времени требуемых состояний ТО (тех. объект) или ТП (тех. процесс) при переменных возмущениях. Общая характеристика задачи управления или регулирования заключается в определении:
1) объекта управления, тех его параметров, значение которых нужно поддерживать в определенных пределах (управляемых или выходных параметров). Определение тех параметров посредством которых будет осуществляться управление или регулирование и описание характера возмущений, действующих на объект.
2) Формулировка цели управления. В постановке задачи дается конструктивное описание объекта управления (определяющее конструктивное описание ОУ). Определяющее полную физическую картину процессов протекающих в объекте. Определяются количественные значения пределов изменения управляющих и управляемых параемтров и формализованная цель управления. Кроме того могут быть указаны технические средства используемые для построения системы.

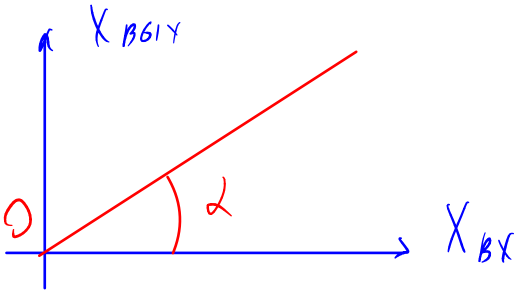
Постановка задачи предшествует первому этапу проектирования систем: разработка мат модели ОУ.

Математические модели динамически управляемых объектов.
Сотавляеютсяя в виде алгебриаизческих, дифференциальных, интегро-диференциальных, разностных (в кончено разностных)
Два рода уравнения: установившийхся (статических) режимов или переходных процессов (уранвения динамики)

Статические уравнения или уравнения статики
Уравнения уст режимов при которых возмущающие влздействия и велечина нагрузки принимаются постоянными обычно являются алгебраическими (чаще всего линейными). Статический режим любого элемента системы имеющего одну входную переменную может быть описан некоторым уравнением: xвых=f(xвх) (1)
Зависимость 1 назывется уравнением статики и может быть различной в связи с тем будем изучать линейные и нелинейные статические характеристики элементов.

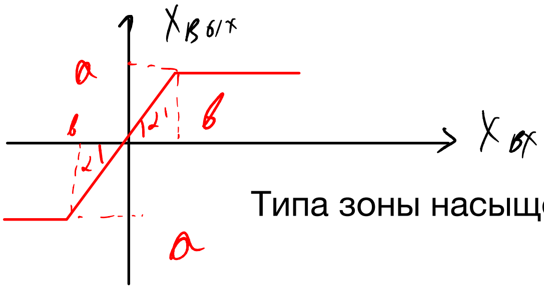
Для линейных стат: xвых=к*xвх (2)
Отношение выходной и входной переменной имеющих одинаковую физическую природу назввается коэффициентом усиления элемента

$$K = \frac{X_{вых}}{X_{вх}} = tg\,\alpha$$



При различной физической природе выходной и входной переменных их отношение назввается **коэффициентом передачи** (потенциометр).

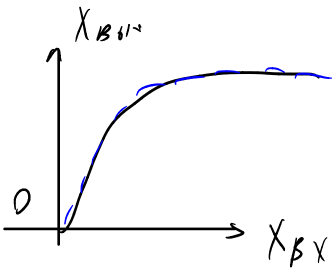
Если статическая хаарктеристика элемента нелинейна, то статическая характеристика может быть выражена некоторой нелинйеной характеристикой, например типовой нелинейностью.



Типа зоны насыщения

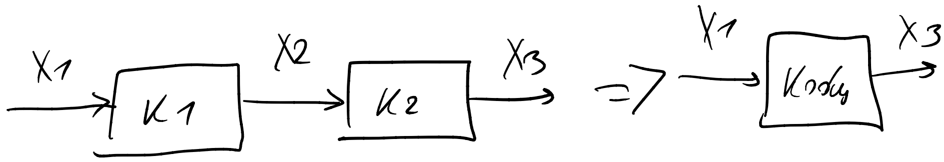
$$\frac{X_{вых}}{X_{вх}} = K(x_{вх})$$

В ряде случае возможна линеализация нелинейной стиатической характеристики, то есть замена нелинейной статической характеристики отрезками прямых линий



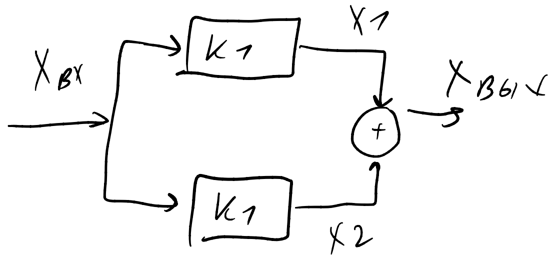
Линеализация возможно только если статическая характеристика непрерывна и имеет непрерывное изменение производной во всём диапазоне кривой. Статические характеристики обычно рассматриваются относительно постоянных внешних воздействий . При это обычно определяются эквивалентные хаарктеристики для отдельных участков схемы в зависимости от способа соединения элементов (последовательное, параллельное, с обратной связью). В тех случаях когда все элементы системы линейные можно применить аналитический метод расчета статических характеристик, при котором могут быть получены аналитические выражения

1. Последовательное соединение элементов
эквивалентный коэффициент усиления (передачи) последовательного соединения (n-1)
K общ=к1*к2



$$K = K_1 K_2 \ldots K_{n-1} = \prod_{i=1}^{n-1} K_i$$

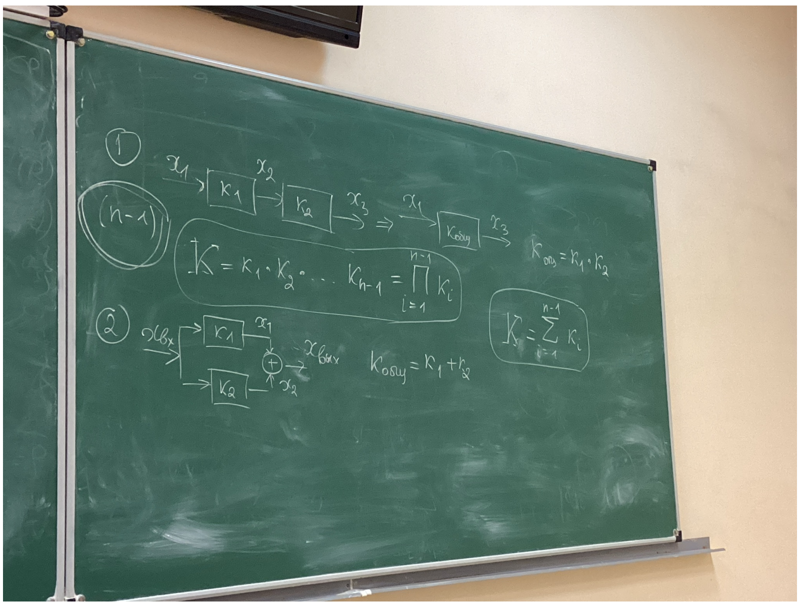
2



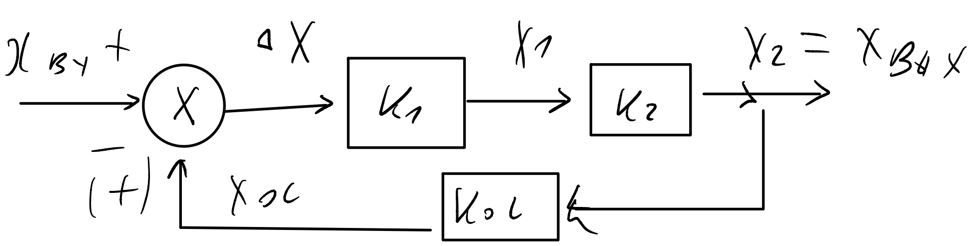
$$K_{общ} = K_1 + K_2$$

Эквивалентный коэффициент или передачи паралельного соединения

$$K = \sum_{i=1}^{n-1} K_i$$



3. Для замкнутого участка системы зависимость между входной и выходной переменными будет определяться с учетом ОС.



$$
\begin{cases}
\Delta x = x_{вх} (\pm) x_{ос} \\
x_1 = k_1 \Delta x \\
x_2 = k_2 x_2 = x_{вых} \\
x_{ос} = k_{ос} x_2 = k_{ос} x_{вых}
\end{cases}
$$

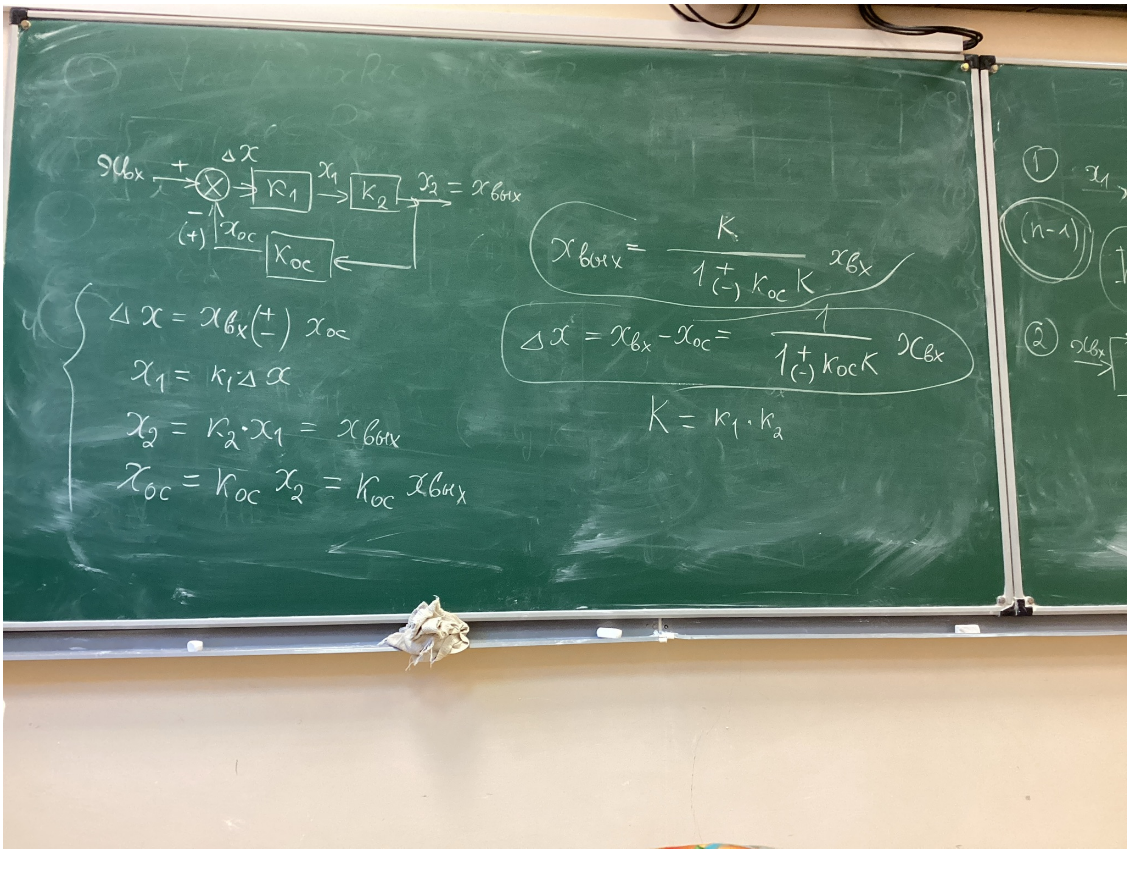
Δx – это ошибка

Исключив из этих уравнений все проиежуточные переменные можно найти аналитическое выражение для расчета статической характеристики замкнутого участка системы относительно выходной переменной и ошибки

$$x_{вых} = \frac{K}{1 \pm K_{ос} \cdot K} \cdot x_{вх}$$

$$\Delta x = x_{вх} - x_{ос} = \frac{1}{1 \pm K_{ос} K} x_{вх}$$ – формула замыкани

$K = K_1 K_2$



При расчете статики рассматриваются режимы работы системы при которых никакие сигналы в системе не изменяются во времени (установившиеся режимы). Важны вопрос статики: анализ заданной установившейся ошибки (статической точности). Которая определяется уравнением *

Уравнения динамики

Обычно уравнения сар сау динамкии являются дифференциальным или интегродифиренциальными. При составлении уравнений динамики используются 2 подхода: 1 подход связан с формализованными методами анализа динамики механических систем (или метод векторно матричный) , основанными на известном приницпе Лагранжа-Гамильтона (то есть при сосатвлении ду используются уравнения Лагранжа 2 рода, составленные для обобщенныз координат (состояний)). Метод целесообразно использовать когда составление выражений кинетичсекой и потенциальной энергии системы и дисипативной функции не представляет затруднений. Этот метод извествестен как метод пространства состояний.

2 подход основан на разбиении системы на элементы (звенья) для каждого из которых составляется соответствующее уравнение на основании того физического закона, который определяет процесс протекающий в данном элементе. Совокупность уравнений динамики составленных для всех элементов системы определяет процесс автоматического регулирования или управления. Такой подход называется составлением уравнений в переменных вход и выход.

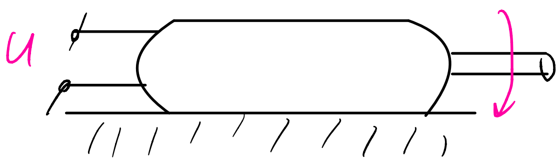
Вывод уравнений динамики в переменных вход и выход

Система обычно разбивается на 2 основных элемента: объект управления и регулятор. С точки зрения составления мат модели из практики видно что наибольшую сложность представляет составление мат модели объекта управления. Регулятор конструируется разработчиком и он выбирает такую конструкцию, которую легче описать математически. Объект управления дан разрабоьчику и он является неизменяемой частью системы. Его мат модель составляется исходя из физического закона, которые определяет процессы в нём

Составление уравнений динамики рассматривается на примере электродвигателя как наиболее распространенного объекта управления

7 марта
Лекция 7

Известно, что для вывода ураний необходимо выбрать какой либо закон природы, который определяет процессы в конкретном элементе системы, причём в любые моменты времени



$$\sum M = 0 \quad (1)$$

В данном случае используется 1 закон ньютона: сумма момент приложенных к ввлу двигателя равна 0, если он движется с постоянной угловой скоростью или неподвижен.

Моменты, действующие на вал двигателя:

1. М движущий - это момент, производимый самим двигателем при подаче на него напряжения U
2. М сопротивления куда входят (М инерции двигателя и нагрузки, Момент вязкого трения, Момент сухого трения)

Мдв+Мин+Мвт+Мст=0 (2)

М двтж зависит от велечины напряжения U, от частоты и скорости вращения его вала

Мдв=f(u,ω) (3)
Мдв= Мдв(u,ω) (3)

$$M_{ин} = I\frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

Момент вязкого трения зависит от скорости вращения вала двигателя

$$M_{BT} = f(\omega) \text{ или } M_{BT} = M_{BT}(\omega) = (5)$$

Пока не будем рассматривать сухое трение, которое сказывается только при трогании электродвигателя, будем рассматривать в движении $\omega \neq 0$

С учетом (2),(3),(4),(5) и учитыая что моменты сопротивления противоположны по знаку Мдвиж, получим

$$I\frac{d\omega}{dt} + M_{BT}(\omega) = M_{дв}(u, \omega) \quad (6)$$

В уравнении 6 связаны между собой обобщенные координаты u и омега

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (7)$$

Учитывая что угол поворота двигателя фи связан с угловой скоростью вращения, можно переписать уравнение (6)

$$I\frac{d\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} + M_{BT}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = M_{дв}\left(u, \frac{d\varphi}{dt}\right) \quad (8)$$

Уравнение 8 - нелинейное ду, описывающее динамику двигателя в переменных вход выход. Вход u, выход фи. Полученное уравнение динамики двигателя нелинейно и его практически невозможно использовать для решения задачи анализа динамики САР, поэтому следующим этапом при получении математического описания САУ является линеаризация уравнений динамики

Линеаризация уравнений динамики

Лениаризовать можно только те нелинейно ти которые имеют непрерывные производные.

Линеаризация основана на применении разложения функций в ряд Тейлора. Пусть z(x,y) нелинейная функция. Рассмотрим разложение этой функции в ряд Тейлора относиетльно некоторой точки с координатами (x0,y0) и эту точку называют опорной точкой. Текущие координаты x и y определяются через малые отклонения $\Delta x \, \Delta y$ от опорной точки

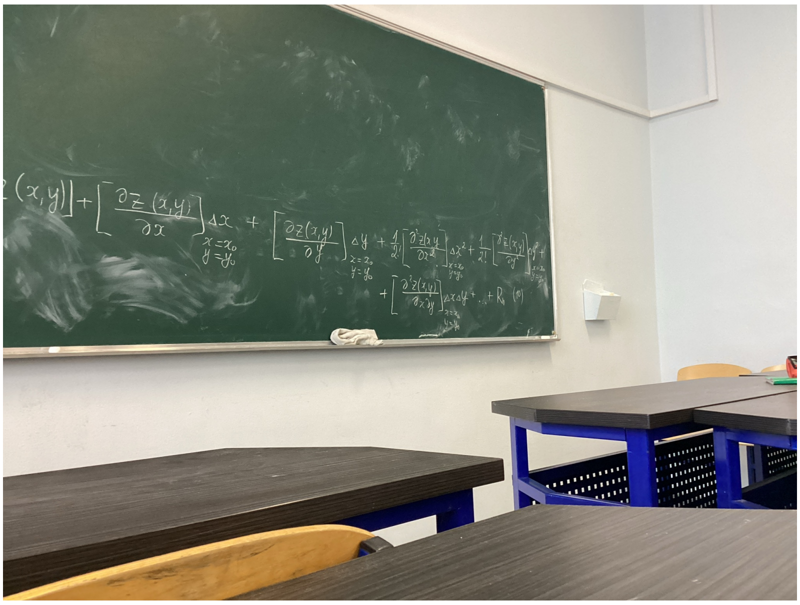
$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x \\ y &= y_0 + \Delta y \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Тогда как известно из курса математики можно получить для функции z (x,y) ряд Тейлора

$$z(x,y) = z(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) = [z(x,y)] + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} \Delta x +$$

$$+ \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} \Delta y + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x^2}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} \Delta x^2 +$$

$$+ \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y^2}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} \Delta y^2 + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} \Delta y \Delta y + \ldots + R_n \quad (10$$



Где Rn остаточный член при значениях высших частных производных.
Линеаризация состоит в разложении нелинейных функций в ряд Тейлора (10) и отбрасывании членов с производными второго порядка и выше

$$z(x,y) \approx \left[z(x,y)\right]_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right]_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} \Delta x + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right]_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} \Delta y \quad (11)$$

Графически линеаризацию функции при малых откланенениях дельта x и дельта y от опорной точке x0, y0 можно представить как замену кривой z (x,y) в точке x0 y0 отрезком касательной к этой кривой в Данной точке. Полученное таким образом представление функции z (x, y) (11) будет тем точнее чем меньше велечина отклонения $\Delta x \, \Delta y$

Из практики эксплуатации САР следует что отклонение от установившегося (опорного режима) работы малы, то есть ошибка $\varepsilon(t)$ большую часть времени работы САР очень мала. Следовательно рассмотренный метод линеаризации имеет практипчксое значение для нанализа динамики САР.

$$I\frac{d\omega}{dt} + M_{BT}(\omega) = M_{gb}(U,\omega) \quad (12)$$

Для линаризации выбираем опорную точку ω_0, U_0

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \Delta\omega \\ U &= U_0 + \Delta U \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Тогда с учетом формулы 11 и отрасывая члены с производной больше второго порядка получим

$$I\frac{d(\omega_0+\Delta\omega)}{dt} = I\underbrace{\frac{d\omega_0}{dt}}_{=0} + I\frac{d\Delta\omega}{dt} \quad (14)$$

$$M_{BT}(\omega) \simeq M_{BT}(\omega_0) + \left[\frac{dM_{BT}}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega \quad (15)$$

$$M_{g6}(u,\omega) \simeq M_{g6}(u_0,\omega_0) + \left[\frac{\partial M_{g6}(u,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{\omega=\omega_0\\u=u_0}}\Delta\omega + \left[\frac{\partial M_{g6}(u,\omega)}{\partial u}\right]_{\substack{\omega=\omega_0\\u=u_0}}\Delta u \quad (16)$$

Подставляя полученные выражения в (12) получим

14 марта
Лекция 8

$$I\frac{d\Delta\omega}{dt} + M_{BT}(\omega_0) + \left[\frac{dM_{BT}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega = M_g(u_0,\omega_0) + \left[\frac{\partial M_{g6}(u_0,\omega_0)}{\partial\omega}\right]_{\substack{u=u_0\\\omega=\omega_0}}\cdot\Delta\omega + \left[\frac{\partial M_{g6}(u,\omega)}{\partial u}\right]_{\substack{u=u_0\\\omega=\omega_0}}\Delta u \quad (17)$$

-Линеаризованное уравнение (12)

Далее следует положить в уравнение 12 $\Delta\omega = 0$ И получится уравнение статики

$$M_{BT}(\omega_0) = M_{g6}(u_0,\omega_0) \quad (18)$$

Двлее из уравнения динамики 17 следует вычесть уравнение статики 18

$$I\frac{d\Delta\omega}{dt} + \left[\frac{dM_{BT}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega - \left[\frac{\partial M_{g6}(u,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{u=u_0\\\omega=\omega_0}}\Delta\omega = \left[\frac{\partial M_{g6}(u,\omega)}{\partial u}\right]_{\substack{u=u_0\\\omega=\omega_0}}\Delta u \quad (19)$$

Уравнение 19 называют уравнением отклонения системы от опорного режима или линеаризованном уравнении в отклонениях. Проводя эквивалентные преобразования уравнения 19 получим уравнение 20.

