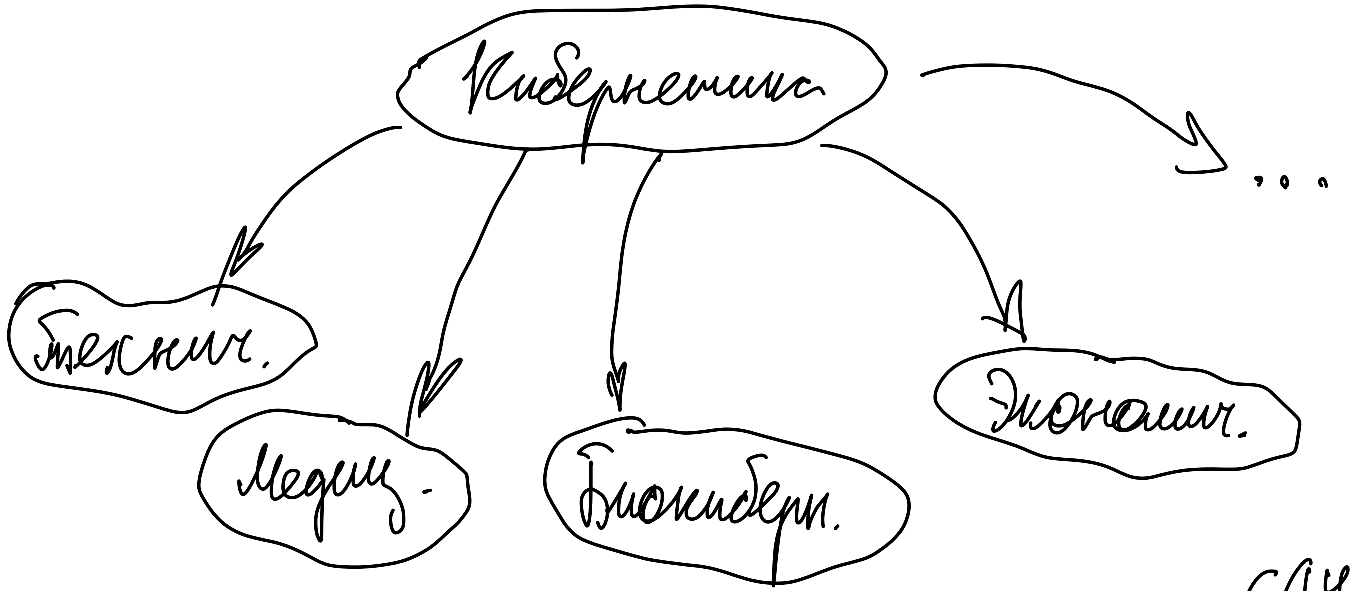
Задорожная Наталья Михайловна   Лекция 1

Кибернетика — (Норберт Винер) наука о получении, преобразовании, передаче информации. Наука об управлении.



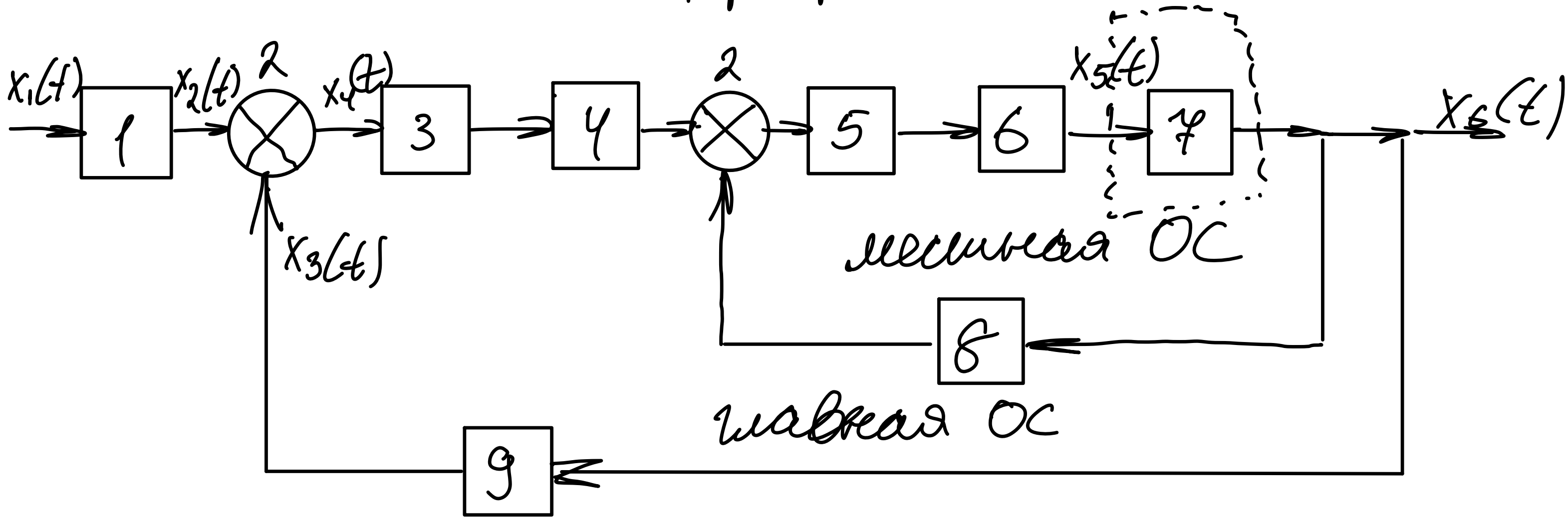
САУ
САР
АСУ

Автоматическое регулирование — процесс поддерж. на заданном ур-не одного или нес-х парам-в тех. объекта (ТО) или технолог. проц-са (ТП) без непоср. участия чел-ка с помощью спец. автомат. устр-в — регуляторов

Автоматическое упр-е — процесс измен. по нек-му з-ну одного/неск-х парам-в ТО или ТП без непоср. участия чел-ка с помощью спец. автом. устр-в — регуляторов

Система – совокупн. связанных функц. элем-в

Общая структура САУ/САР



1 – задатчик (задающ. устр-во)

2 – сравнивающее устр-во } датчик

3 – чувств-й эл-т

4 – последователь. корректир. устр-во

5 – усилитель

6 – исполнительн. устр-во

7 – объект упр-я

8 – парал. коррект. устр-во

9 – эл-т главной обр. связи

$\underbrace{1-6, 8-9}$ регулятор

$x_1(t)$ – входной сигнал

$x_2(t)$ – управляющий сигнал

$x_3(t)$ – сигнал ОС

$x_4(t)$ – сигнал ошибки

$x_5(t)$ – регулирующий сигнал

$x_6(t)$ – выходной сигнал

Лекция 2

Функциональная схема – схема, в кажд. блоке к-й указано назв-е элементов системы в соотв. с его функц-м назначением

Структурная схема – схема, в кажд. блоке к-й указана матем. операция преобраз-я входного в выходной

Схема моделирования – та же структ. схема, но изображ-я с помощью той или иной программы моделирования (матлаб)

- „Кибернетика или управление и связь в животном и машине"

Этапы проектирования САР / САУ

0. Доскональное обслед. объекта управления; исход. данные
1. Разработка мат. модели объекта упр-я;

Под идентификацией динам. систем понимают уточнение мат. модели объекта упр-я или всей системы в целом

2. Выбор устройств неизменяемых и изменяемых частей системы

К неизм. части системы принято относить
- исполнит. элементы
- усилительные эл-ты (мощности)
- измерительные эл-ты (датчики)
- объект упр-я

К изменяемым частям относятся
- электр-е усилители
- преобраз-ли
- микропроцессоры
- эл-ты коррекции динамич. хар-к

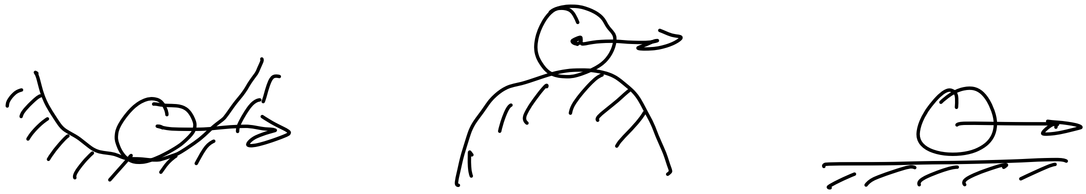
На 2-м этапе проектир-я сост. ММ всех устройств, входящих в систему, что обеспечивает основу для построения структ. схемы системы

На 2-м этапе у разработчика есть функциональн. схема, ее ММ и структурная схема

3. Решение задач анализа и, в случае необх-ти, задачи синтеза

Разл. 3 подзадачи анализа (последоват. выполнение для реш. задач):

1) исследование устойчивости

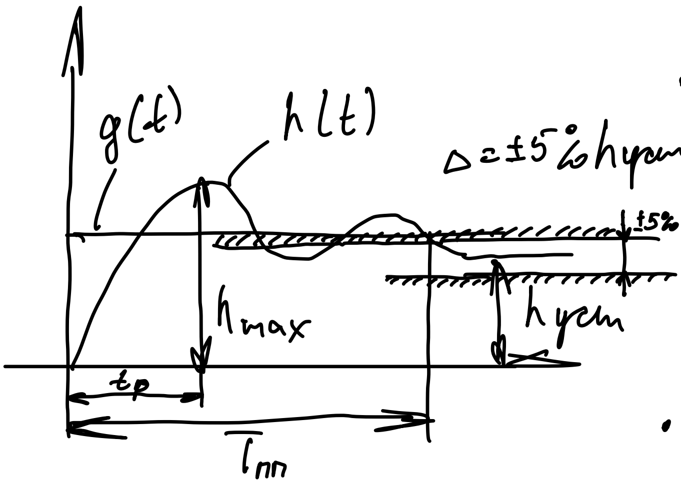


Устойчивость — способн-ть системы сохранять своё положение после окончания внешних возд.

2) анализ кач-ва работы системы

Заключается в оценке хар-к перех. проц-са, к-е наз-ся показателями кач-ва

В большинстве случаев анализ кач-ва проверяют при подаче на вход системы единичного ступенч. воздействия. Реакция на это вх. воздейств. наз-т переходная ф-я $h(t)$



Показ-ли кач-ва:

- Время перех. процесса $T_{пп}$ — время в теч. к-го заканчивается перех. проц или попадает в трубку точности
- Перерегулирование —

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%$$

максимальное отклонение от заданного устан. знач-я кривой перех. процесса выраженного в %

• Число полных колебаний за время ПП ($\mathcal{K}$)
• Время регулирования – время устан-я первого максимума (t_p)

Тпп и σ – первичные показ-ли кач-ва

3) Анализ точности

Определяется числовым значением статической (установившейся) ошибки

В случае если задача анализа показывает что система неудовлетворяет технич-м требованиям, необх. решать задачу синтеза, к-я заключается во введении в систему доп. устройств (корректирующих последоват, параллельного) или регулятора (ПИД, ПД, ПИ) в случае узкого смысла. В широком смысле синтез подразумевает изменение динамики системы благодаря параметрическим, структурным изменениям в системе методами теории автоматического управления.

В случае если в рез-те решения задачи синтеза не удается добиться выполнения системой ТТ следует вернуться к разраб. матем. модели объектов упр-я и выполнить идентификацию ММ методами идентификации.

После процедуры идент-ии повторяется этап анализа системы

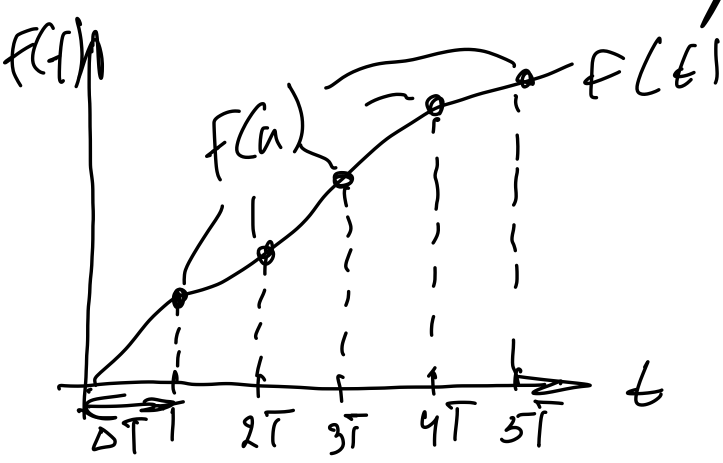
4) Моделирование

Классификация САУ/САР

1. По виду ММ
   - Линейные (линейными ур-ми)
   - Нелинейные (нелинейные ДУ)
2. По характеру сигнала
   - Непрерывные (опис-ся непрер. ф-ми)
   - Дискретные (выходной сигнал подвергнут квантованию по времени, по уровню или по времени – уровню)

Квантование — разделение

Квантование по времени:

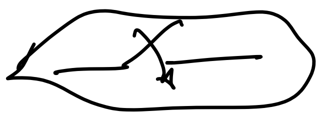


Система импульсная

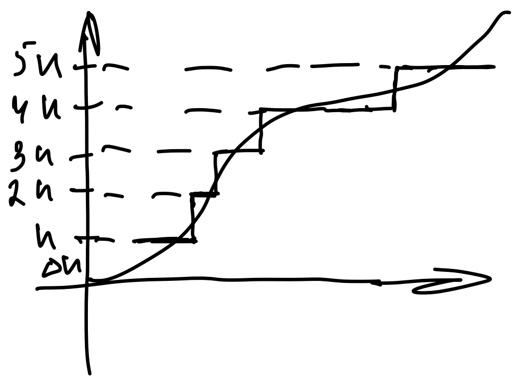
$f(t)$ – непрер. ф-я

ΔT – шаг кв. по вр.

$f(a)$ – решетч. ф-я

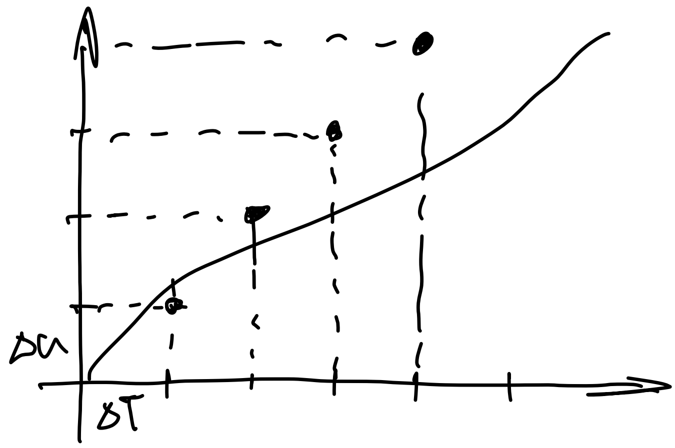


Квантование по ур-ю



Сходно с окр-ем до ближ. целого
f(u) - релейная
можно сделать с пом. реле

Квантование по времени и по ур-ю



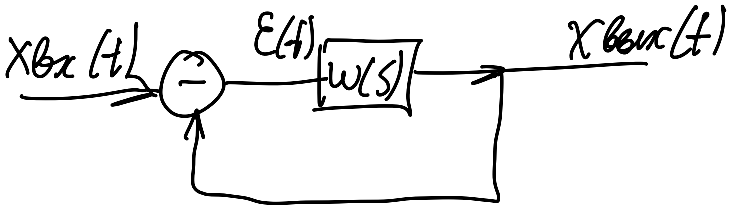
Цифровая система
δT
Δu

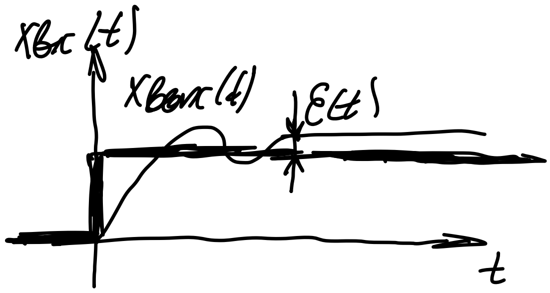
3. По стабильности параметров во времени
- Стационарные (с пост. парам-ми)
- Нестационарные (с перем. парам-ми)

4. По числу контуров
- Одноконтурные (с вых -> вход одним путем)
- Многоконтурные (вых -> вход неск-ми путями)

5. По ошибке в установивш. режиме
- Статические (есть устан. ошибка)
- Астатические (нет устан. ошибки)

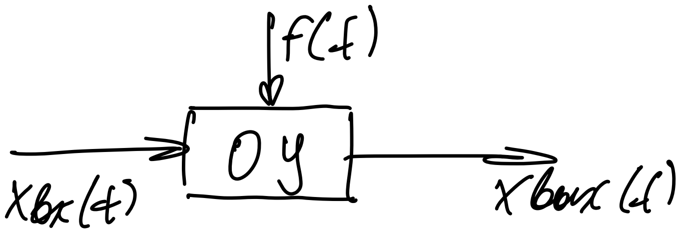
A - нет чего-либо



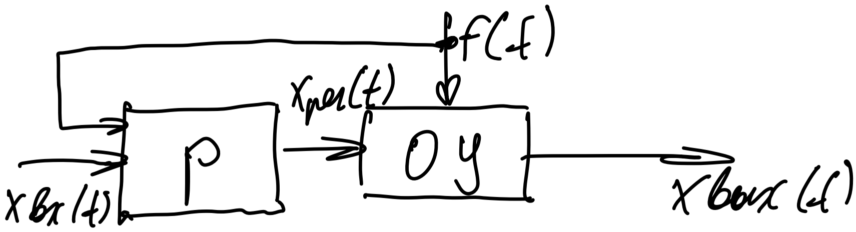


6. По принципу регулирования (управления

- Разомкнутые (по возмущению)
- Замкнутые (по ошибке / отклонению / с ОС)
- Комбинированные

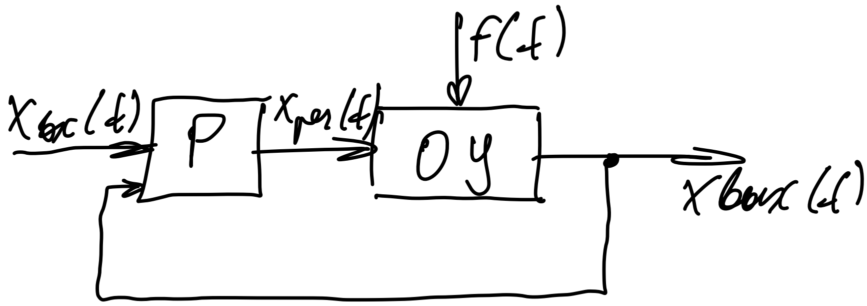


I



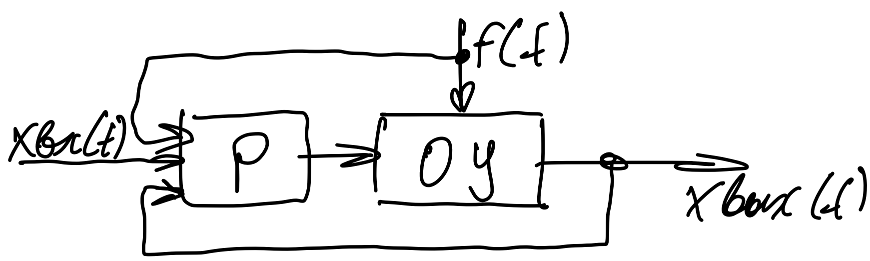
«+» система уст-ва
«-» не уч. изменения в ОУ

II



«+» регулятор учитывает изменения ОУ
«-» м.б. неуст.