Этот вывод есть в методичке

$$I\frac{d\Delta\omega}{dt} + \left(\left[\frac{dM_{вт}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(u,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{u=u_0\\ \omega=\omega_0}}\right)\Delta\omega = \left[\frac{\partial M_{дв}(\Delta\omega)}{\partial u}\right]_{\substack{u=u_0\\ \omega=\omega_0}}\Delta u \quad (20)$$

T - пост. времени

$$\frac{I}{\left[\frac{\partial M_{вт}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(u,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{u=u_0\\ \omega=\omega_0}}}\cdot\frac{d\Delta\omega}{dt} + \Delta\omega =$$

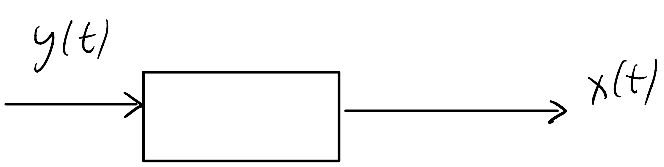
$$= \frac{\left[\frac{\partial M_{дв}(u,\omega)}{\partial u}\right]_{\substack{u=u_0\\ \omega=\omega_0}}}{\left[\frac{dM_{вт}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(u,\omega)}{\partial\omega}\right]}\cdot\Delta u \quad (21)$$

коэф K передачи в статике

$$T\frac{d\Delta\omega}{dt} + \Delta\omega = K\Delta u \quad (22)$$

$$T\frac{d\omega}{dt} + \omega = Ku \quad (23)$$

Уравнение 23 описывает движение околоопорного режима или уравнение в отклонении двигателя. Уравнение описывает не в любых точках, а лишь при малых отклонениях, при малых возмущениях.



$$a_0 \frac{dx}{dt} + a_1 x = b_0 y_0$$

$$x(t) = x_{свобод}(t) + x_{вын}(t)$$

$x_{свод}(t)$ – Общее решение оду соответсвующего исходному

$x_{вын}(t)$ – частное решение неоднородного ду

$$a_0 \frac{dx}{dt} + a_1 x = 0$$

$$x_{св}(t) = A \cdot e^{\lambda t}$$

$a_0 \lambda A e^{\lambda t} + a_1 A \cdot e^{\lambda t} = A \cdot e^{\lambda t}(a_0 \lambda + a_1)$ должно быть $= 0$

$$a_0 \lambda + a_1 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$x_{св}(t) = A \cdot e^{-\frac{a_1}{a_0} t}$$

$$x_{вын}(t) = B y_0$$

$$x(t) = A \cdot e^{-\frac{a_1}{a_0} t} + B y_0$$

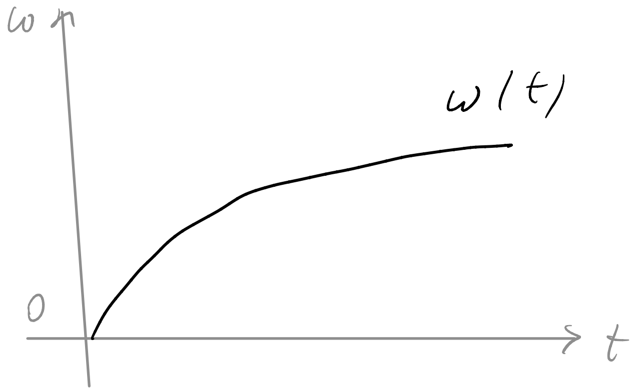
Учитывая условие линейности: t=0 x(0)=0, 0=A+By0

$$a_0 \left[A \cdot \left(-\frac{a_1}{a_0}\right) \cdot e^{-\frac{a_1}{a_0} t}\right] + a_1 A \cdot e^{-\frac{a_1}{a_0} t} + a_1 B y_0 - b_0 y_0$$

$$B = \frac{b_0}{a_1} \qquad A = -B y_0 = -\frac{b_0}{a_1} y_0$$

$$\Rightarrow x(t) = -\frac{b_0}{a_1} y_0 e^{-\frac{a_1}{a_0} t} + \frac{b_0}{a_1} y_0 = \frac{b_0}{a_1} \cdot y_0 \left(1 - e^{-\frac{a_1}{a_0} t}\right)$$

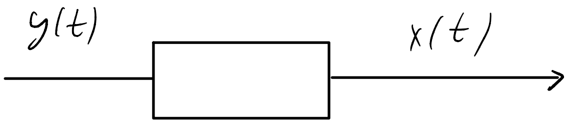
$$\left.\begin{aligned} a_0 &= T \\ a_1 &= 1 \\ b_0 &= k \\ y_0 &\to u \\ x &\to \omega \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \omega(t) = k \cdot u_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{T} t}\right)$$



Вывод: если бы система двигалась с первоначальной скоростью, то она достигла бы установившейся скорости через время T, считается что переходной процесс устанавливается через 3..4T и характеризует инерционность системы.

Частотный метод
Базируется на понятии частотной характеристики которая вводится при рассмотрение учтановившейся реакции системы на гарамоническое воздействие.

Приницп суперпозиции



$$y(t) = a_1 y_1(t) \pm a_2 y_2(t)$$

$$x(t) = a_1 x_1(t) \pm a_2 x_2(t)$$

где $x_1(t)$ — Реакция на y1 (t)

$x_2(t)$ — Реакция на y2 (t)

Установившайся реакция системы на гармоническое входное воздействие

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + \ldots + a_0 x_0 = b_m \frac{d^m y}{dt^m} + \ldots + b_0 y$$

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

при $\varphi_0 = 0$ $\quad y(t) = A \cdot \cos \omega t = \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t} + \frac{A}{2} \cdot e^{-j\omega t} = y_1(t) + y_2(t)$

$$y_1(t) = \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t}$$

$$x_{1\,уст}(t) = k \cdot \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$\dot{x}_{1\,уст}(t) = j\omega k \cdot \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$\ddot{x}_{1\,уст}(t) = (j\omega)^2 k \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t}$$

$$a_n (j\omega)^n k \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \ldots + a_0 \cdot k \cdot \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t} = b_m (j\omega)^m \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t} + \ldots$$

$$+ b_0 \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t}$$

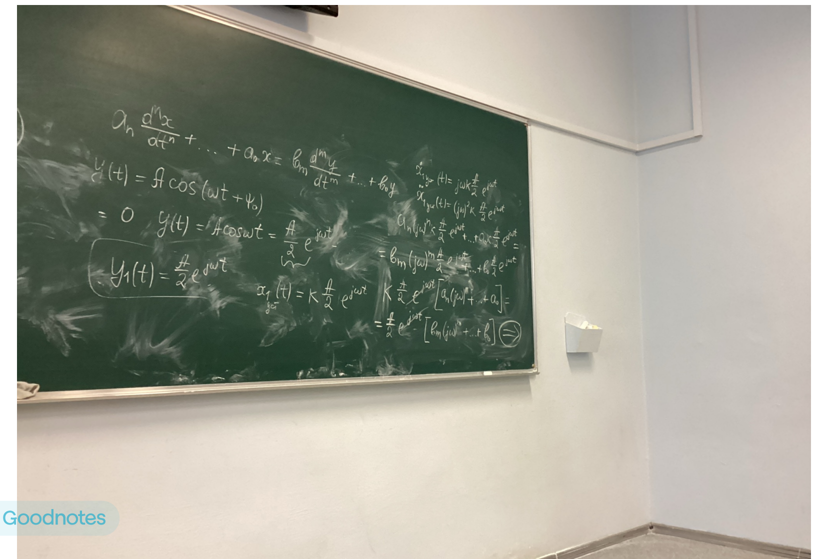
$$k \cdot \frac{A}{2} e^{j\omega t} \left[a_n (j\omega)^n + \ldots + a_0 \right] = \frac{A}{2} e^{j\omega t} \left[b_m (j\omega)^m + \ldots + b_0 \right]$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{b_m (j\omega)^m + \ldots + b_0}{a_n (j\omega)^n + \ldots + a_0} = k(j\omega) = W(j\omega)$$

$k(j\omega)$ – Комплексный коэффициент передачи системы или частотная характеристика системы

Реакция системы на сигнал

$$x_{2\,уст}(t) = \ldots$$



Наталия Михайловна

18 марта
Лекция 9

Переходная функция- Реакция на единичное ступенчатое воздействие

Частотная характеристика- реакция системы на гармоническое вздоное воздействие
Амплитуданя характеристика -

$$y_2(t) = \frac{A}{2} \cdot e^{-j\omega t}$$

$$X_{2\,уст}(t) = K_1 \cdot \frac{A}{2} \cdot e^{-j\omega t}$$

$$K_1 = K(-j\omega) = K^*(j\omega)$$

или

$$X_{2\,уст}(t) = K(-j\omega) \cdot y_2(t)$$

$$X_{уст}(t) = X_{1\,уст}(t) + X_{2\,уст}(t) = K(j\omega)\frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t} + K(-j\omega)\frac{A}{2} \cdot e^{-j\omega t} =$$

$$\boxed{\begin{aligned} K(j\omega) &= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \\ K(-j\omega) &= A(\omega) \cdot e^{-j\varphi(\omega)} \end{aligned}}$$

$$= A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \cdot \frac{A}{2} \cdot e^{j\omega t} + A(\omega) e^{-j\varphi(\omega)t} \cdot \frac{A}{2} \cdot e^{-j\omega t} =$$

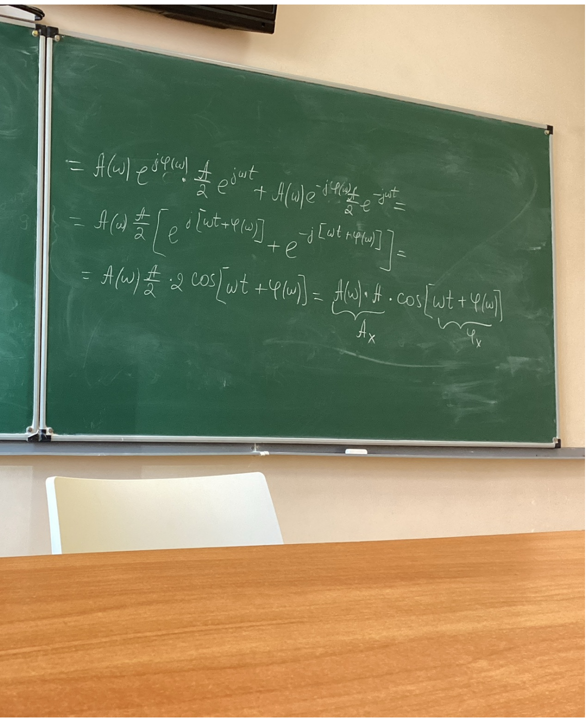
$$= A(\omega)\frac{A}{2}\left[e^{j[\omega t + \varphi(\omega)]} + e^{-j[\omega t + \varphi(\omega)]}\right] =$$

$$= A(\omega)\frac{A}{2} \cdot 2 \cdot \cos[\omega t + \varphi(\omega)] = \underbrace{A(\omega) \cdot A}_{A_x} \cdot \cos \underbrace{[\omega t + \varphi(\omega)]}_{\varphi_x}$$

А (омега) показывает во сколько раз изменилась амплитуда выходного сигнала по отношению к амплитуде входного сигнала

Фи (омега) показывает насколько изменилась фаза выходного сигнала по отношению к фазе входного сигнала

Вывод: зная частотныю характеристику можно обойтись без решения ду потому что пользуясь чх можно оценить изменение выходного сигнала по отношению ко входному,



Основные свойства частотной характеристики:

$$K(j\omega) = K\,W(j\omega) = W(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + \ldots b_0}{a_n (j\omega)^n + \ldots a_0} =$$

$$= \frac{a(\omega) + j b(\omega)}{c(\omega) + j d(\omega)} = (\ldots) = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} =$$

$$= \underbrace{\frac{ac + bd}{c^2 + d^2}}_{P(\omega)} + j \underbrace{\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}}_{МЧХ}$$

ВЧХ

$P(\omega)$ – Четная функция вещественная часть частотной характе

$Q(\omega)$ – Нечетная функция мнимая часть

$a(\omega), c(\omega)$ – Четные функции

$b(\omega), d(\omega)$ – Нечетный функции

Частотной характеристике соответствует два графика так как являются функцией комплексного аргумента.

Каждая функция комплексного аргумента может быть представлена в двух формах. Алгебраической и показательной

$$K(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

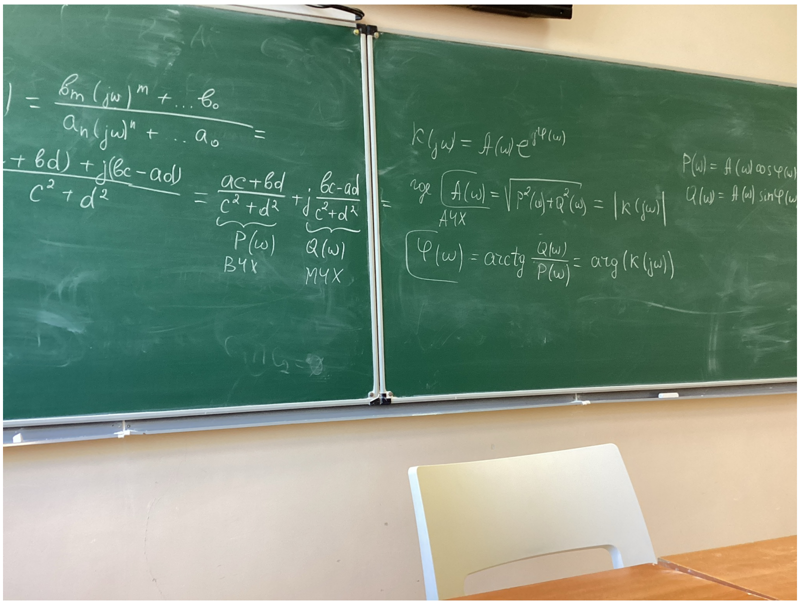
где $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = |K(j\omega)|$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arg(K(j\omega))$$

Полностью система описывается двумя графиками

$$P(\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega)$$

$$Q(\omega) = A(\omega)\sin\varphi(\omega)$$



Часто применяются характеристики в логарифмическом масштабе

ЛАЧХ АФЧХ
ЛФЧХ Ачх ФЧХ

Преимущества частотных характеристик в том что они могут быть получены экспериментальным путем даже если отсутствует математическое описание

$$X_{уст}(t) = \underbrace{A(\omega) A}_{A_x} \cos(\underbrace{\omega t + \varphi(\omega)}_{\varphi_x})$$

$$A(\omega) = \frac{A_{x\,уст}}{A_y}$$

Амплитудана характеристика показывает во сколько разьвыходной установившийся стгнал отличается от входного если подается гармонический сигнал на вход.

$$\varphi(\omega) = \varphi_{x\,уст} - \varphi_y$$

Фазовая характеристика показывает на сколько фаза выходного установившегося сигнала отличается от фазы входного сигнала

На сам прорабтку "Использование частотной характеристики для определения реакции на произвольное периодическое воздействие", но не обязательно гармоническое. "Использование частотной характеристики для определения реакции на произвольное непериодическое воздействие"

Свойства одностороннего преобразования Лапласа

$$Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) \cdot e^{-st} dt \quad (1)$$ или односторонним

$$s = c + j\omega$$

преобразованием Лапласа.

Где **s** комплексное число

Преобразование Лапласа - задангой функции y(t) действиетльной переменной t называется преобразование 1 ставящее в соответствие функции y(t) функцию y(s) комплексной переменной s. Обратным преобразованием Лапласа назыывается соотношение 2

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y(s) e^{st} ds \quad (2)$$

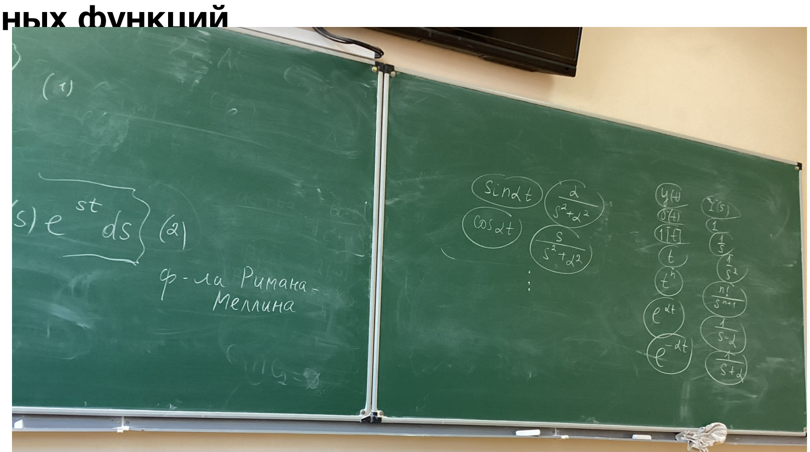
Формула Римана -Меллина

$Y(s) = L\{y(t)\}$ – прямое преобразование

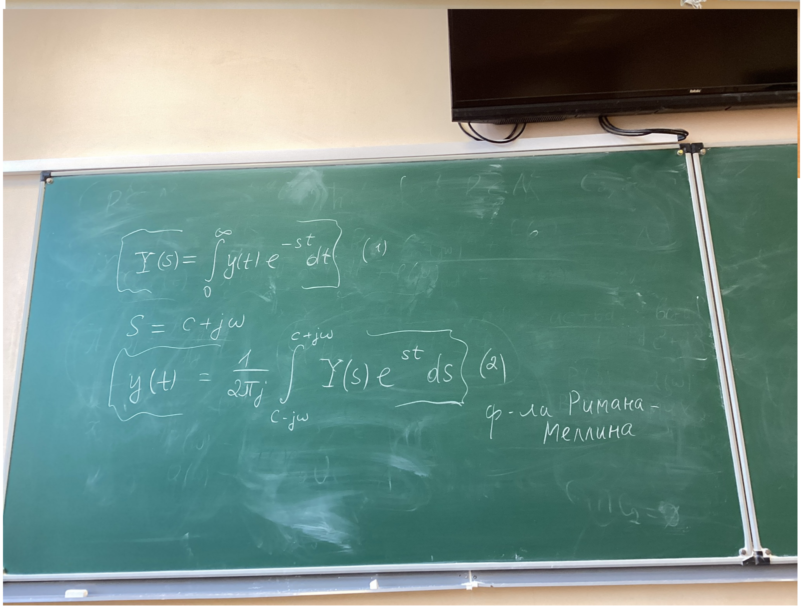
$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\}$ – обратное

$y(t) \doteq Y(s)$

Изображение элементарных функций



$y(t)$	$Y(s)$
$\delta(t)$	1
$1[t]$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s-\alpha}$

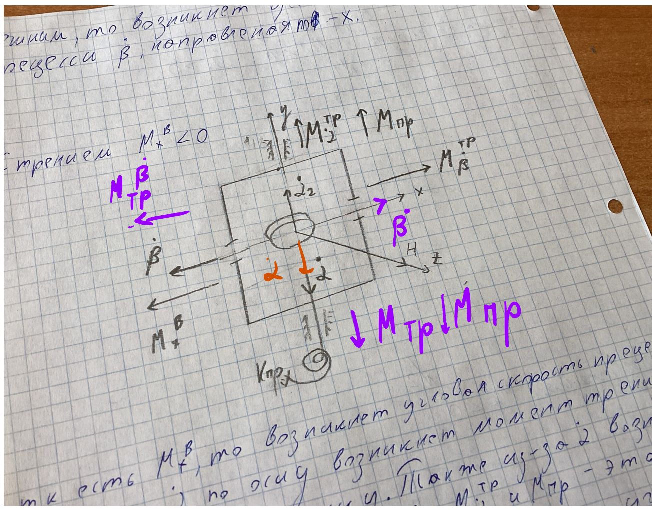


Основные свойства:
Пусть

$y_1(t) \doteq Y_1(s)$

$y_2(t) \doteq Y_2(s)$

α, a_1, a_2 – постоянные величины



1) Линейность

$$L[\pm a_1 y_1(t) \pm a_2 y_2(t)] = \pm a_1 Y_1(s) \pm a_2 Y_2(s)$$

2) Теорема об изменении масштаба

$$L[y(\alpha t)] = \frac{1}{\alpha} Y\left(\frac{s}{\alpha}\right)$$

Если в области времени функция расширяется, то ее изображение во столько же раз сжимается

3) Дифференцирование оригинала

$$L\left[\frac{d^n y(t)}{dt^n}\right] = s^n Y(s) - \left[s^{n-1} y(+0) - \dots - y^{(n-1)}_{(+0)}\right]$$

(+0) - начальные условия

4) Интегрирование оригинала

$$\underbrace{\int \dots \int}_{n} y(t) dt^n = y^{(-n)}$$ - это интегрирование оригинала

само свойство

$$L[y^{-n}(t)] = \frac{Y(s)}{s^n} + \left[\underbrace{\frac{y^{(-n)}_{(+0)}}{s} + \dots + \frac{y^{(-1)}_{(+0)}}{s}}_{\text{начальные условия}}\right]$$

где $y^{(-1)}_{(+0)} = \left[\int_{+0}^{t} y(\tau) d\tau\right]_{t=0}$

5) Теорема о конечном значении функции времени

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot Y(s)$$

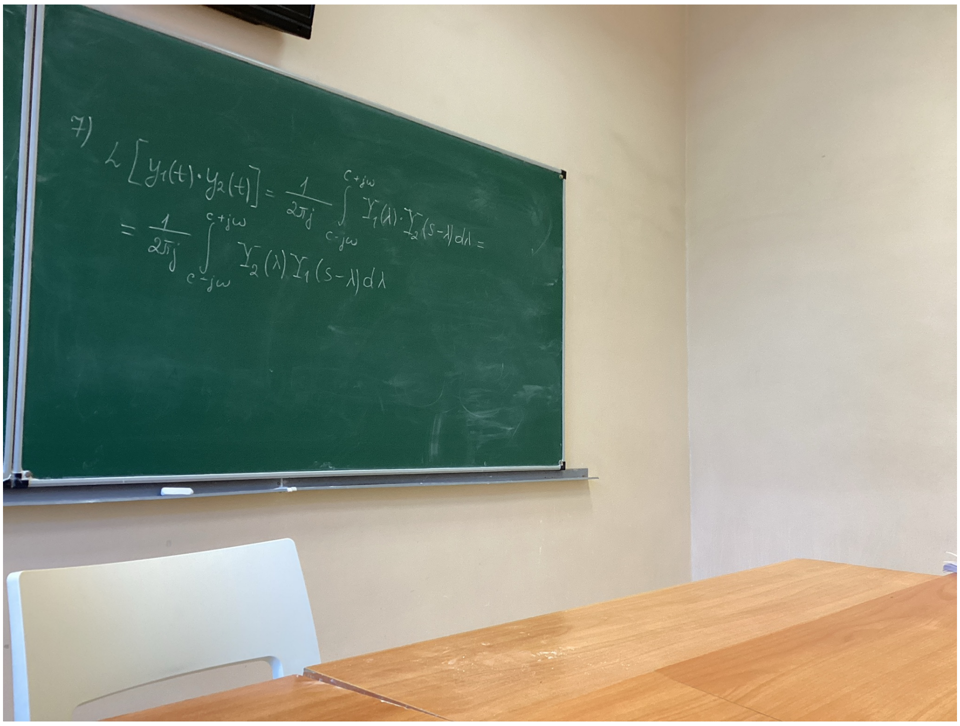
6) Теорема о начальном значении

$$y(t) = s \cdot Y(s)$$
$$t = 0 \qquad s \to \infty$$

7) Умножение в области времени

$$L[y_1(t) \cdot y_2(t)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y_1(\lambda) Y_2(s-\lambda)\, d\lambda =$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y_2(\lambda) Y_1(s-\lambda)\, d\lambda$$



8 умножение в области комплексной переменной (изображение свертки)

$$L\left[\int_0^t y_1(\tau) y_2(t-\tau)\, d\tau\right] = Y_1(s) Y_2(s)$$

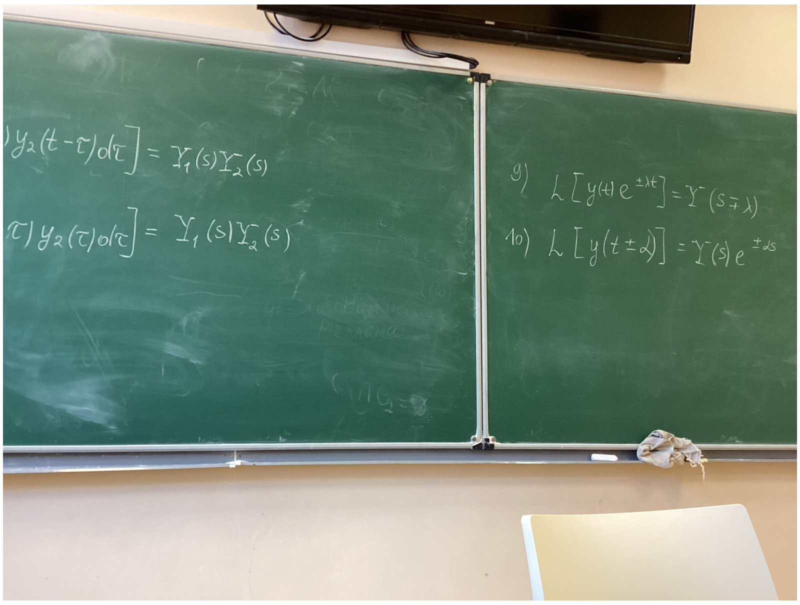
$$L\left[\int_0^t y_1(t-\tau) y_2(\tau)\, d\tau\right] = Y_1(s) Y_2(s)$$

9. Теорема смещения

$$L[y(t)e^{\pm\lambda t}] = Y(s \mp \lambda)$$

10. Сдвиг в области времени

$$L[y(t \pm \tau)] = Y(s)e^{\pm \tau s}$$



Применение преобразования Лапласа к решению ду

$$y(t) \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow x(t)$$

$$a_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = b_1 \frac{dy(t)}{dt} + b_0 y(t)$$

Необходимо перейти к изображению функцию x(t) y(t), причем x(t) входной сигнал известный а y (t) выходной сигнал неизвестный. Воспользуемся свойством 3.