III



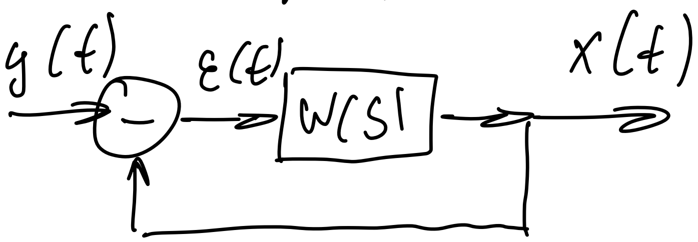
«+» комбинируют первые 2

«-» Комбинированные гораздо сложнее остальных

7. По числу регулируемых параметров
- С одним регул. парам
- С многими регул. парам.
  - Связанного регул-я
  - Несвяз-го регул-я
  - Зависимого
  - Независимого

8. По связи эл-в, хар-х степень слож-ти
- Прямого рег-я (чувств. эл-т связан с регул-щим)
- Непрямого рег-я

9. По виду упр-го воздействия
- Система стабилизации
- Системы прогр-го упр-я
- Следящие системы



Если $y(t) = f(t) = const$ – стабилизация

Если $y(t) = f(t)$ – изв. ф. вр. система ПУ

Если $y(t) = f(t)$ – неизв ф. вр. следящ.

10. По хар-ру регул-мой физ. величины
- Скорость
- Ускорение

- Высота
- Угол
- Сила тяги
- Уровень жид-ти
- и др. физ. величины

11. По виду используемой для упр-я энергии
- Световая
- Электрическая
- Механическая
- Гидравлическая
- и др.

12. По способу исп-я текущей инф-ии
- Цикличесние (детерминистские) (не используют текущ. инф-ю)
- Ациклические (информационные)

Разработкой циклических занимается теория конечных автоматов

Теория автоматического упр-я занимается ацикл-ми

13. По св-ву приспосабливаться к изменениям внеш. усл-й работы и улучшать свою работу по мере накопления опыта
- Обыкновенные
- Адаптивные (умеют приспосабливаться)
  - Самонастраиваемые
  - Самообучающиеся

• Самоструктурирующиеся

• Оптимальные (наилучший опт. опред-го параметр-ра)

– Интеллектуальные

14. По размерности системы
– Конечномерные (с сосредоточными парам-ми)
– Бесконечномерные (с распределенными парам.)

15. По хар-ру процессов в системе
– Детерминированные
– Стохастические (индетерминированные)

16. По кол-ву управляемых величин
– Одномерные
– Многомерные

17. По наличию обратной связи
– Замкнутые
– Разомкнутые

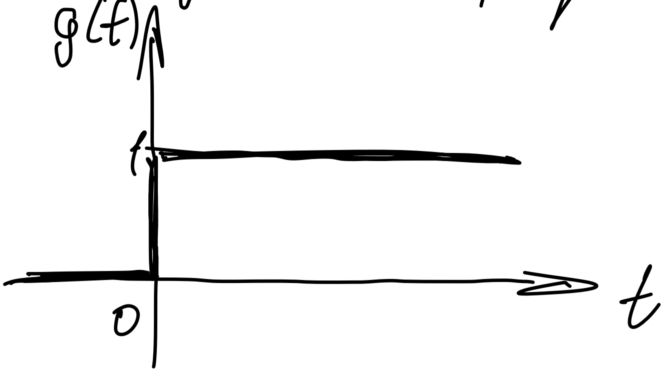
18. По критерию кач-ва
– С заданным кач-вом
– Оптимальные
– Адаптивные

Сигналы, используемые в САР/САУ

При анализе динамики процессов в САР/САУ

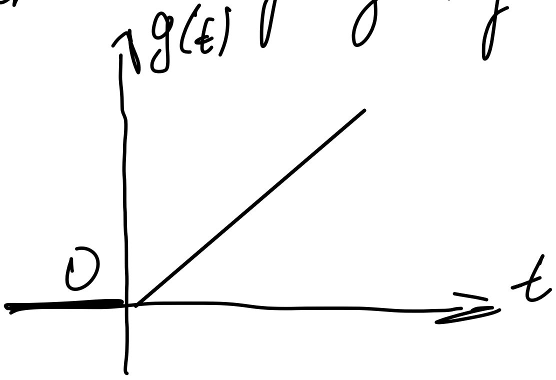
В кач-ве сигналов упр-я или возмущ. выбираются нек-е типовые сигналы. Выбор сделан исходя из практики проект-я САР/САУ

1) Ступенчатое/единичное воздействие

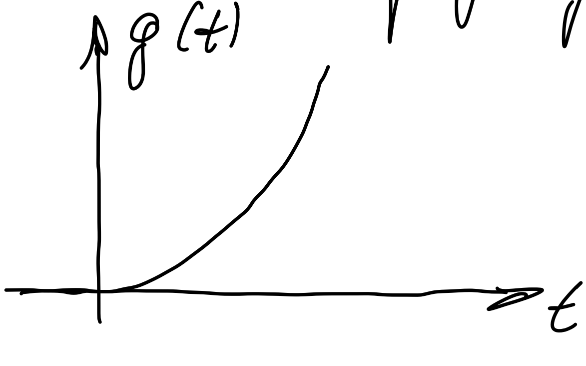


$$g(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

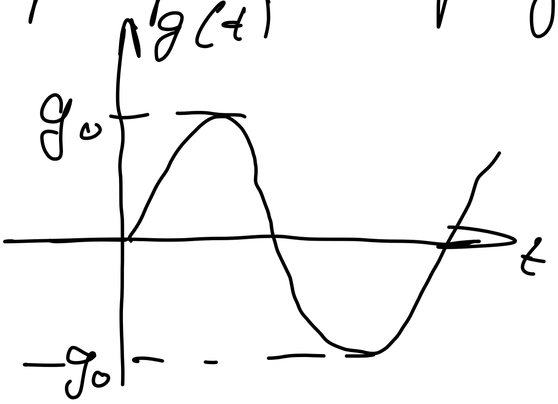
2) Управляющее воздействие, меняющ. по линейному з-ну



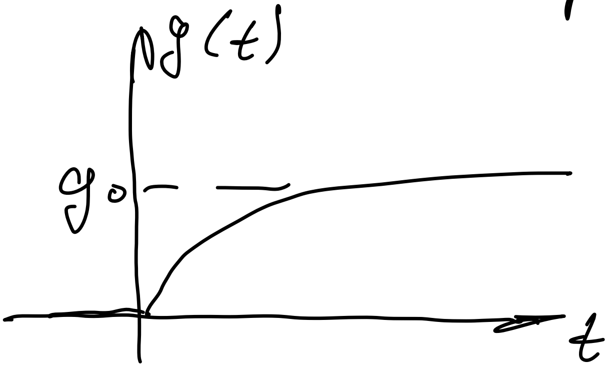
3) Управляющее воздействие, меняющ. по степенному з-ну



4) Управляющее воздействие, меняющ. по синусоидальному з-ну



5) Управляющее воздействие, меняющ. по экспоненциальному з-ну

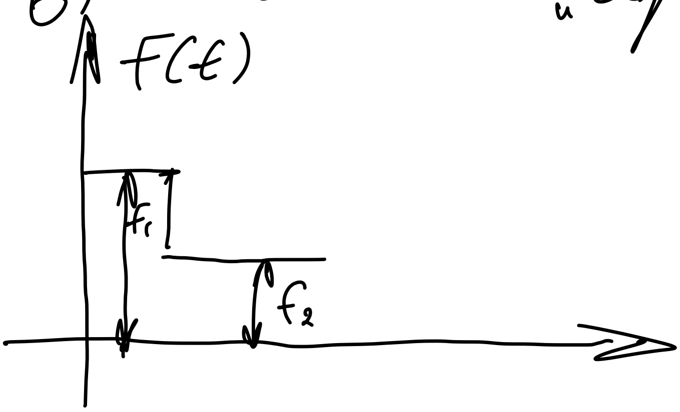


1-5 – сигналы регулярного воздействия

Далее рассматриваются наиболее часто применяемые сигналы возмущающих воздействий:

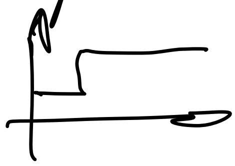
6) Сигнал типа „сброса нагрузки"

1.



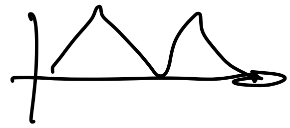
7) Сигнал типа „Наброс нагрузки"

Аналогично



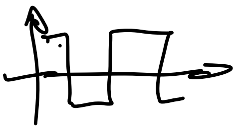
На многие объекты действуют периодич. сигналы в виде:

8) Треугольных имп-ов



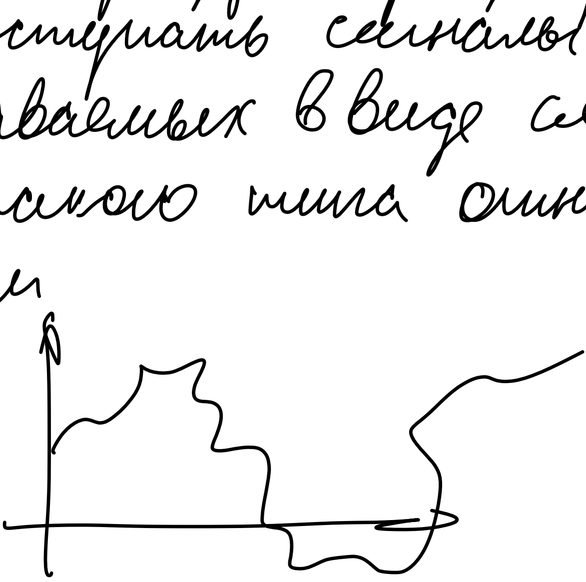
9) Периодически повторяющихся парабол

В ряде случаев, в кач-ве типового возмущ. исп-ся периодич. повт. ступенч. ф-я



В кач. ве возмущ. возд-я исп-ся и синусоидальный сигнал

Наряду с регулярн. воздействиями могут поступать сигналы в виде флюктуаций, задаваемых в виде случ. ф-й времени. Сигнал такого типа относится к случайным возд-ям



Кроме указанных, сущ-т мн-во других пиковых воздействий

Кроме того, в зав-ти от вида системы, сигналы в них м.б.:

- Непрерывные
- Дискретные (импульсные (модуляция по врем.), релейные (—||— по ур-ню), цифровые (и то и то))

Объект управления

САУ м.б. представленно 2-мя осн. частями:

1) Управляемым объектом / объект упр-я / просто объект
2) Управ-щее устр-во / регулятор

В нач. ОУ можно расм. как управляемое мех. устр-во, технолог. процесс, так и более простую систему упр-я

Состояние ОУ опр-ся рядом величин характеризующих как возд-е объекта на объект внеш. среды и регуляторов, так и протекание процессов внутри ОУ. Одни из этих величин непр-но измеряются в процессе работы => они контролируемые величины (парам-ры)

Другие, оказывая влияние на режим работы объекта не измеряются и наз-ся неконтролируемые величины (параметры)

Величины, выражающие внеш. влияние на объект — воздействующие

Воздействия, вырабатываемые регуляторами, — управляющие воздействия или полезные сигналы

Воздействия, не зависящ. от регулятора, наз-ся возмущениями

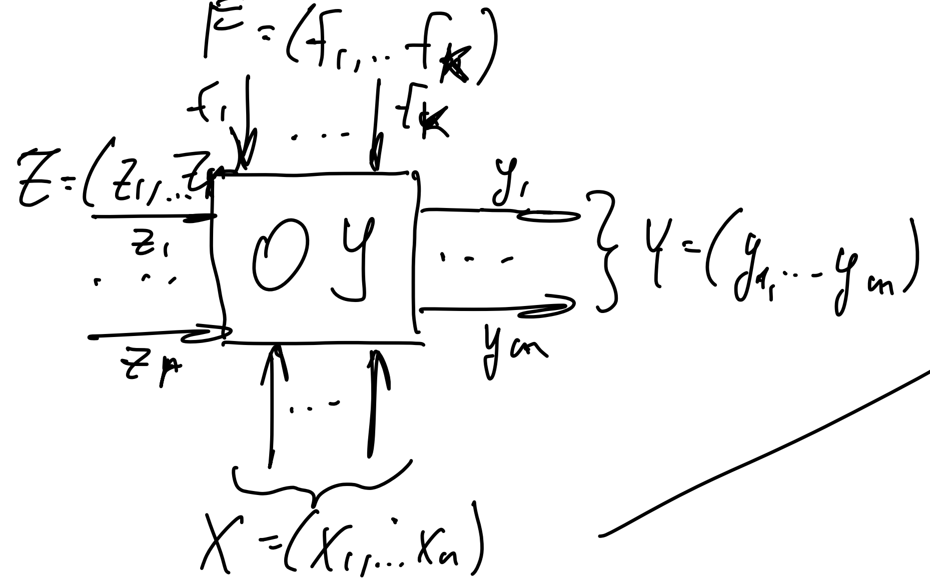
Возмущения можно разделить на 2 вида:

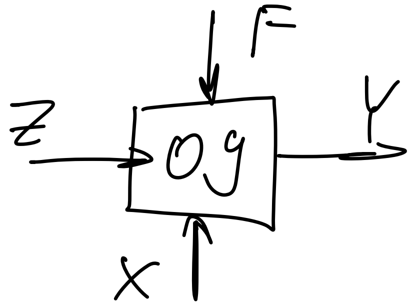
а) Нагрузка
б) Помеха

Контролируемые величины, по к-м ведется управление / регулирование, носят назв-я управляемых / регулируемых параметров

Обычно регулируемые величины хар-ют в той или иной степени качественные показатели

В общем случае ОУ можно представить схемой:





$Z(z_1 \ldots z_r)$ — совок-ть контролир-мых внеш. возд-й

$F(f_1, \ldots f_k)$ — сов-ть неконтр-мых внеш. возд-й

$X(x_1, \ldots x_n)$ — сов-ть управл-их/рег-их входн. возд-й

$Y(y_1, \ldots y_m)$ — сов-ть упр-мых/рег-мых возд-й или выходной сигнал

Классификация ОУ аналогична классификации САР/САУ:

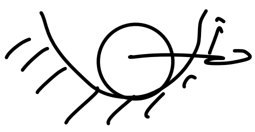
- По виду мат. модели
  - Линейные
  - Нелинейные
- По стабильности пар-в
  - Стационарные
  - Нестационарные

- По хар-ру сигналов
  - Непрерывные
  - Дискретные
- И т.д. см. класс-ю САР/САУ

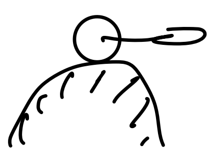
Кроме того ОУ м.б.:

- Устойчивыми
- Неустойчивыми
- Нейтральными

ОУ устойчив, если после оконч-я внеш. возд-я, он с неч. врем-ни возв-ся к исходному равновесн. сост-ю или близкому к нему



ОУ неустойчив, если по оконч. внеш. возд-я как бы мало оно ни было, упр-мая величина продолжает изм-ся



ОУ явл-ся нейтральным, когда по оконч. возд-я устанавливается новое сост. равновесия, отличное от первонач. и зависящее от произведенного возд-я

Задающее устр-во – устр-во/эл-т, к-е позволяют устанавливать предписанное значение выходной переменной объекта

Такими м.б.:

- Пружина
- Эталон. сопр-е
- Источ. этал. напр-я
- Опорный п/п диод
- Груз
- и т.п.

С СУ (следящих) м.б. двигатель

Чувств-е эл-ты – предназн. для изм. вых. перемен. или ее отклонения от задан. знач-я

Датчики класс-ся по:

- Принципу действия
- Виду природы измер-х величин

Например электрич-е, механич-е, гидравлич., пневматич-е, термич-е, оптич-е, акустические, радиоволновой, ядерные

Усилительные эл-ты – служат для усиления сигнала, выработанного чувств. эл-том

Усилители м.б.:
- Электронные
- Электро-машинные
- Магнитные

Исполнительные эл-ты – предназн. для выработки управл. возд-я на объект. Если они создают механич. перем-е регул-го органа серводвигателями (серво-моторами)
- Электрические
- Гидравлические
- Пневматич.

Преобразовательные эл-ты – применяются когда на выходе функц. эл-та необх. получить величину, отличающ-ся от входной либо кол-но, либо кач-но

Они могут входить в состав других эл-в

Корректирующее устр-во — служит для изменения/корректировки динамики системы

Они бывают:

- Последовательными
- Параллельными

Регуляторы бывают:

П — пропорц-й

ПИ — проп-й — интегр-й

ПД — проп-но-диф-й

ПИД — пропорционально интегрально дифференциальный

Математическое описание систем управления

Осн задачей упр-я считается точное или приближ. обеспечение в зад-е пром-лы времени, требуемых состояний ТО или ТП или их послед-тей при переменных возмущениях

Общая хар-ка задачи управления закл-ся в определении:

1) Объекта регулирования тех его параметров значения к-х требуется поддерживать в опр. пределах (управляемые или вых. парам), определение тех парам, по средствам к-х будет осущ. управление и описание хар-ра возмущ-

2) Формулировка цели упр-я

В постановке задачи дается конструкт. описание ОУ (определяющее полную физ. картину процессов, протекающих в объекте), определяются колич-е значения пределов изменения управляющих и управляемых парам-в и формализованная цель упр-я

Кроме того м.б. указаны тех. средства, используемые для построения системы

Постановка задачи предшествует первому этапу проектирования системы (получение мм. ОУ)

Математические модели динамически управляемых объектов

ММ составляются в виде (алгебраических, дифференциальных, разностных, конечно разностных)

Различают 2 рода ур-й:

1) Ур-я установившихся режимов (статические ур-я)

2) Переходных процессов (динамические ур-я)

Статические уравнения

Уравнения устан-ся режимов, при к-х воздейс-е возд-е и величины нагр-ки принимаются постоянными обычно явл. алгебраич. ур-ми чаще всего линейными.