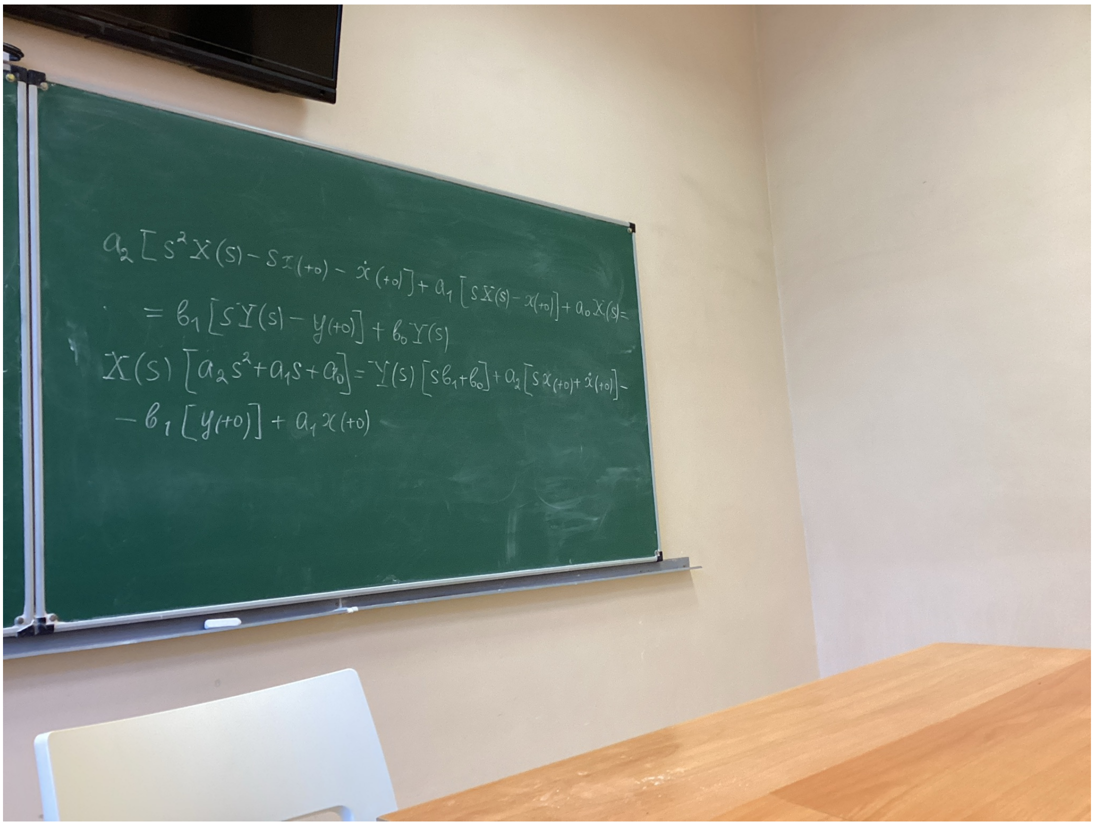
$$x(t) \doteqdot X(s)$$

$$y(t) \doteqdot Y(s)$$

$$a^2[s^2X(s) - sx(+0) - \dot{x}(+0)] + a_1[sX(s) - x(+0)] + a_0X(s) =$$
$$= b_1[sY(s) - y(+0)] + b_0Y(s)$$

Начальные условия характеризуют запасенную энергию в системе

$$X(s)[a_2s^2 + a_1s + a_0] = Y(s)[sb_1 + b_0] + a_2[sx(+0) +$$
$$+ \dot{x}(+0)] - b_1[y(+0)] + a_1x(+0)$$



$$X(s) = Y(s)\frac{b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0} + \frac{a_2sx(+0) + a_2\dot{x}(+0) + a_1x(+0) - b_1y(+0)}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Когда в системе нет запасеннной энергии то есть при нулевых н.у. второе слагаемое равно 0

Тогда
$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$$

Передаточной функцией называется отношение преобразования лапласа входнго сигнала к преобразованию лапалса выходного сигнала при нулевых начальных условиях

$$W(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$$ при нулевых н.у.

Лекция 10
21 марта

Как известно из уравнений статики коэффициент передачи (усиления) для утсановившегося значения входного и выходного сигналов то есть при т стремящимся к бесконечности, а по свойству 5 преобразование Лапласа

$$K = \frac{b_0}{a_0}$$

По передаточной функции можно определить чистотную характеристику путем замены s на $j\omega$

$$s \to j\omega$$

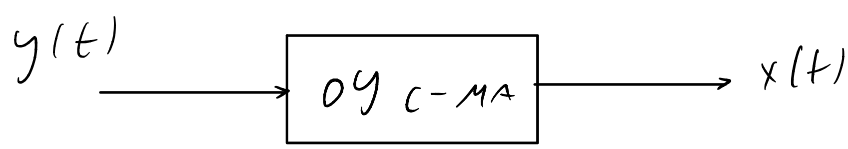
$$W(j\omega) = \frac{b_1 j\omega + b_0}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0}$$

$$W(s) \underset{j\omega \to s}{\overset{s \to j\omega}{\rightleftarrows}} W(j\omega)$$

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{-j\varphi(\omega)}$$

Основные свойства передаточной функции



$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + \ldots + a_0 x = b_m \frac{d^m}{dt} + \ldots + b_0 y$$

Передаточная функци линейной стационарной системы со сосредоточенными параметрами представляет собой дробно рациональное выражение относительно переменной s. Порядок полинома числителя m меньше иои равен парядку полинома знаменателя n:

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \ldots + b_0}{a_n s^n + \ldots + a_0} \quad (*) \qquad m \leq n$$

Если это не будет соблюдаться, то система физически не реализуема

2 свойсьва: все коэффициенты ai...bi обязательно вещественные числа, так как это параемтры системы, реальные числа

Передаточная функция может иметь или вещественные нули (полюса) или комплексные, но обязательно комплексно сопряженные.
Нулями передаточной функции называются корни уравнения

$$b_m s^m + \ldots + b_0 = 0$$

Полюсы передаточной функции это корни уравнения

$$a_n s^n + \ldots + a_0 = 0$$

Пусть s1 - корень какого либо из этих выражений (ноль или полюс). Причём комплексно сопряженный $s_1 = c_1 + j\omega_1$
Тогда обязательно есть еще один корень $s_2 = c_1 - j\omega_1$

Если известны нули и полюса

λ_i – нули, $i = 1 \div m$

γ_j – полюса, $j = 1 \div n$

$$W(s) = \frac{\frac{b_0}{a_0}(s-\lambda_1)\ldots(s-\lambda_m)}{(s-\gamma_1)\ldots(s-\gamma_n)} \quad (**)$$

Из формулы ** ясно почему для каждого комплексного корня есть обязательно ему сопряженный так как в противном случае нельзя получить вещественных коэффициентов.

Устойчивость линейных непрерывных стационарных систем

Устойчивость является основной динамической характеристикой системы. В зависимости от характера переходного процесса линеаризованной системы различают три основных случая поведения системы (после возмущающего воздействия)

1) система не может восстановить равновесного состояния, значение управляемой переменной все больше отклоняется от заданного. Такой процесс называется **расходящимся, а** система **неустойчивой.**

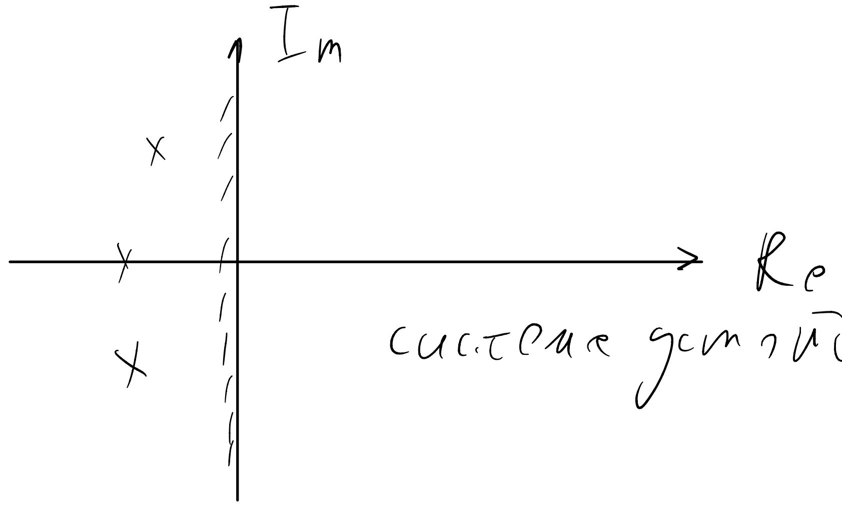
2) система возрващается к равновесному состоянию **.** Значение управляемой переменной отличается от заданного на велечину статической ошибки. Такой перезодной процесс будет сходящимся, а система устойчивой. Система характеризуется установившимся периодическим движением. Такой процесс называется незатухающим колебательным (не автоколебания), а система будет находится на границе **асимптотической устойчивости.** Устойчивость линейных систем не зависит от велечины возмущения. Система устойчивая при малых уозмущениях быдет устойчивой и при больших возмущаниях,

Для суждения об устойчивости линейных систем достаточно исследовать и определить устойчивость в малом, то есть найти устойчивость по уравнениям в форме приращений или в отклонениях от опорной травектории. При этом судить об устойчивости можно по корням характеристического уравнения замкнутой системы. Если динамика системы точно описывается ЛДУ с постоянным коэффициентами, то устойчивость в малом обеспечивает нетграниченную устойчивость

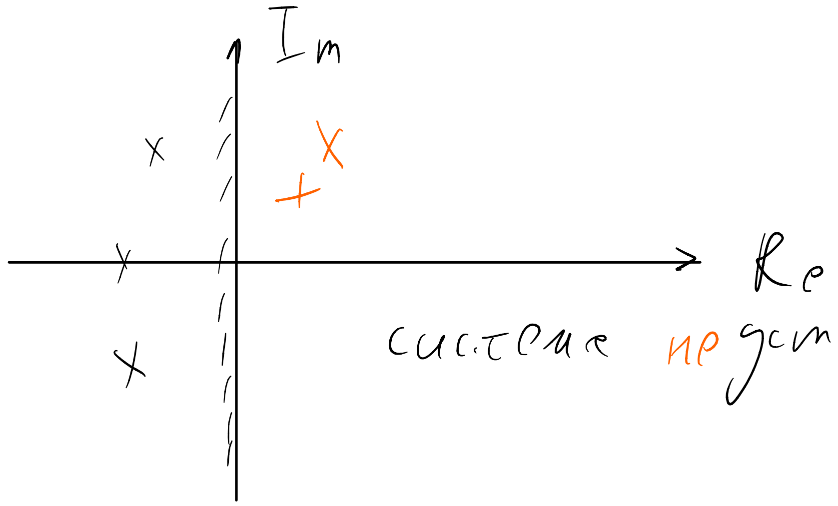
Правильнсоть суждения об устойчивости реальной системы в малом по линеаризованным уравнениям доказана Ляпуновым

В соответствии с первой теоремой Ляпуновв справедливо:

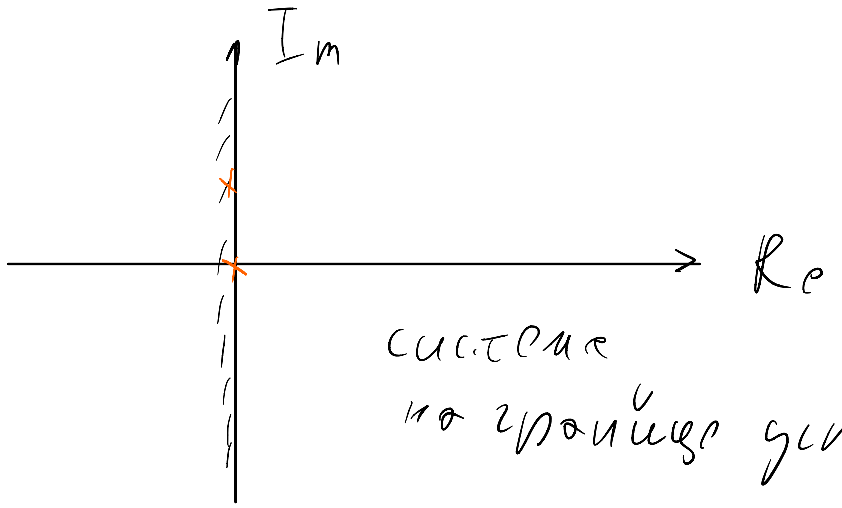
1. Если харакТеРи уравнений линеаризации системы имеет все корни с отрицательными вещественными частями, то реальная система устойчива. При этом никакие отброшенные при линеаризовации члены второф и выше степеней отклонений переменных не могут изменить устойчивость системы
2. Если характеристиечксое уравнение лин системы имеет хртя бы один корень с положительной вещественной частью, то реальная система не устойчива. При этом никакие отброшенные при линеаризации члены второй и высших степеней отклонения переменных не могут придать системе устойчивость.
3. Если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один нулевой корень или пару чисто мнимых сопряженных корней, то повадение реальной системы не может определяться её линеаризыврнным уравнением. В этом случае отброшенный при линеаризации члены второй и высших степеней отклонений переменных коренным образом изменяют описание динамического процесса реальной системы.



система устойчива



система не устойчива



система
на границе уст

Аналитичнская формулировака условий устойчивости сводится к тому что возникшее в результате нарушения равновесия абсолютная велечина отклонения управляемой переменной от заданного значения по истечении достаточно длительного промежутка времени должна стать меньше некоторого наперед заданного значения эпсилон

$$\lim_{t \to \infty} |\Delta x(t)| \leq \varepsilon$$

Для астатической системы ошибка регулирования равна нулю, то есть епсилон=0

Методы определения устойчивости систем

При исследовании устойчивости систем необходимо составить дифференцивльное уравнение и найти решение

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \ldots + a_0 x(t) = b_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 y(t)$$

$$x(t) = x_{св}(t) + x_{вын}(t)$$

$x_{вын}(t)$ – Характеризует вынужденное движение и зависит от внешних возд

$x_{св}(t)$ – Характеризует свободное движение или переходной процесс и зависит только от свойств системы

Об устойчивости системы судят по её свободному движению. Если Хсвод (t) ->0 при t-> к бесконечности, то система устойчива.

Лекция 11
28 марта

Как известно из математики, свободное движение характеризуется

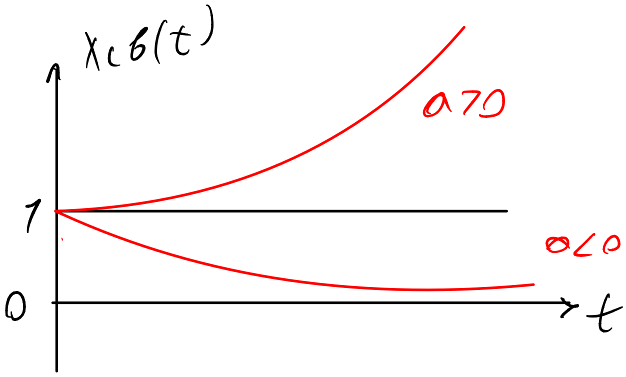
$$x_{св}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + \ldots + C_n e^{\lambda_n t} \quad (1)$$

Ci постофнные опредяемые начальными условиями
λ_i Корни хар уравнения

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \ldots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (2)$$

При этом возможны 2 случая $1)\ \lambda_i = a_i$

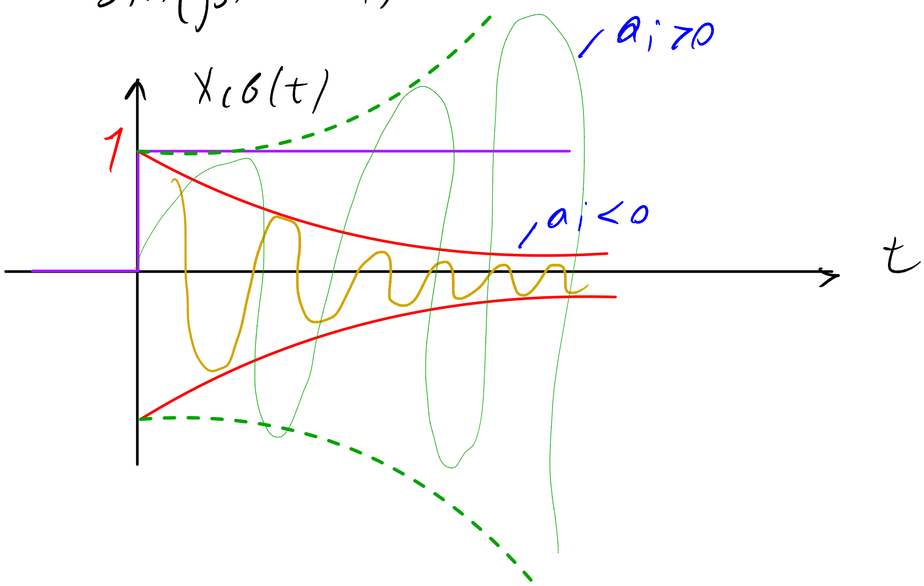
Тогда из уранения 1 видно что система будет устойчива при отрицвтельных значениях λ_i



2 случай $\lambda_i = a_i + j b_i$

$$e^{(a+jb)t} = e^{at} \cdot e^{jbt}$$

$$x_{iсв}(t) = e^{a_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i)$$



Система будет устойчива при отрицательных вещестыенных корнях и при отрицательных значениях вещественных частей комплексных корней. Если сради корней характеристического уравнения будет хотя бы одна пара чисто мнимых (ai=0, bi≠0), то появляется составляющая свободного движения в виде незатухающнго колебательного процесса. Не автоколебания!! В этом случае система будет находиться на границе асимптотической устойчивости и не устойчивости.

Критерий устойчивости

Алгебраические (Аналитические)

- Критерий Гурвица
- критерий Рауса

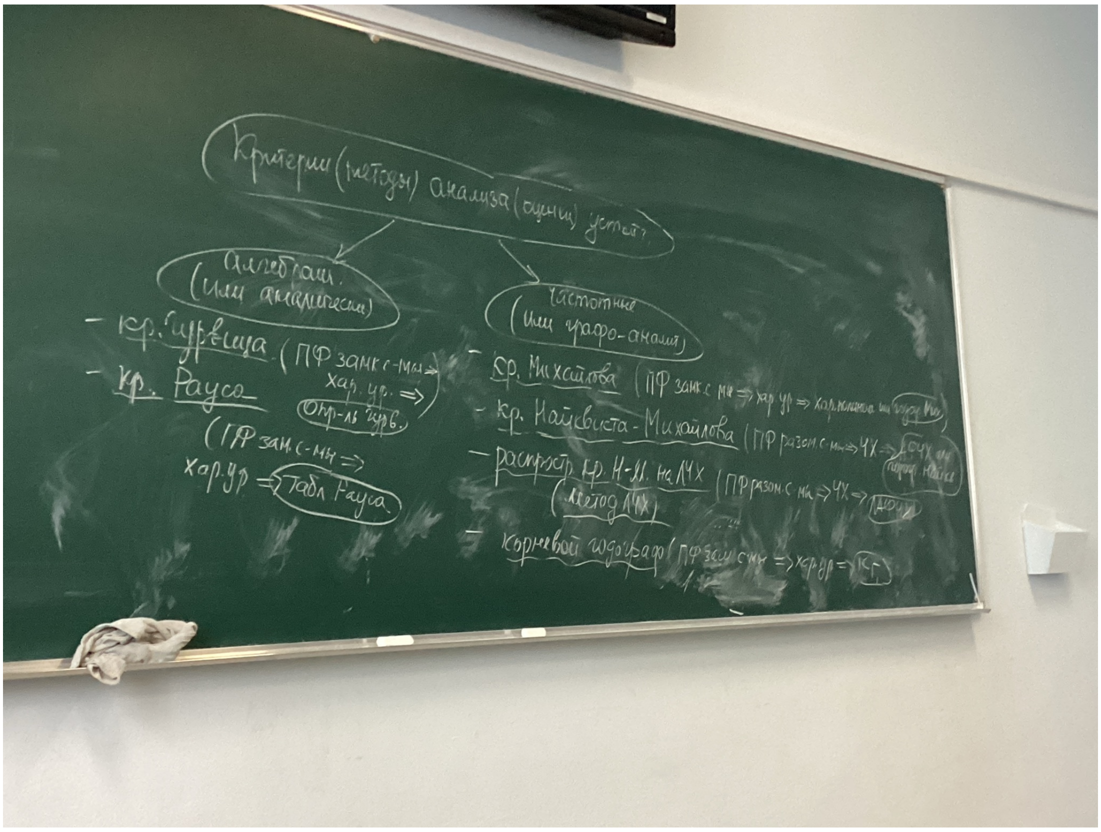
ПФ замкн =>
Хар ур => таблица Рауса

Частотные (графо-аналитические)

- Критерий Михайлова
- Критерий Найквиста-Михайлова
- Распростронения критерия Макевеста-Михайлова на ЛЧХ (метод ЛЧХ) пор разомкнут
- Корневой годограф

Алгебраические методы - это методы которые по некоторому аналитчисекому выражению в соответствии с определенным алгоритмом или правилом позволяют оценить устойчивость системв

Частотные - это методы, которые по некоторой частотной характеристике в соответствии с опредленным алгоритмом позволяют оценить устойчивость системы



Критерий Гурвица

Чтобы все корни характеристического уравнения n ой степени

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$$

Имели отрицвтельные вещественные части необходимо и достаточно чтобы при a0>0 все n определители Гурвица были больше 0

Для уравнения n ой степени необходимо составить n определителей. Последний называется главным определителем n-ой степени. Главный определитель Δ_n

Составляется следующим образом:
1) по главной диагноали записываются коэффициенты уравнения в порядке возрастания индексов начиная со второго и до последнего an включительно.
2) столбцы вверх от диагонали дополняется коэффициентами с возрастающими индексами, а стобцы вниз от диагонали коэффициентами с убивающими индексами
3) места недостающих коэффициентов заполняются нулями
Определители более низкого порядка получаются из определителей более высокго порядка вычеркивания одного стобца справа и одной строки снизу

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = a_1$$

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3$$

$$\Delta_3 = a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)$$

Матод Рауса и Мктода рауса гурвица на сам поработку. Сожет быть в экзамене

Частотный критерий
Критерий Михайлова. В основе метода лежит геометрическая интерпретация приницпа аргумента, который известен (известна из тфкп)
Пусть имеется некоторое хар уранвение

$$A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 = 0$$

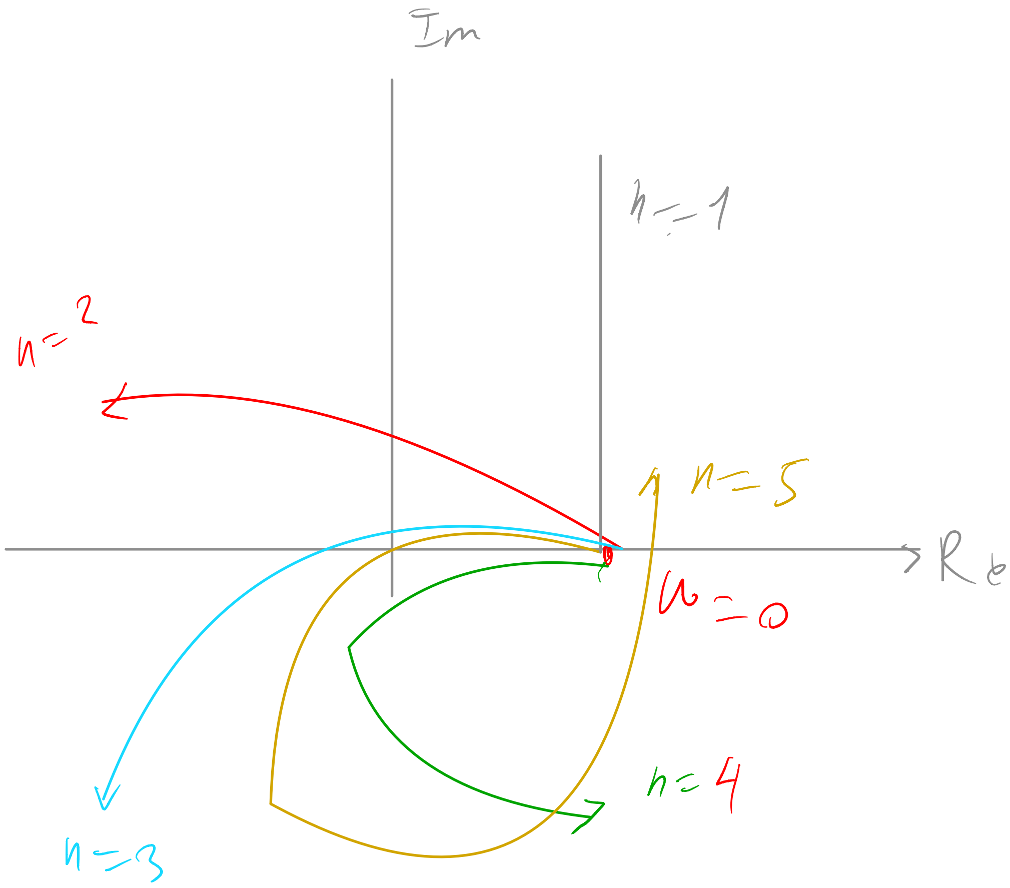
p - просто оператор

$A(p)$

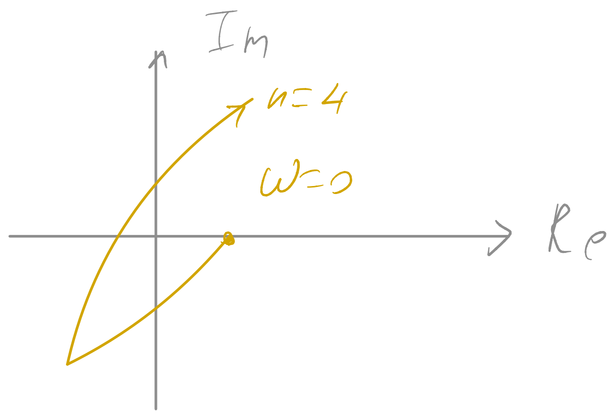
Псли вместо переменной p подаставитьмние jw то гкометрическое место конца вектора A(jw) при ищменяении частоты от _ бесконености доч + бесконечночти будет представлять собой годограф A (jw) или годограф Михайлова

Системамустойчива если при изменееии частоты от 0 до + бесконечности вектор A(jw)

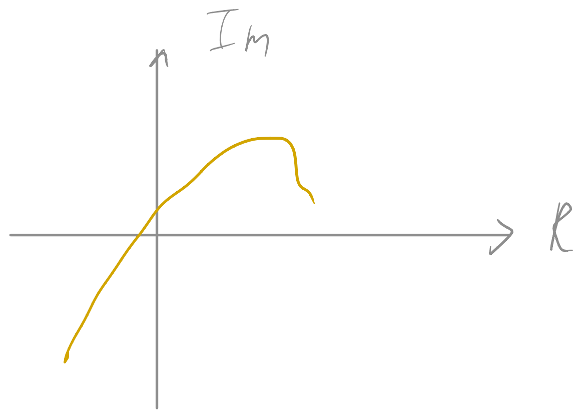
1. начинаюь на действиетльной оси рбхолит посладовательно в + гаправлении (против часов стреплки) n кввдрантов где n - степень хар ураанения

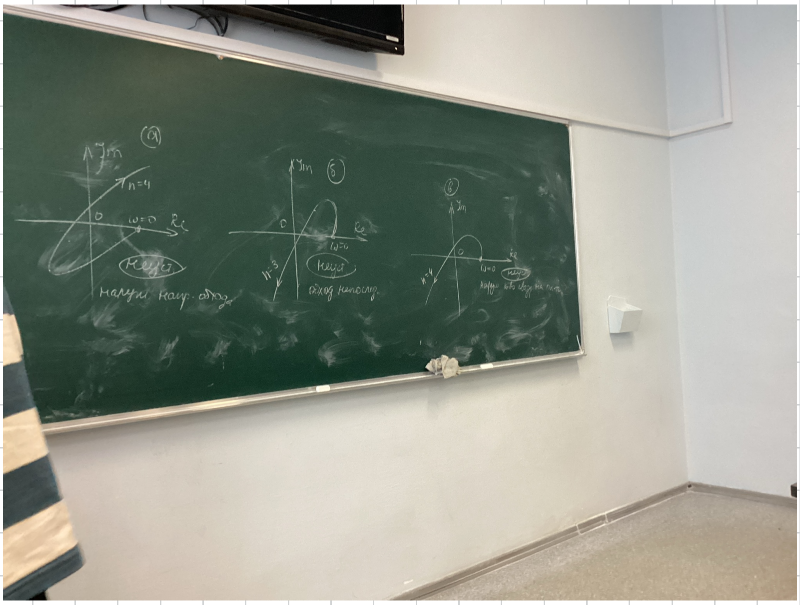


а) система не устойчива



б) система неумойчива

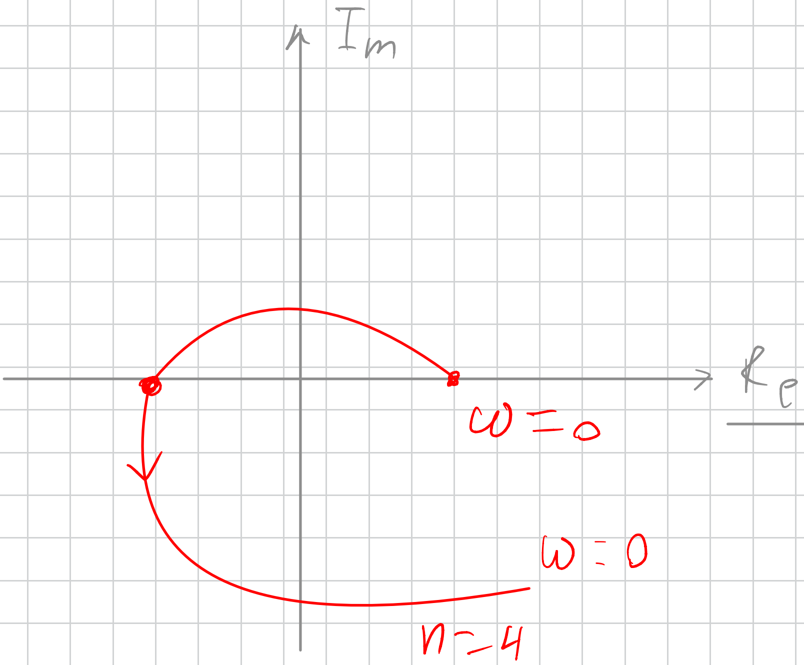


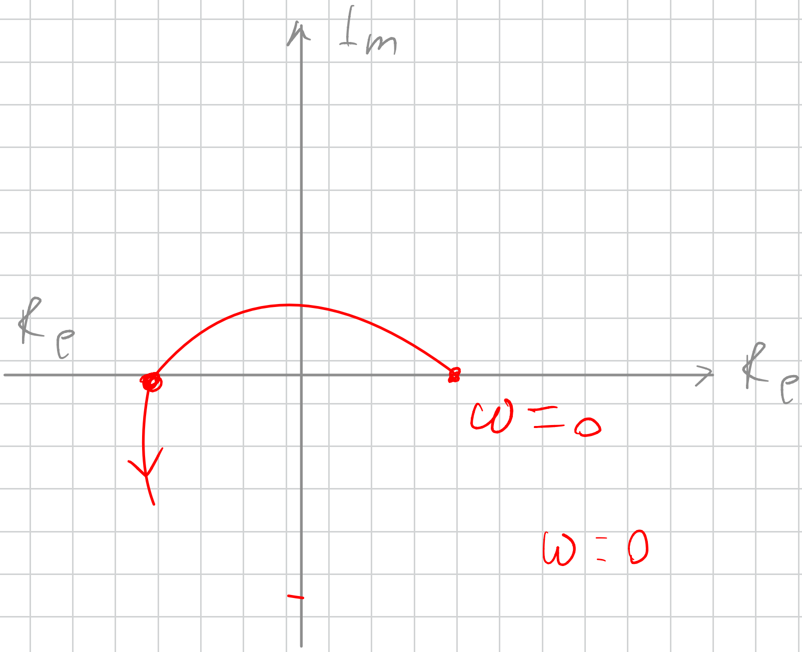


Лекция 12
1 апреля

Параметры: коэффициент усиления, постоянная времени, кожф демфированич

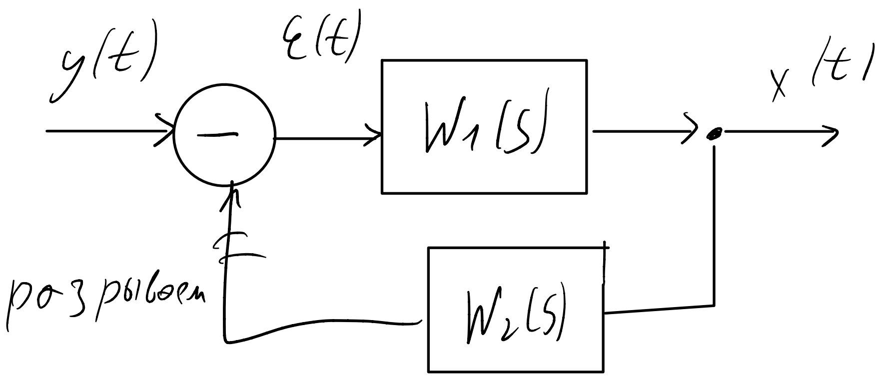
Характеристики: статические и динамические (временные (переходная - это реакция системы на единичное ступенчатое воздействие и импульсная - отклик системы на единичный импульс) и частотные (АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (гадограф Найквеста) ЛАЧХ, ЛАФЧХ) - реакция системы на гармоническое входное воздействие)

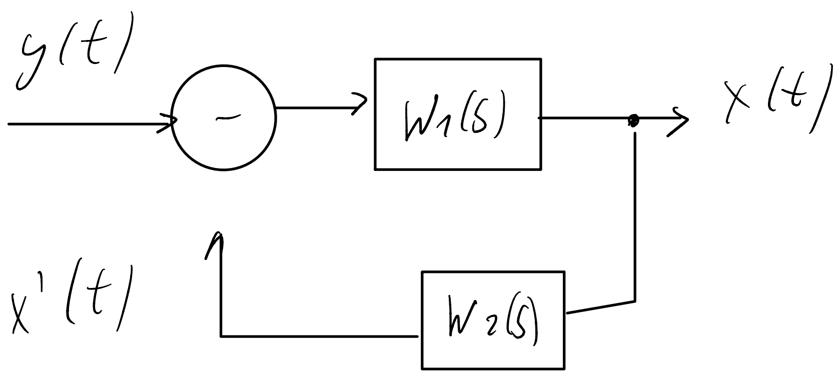




Критерий Найквеста -Михайлова

Данный критерий позволяет по характеристикам разомкнутой системы судить об устойчивости замкнутой системы. Пусть дана некторая замкнутая система:



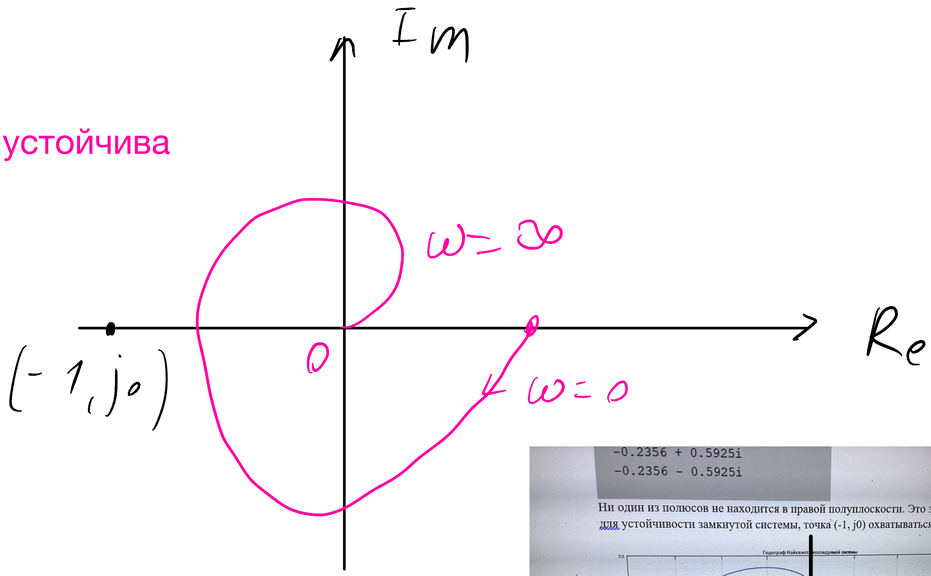


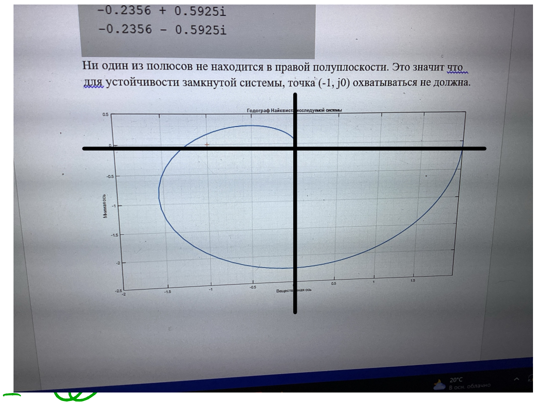
$$\Phi(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}$$

$$W_p(s) = W_1(s) \cdot W_2(s)$$

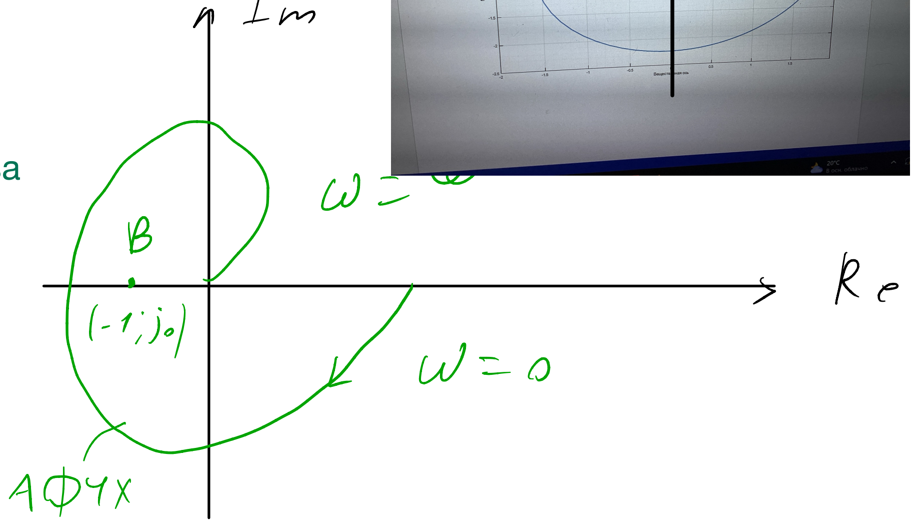
Если система устойчива в разомкнутом состоянии, то для устойчивости соответствующей замкнутой системы необходимо и достаточно чтобы АФЧХ разомкнутой системы для частоты от нуля до бесконечности не охватывала бы точку с координатами (-1, j0)

Система устойчива

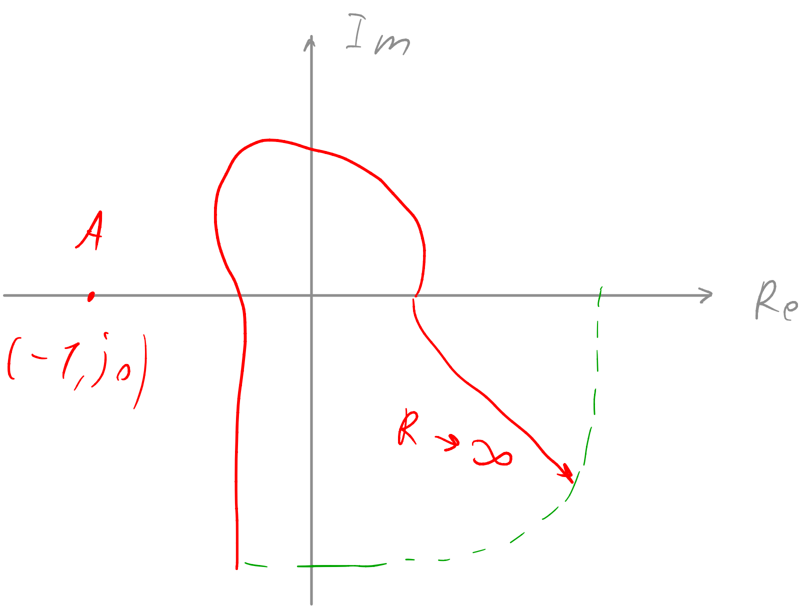


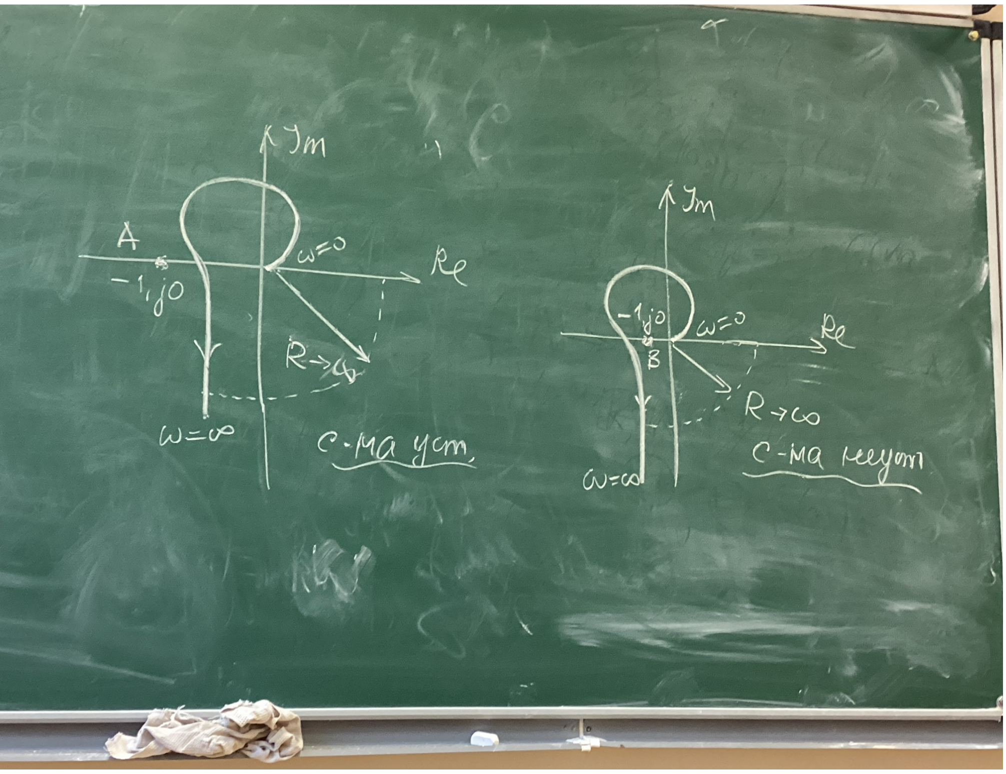


Система не устойчива



Если система является астатической, то для применимости критерия найквеста михайлова необходимо дополнить афчх дугой бесконечно большого радиуса и определять расположение АФЧХ относительно точки (-1, j0)





Если система неустойчива в разомкнутом состоянии и имеет М корней в правой полуплоскости, то для устойчивости соответствующей замкнутой системы необходимо и достаточно чтобы АФЧХ разоскнутой системы для частоты от нуля до бесконечности охватывало точку -1 J0 m/2 раз

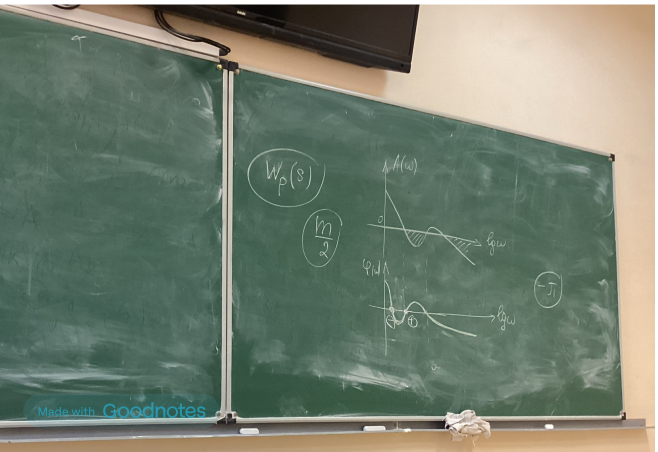
Распространение Найквеста михайлова на логорифмические частотные характеристики

Критерий сформулирован применительно к лог характеристикам системы в разомкнутом состянии

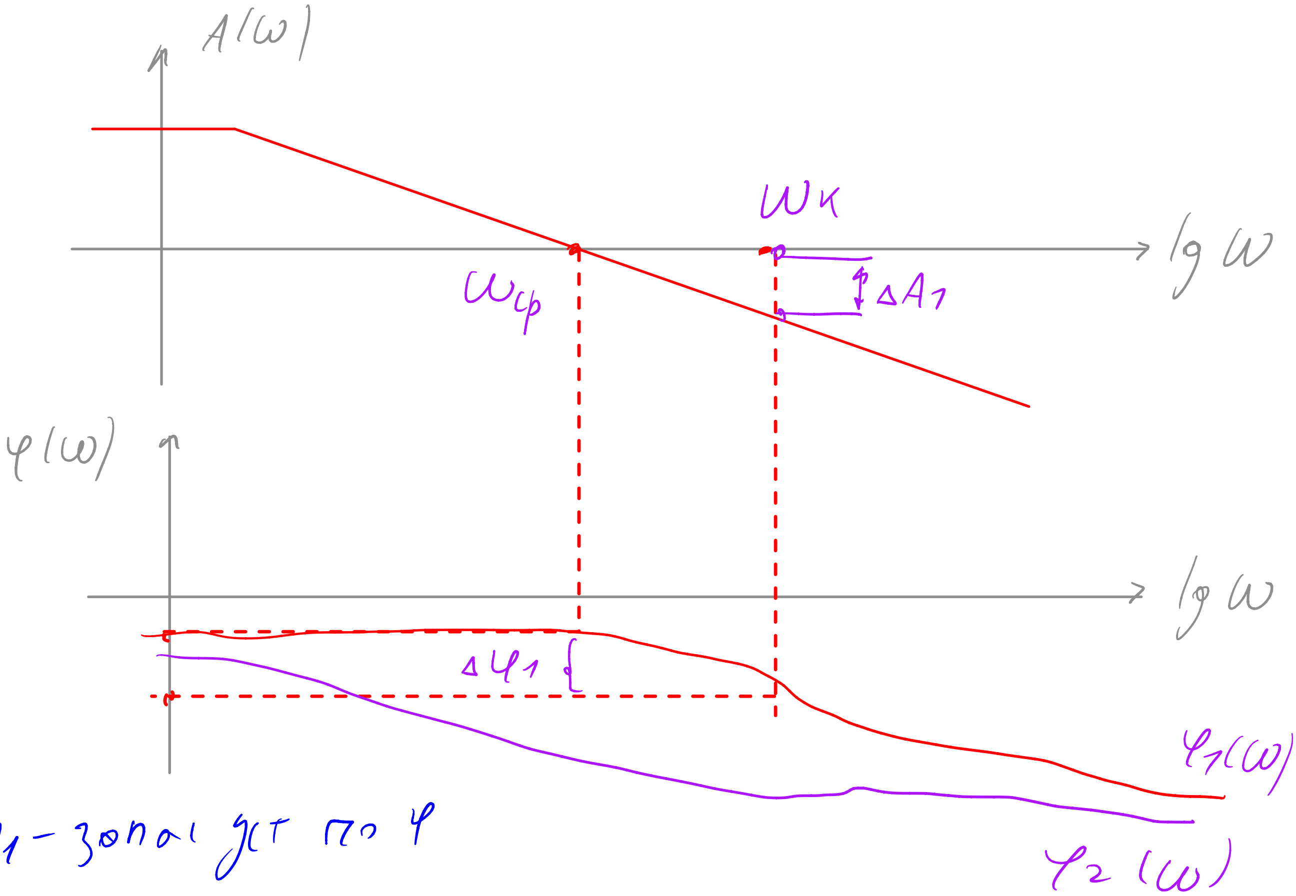
Система устойчива в замкнутом состоянии если разность между числами положиетльных и отрицательных переходов равна m/2 , где m число зар ура в парвой полу