Статический режим любого эл-тех. системы, имеющего одну входн. перемен. м.б. описана ур-ем:

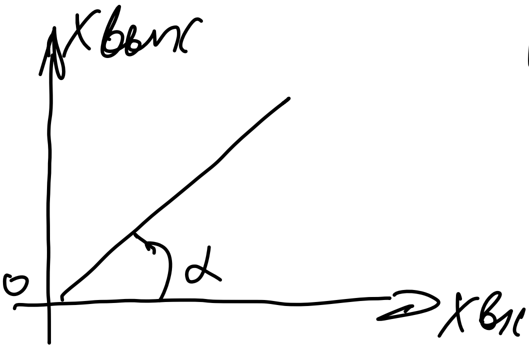
$x_{вых} = f(x_{вх})$ (1)

(1) — ур-е статики, может быть линейные и нелинейные статич. эл-ты:

Линейные статич. хар-ки

$x_{вых} = k\, x_{вх}$

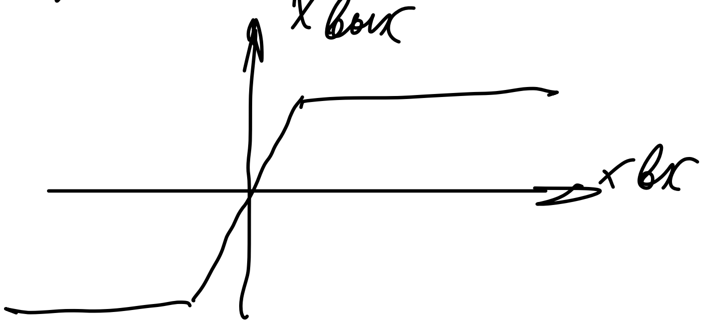
Отношение вых. и вх. перем-х, имеющих одну и ту же природу наз-ся коэф-м усиления (эл-й усилитель)



$$k = \frac{x_{вых}}{x_{вх}} = tg\,\alpha$$

При различ. физ. природе вых. и вх. перем-х. их отношение наз-ся коэф-м передачи (потенциометр)

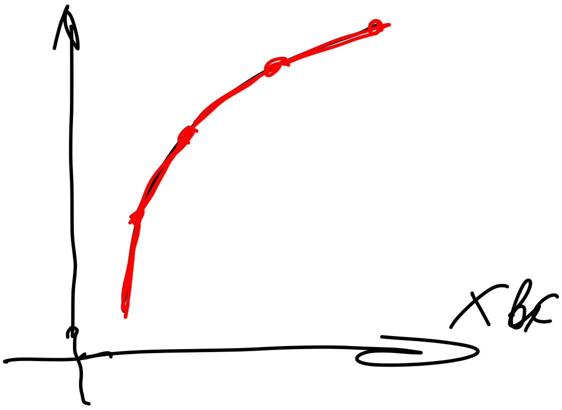
Если стат. хар-ка эл-та нелинейна, то она м.б. выражена нелин. стат. хар-кой, чаще всего типовой нелинейностью



Тип зоны насыщения

$$\frac{x_{вых}}{x_{вх}} = k(x_{вх})$$

В ряде случаев возможна линеаризация нелин. стат. хар-ки, т.е. замена ее отрезками прямой линии

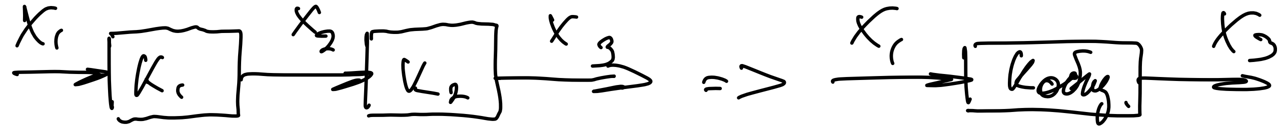


Линеаризация нелин. стат. хар-ки возможна только в случае непрер-ти и имеет непрер. измен-е производной во всем диапазоне кривой

Статические хар-ки обычно рассм. отн. постоян. внеш. возд., при этом опред-ся эквив. хар-ки для отдельн. участков схемы. При этом

В нек. случ-х когда все эл-ты линейны можно применить аналитич. метод расчета хар-к, при этом м.б. получены аналит. выр-я

1) Послед-е соедин. эл-в



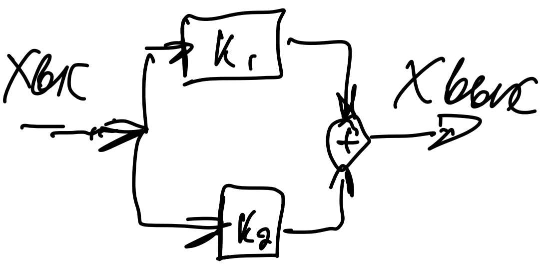
$K = K_1 \cdot K_2 \cdot \ldots \cdot K_{n-1}$ $\qquad$ $K_{общ} = K_1 \cdot K_2$

Экв. коэф-т усиления (передачи) послед-го соединения (n − 1) линейн. звеньев

$$K = \prod_{i=1}^{n-1} K_i$$

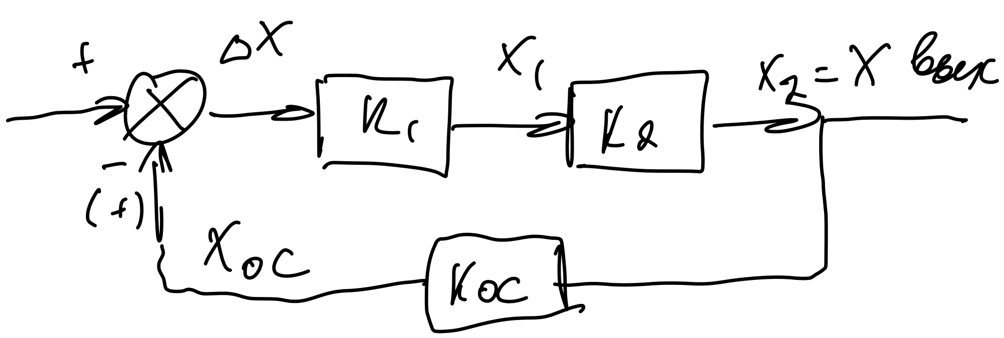
2)

Экв. коэф-т усиления (передачи) парал. соедин. (n − 1) лин. звеньев: $K = \sum_{i=1}^{n-1} K_i$



$K_{общ} = K_1 + K_2$

Для замкнут. уч-ка системы зависимости м-ду вх. и вых. перем. будет определяться с учетом ОС



$$\begin{cases} \Delta X = X_{вх} \, (\pm) \, X_{ос} \\ X_1 = K_1 \Delta X \\ X_2 = K_2 \cdot X_1 = X_{вых} \\ X_{ос} = K_{ос} \cdot X_{вых} \end{cases}$$

Исключив из этих ур-й все промеж. перем. можно найти аналит-е выр-е для расчета статич. хар-ки замкнут. уч-ка системы отн. выходной переменной и ошибки:

$$X_{вых} = \frac{K}{1 \pm K_{oc} K} X_{вх}$$

$$\Delta X = X_{вх} - X_{oc} = \frac{1}{1 \pm K_{oc} K} X_{вх} \quad (*)$$

$K = K \cdot K_{R}$

к-т усиления в разомкн. части

При расчете статики рассм-ся режимы работы системы, при к-х сигналы в системе не изменяются во времени (уст. режим). Важным вопр. статики явл-ся анализ заданной уст. ошибки (статич. точности, к-я определяется ур-ем (*)

Уравнения динамики

Ур-я динамики САР/САУ обычно явл. диф-ми или интегро-диф-ми. При их сост-ии исп. 2 подхода:

1) Связан с формализованными методами

анализа динамики мех. систем, основ-м на принципе Лагранжа–Гамильтона.
(т.е. при сост-ии ДУ исп-ся ур-я Лагранжа 2-го рода для обобщ. коорд-т.)

Метод целесообразно исп-ть, когда сост-е выраж. кин и пот энергии системы и диссипативн. ф-й не представляет затруднений. Это метод пространства состояний или векторно-матричный метод

2) Основан на разбиении сист-мы на эл-ты или звенья, для каждого из к-х сост-ся соотв. ур-е на осн-ии шогофиз. з-на, к-й определяет процесс, протекающий в эл-те. Совокуп-ть ур-й динамики сост-й для всех эл-в системы определяет процесс ДУ или АР. Такой подход наз-ся составл. ур-й в перем-х „Вход-выход"

Вывод ур-й динамики в переменных вход-выход

Система обычно разбивается на госн. эл-ты

1) ОУ

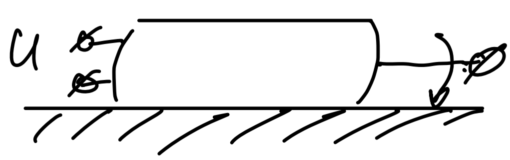
2) Регулятор

С точки зрения сост-я ММ из практики видно, что наиб. сл-ть сост-и сост-е ММ

Регулятор констр-ся разраб-м. Он выбирает такую констр-ю, к-ю легче описать математически. ОУ дан и он яв-ся неизменным. Его ММ сост-ся из физ. з-на, к-й опред-т процессы в нем

Составление уравнений динамической системы...