Положительным переходом логарифмической харки называется пересечение фазовой хар ки оси - пи снизу вверх приположительном значени амплитуд лог харки

Отрицательным переходом ЛФЧХ наз пеесечние фазовой хаарктеристикой оси -пи сверху внизреб

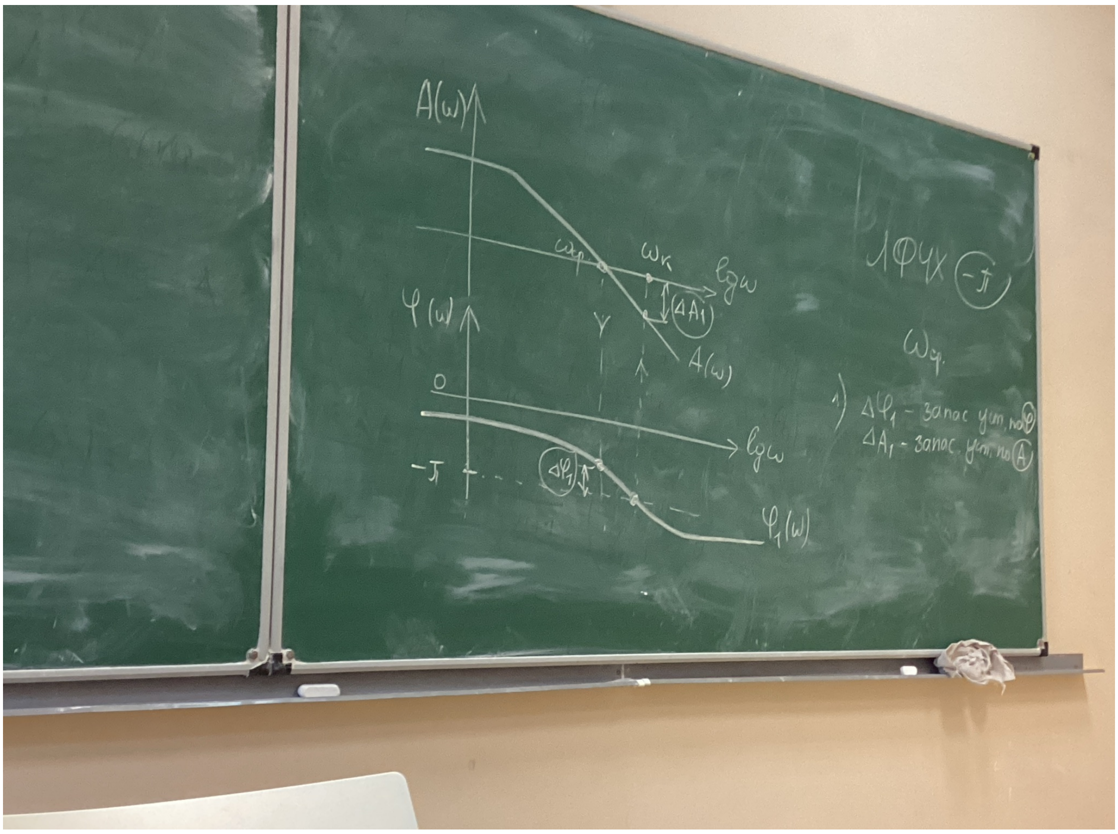


Практическое значение получил случай при анализе замкнутой системы, когда разомкнутая система устойчива. Замкнутая система будет устойчива в том случае если лфчх пересекает ось -пи сверху вниз после частоты среза



1) $\Delta\varphi_1$ – запас уст по φ

ΔA_1 – запас уст по A



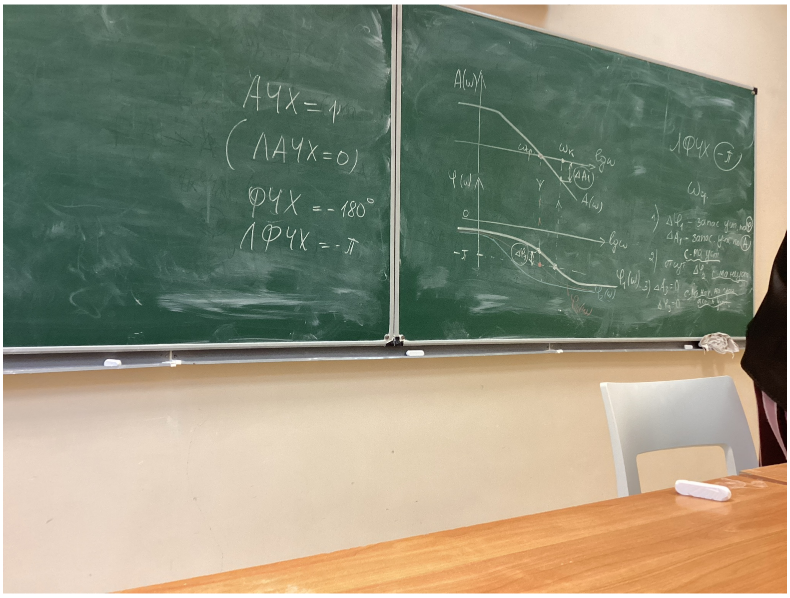
2) осуу-АФ системы не уст

Запасы устойчивости

Из за изменения внешних условивий отличаются от расчётных значений , поэтому предусматриваются меры для того чтобы избежать неустойчивости системы, при проектировании сар сау предусматривают запас устойчивости по А и по Фазе которые характеризуют близость гадографа частотной характеристики разомкнутой системы к точке с координатами -1 j0. Запасы устойчивости определяются на двух частотах
1) частоты среза где Ачх разомкнутой истемы равна 1

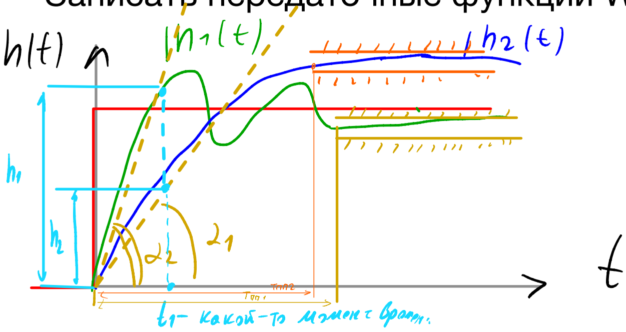
АЧХ=1
ЛАЧХ=0

Критическая частота, где фазочастотная характеристика. Различают запасы устойчивости по фазе и по амплитуда (по усилению)



Лекция 13
4 апреля

Записать передаточные функции W1(s) и W2(s) и сравнить параметры



записали:

колеб. + усилительн

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1^2 s^2 + 2T_1 \xi_1 s + 1}$$

апер + усил

$$W_2(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}$$

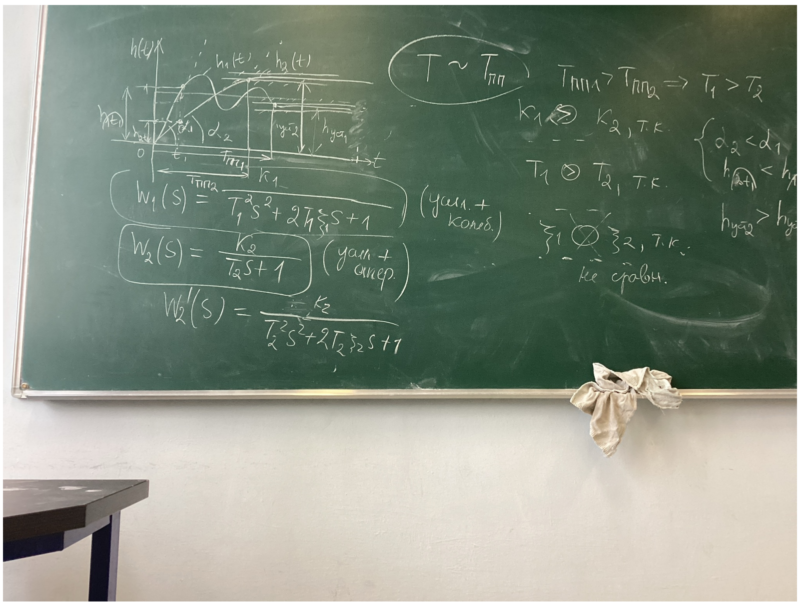
$k_1 > k_2$, т.к (по наклону) $\alpha_2 < \alpha_1$