Известно, что для вывода ур-й необх. выбрать к-либо з-н природы, к-й опред-ет процессы в конкрет. эл-те системы, причем в любые мом-ты времени



В данном случае исп-ся I з-н Ньютона: сумма моментов прилож-х к валу двиг-ля равно нулю, если он неподв-н или вращ-ся с пост. угл. ск-ю ($\Sigma M = 0$ (1))

Моменты, действующие на вал двигателя:

1. $M_{движ.}$ – движущий (момент, производим. самим двиг-м при подаче на него напр-я U)

2. $M_{сопр}$ – сопротивления, куда входит:

а) $M_{инерц.}$ – мом. инерции двиг-ля и нагр-ки

б) $M_{ВТ}$ – вязкого трения

в) $M_{СТ.}$ – сухого трения

$$M_{дв} + M_{ин} + M_{ВТ} + M_{СТ} = 0 \quad (2)$$

$M_{дв}$ зависит от величины напр-я U и от частоты и ск-ти вращения вала

$$M_{дв} = f(U, \omega) \quad (3)$$

или

$$M_{дв} = M_{дв}(U, \omega) \quad (3)$$

$$M_{ин} = J\frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

$M_{ВТ}$ зависит от ск-ти и вращ. вала двигателя

$$M_{ВТ} = f(\omega) \quad \text{или} \quad M_{ВТ} = M_{ВТ}(\omega) \quad (5)$$

Пока не рассм. $M_{СТ.}$, к-й появляется только при трогании дв-ля.

С учетом (2–5) и что моменты сопр-я противоположны по знаку $M_{дв}$, получим:

$$J\frac{d\omega}{dt} + M_{вх}(\omega) = M_{дв}(U, \omega) \quad (6)$$

В ур-ии (6) связаны м-ду собой обобщ. коорд-ты U и ω

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (7)$$

Учитывая, что угол поворота вала двигателя связан с ω можно переписать ур-е (6):

$$J\frac{d\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)}{dt} + M_{вт}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = M_{дв}\left(U, \frac{d\varphi}{dt}\right) \quad (8)$$

Ур-е (8) нелин. ДУ, описывающее динамику двиг-ля в перем-х вход-выход

Вход — U

Выход — φ

Полученное ур-е динамики дв-ля нелинейно и со практ-ки невозм-но исп-ть для решения задач анализа динамики САР. Поэтому, следующим этапом при получ. матем. опис. САУ явл. линеаризация ур-я динамики

Линеаризация ур-й динамики

Прежде всего след-т отметить, что линеаризовать можно только те нелин-ти, к-е имеют непрер-е производные

Линеаризация основана на применении разлож-я ф-ии в ряд Тейлора

] $z(x,y)$ – линейная ф-я. Рассмотрим разложение этой ф-ии в ряд Тейлора отн. точки с коорд-ми (x_0, y_0) – опорной точкой. Текущие коорд. x и y опред-ся через малое откл-е Δx и Δy от опорной точки:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x \\ y &= y_0 + \Delta y \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Тогда, как известно из курса матем-ки можно получить из ф-ии $z(x,y)$ ряд Тейлора

$$z(x,y) = z(x_0+\Delta x, y_0+\Delta y) = [z(x,y)] + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta x + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta y + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x^2}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta x^2 + \frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial y^2}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta y^2 + \left[\frac{\partial^2 z(x,y)}{\partial x \partial y}\right]\Delta x \Delta y + \ldots + R_n \quad (10)$$

где R_n – остаточный член при значении высш. частн. произв-х

Линеаризация сост-т в разложении нелин. ф-й в ряд Тейлора и отбрасывании членов с производными II-го пор-ка и выше

$$z(x,y) \approx [z(x,y)]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}} + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta x + \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right]_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}\Delta y \quad (11)$$

Графически линеаризация ф-ии $z(x,y)$ при малых откл-х Δx и Δy от опорной точки (x_0, y_0) можно представить как замену кривой $(z(x,y))$ в т. (x_0, y_0) отрезком касат-й к этой кривой в данной точке

Полученное т.о. представление ф-ии $z(x,y)$ (11) будет тем точнее, чем меньше величина откл-я Δx и Δy

Из практики эксп-ии САР откл-е от установ. (опорного) режима работы малы, т.е. ошибка $\varepsilon(t)$ большую часть времени работы САР очень мала => рассм-й метод линеаризации имеет практ. значение для анализа САР

$$J\frac{d\omega}{dt} + M_{ВТ}(\omega) = M_{дв}(U, \omega) \quad (12)$$

Для линеаризации выбираем опорную точку U_0, ω_0

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \Delta\omega \\ U &= U_0 + \Delta U \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Тогда с учетом (11) и отбрасывая члены с произв. больше 2-го порядка получим:

$$J\frac{d(\omega_0 + \Delta\omega)}{dt} = J\underbrace{\frac{d\omega_0}{dt}}_{=0} + J\frac{d\Delta\omega}{dt} \quad (14)$$

$$M_{ВТ}(\omega) \cong M_{ВТ}(\omega_0) + \left[\frac{dM_{ВТ}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega \quad (15)$$

$$M_{дв}(U,\omega) \cong M_{дв}(U_0,\omega_0) + \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{\omega=\omega_0\\U=U_0}}\Delta\omega + \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial U}\right]_{\substack{U=U_0\\\omega=\omega_0}}\Delta U \quad (16)$$

Подставляем получ-е выр-я в (12) получим:

$$J\frac{d\Delta\omega}{dt} + M_{вт}(\omega_0) + \left[\frac{dM_{вт}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega = M_{д}(U_0,\omega_0) +$$

$$+\left[\frac{\partial M_{дв}(U_0,\omega_0)}{\partial\omega}\right]_{\substack{U=U_0\\\omega=\omega_0}}\Delta\omega + \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial U}\right]_{\substack{U=U_0\\\omega=\omega_0}}\Delta U \quad (17)$$

Ур-е (17) – линеаризов. ур-е (12). Далее следует положить в (17) $\Delta\omega=0$ и получится ур-е статики

$$M_{вт}(\omega_0) = M_{дв}(U_0,\omega_0) \quad (18)$$

Далее из (17) вычитаем (18):

$$J\frac{d\Delta\omega}{dt} + \left[\frac{dM_{вт}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0}\Delta\omega - \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{\omega=\omega_0\\U=U_0}}\Delta\omega =$$

$$= \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial U}\right]_{\substack{U=U_0\\\omega=\omega_0}}\Delta U \quad (19)$$

Ур-е (19) наз-м ур-ем отклонения системы от опорного режима или линеаризов. ур-ем в отклонениях

Проводя эквив. преобраз. ур-я (19) получим:

$$J\frac{d\Delta\omega}{dt} + \left(\left[\frac{dM_{вн}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{U=U_0\\ \omega=\omega_0}}\right)\Delta\omega =$$

$$= \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial U}\right]_{\substack{U=U_0\\ \omega=\omega_0}}\Delta U \qquad (20)$$

$$\underbrace{\frac{J}{\left[\frac{dM_{вн}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial\omega}\right]_{\substack{U=U_0\\ \omega=\omega_0}}}}_{T} \cdot \frac{d\Delta\omega}{dt} + \Delta\omega =$$

$$= \underbrace{\frac{\left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial U}\right]_{\substack{U=U_0\\ \omega=\omega_0}}}{\left[\frac{dM_{вн}(\omega)}{d\omega}\right]_{\omega=\omega_0} - \left[\frac{\partial M_{дв}(U,\omega)}{\partial\omega}\right]}}_{K} \cdot \Delta U \qquad (21)$$

$$\boxed{T\frac{d\Delta\omega}{dt} + \Delta\omega = K\Delta U} \qquad (22)$$

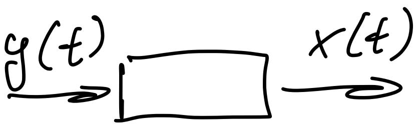
T - пост-я времени

K - к-т передачи в статике

$$\boxed{T\frac{d\omega}{dt} + \omega = KU} \qquad (23)$$

Ур-е (23) описывает движ-е околоопорного режима

Ур-е описывает систему не в любых точках, а при малых отклонениях / смещениях



$$a_0\frac{dx}{dt} + a_1 x = b_0 y$$

$$x(t) = x_{св}(t) + x_{вын}(t)$$

$x_{св}(t)$ - общее решение однородн. ДУ, соответ-го исходному

$x_{вын}(t)$ - частное неодн. решение ДУ

$$a_0 \frac{dx}{dt} + a_1 x = 0$$

$$x_{св}(t) = Ae^{\lambda t}$$

$$a_0 \lambda A e^{\lambda t} + a_1 A e^{\lambda t} = Ae^{\lambda t}(a_0\lambda + a_1) = 0$$

$$a_0\lambda + a_1 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$x_{св}(t) = Ae^{-\frac{a_1}{a_0}t}$$

$$x_{вын}(t) = By_0$$

$$x(t) = Ae^{-\frac{a_1}{a_0}t} + By_0$$

Из-за усл-я линейности:

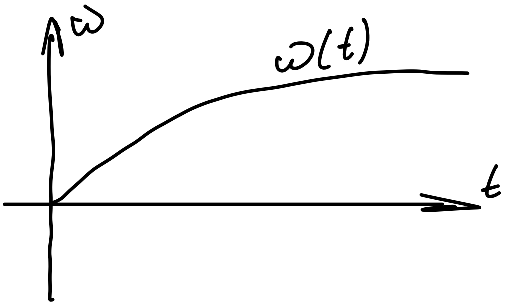
$t=0 \quad x(0)=0 \quad 0 = A + By_0$

$$a_0\left[A\left(-\frac{a_1}{a_0}\right)e^{-\frac{a_1}{a_0}t}\right] + a_1Ae^{-\frac{a_1}{a_0}t} + a_1By_0 - b_0y_0$$

$$B = \frac{b_0}{a_1} \qquad A = -By_0 = -\frac{b_0}{a_1}y_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(t) = -\frac{b_0}{a_1}y_0e^{-\frac{a_1}{a_0}t} + \frac{b_0}{a_1}y_0 = \frac{b_0}{a_1}y_0\left(1 - e^{-\frac{a_1}{a_0}t}\right)$$

$$\left.\begin{array}{ll} a_0 = T & y_0 = U_0 \\ a_1 = 1 & x = \omega \\ b_0 = k & \end{array}\right\} \Rightarrow \omega(t) = kU_0\left(1 - e^{-\frac{1}{T}t}\right)$$

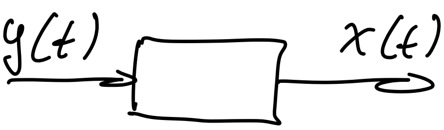


Если бы система двигалась с первонач. ск-ю, то она достигла бы устан-ся ск-ти через время T. Считается, что перех. процесс установл-ся через (3...4) T, где T – пост-я времени и хар-ет инерционность систем

Частотный метод

Базируется на понятии частотн. хар-ки, к-я вводится при рассмотрении установ. реакции системы на гармонич. взаимодействия

Принцип суперпозиции



$y(t) = a_1 y_1(t) \pm a_2 y_2(t)$

$x(t) = a_1 x_1(t) \pm a_2 x_2(t)$, где

$x_1(t)$ – реакция на $y_1(t)$

$x_2(t)$ – реакция на $y_2(t)$

Установившаяся реакция системы на гармоническое входное воздействие

$$x_n \frac{d^n x}{dt^n} + \ldots + a_0 x = b_m \frac{d^m y}{dt^m} + \ldots + b_0 y$$

$$y(t) = A\cos(\omega t - \varphi_0)$$

при $\varphi_0 = 0$ $\quad y(t) = A\cos\omega t = \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \frac{A}{2} e^{-j\omega t} = y_1(t) + y_2(t)$

$$y_1(t) = \frac{A}{2} e^{j\omega t} \rightarrow x_{1\,уст}(t) = k \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$\dot{x}_{уст}(t) = j\omega k \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$\ddot{x}_{уст}(t) = (j\omega)^2 k \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$\ldots$$

$$x^n_{1\,уст}(t) = \text{—} / \ldots / \text{——}$$

$$a_n (j\omega)^n k \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \ldots + a_0 k \frac{A}{2} e^{j\omega t} = b_m (j\omega)^m \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \ldots + b_0 \frac{A}{2} e^{j\omega t}$$

$$k \frac{A}{2} \cancel{e^{j\omega t}} \left[a_n (j\omega)^n + \ldots + a_0\right] = \frac{A}{2} \cancel{e^{j\omega t}} \left[b_m (j\omega)^m + \ldots + b_0\right]$$

$$k = \frac{b_m (j\omega)^m + \ldots + b_0}{a_n (j\omega)^n + \ldots + a_0} = K(j\omega) = W(j\omega)$$

$K(j\omega)$ – комплексн. к-т передачи системы или частотной хар-кой системы

$$y_2(t) = \frac{A}{2} e^{-j\omega t}$$

$$x_{2\,уст}(t) = k_2 \cdot \frac{A}{2} e^{-j\omega t}$$

$$K_1 = K(-j\omega) \underset{\text{или}}{=} K^*(j\omega)$$

$$x_{2уст}(t) = K(-j\omega)\, y_2(t)$$

$$x_{уст}(t) = x_{1уст}(t) + x_{2уст}(t) = K(j\omega)\frac{A}{2}e^{j\omega t} + K(-j\omega)\frac{A}{2}e^{-j\omega t} =$$

$$\boxed{\begin{aligned} K(j\omega) &= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \\ K(-j\omega) &= A(\omega)e^{-j\varphi(\omega)} \end{aligned}}$$

$$= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}\cdot\frac{A}{2}e^{j\omega t} + A(\omega)e^{-j\varphi(\omega)}\cdot\frac{A}{2}e^{-j\omega t} =$$

$$= A(\omega)\frac{A}{2}\left[e^{j[\omega t+\varphi(\omega)]} + e^{-j[\omega t+\varphi(\omega)]}\right] =$$

$$= A(\omega)\frac{A}{2}\cdot 2\cos[\omega t+\varphi(\omega)] = \underbrace{A(\omega)\cdot A}_{A_x}\cdot\cos[\underbrace{\omega t+\varphi(\omega)}_{\varphi_x}]$$

$A(\omega)$ — показывает, во ск-ко раз изменилась ампл-да выходного сигн. по отн. к ампл-де входного

$\varphi(\omega)$ — показывает, на ск-ко изменилась фаза выход. сигнала по отн. к фазе вход. сигнала

С частотн. хар-й можно обойтись без решения ДУ, т.к., пользуясь ЧХ можно оценить изменение выходн. сигнала от входного

Основные свойства ЧХ

$$K(j\omega) = kW(j\omega) = W(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + \ldots + b_0}{a_n(j\omega)^n + \ldots + a_0} =$$

$$= \frac{a(\omega) + jb(\omega)}{c(\omega) + jd(\omega)} = \ldots = \frac{(ac+bd) + j(bc-ad)}{c^2+d^2} = \underbrace{\frac{ac+bd}{c^2+d^2}}_{\substack{P(\omega)\\ \text{ВЧХ}}} +$$

$$+ j\underbrace{\frac{bc-ad}{c^2+d^2}}_{\substack{Q(\omega)\\ \text{МЧХ}}} = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$P(\omega)$ – четная ф-я

$Q(\omega)$ – нечет. ф-я

$a(\omega), c(\omega)$ – четные ф-ии

$b(\omega), d(\omega)$ – нечет. ф-ии

Т.О. ЧХ соотв-т 2 графика т.к. явл-ся ф-ей комплексного аргумента. Каждая ф-я комплекс. аргумента м.б. представлена в 2х формах: алгебраическая и показательная

$$K(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

где $\underbrace{\boxed{A(\omega)}}_{\text{АЧХ}} = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = |K(j\omega)|$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \arg(K(j\omega))$$

Полностью система опис-ая 2-мя графиками:

$$P(\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega)$$
$$Q(\omega) = A(\omega)\sin\varphi(\omega)$$

Часто применяются хар-ки в логарифмич. масштабе (ЛАЧХ и ЛФЧХ, АФЧХ)

Преимущ-ва ЧХ — они м.б. получены эксперим. путем даже если отсутств. матем. описание

$$x_{уст}(t) = \underbrace{A(\omega)A}_{Ax}\cos(\underbrace{\omega t + \varphi(\omega)}_{\varphi x})$$

$$A(\omega) = \frac{Ax_{уст}}{Ay}$$

АХ показывает во ск-ко раз вых. уст. сигнал отлич. от входного, если подается гармоничес. сигнал

$$\varphi(\omega) = \varphi x_{уст} - \varphi_y$$

показ-ет на ск-ко фаза вых. уст. сигнала отлич. от фазы входного

Сущ-ет спец. установки для определения этих хар-к

Темы для самост. обуч.:

- Использование ЧХ для опред. реакции на произв. периодич. воздействие
- Использ. ЧХ при опред. реакции на произв. непериодич. возд-е

Свойства одностороннего преобразования Лапласа

$$\boxed{Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt}$$

(1) — прямое преобр. Лапласа (одностороннее преобраз. Лапласа)

где S – комплексное число
$S = C + j\omega$

Преобр-ем Лапласа $y(t)$ действ. перем. t наз-ся преобраз-е (1), ставящее в соотв-е ф-ии $y(t)$ ф-ю $Y(S)$ с комплексной перем. S

Обратн. преобр. Лапласа наз-ся соотн-е (2)

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y(s)\, e^{st}\, dS} \quad (2)$$ – ф-ла Римана-Меллина

$Y(s) = L\{y(t)\}$

$y(t) = L^{-1}\{Y(S)\}$

$y(t) \risingdotseq Y(S)$

Изображения элементарных ф-ий

$y(t)$	$Y(S)$
$\delta(t)$	1
$1[t]$	$\frac{1}{S}$
t	$\frac{1}{S^2}$
t^n	$\frac{n!}{S^{n+1}}$
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{S-\alpha}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{S+\alpha}$
$\sin \alpha t$	$\frac{\alpha}{S^2+\alpha^2}$
$\cos \alpha t$	$\frac{S}{S^2+\alpha^2}$