$T_1 > T_2$, т.к $h_{2t} < h_{1t}$ по t_1

$T \sim T_{пп}$ $\quad h_{уст2} > h_{уст1}$

$\xi_1 \times \xi_2$, т.к

Не сравниваются



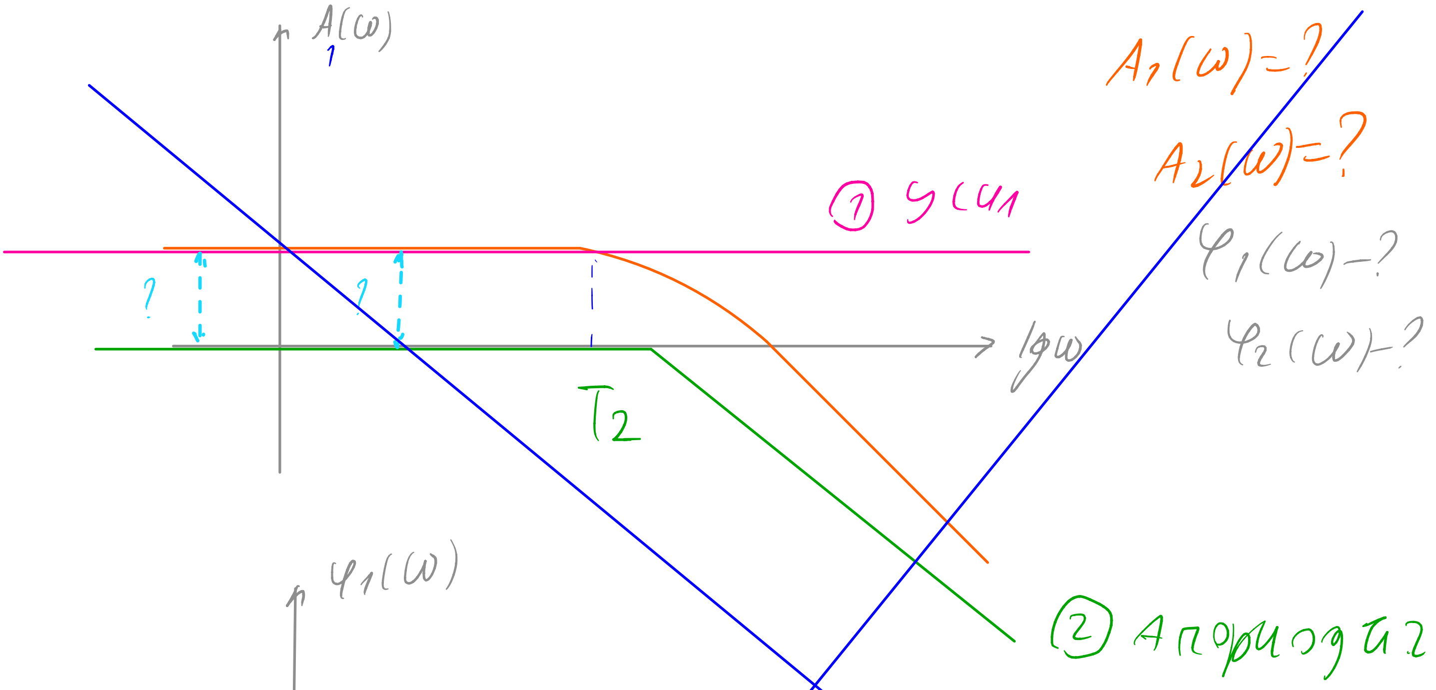
2 часть задачи

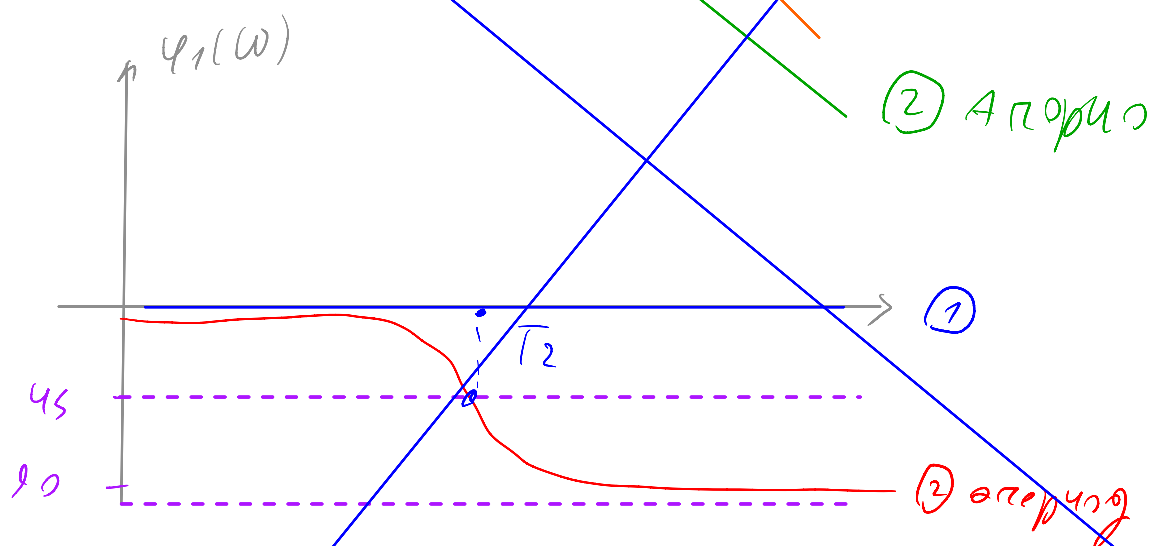
$A_1(\omega) = ?$

$A_2(\omega) = ?$

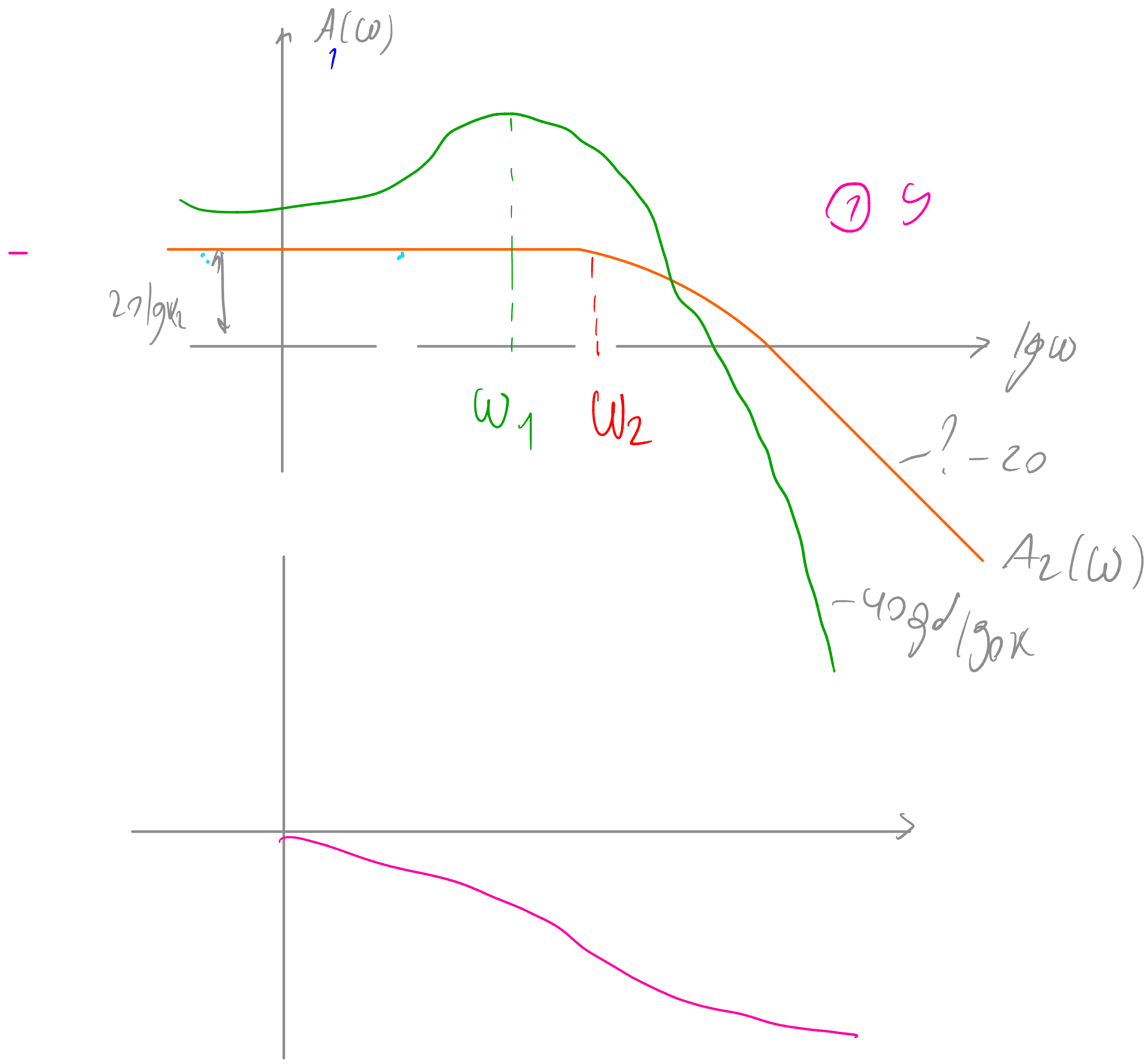
$\varphi_1(\omega) - ?$

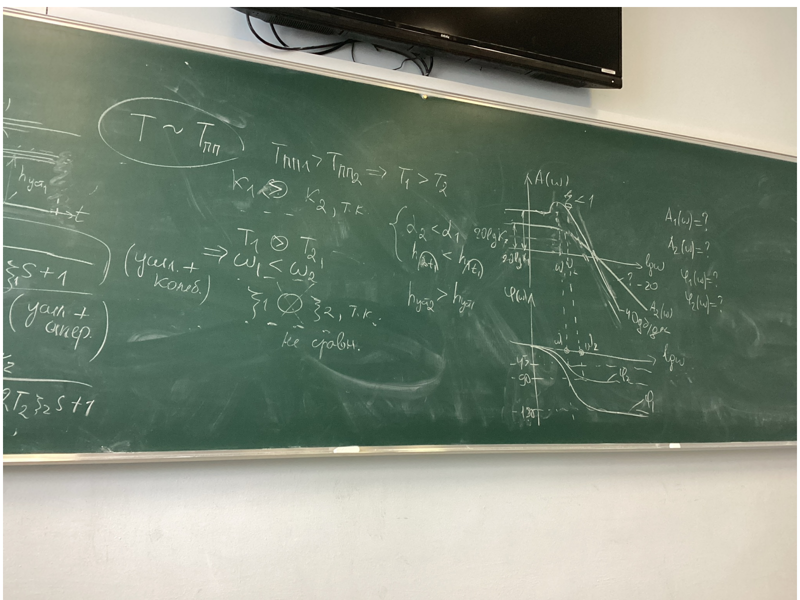
$\varphi_2(\omega) - ?$



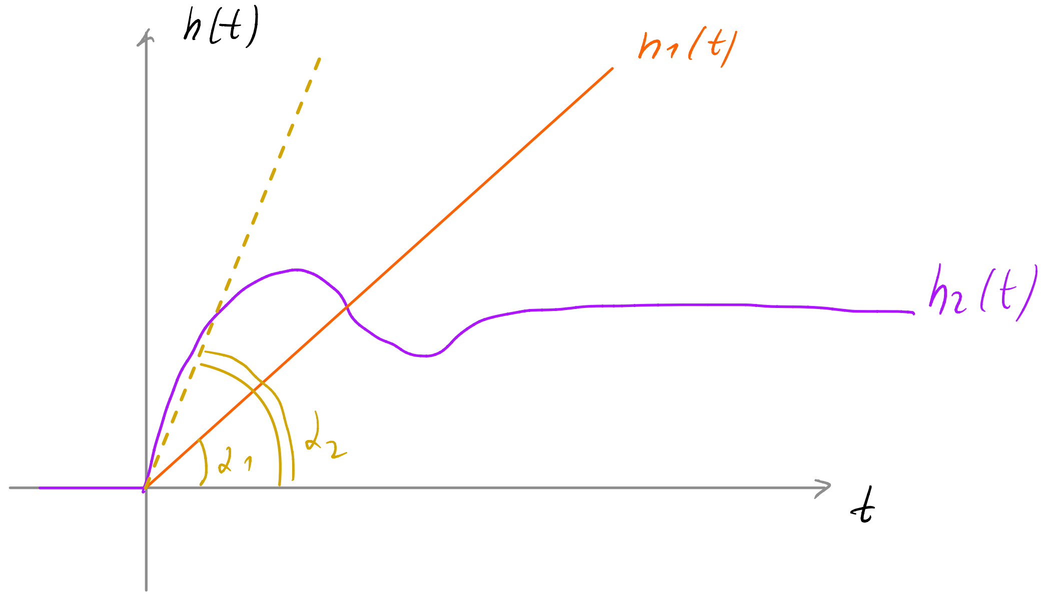


$$W_{одиг} = \frac{K_1}{T_2 s + 1}$$


A(ω)
1
20lgk₂
ω₁
ω₂
lgω
-?-20
A₂(ω)
-40дб/дек
① 5


T ~ Tпп

№2



инт + усил

$$W_1(s) = \frac{K_1}{s}$$

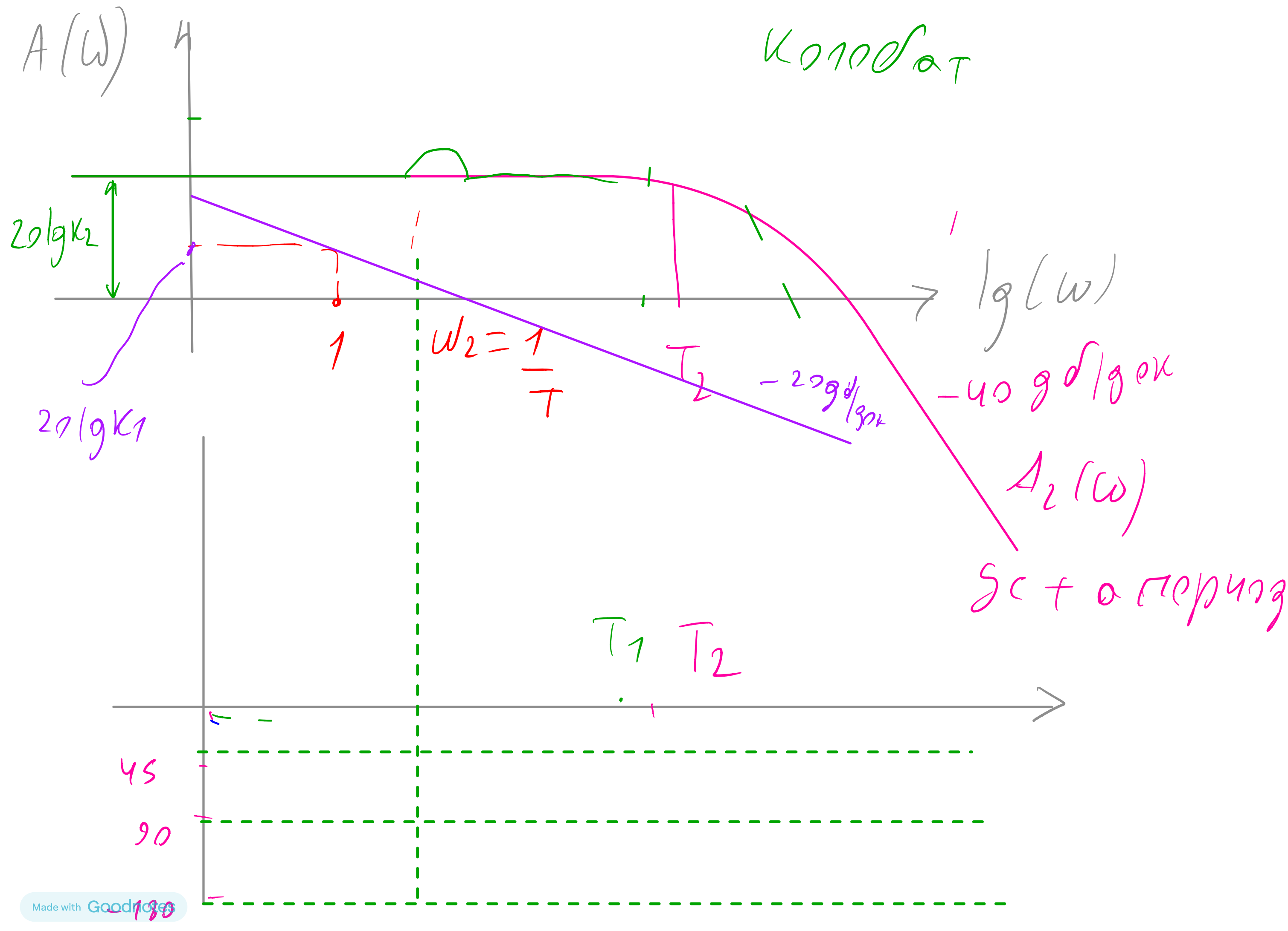
ус + колеб

$$W_2(s) = \frac{K_2}{T_3^2 s^2 + 2T_3 \xi_4 s + 1}$$

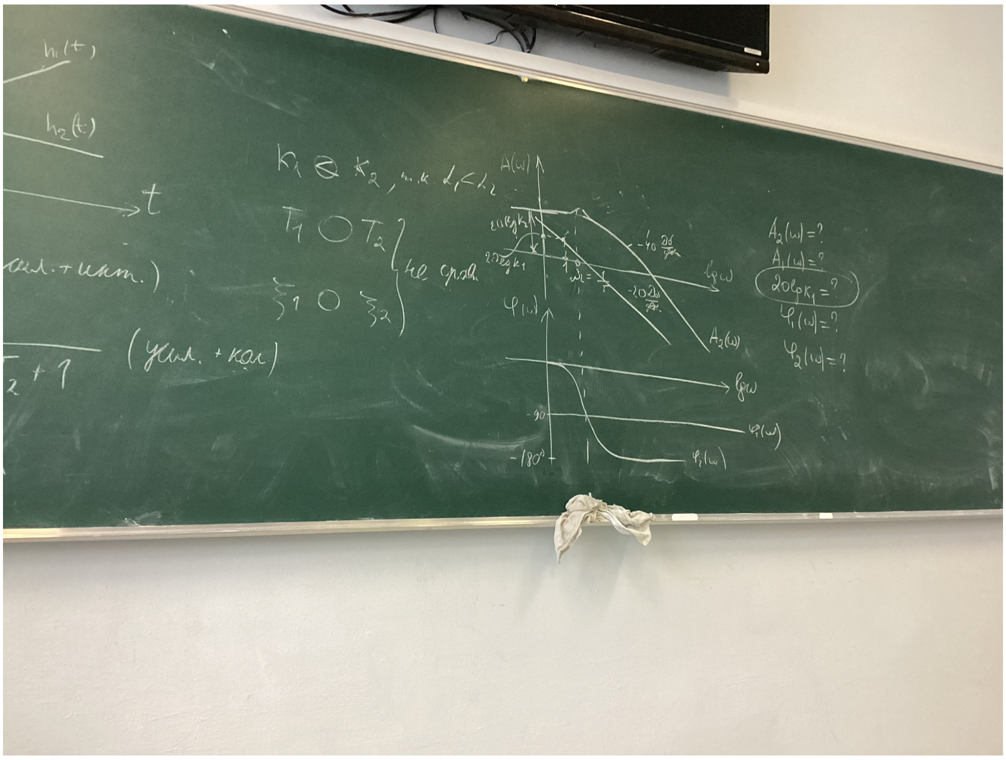
$K_1 < K_2$ $\alpha_2 > \alpha_1$

$T_1 \; \cancel{\bigcirc} \; T_2$

$\xi_1 \; \cancel{\bigcirc} \; \xi_2$



$20 \lg K_1$



Построение областей устойчивости

Критерии устойчивости позволяют определить устойчива ли система не только при заданных параметрах, но и в том случае когда один или два из них неизвестны (то есть изменяются в некоторых пределах и требуется определить при каких значениях этих параметров система будет устойчива. Совокупность значений этих параметров называется областью устойчивости системы. То есть при исследовании устойчивости системы может ставиться не только задача анализа, то есть проверки устойчивости системы при заданных значениях её параметров) но и задачи синтеза то есть определения некоторой области изменения отдельных параметров внутри которой система остаётся устойчивой. Построение областей устойчивости в функции одного или двух параметрах системы может быть выполнена при помощи любого критерия устойчивости. Существуют различные формальные способы определения областей устойчивости. Однако эффективность применения того или иного способа в большой степени зависит от конкретного содержания решаемой задачи. Для построения границ областей устойчивости используются: метод диаграмм Вышнеградского и метод Д разбиения.

Понятие о Д разбиении пространста коэффициентов хапактеристического уравнения

11 апреля
Лекция 14

РК на 12 недели

Во вторник отчёты по лабам!!!

Понятие о Д разбиении пространста коэффициентов хапактеристического уравнения

Если при значениях каких либо двух коэффициентов характеристичсекого уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n = 0$$

В пооскости корней имеется K корней, лежащих слева от мнимой оси и n-k корней лежащих справа от мнимой оси, то измененяя значение этих коэффициентов можно получить определённую кривую на плоскости коэффициентов, ограничивающую область каждая точка которой характеризует указанное расположение корней характеристического уравнения относительно мнимой оси. Область, ограниченную этой кривой обозначают через

$$D(k; n-k)$$

Число K корней, лежащих слева от мнимой оси может быть разной

$$k \geq 0; \ k \leq n$$

Поэтому в плоскости коэффициентов a0, an могут быть области

$$D(k; n-k)$$

Соответсующие различным значениям K

Пример $D_1(0,3)$ $n=3$ к - число корней, лежащих слева

$D_2(1,2)$ => Для устойчивы, остальные нет

$D_3(2,1)$

$D_4(3,0)$

Однако если для конкретного характеристического уравнения невозможно получить область $D_4(3,0)$

Значит ни при каких значениях рассматриваемых коэффициентов (которые мы меняем) Система не может быть сделана устойчивой. Таким образом плоскость коэффициентов может не содержать областей устойчивости.

Разбиение пространства коэффициентов на области устойчивости и неустойчивости системы - это D разбиение

Например: при трех неопредленных коэффициентах следует рассматривать трехмерное пространство с осями координат (a_0, a_1, a_n)

При больше числе коэффициентов приходится рассматривать многомерное пространство коэффициентов и области D выделяются гиперповерхностью, таким образом задачу построения D разбиения для трех или более неизвестных коэффициентов характеристического уравнения практически можно решить только при использовании ивн со специальным программным обеспечением

Устойчивость систем с запаздыванием

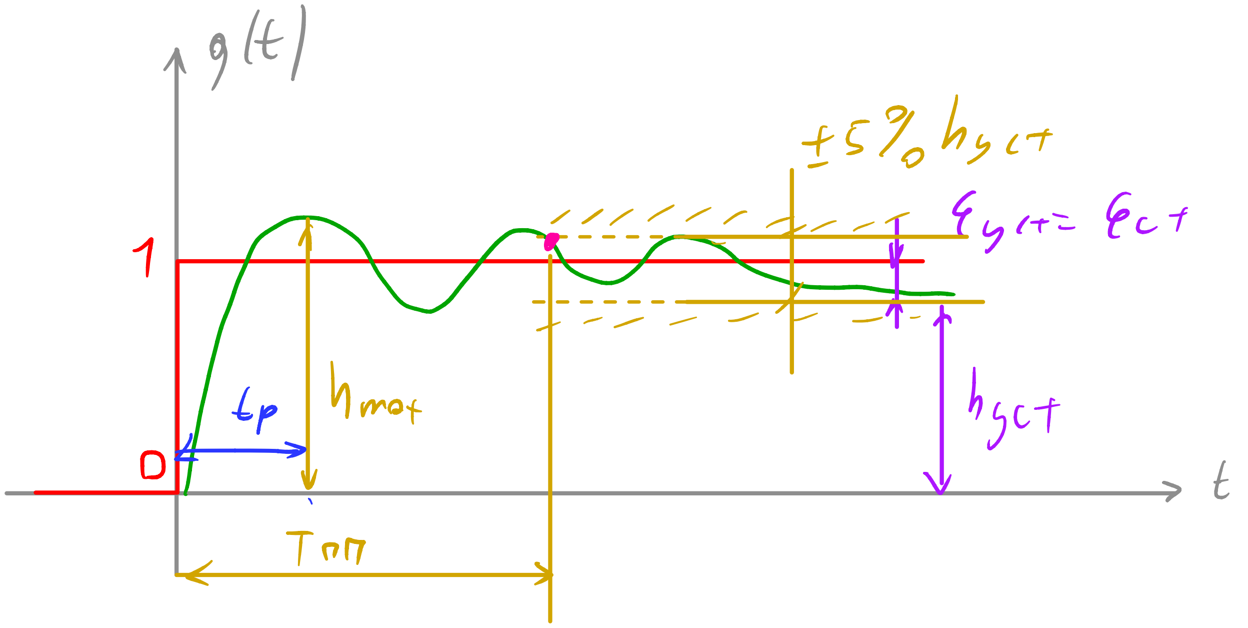
К линейным системам с запаздыванием относятся системы содержащие одно или несколько звеньев с запаздыванием. Время запаздывания остаётся постоянным в течение всего процесса управления. Решение дифференциальных уравнения систем с запаздыванием можно записать в виде ряда (аналогично ранее рассматриваемым системам). Для устойчивости систем с запаздыванием необходимо чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части, но в отличие от обыкновенных уравнений эти уравнения являюются *трансцендентными*

$$A(p)+B(p)\cdot e^{-p\tau}=0$$

И оно может иметь бесконечное количество корней. Это обстоятельство не позволяет применить известные критерии устойчивости. Кроме критерия Найквеста и метода Д разбиений.

Лекция 15
15 апреля

Подзадачи анализа качества



1) Тпп – первичные показатели качества

2) $\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%$ – перерегулирование (обычно не более 5%)

3) кол-во полных колебаний за время переходного процесса $\varkappa$

4) t_p – время установления 1 максимума

Задача анализа качества заключается в нахождении некоторых показателей, характеризующих переходную функцию системы и называемых первичными показателями качества. Их используют при составлении технического задания на праектируемую систему. Анализ качества проводятся прямым и косвенными методами.

Прямой метод

Трудности анализа качества прямым методом заключаются в
1. Необходимости определния корнейьхарактеристического уравнения
2. Необходимость определения постоянных интегрирования

3. Необходимость сопоставления вида решения конструктивным параметрами системы

Косвенные методы:

1. Частотный метод
2. Метод корневого гадографа
3. Метод логарифмического корневого гадографа
4. Метод интегральных оценок или показателей

Частный метод основан на рассмотрении преоьразования лапласа для регулируемой велечины при чисто мнимых значениях аргумента, то есть s=jw. А также на связи существующей между частотными характеристиками замкнутой (разомкнутой) системы с переходным процессом.

Одно Из основных различий между прямым методом анализа переходных процессов, основанной на преобразованиях Лапласса и частотным заключается втом что первый явялется аналитическим и связан с вычислением корней характеристического уранвения системы, а второй как и в случае анализа устойчивости графоаналитический и не требует вычисления корней характеристического уравнения.

При использовании частного метода анализа перходных процессов исходными данными могут быть частотные характеристики которые опоеделяются экспериментально без использования ду всей системы или отдельных её элементов.
Частотный метод позволяет:

1. Проводить полный анализ динамики и также решать многие вопросы синтеза каректирующих устройств и регулятора системы
2. Учитывать особенность САР заключающуюся в том что анализ систем в разомкнутом состоянии проще чем в замкнутом
3. Осуществить анализ устойчивости качества переходных процессов систем любого порядка, одно и многоконтурных и + к этом систем с расркдоточенными и с распределннными параметрами
4. Позволяет решать вопросы анализа и синтеза систем при непрерывно изменяющизся воздействиях

Метод корнеевого гадографа основанина связи между расположением нулей и полюсов передаточной функции системы в разомкнутом и замкнутом состоянии и на изучении их перемещения на плоскости S при изменении параметров системы. Если в процессе проектирования системы были получены характеристики переходного процесса не соответсвующие предъявляемым требованиям, то изменением положения корней характеристического уравнения можно изменить параметры качества

Метрд корневого гадографа позволяет проанализировать как меняются корни характеристического уравнения при изменении от минус бесконечнгости до + бесконечности линейно входящего параметра системы и показывает как неоюходимо изменять эти корни для получения требуемых характеристик

3. Метод логарифмического корневого гадографа основан на анализе свойств замкнутой системы по логарифмическим комплексным частотным характеристикам разомкнутой системы, то есть характеристикам построенным для комплексных значений аргумента в выражении для передаточной функции системы.

При этом для косвенных интегральных оценок обычно не требуется знание корней характеристического уравнения. Он может быть отнесен к аналитическим методам, но во многом эффективен при использовании ЭВМ. Из перечисленных методов только частотный позволяет проводить оценку прямых или первчиных показателей качества (время переходного проуесса, перерегулирование и т.д.) осталтные методы дают лишь косвенные оуенки качества (степень устойчивости, показатели калебательности и др)

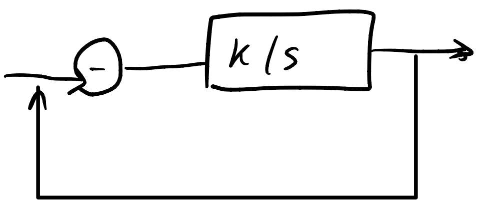
Частотный метод оценки качества

Поведение системы в переходных процессах вызванное типовыми воздействиями (ступенчатое, функция дирака, гарманическое, и др для особого вида систем), стремящееся с течением времени к постоянныму установившемуся значению можно охарактеризовать при помощи первичных показателей качества системы (время пп, перегулиоование и т.д.).

Время переходного проуесса - показатель быстродействия
Перергулирование характеризует колебательность системы
Стат.ошибка - разница между поданым входным воздействием и установившемся значением

Свзяь между частотными характеристиками и переходными проуессами

18 апреля
Лекция 16



$$W(s) = \frac{\frac{k}{s}}{1+\frac{k}{s}}$$

В самом начале работы указываются исходные данные: режимы работы, температура
Технические требования:
1) Устойчивости

$\Delta A_{треб} \geq \Delta A_{max}$

$\Delta \varphi_{треб} \geq \varphi_{max}$

2) Тпп треб. ≤ Тпп макс

($\sigma_{треб} \le \sigma_{мат}$ (перерегулир.)

3) $\varepsilon_{ст\ треб} \le \varepsilon_{ст\ мат}$

Основой выявления связи между частотными и временными характеристиками является интеграл и преобразование Фурье. В случае единичного ступенчатого воздействия и нулевых начальных условиях выражение для переходной функции имеет следующий вид:

$$x(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} P(\omega)\,\frac{\sin \omega t}{\omega}\,d\omega \qquad (1)$$

Данное выражение получило широкое практическое применение потому что по свойствам вещественной частотной характеристики ВЧХ можно судить о качестве регулирования или управления без вычисления интеграла переходной функции. То есть для определения переходного процесса необходимо знать характеристику

$P(\omega)$ Замкнутой системы

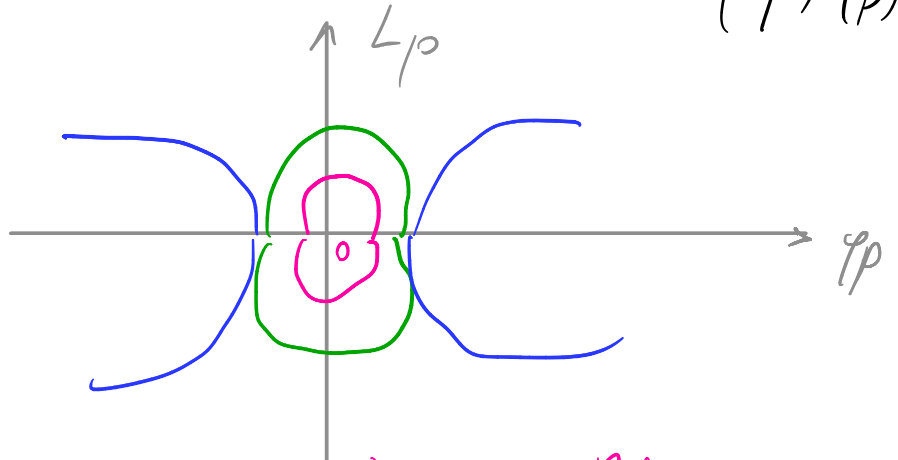
Которая связана с частотной характеристикой разомкнутой системы (через передаточную функцию замкнутой системы).

$$P(\omega) = f(A_p(\omega), \varphi_p(\omega)) \qquad (2)$$

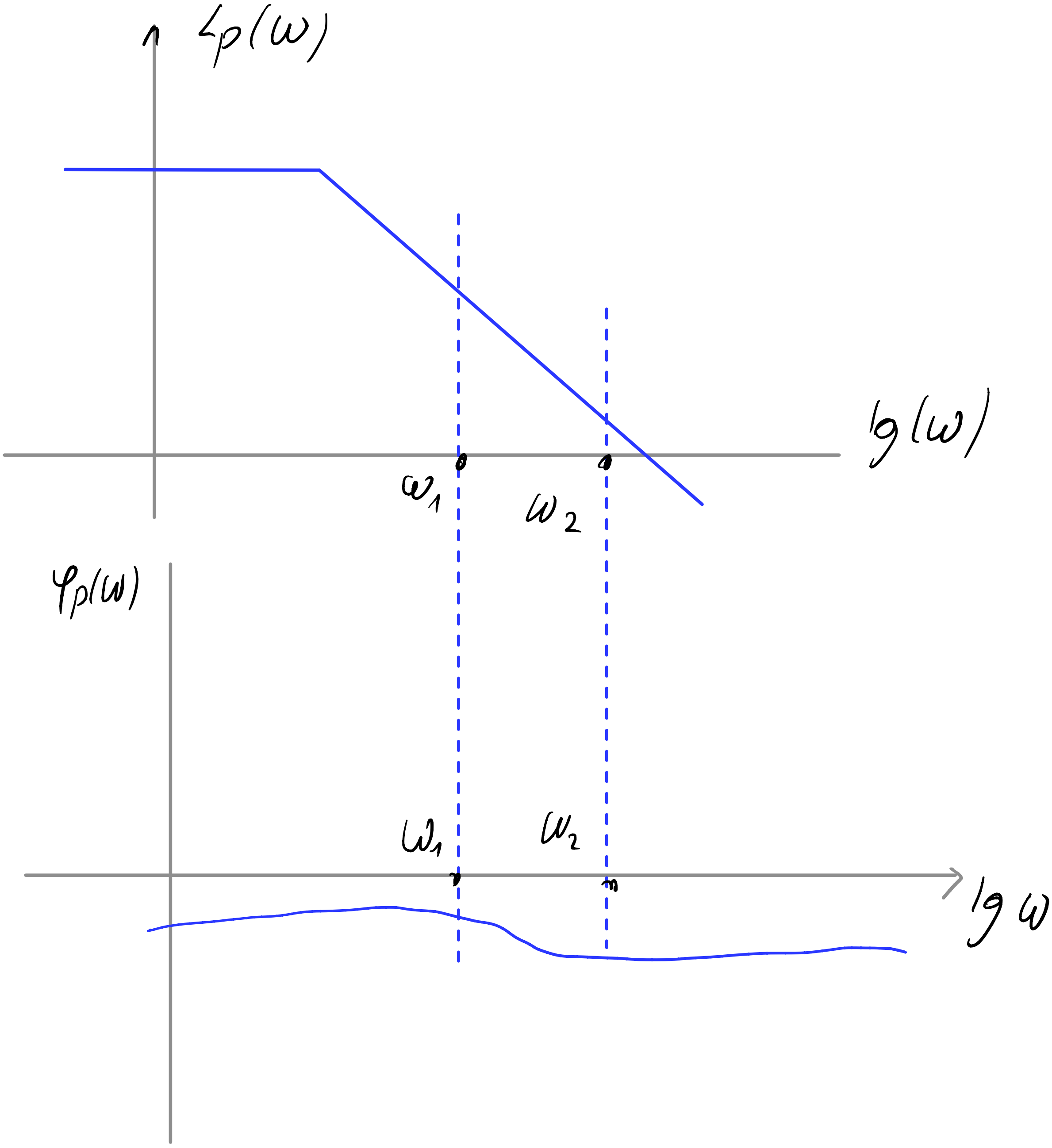
$$P(\omega) = f(L_p(\omega), \varphi_p(\omega)) \qquad (3)$$

Учитывая зависмости 2,3 строиться номограмы замыкания в координатах (L_p, φ_p)

p - розомкнутая



это номограмы замыкан



Таким образом получают номограмы замыкания, а по ним определяют вещественные и частотные характеристики

$$P(\omega) = A_3(\omega)\cos\varphi_3(\omega)$$

2 задача - это по извествно внщественно частотной характеристике замкнутой системы определить вид переходной функции системы

$$h(t) = \frac{2}{\Pi}\int_0^{\infty} \frac{P(\omega)}{\omega}\cdot \sin\omega t \, d\omega \qquad (4)$$

Чтобы используя вчх оценить вид переходного процесса системы используется 3 спсоба

1. Аналитический метод: по известному выражению 4 и полученной P(омега) оценивается переходной процесс
2. Графический. Выполняется построение для конркетного T1 затем для T2.
3. Графо-аналитический - это приближенный способ, который называется методом трапецеидальных частотных характеристик

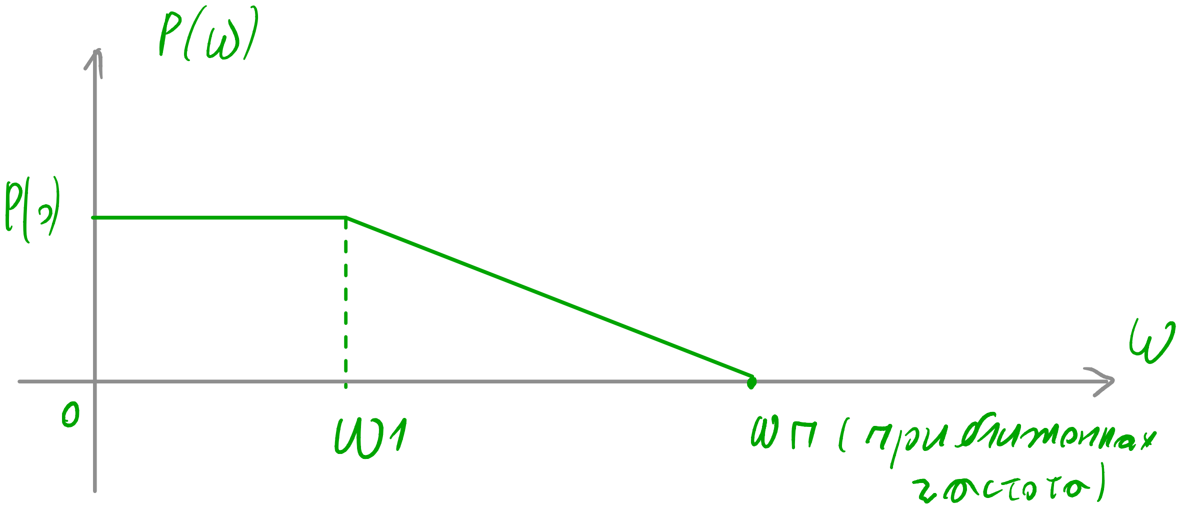
Преимущества:

1. Он прост

недостаток

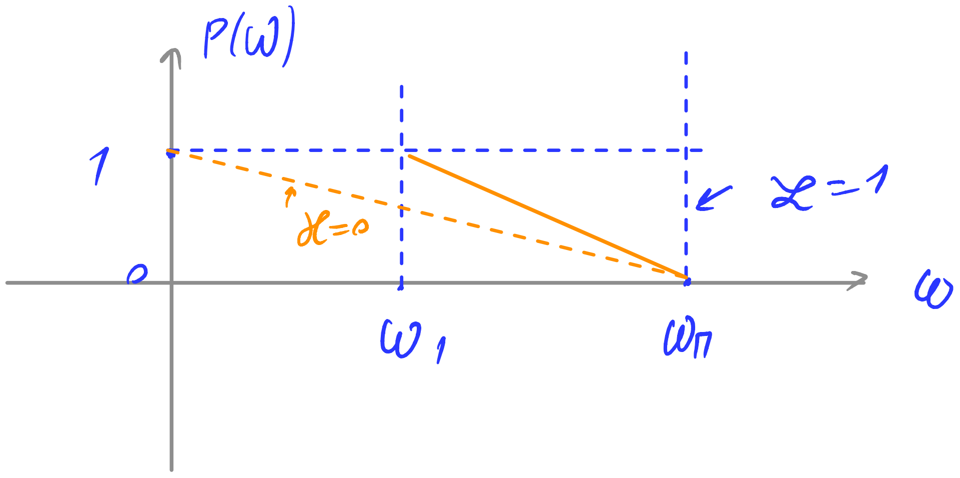
1. Метод приближенный (порядка 30% ошибок)

Считается что р(омега) получено и известна связь (4) далее предполагается что внщественная и частотная характеристика имеет вид трапеции



Если брать интеграл 4, то с помощью интегральных синусов и вводится интегральная трапеция

Вводится параметр $\varkappa = \frac{\omega_1}{\omega_п}$ $\quad 0 \le \varkappa < 1$



Для фиксированных $\varkappa \to h_\varkappa(t)$

То есть праводят табуляцию при разных капа. Набор табулированных передаточных функций соответствующиз единичной капа называется $h_\varkappa$ - функциями

Последовательность операций при исследовании САР на качество методом частотных характеристик .

1. Заданы вещественные частотные характеристики разомкнутой системы
2. Пользуясь номограмами определяются вещественные и частотные характеристики замкнутой системы
3. Представляют вещественные и частотные характеристики в виде суммы трапеций $p_i(\omega)$

4. Определяют $\varkappa_i$

5. Определяют масштаб hi(t) по оси hi(t), которая совпадает с $p_i(\omega)$

6. Определяют масштаб hi(t) по оси t, которыц совпадает с $\frac{1}{\omega_П}$

7. Суммируют полученные hi(t)

связь показателей качества с формой вчх

1. Линейность

$$p(\omega)=\sum_{i=1}^{n} a_i p_i(\omega) \qquad P_i(\omega)\to h_i(t)$$

$$h(t)=\sum_{i=1}^{n} a_i h_i(t) \qquad (i=1,\dots,n)$$

2. Теорема об изменении масштаба

$$h(\infty)=p(0)$$

Случай А : при изменении масштаба P(омега) по оси частот в n раз масштаб H(t) по оси t меняется в $\frac{1}{n}$ раз

При изменении масшатба P(омега) по оси p(омега) в n раз, масшиаба h(t) меняется тоже в n Раз

3. Теорема о конечном значении

P (омега) начинается в единице или вблищм единицы. Для астатических систем p(омега) точно в единице, для астатических псоколько они с ошибкой не точно

4. Теорема о начальном значении

$$h(0)=P(\infty)$$

5. Достаточно условие малых перегулирований

25 апреля
Лекция 17

5. Достаточное условие малых перерегулирований

25.04.25

① $P(\omega)\geq 0$

② $\dfrac{dP(\omega)}{d\omega}\leq 0 \quad \Rightarrow h(t)_{max} \leq 1{,}18\,P(0)$

6. Достаточное условие монотонности переходного процесса

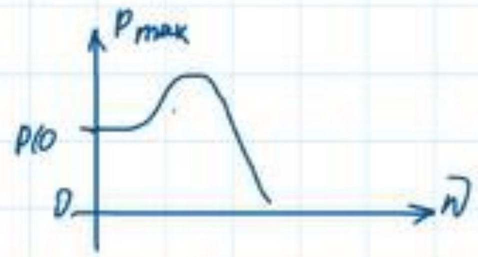
① $P(\omega)\geq 0$

$\dfrac{dP(\omega)}{d\omega}\leq 0$

$\dfrac{d^2P(\omega)}{d\omega}\leq 0$

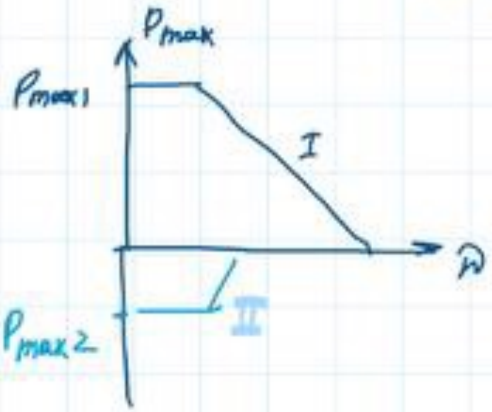
7. Верхняя оценка перерегулирования

$P(\omega)$



В таком случае переходной процесс системы можно представить двумя трапециями

$$h(t)=h_1(t)+h_2(t)$$



Согласно свойству 5 : $h_{1max}\leq 1{,}18\,P_{max1}$

$h_{2max}\leq 1{,}18\,P_{max2}$

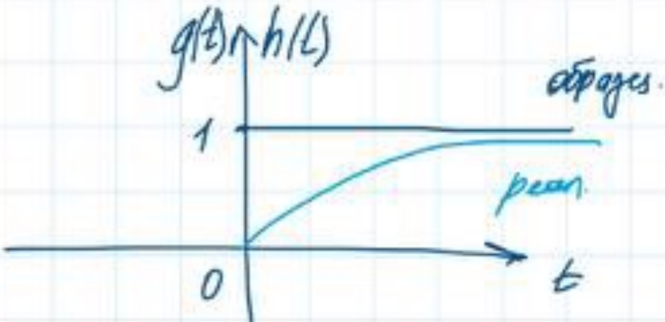
$$0\% \le \frac{1{,}18 P_{max1} - P(0)}{P(0)} 100\%$$

8. Наличие разрывов непрерывности и пиков на кривой ВЧХ
9. Отрицательный выброс на ВЧХ оказывает в три раза меньше влияния чем положительный

1) Интегральные оценки качества

Интегральные оценки качества или интегральные критерии качества позволяют судить о качестве переходных процессов путем вычисления интегралов от некоторой функции управляемой величины

Интегральными оценками качества называют интегралы по времени от некоторой функции переходного процесса ошибки регулирования.



Если переходные процессы

$$S = \int_0^\infty \varepsilon(t)\,dt$$

Указанная оценка — линейная интегральная оценка качества. Наиболее надежно при оценке качества монотонных процессов (абсолютная оценка).

Если переходные процессы колебательный то получить оценку невозможно возможно.

2) $$I = \int_0^\infty |\varepsilon(t)|\,dt$$

Квадратичная

Одному и тому же

Интегральные критериририиирир премрриориео
Т виерр. оптимальныжтсистеми

Метод пространств состояний основан на подходе при описании динамики систем (формализованный метод анализа динамики механических систем) — принцип Лагранжа Гамельтона. При составлении диф уравнений используются уравнение Лагранжа второго рода составленный для обобщенных координат (состояний) системы. Метод целесообразно использовать когда составление выражений кинетической и потенциальной энергии системы и диссипативной функции не представляются затруднительными.

Уравнение состояний

В случае использования метода функциальная схема в обобщенном виде системы рассматривается в обобщенном виде: регулятор и объект управления.

ОУ может иметь несколько входов и выходов. Входные сигналы представляют собой величины которыми можно управлять объектом. Выходные сигналы — величины, доступные измерению. К объекту в данном случае относятся исполнительные органы, предшествующие им усилители, чувствительные элементы (датчики). При использовании мпс динамики объекта управления может быть описана в виде диф уравнений в форме Коши. Это вектор столбец ...

$$\dot{X} = F(X, U, t) \quad (1)$$

$$X = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)) - (n \times 1)$$

$$U = (u_1(t), u_2(t), \ldots, u_r(t) - (r \times 1)$$

U - входной вектор

$$Y = (y_1(t), y_2(t), \ldots y$$

29 апреля
Лекция
18

Экзамен 24 и 25 июня
21 июня консультация в 15:00

Метод пространств состояний (векторно матричный метод)

Метод пространств состояний применяется для описаний для описания систем выского порядка. Как правило с несколькими входами и выходами и с перекрёстными связями. Применение матриц и векторов позволяет записывать в более компактном виде как уравнение систем управления, так и их решения. Свть метода пространств состояний заключается в том что создается можель динамической системы, включающая набор переменных входных, выходных и состояния. Связанных между собой дифференциальными уравнениями. Записанными в матричной форме. Под состоянием системы погимается совокупность знаний, которые наряду с входными функциями и уравнениями описывающими динамику системы, позволяют определить ее будущее состояние и выходные переменные

Состояние формально это вектор.
Вектор состояния - есть вектор физических переменных системы (перемещение, скорость, ускорение и т.д.) или их функций относительно которых записываются уравнения системы

Вектор управления характеризует те воздействия на систему**,** которые сознательно формиурются проектировщиком для достижения поставленной цели.

Уравнения системы могут зависеть от целого ряда других переменных, которые дополнитель включаются в мат модель. Внешнее воздействие (случайные и неслучайные)

Методика составления уравнений. Выбирается система координат. Система разбивается на элементы или звенья.

Звено - это элемент структурной схемы
Типовое динамчиеское звено - это часть системы, для которой выполняется условие направленного прохождения сигнала
Но при этом отсутствует непосредственное влияние выходного сигнала на входной
Пример двигатель: вход У выход Момент

На основе уравнений физики составляются дифференциальные уравнения звеньев, считая что все переменные отклоняются в положительном направлении.

Далее ду могут быть дополнены алгебраическими уравнениями связи отдельных звеньев. Необходимо предусмотреть чтобы связи были отрицательными.
Смысл регулирования в том чтобы аолучать ошибку регулирования

Вектор стобец у связан с переменными состояния

$$\bar{Y} = G(\bar{X}, t) \quad (2)$$

Таким образом уравнение 1, 2 представляют собой описания объекта управления в пространстве состояний.

Для линейного объекта управления

$$\dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t) \quad (3)$$

$$Y = C(t)X(t) \quad (4)$$

Матриц А - это матрица объекта управления. Ее размерность n*n. Матрица B - матрица управления размерность n*r. Матрица C - матрица выходного сигнала размерности m*n

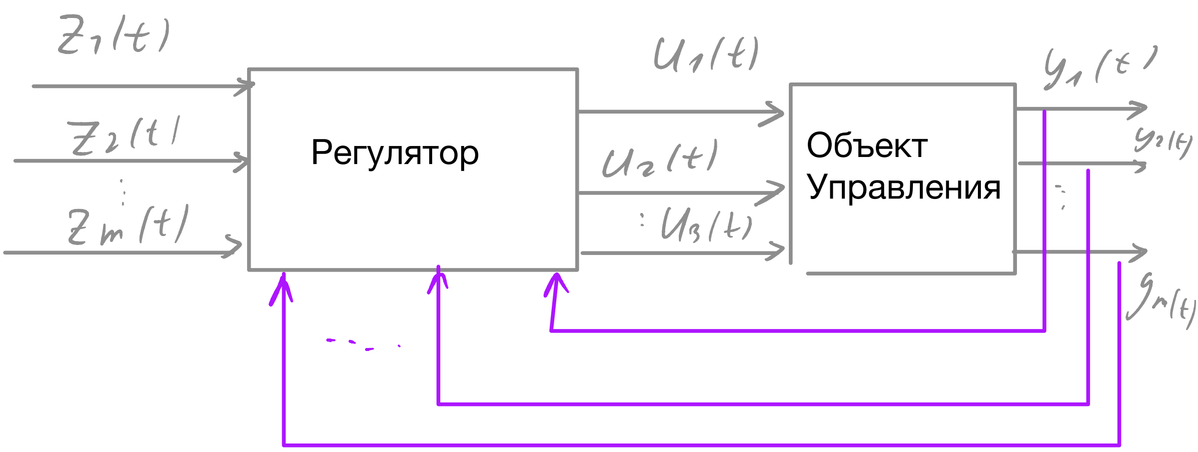
Уравнения 2 и 4 - это *уравнения наблюдателя*

Регулятор, присоединенный к объекту получает выходные сигналы у, которые сравниваются им со входными сигналами Z и из разности этих сигналов с помощью матрицы регулятора формируются сигналы У

$$U(t) = R \cdot (Y(t) - Z(t)) \quad (5)$$

Уравнения 3,4,5 это уравнения замкнутой системы управления или регулирования
R - матррица регулятора размерностью m*n

Задача пропктировщика - определние матрицы R .



Уравнения 3,4,5 можно записать в развернутой форме

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} +$$

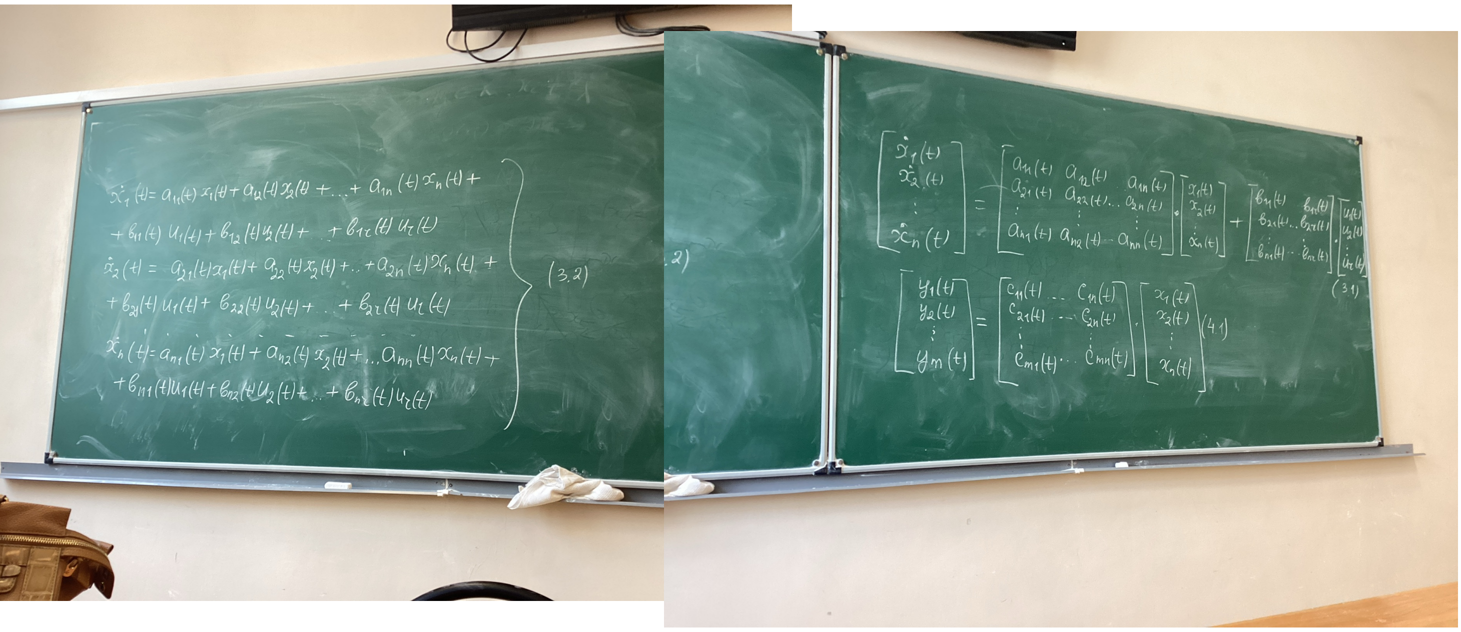
$$+ \begin{bmatrix} b_{11}(t) & \dots & b_{1r}(t) \\ b_{21}(t) & & b_{2r}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1}(t) & & b_{nr}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \qquad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & \dots & c_{2n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ c_{m1}(t) & & c_{mn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \qquad (4.1)$$

Данныеуравнения 3.1 и 4.1 могут быть приведены к системе ду путем реализации умножения векторов столбцов на соответствующие матрицы

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11}(t)x_1(t) + a_{12}(t)x_2(t) + \dots + a_{1n}(t)x_n(t) + \\ &+ b_{11}(t)u_1(t) + b_{12}(t)u_2(t) + \dots + b_{1r}(t)u_r(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}(t)x_1(t) + a_{22}(t)x_2(t) + \dots + a_{2n}(t)x_n(t) + \\ &+ b_{21}(t)u_1(t) + b_{22}(t)u_2(t) + \dots + b_{2r}(t)u_r(t) \end{aligned}\right\} (3.2)$$

$$\dot{x}_n(t) = a_{n1}(t)x_1(t) + a_{n2}(t)x_2(t) + \dots + a_{nn}(t)x_n(t) + b_{n1}(t)u_1(t) + b_{n2}(t)u_2(t) + \dots + b_{nr}(t)u_r(t)$$



4.2

$$y_1(t) = c_{11}(t)\cdot x_1(t) + c_{12}(t)x_2(t) + \dots + c_{1n}(t)x_n(t)$$

$$y_2(t) = c_{21}(t)x_1(t) + c_{22}(t)x_2(t) + \dots + c_{2n}(t)x_n(t)$$

$$\dots$$

$$y_m(t) = c_{m1}(t)x_1(t) + c_{m2}(t)x_2(t) + \dots + c_{mn}(t)x_n(t)$$

Следует отметить что для стационарного линейного объекта управления компоненты матрицы а,в,с являются вещественными числами и от времени не зависят.

Уравнения 3,4 запишутся в следующем виде

$$\dot{x} = Ax(t) + B\cdot u(t) \qquad (3.3)$$ для лин. стац.

$$y = Cx(t) \quad (4.3)$$

Матрица перехода

Лекция 19
13 мая

Матрица перехода.
Переходной или фундаментальной матрицей системы называется $\varphi(t, t_0)$
Описываемой уравнениями состояния 3, 4 называется решение однородного матричного уравнения

$$\dot{A} = A(t)\varphi(t, t_0)$$

Извсетно что если матрица A(t) непрерывная функция (то есть ее компоненты aij(t) непрерывные функции), а B(t) и U (t) кусочнг непрерывные. Для всех t то общее решение уравнения 3 имеет вид

$$\underline{X}(t) = \varphi(t, t_0)\underline{X}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \varphi(t, \tau) B(\tau) u(\tau)\, d\tau \quad (7)$$

Из уравнения 7 видно что решение уравнения 3, описывающего свободное движение системы (когда нет входного сигнала u(t)) имеет вид

$$\underline{X}(t) = \varphi(t, t_0)\underline{X}(t_0) \quad (8)$$

В частном случае когда система стационарна и уравнения состояния принимают вид 3.3 4.3 как извсетно из теории диф ур решение уранвения 6 то есть переходная матрица системы имеет вид матричной экспаненты

$$\varphi(t) = e^{At} \quad (9)$$

Соответственно общее решение уравнения 7 в данном случае при t0=0 имеет вид 10

$$\underline{X}(t) = e^{At}\underline{X}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B\, U(\tau)\, d\tau \quad (10)$$

И следовательно в даннм случае уранвение свободного движения стационарной системы имеет вид $u(t)=0$

$$x(t)=\varphi(t)x(0)=e^{At}x(0) \qquad (11)$$

В развернутом виде уравнение 11 можно переписать в следующем виде

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11}(t) & \varphi_{12}(t) & \dots & \varphi_{1n}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \varphi_{22}(t) & \dots & \varphi_{2n}(t) \\ - & - & - & - \\ \varphi_{n1}(t) & \varphi_{n2}(t) & \dots & \varphi_{nn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \vdots \\ x_n(0) \end{bmatrix} \qquad (12)$$

Откуда $x_1(t)=\varphi_{i1}(t)x_1(0)+\dots+\varphi_{1n}(t)x_n(0)=$

$$=x_{i1}(t)+\dots+x_{in}(t) \qquad (13)$$

Очевидно что выражение 13 описывает изменение во времени i-ой составляющей вектора состояния, определяемое начальными условиями xi(0) (i=1,2...n), а соответственно каждый из членов выражения в правой части 13 в отдельности

$$x_{ij}(t)=\varphi_{ij}(t)x_j(0) \qquad (14)$$

Предстдавляет собой изменение i- ой составяющей вектора состояния $x_i(t)$

Определяемое j-ым начальным условием, причем каждый из элементов $\varphi_{ij}(t)$

переходной матрицы можно рассматривать как изменение (реакцию) i-ой переменной состояния при единичном начальном значении j-ой переменной состояния

$$x_j(0)=1$$

И нулевыми начальными значениями всех остальных переменных состояния.

В этом состоит физический смысл компонентов переходной матрицы.

Переходная матрица позволяет для заданных (определенных начальных) условий вычислить изменение переменных состояния объекта (системы) во времени что неоюходимо в задачах анализа динамики САР САУ.

Конкретный объект - двигатель

$x_1(t) = \Delta\theta(t)$ - угол

$x_2(t) = \Delta\dot{\theta}(t)$

$x_3(t) = \Delta\ddot{\theta}(t)$ - ускорение

Определяем слудющие переменные состояния. Таким образом можно вчичслить матрицу перехода. Зная компоненты переходной матрицы и начлальные условия. Можно определить (13) изменения во времени угла плворота двигателя, скорости его вращения и ускорения

где $\Delta\theta(t)$ - Отклонение вала двигателя от установившегося режима.

Для вычисления матрицы перехода в случае линейного стационарного объекта можно воспользоваться известным из математики определнием экспоненциала квадратной матрицы М через следующий ряд.

$$e^M = I + M + \frac{1}{2!}M^2 + \frac{1}{3!}M^3 + \dots \qquad (*)$$

где $M = At$ $\qquad I$ - единичная матрица

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

При малых размерах мли простой структуре матрицы А формула * может быть использована для точного представления перехрдной матрицы с помощью элементарных функций (экспонента, тригонометрические функции). При большой размерности матрицы А можно использоваться * , но для вычисления с помощью ЭВМ

Матричная импульсная переходная функция

Ранее уравнение 7 записывалось для переменных состояния, но учитывая уравнение 4 для выходного вектора y можно получить следующее соотношение.

$$Y(t) = C(t)\cdot\varphi(t,t_0)X(t_0) + \int_{t_0}^{t} C(t)\varphi(t,\tau)\cdot B(\tau)\cdot U(\tau)d\tau \quad (15)$$

Где матрица $C(t)\cdot\varphi(t,\tau)B(\tau) = K(t,\tau)$ (16)

Называется матричной импульсной переходной функцией. Такое название объясняется тем что ij компоненты матричной ИПФ по аналогии с ij компонетой переходной матрицы $\varphi_{ij}(t)$ $K_{ij}(t,\tau)$

В общем лучае является реакцией или изменением во времени i-ой компоненты выходного сигнала при подаче на j вход Uj(t) импульсного сигнала (Δp)

В момент времени где $\tau > t_0$

При условии что на другие компрненты входного вектора U(t) подают нулевые сигналы. И начальные условия в начлаьные моменты времени =0.

Для случая стационарного линейного объекта матричные импф определяются по формуле

$$K(t,\tau) = Ce^{A(t-\tau)}\cdot B \quad (17)$$

или $K(t-\tau)$ $\quad t \geqslant \tau$

Матричнюю ИПФ называют еще **весовой матрицей** так как она показывает вес каждого входного сигнала (вернее каждой компоненты входного сигнала) в выходном сигнале. Работа САУ заключается в преобразование поступающих на ее вход воздействий (входных сигналов) в реакции на выходе системы . В связи с этим при анали СУ возникают следующие задачи:

1. Зная устройство системы и входные сигналы найти
2. Зная устройство системы и выходные сигналы найти входные сигналы
3. Зная вхрдные и выхрдные сигналы выяснить как может быть устроена система (Задача о черном ящике)

16 мая
Лекция 20

Управляемость

Для решения задач управле6ия важно знать, облаадет ли данный объект или система свойством быть управляемыми в смысле перевода из любого заданного состояния в любое другое заданное состояние.

Линейная система или объект, описиываемые диффиренциальным уравнением состояния

$$\dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t)$$

Считается полностью управляемыми, если они могут быть перевелены из нулевого состояния в момент времени t0 в любое конечное состояние X(t1)=X1за конечное время (t1-t0)

В этом случае имеетв ввиду что существует входная переменная U(t) которую назвали входным вектором, который переводит систему из нулевого состояния в любое заданное конечное состояние.

Конечное состояние- это состояние когда компоненты вектора состояния X(t) в момент времени t1 являются конечными числами. Не бесконечные числа.

Наблюдаемость
Измерение, наблюдение - являются необходимой частью управления.
Наблюдаемость (в отличе от измерения) - возможность косвенного определения велечин (переменных состояния объекта) на основе измерения некоторых других велечин (выходных переменных y) и использования априорной информации (знание матриц A и C)

Линейная стационарная система - описываемая уравнениями

$$\begin{cases} \dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t) \\ Y = CX(t) \end{cases}$$

полностью наблюдаема если возможно определить начальное состояние системы (объекта) по следующим данным:

а) по матрицам A и C
б) по выходному сигналу y(t), известному на конечном интервале времени (t0,t1) и при входном сигнале на этом интервале времени

$$U(t) \equiv 0$$

Термин "полностью наблюдаемая система или объект" означает что зная матрицы A и C системы или объекта, а также его выход Y(t) на интервале (t0,t1)

где $t_1 < \infty$

при условии что объект находится в свободном движении $U(t) \equiv 0$

можно вычислить значение вектора состояния в момент начала наблюдения (это и есть начальные условия)
Размернгсть выходного сигнала y(t) = m и она как правило в реальных системах меньше размерности вектора состояния x(t) n.
По меньшему числу переменных необходимо определить начальные значения большего числа переменных

23 мая
Лекция 21

Синтез сау

3 этап проектирования Задача синиеза: введение в систему корректирующего устройства которые позволяют изменить динамику системы

Неизменяемая часть системы: обект управления, усилитель
Изм часть: коррект устройство, усилители электронные
В теории управления можно выделить 2 характерные задачи
1. В заданной сау найти и оценить переходные процессы. Это задача анализа.
2. По заданным переходным процессам и основным показателям разработать САУ. Это задача синтеза. Вторая задача сложнее ввиду своей неоднозначности, многое опеделяется опытом пропктировщика. Поэтому задачу синтеза САУ ставят с ограничениями. Считается что основная часть системы уже задана (что обычно имеет место) и требуется синтезировать дополнительные корректирующие устройства. (должны определить тип, схемы и параметры этих корректирующих устройств). При этом необходимо чтобы в результате коррекции обеспечивались требования к система (запасы устойчивости, показатели качества, точность). Имеется ввиду и в установившемся режиме и в динамическом режиме.

Задача синтеза сау заключается в выборе: такой ее структуры, параметров, характеристик и способов их реализации, которой при заданных ограничениях наилучшим образом удовлетворяют требованиям предъявляемым к системе. Обычно определенная часть проектируемой системы задана. Она является исходной или нескорректированной сау.

Параметры ее основных функциональных элементов известны. В такой постановке задачи необходимо определить управляющие устройства, обеспечивающие заданные показатели системы. Наиболее простым, наглядным и хорошо разработанным инженерным методом синтеза сау является метод **логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ).**

Метод основан на однозначной связи между переходным процессом в системе и ее ЛЧХ.

Исходя из этого по заданным точностным и динамическим показателям качества. Сначала строиться желаемая ЛЧХ, а затем путем графического построения находится частотная характеристика управляющего устройства. И соответственно определяется его передаточная функция . Корректирующее устройство может включаться в канал управления последовательно или встречно-параллельно. Проектирование СаУ с применением ЛЧХ обеспечивает наиболее широкие возможности удовлетворения противоречивых требований к статическим и динамическим свойствам систем управления. Однако имеется существенное праткическое ограничение в применении метода синтеза по ЛЧХ: связано со сложностью получаемой мат модели КУ и соответственно связано с трудностью реализации этой коррекции и её настройки в реальной сау.
Для упрощения вида корректирующего устройства оно разбивается на ряд корректирующих устройств путём введения в сау внутреннних вложенных друг в друга контуров, каждый из которых управляется соответствующим регулятором. Для расчета каждого внутреннего контура использвется методика последовательной коррекции. В её основе лежит настройка контура по быстродействию на так называемой модульный оптимум. В результате чего получаются обычные простейшие КУ в виде типовых промышленных регуляторов (П, Пид и т.д.). Такие регуляторы удобны в настройке и эксплуатации.

Синтез СаУ методом ЛЧХ (Частотный метод синтеза сау Солодовникова В. В.)
Метод разработан для определения структуры и параметров последовательного корректирующего устройства. И справедлив для минимальнг фазовых систем.
Синтез системы состоит из следующих действий.
1) Построение ЛАХ неизменяемой или исходной части системы Л-исх (омега) или ЛАХ нескорректированной системы
2) Построение желаемой Лах системы на основании требований к ее динамическим показателям
3) Определние ЛаХ и передаточной функции корректирующего устройства. При последовательной коррекции желаемое ЛаХ определяется

$$L_{ж}(\omega) = L_{\underset{неск}{исх}}(\omega) + L_{ку}(\omega)$$

желаемое

Таким образом

$$L_{ку}(\omega) = L_{\underset{неск}{исх}}(\omega) - L_{ж}(\omega)$$

$\Downarrow$

$W_{ку}(s)$

Определив ЛАХ КУ можно найти его передаточную функцию и вычислить ее параметры. По этим данным используя приведенные в литературе таблицы определяется принципиальная схема КУ и расчитываются численные значения элементов схемы

Расчёт и построение желаемой ЛАХ

Еще 3 лекции последня в пятницу 5 мая

И по 2 семинара

27 мая
Лекция 22

Построение желаемой ЛАХ производится на основе требований которые предъявляются к проектируемой системе, а именно: перерегулирование, время переходного процесса тпп, установившаяся ошибка и запас устойчивости.

При построении желаемой ЛАХ необходимо убедиться что вид ЛАЧХ полностью определяет характер переходных процессов. (минимально фазовые системы). В этом случае ЛАЧХ однозначно определяет вид ЛФЧХ. Передаточная функция разомкнутой минимально фазовой системы не должна иметь нулей у полюсов расположенных в правой полуплоскости. Солодовников доказал что в люьой системе имеются следующие зависимости между основными показателями качества переходного проуесса и p(омега)

$P(\omega)$ – ВЧХ

перерегулир.

1) $\sigma\% > 18\%$, если есть „горб", т.е. $P_{max} > P_0$

2) $\sigma\% < 18\%$, если нет „горба"

3) $\sigma\% = 0$, если $\frac{dP}{d\omega} < 0$ и монотонно убывает

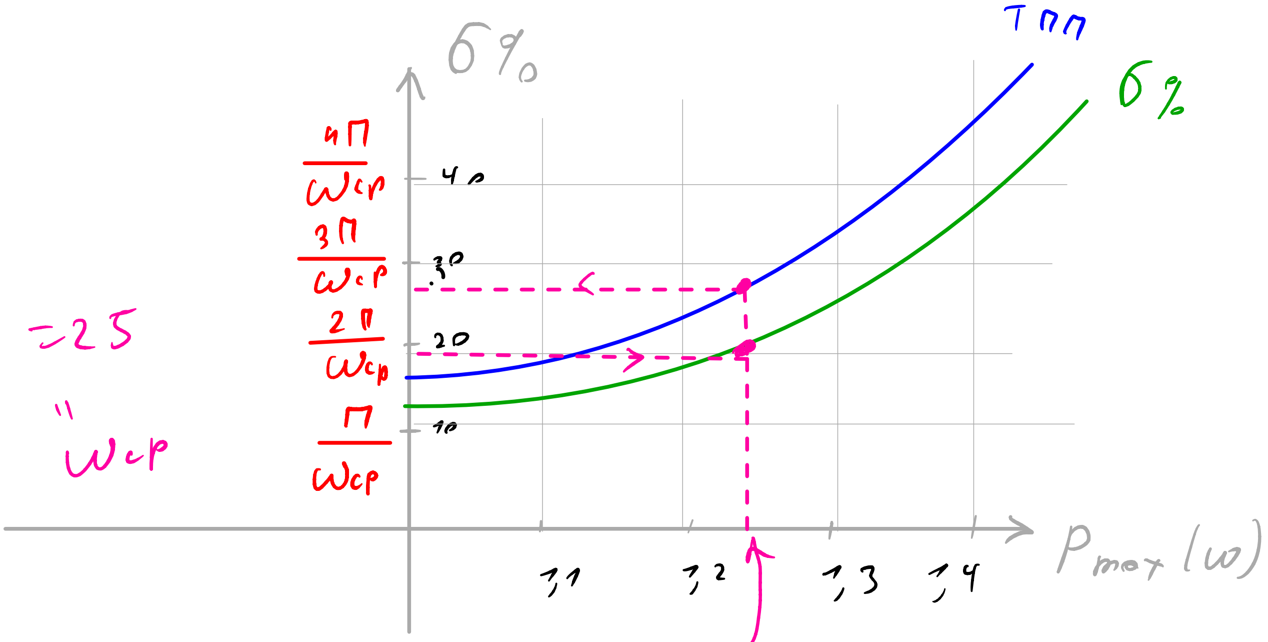
Требование монотонного убывания часто накладывает ограничение на конструкцию

Диагарммы Солодовникова устанавливают связь между $\sigma\%$ $T_{пп}$ P_{max}

ω_c (срез) То есть той частотой где усиление = 1

А логорифмическая амплитудная =0

Желаемая ЛАХ строиться на основании требований, предъявляемых к динамическим свойствам системы. Ее разделяют обычно на 3 части. Низкочастотную (нч). Среднечастотную и высокчастотную (вч). Низкочастотная часть определяет статическую точность.



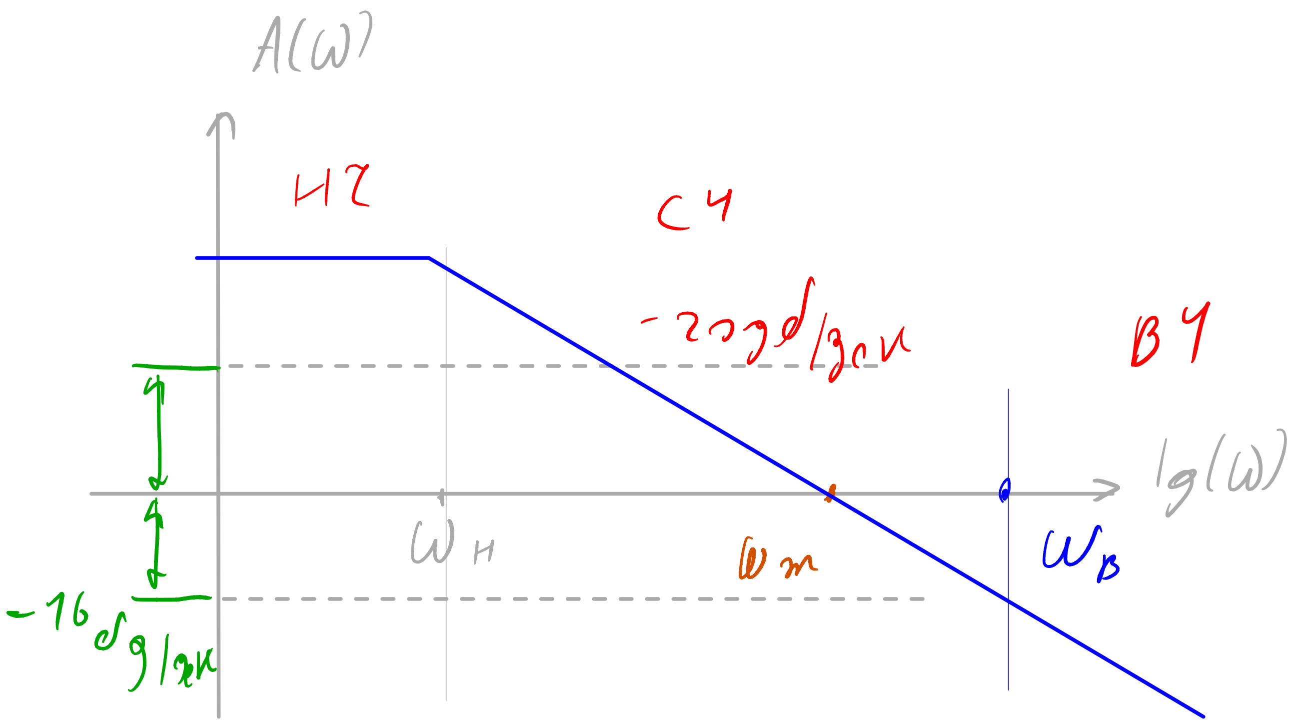
$\frac{3\Pi}{\omega} = 25$

ω_{cp}

$б = 20\%$

желаемая – исходная

Через частоту среза желаемой ЛАХ проводится характеристика ЛАЧХ с наклоном 20 дб/дек



Чаще всего нч желаемой лах совмещают с исходной нескорректированной

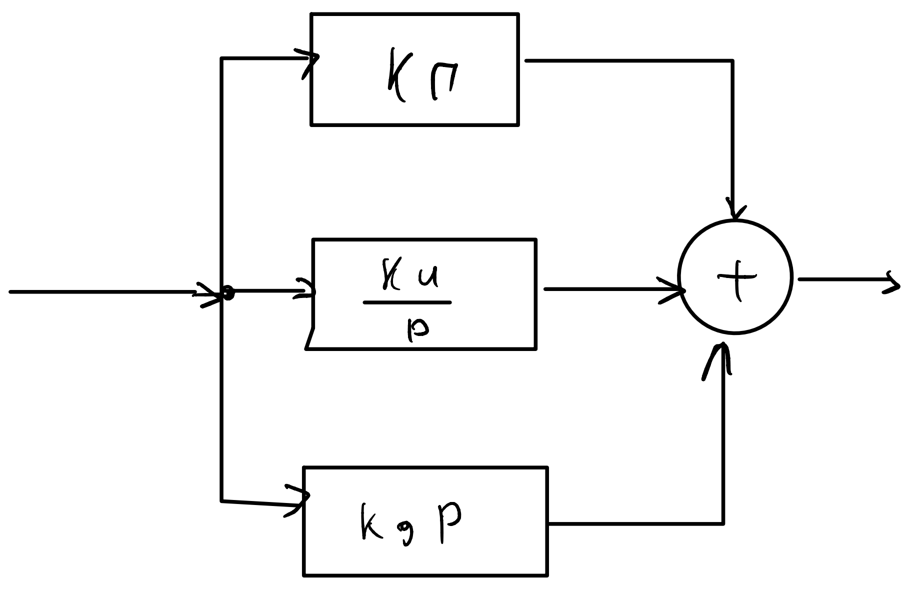
Вч участок желаемой ЛАХ незначительно влияет на качество переходного процесса, поэтому вч участок желамой ЛАХ формируют исходя из наиболее просто реализации КУ

Желаемую ЛАХ дополняют возможно меньшим количеством сопрягающих участков при этом, разница в наклонах не должна превышать +- 20 дб/дек

Далее графически вычитая из желаемой ЛАХ ЛАХ исходной системы получают ЛАХ корректирующего устройства. Использование методики Солодовникова гарантирует показатели качества замкнутой системы и запасы устойчивости по амплитуде и по фазе (требуемые . Коэффициент усиления может бвть увеличен в 2 раза, а дельта фи ≈ 35 градусов

По виду ЛАх в справочной литературе необходимо подобрать схему и параметры корреткирующего звена последовательного типа. В случае необходимости последовательное звено модет быть пересчитано на эквивалентное паралелльное звено или эквивалентную обратную связь. Типичным последовательным корректирующим устройством является пид регулятор. Эти регуляторы выпускаются в широком ассортименте и разнообразных реализациях включая программную на контроллерах.

ПИД регулятор имеет 3 параллельных канала



Усилитель с коэффициентом Кр пропорциональности, интегратор с коэффициентом Ки, дифференциатор с коэффициентом Kg

Что делают каждый из них?

Регуляторы - это устройства которые следят за состоянми оу и вырабатывают для него упр сигналы.

Цель регуляторов: компенсировать действующие возмущения на ОУ. И отработать заданный закон управления. Классификация регуляторов.
1) По линейности закона регулирования: линейные и нелинейные. В зависимостииот требуемого значения регулируемого параметра: стабилизирующие, программные, обеспечивающие заданное изменение регулируемого параметра во времени с помощью специально задангой программы (станки с чпу) следящие, обеспечивающие закономерное изменение негулируемого параметра в зависимости от неизвестной заранее пераменной величины.
3) По способу использования энргии: прямого и непрмяого действия
Прямого: когда пегулятор и регулирующий орган использует энергию только от измерительного устройства

Непрямого когда регулиятрр и егулирующий орган используют энергию внешнего источника

4) По виду используемой вспомогательной энергии регуляторы непрямого действия делятся на: электрические, гидравлические, пневматические, комьинированные.

5) по характеру оказания воздействия с течением времени: непрерывного действия и дискретного действия

6) по числу фиксированных положений: двух трех и многопозиционные регуляторы

30 мая
Лекция 23

7) По количеству регулируемых параметров: одномерного регулирования, многомерного
8) По скорости перемещения регулирующего органа:
позиционные релейного лействия с практически мгновенным перемещением, регуляторы релейного действия с постоянной скоростью перемещения, не закисящей от абсолютной велечины рассогласования (только направление перемещения зависит от знака рассогласования),
регуляторы с переменной скоростью зависящие от знака или велечины расогласования
Вибрационный регуляторы с вибрационным (скользящим режимом у регуляторов релейного действия)
9) По области применения: индивидуальные, специализированные и универсальные

10) По установившемуся значению регулируемого параметра, но после окончания переходного процесса: статические и астатические

Законы регулирования
1) Пропорциональное регулирование
2) Интегральное регулирование
3) Дефференциальное регулирование (корректирующее воздействие пропорциональнос скорости отклонения регулируемой переменной)
4) ПИ (пропорционально-интегральное) регулирование
5) ПД (прооорционально диференциальное) регулирование
5) ПИД (прооорционально интегрально диференциальное). Положение регул. Органа зависит от велечины отклонения скорости изменения и продолжительности рассогласования.

Пример. Центробежный регулятор Уатта.
Устройство для стабилизации частоты вращения паровой турбины.
Когда частота вращения увеличивается, шарики расходятся из за увеличения уентрабежной силы, при этом через систему рычагов немного закрывется заслонка. Тем самым уменьшая поток пара на турбину

Пример: регулятор температуры в чайнике

Как происходит разработка регулятора:
Разработка ПИД регуляторов с помощью частотного метода
Это процесс синтеза регулятора, который основан на анализе частотных характеристик ОУ и желаемой логорифмической амплитудно частотной характеристики всей системы

Цель: определить параметры регулятора, обеспечивающие заданные требования к системе по точности, поткачеству переходных проуессов,:по быстродействию.

Основные этапы синтеза регулятора по аналогии с синтезом последвостельных каректирующих устройств

1. Построение ЛАЧХ объекта управления
2. Определение частот изломов характеристики

ЛАЧХ ПИД-регулятора характеризуется характеристиками его составляющих: пропорциональный, интегральный, дифференциальный при этом необходимо найти частоты на которых характеристика достигает излома, что и определяет параметрв регулятора

Вычисление параметров регулятора
По частотным характеристикам вычисляют постоянную инетгрирования и постоянную дифференцирования, а затем на основе заданного запаса по фазе и амплитуде (усилении) определяют пропорциональный коэффициент регулятора

Для синтеза пид регулятора частотным методом могут использоваться программные пакеты для моделирования систем управления

1. Метлаб, симулинк. В них есть инструменты для проектирования ПИД регулятора на основе частотной характеристики, которые автоматичсеки определяют частотную хасркетристику объекта и вычисляют параметрв регулятора

2. Специализированные программы для синтеза регуляторов. Расчитывают ЧХ объекта управления и вычисляют параметры ПИД регуляторы по ней.
Существуют модификации схем ПИД управления и системы управления с несколькими степенями свободы, которые позволяют решать более сложные задачи регулирования.

ПИД регуялторы с двумя степенями свободы

Пид регуляторы с двумя сс позвоялют независимо решать 2 задачи:
1) Компенсация возмущений - ослабление влияния шумов и внешних возмущений
2) Обеспечение заданной реакции на управляющее воздействие.

Подобные регуялторы имеют 2 входа перелаточной функции выбираются так чтобы улучшить реаакцию системуы на входное воздействие и компенсировать возмущения.

ПИД регуляторы с тремя степенями свободы позыоляют более эффективно преобразовыввать исходную характеристику объекта в желаемую характеристику системы. В подобных регуялторвх 3 независимых коэффициента которые определяют работу системв.

Применение ПиД регуляторы с двумя степеняими свободы
Температурные колнтроллеры: один на нагрев другой на охлажденеи.

Применеие пид регуляторв с 3 сс
В системах где требуется компенсировать разуие изменения в система (при регулировании скорости вращения двигаталя)

ПИД регулятор

Для экзаемена нужно принцип действия и пример
Регуляторы для одномерных объактов с одним вхожом, одним выходом для медленных тепловых процессов широко применяются в ОСУ ТП.

95% это ПИД регулятор Изобретен в 1910 годв

Достоинства:
1) Простота построения
2) Простота использования (промышленно)
3) Ясность прозрачность фугкционироввния
4) Пригодность для решения большинства практических задач
5) Низкая стоимость

Многоконтурных 35-40%

85% с обратной свзяью с прямо 6%, с касадной ≈ 9%

Если выходная переменна у регялятора

$$u(t) = K e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)\,dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \qquad (1)$$

Made with Goodnotes

K – коэф. пропорц.

T_i – постоянная интегр

T_d – постоянная диференц.

В частном случае пропорциональная интегральная и диференциальная компоненты могут отсутствовать. Такие упрощенные регуляторв называют П , И , Д, ПИ, ПД.

6 июня
Лекция 24