Основные св-ва

Пусть $y_1(t) \risingdotseq Y_1(S)$

$y_2(t) \risingdotseq Y_2(S)$

α, a_1, a_2 – постоянные величины

1) Линейность

$$L[\pm a_1 y_1(t) \pm a_2 y_2(t)] = \pm a_1 Y_1(S) \pm a_2 Y_2(S)$$

2) Т-ма об изменении масштаба

$$L[y(\alpha t)] = \frac{1}{\alpha} Y\left(\frac{S}{\alpha}\right)$$

Если в обл-ти времени ф-я расширяется, то ее изображение во столько же раз расширяется

3) Дифф-е оригинала

$$L\left[\frac{d^n y(t)}{dt^n}\right] = S^n Y(S) - \left[S^{n-1} y_{(+0)} - \dots - y_{(+0)}^{(n-1)}\right]$$

$(+0)$ – н.у

4) Интегр-е оригинала

$$\underbrace{\int \dots \int}_{n} y(t) dt^n = y^{(-n)}$$

$$L[y^{-n}(t)] = \frac{Y(S)}{S^n} + \Bigg[\underbrace{\frac{y_{(+0)}^{(-n)}}{S} + \dots + \frac{y_{(+0)}^{(-1)}}{S}}_{\text{н.у.}}\Bigg]$$

где $y_{(+0)}^{(-1)} = \left[\int_{+0}^{t} y(\tau) d\tau\right]$

5) Т-ма о конечном знач. ф-ии времени

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{S\to 0} S \cdot Y(S)$$

6) Т-ма о начальном знач-ии

$$\lim_{t\to 0} y(t) = \lim_{S\to\infty} S \cdot Y(S)$$

7) Умножение в обл-ти времени

$$L[y_1(t)\, y_2(t)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y_1(\lambda)\cdot Y_2(S-\lambda)\,d\lambda =$$

$$= \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\omega}^{c+j\omega} Y_2(\lambda)\, Y_1(S-\lambda)\,d\lambda$$

8) Умножение в обл-ти комплексн. перем. (изображ. свертки)

$$L\left[\int_0^t y_1(\tau)\, y_2(t-\tau)\,d\tau\right] = Y_1(S)\, Y_2(S)$$

или

$$L\left[\int_0^t y_1(t-\tau)\, y_2(\tau)\,d\tau\right] = Y_1(S)\, Y_2(S)$$

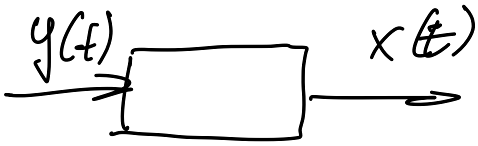
9) Т-ма смещения

$$L[y(t)e^{\pm\lambda t}] = Y(S\mp\lambda)$$

10) Сдвиг в обл-ти времени

$$L[y(t\pm\alpha)] = Y(s)e^{\pm\alpha S}$$

Применение преобр-й Лапласа к решению ДУ



$$a_2 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = b_1 \frac{dy(t)}{dt} + b_0 y(t)$$

Необх. перейти к изобр. ф-й $x(t)$ и $y(t)$, причем $y(t)$ – вх. сигнал – известный, а $x(t)$ – вых. – неизв

Воспольз-ся св-вом 3:

$x(t) \doteqdot X(S)$?

$y(t) \doteqdot Y(S)$

$$a_2[S^2X(S) - Sx(+0) - \dot{x}(+0)] + a_1[SX(S)\, x(+0)] + a_0 X_1(S) =$$
$$= b_1[SY(S) - y(+0)] + b_0 Y(S)$$

н.у. хар-т запасенную эн-ю в системе

$$X(S)[a_2S^2 + a_1S + a_0] = Y(S)[Sb_1 + b_0] + a_2[Sx_{(+0)} + \dot{x}_{(+0)}] -$$
$$- b_1[y_{(+0)}] + a_1 x_{(+0)}$$

$$X(S) = Y(S)\frac{b_1S + b_0}{a_2S^2 + a_1S + a_0} + \frac{a_2Sx_{(+0)} + a_2\dot{x}_{(+0)} + a_1x_{(+0)} - b_1y_{(+0)}}{a_2S^2 + a_1S + a_0}$$

Когда в системе нет запасенн. эн-ии (т.е. н.у.=0), то второе слагаемое равно 0

$$X(S) = Y(S)\frac{b_1S + b_0}{a_2S^2 + a_1S + a_0}$$

$$W(S) = \frac{X(S)}{Y(S)}$$

Перед. ф-ей наз-ся отношение преобраз-й Лапласа выходного ко входному при нулевых н.у.

1.

Как известн. из ур-й статики, к-т передачи для установ. знач-й вх и вых. сигналов, т.е. $t \to \infty$, а по св-ву 5 для нашего случая:

$$\boxed{k = \frac{b_0}{a_0}}$$

Из передат. ф-ии можно определить ЧХ $W(j\omega)$ путем замены $S \to j\omega$

$$\boxed{W(j\omega) = \frac{b_1 j\omega + b_0}{a_2 (j\omega)^2 + a_1 j\omega + a_0}}$$

$$W(S) \underset{j\omega \to S}{\overset{S \to j\omega}{\rightleftarrows}} W(j\omega)$$

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{-j\psi(\omega)} \; ?$$

Преимущество ЧХ — мы можем эксперим. путем найти все и далее составить ММ

Основные свойства передаточной функции

$$y(t) \longrightarrow \boxed{\text{ОУ система}} \longrightarrow x(t)$$

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + \ldots + a_0 x = b_m \frac{d^m y}{dt^m} + \ldots + b_0 y$$

$$W(S) = \frac{b_m S^m + \ldots + b_0}{a_n S^n + \ldots + a_0} \quad (*)$$

1) Передат. ф-я линейн стац. системы с сосред. парам. представляет собой дробно-рациональ. выр-е отн-но перем. S (*). Порядок полинома числителя (m) меньше или равен порядку полинома знаменателя. В противном случае, речь пойдет о физич-ки нереализуемой системе

2) Все коэф-ты (*) a_i и b_i обязательно веществ венные числа, т.к. они параметры системы (реальные числа)

3) Перед. ф-я может иметь или веществ. корни (полюса), или комплексные, но обязат-но комплексно-сопряженные

Нулями ПФ наз-ся корни ур-я:

$b_m S^m + \ldots + b_0 = 0$

Полюсами ПФ наз-ся корнем ур-я:

$a_n S^n + \ldots + a_0 = 0$

Пусть S_1 - корень к-либо из этих вырaж-й, причем комплексно-сопряженный, тогда обяз-но есть еще один корень: $S_1 = C_1 + j\omega_1$; $S_2 = C_1 - j\omega_1$

Если известны нули и полюса:

λ_i – нули $i = 1 \div m$

γ_j – полюса $j = 1 \div n$

, тогда: $$W(s) = \frac{\frac{b_0}{a_0}(s-\lambda_1)\ldots(s-\lambda_m)}{(s-\gamma_1)\ldots(s-\gamma_n)} \quad (**)$$

Из (**) ясно, почему для ∀ комплексн. корня есть обязательно ему сопряженн., т.к. в противн. случае нельзя получить веществ. коэф-в.

Устойчивость линейных непрерывных стационарных систем

Устойч-ть – осн. динам. хар-ка системы, т.к. если система неустойчива...

В завис-ти от хар-ра ПП линеар-й системы различают 3 осн случая поведения системы после возмущ-го возд-я

1) Система не может восстан-ть равновес. сост-я, значения управл. перемен все больше отклон-ся от заданного. Такой процесс – рас-ходящийся, а система – неустойчива

2) Система возвр-ся к равнов. сост-ю, зна-чение управл-й перемен отлич. от заданного

на величину статич. ошибки системы. Такой ПП — сходящийся, а система — устойчива

3) Система хар-ся устан. периодич. движ-ем Такой ПП — незатухающий колеб-й (автоколебаний) а система будет наход-ся на границе асимптотической уст-ти

Устойч-ть лин. систем не зав-т от величины возм-я. Система устойч-я при малых возмущ., будет уст-вой и к большим

Для суждения об уст-ти нелин. систем достат-но исслед-ть и опред. уст-ть в малом т.е. найти уст-ть по ур-м в форме приращений или отклонений от опорной траектории. При этом судить об уст-ти можно по корням хар-го ур-я замкн. системы. (знаменатель)

Если динамика системы точно опис-ся ЛДУ с пост. коэф-ми, то уст-ть в малом обесп. неогранич. уст-ть

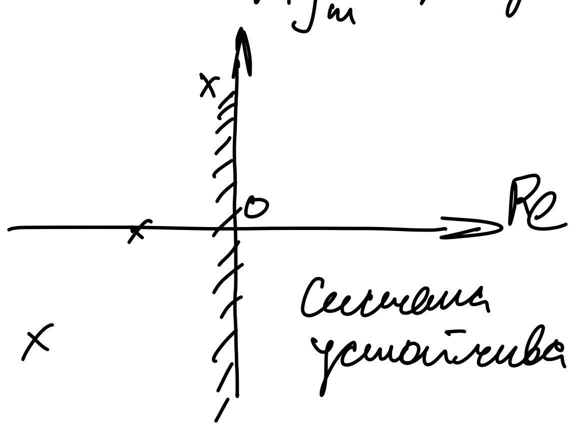
Правильность сужд-я об уст-ти реальн. сист. в малом по линеар. ур-м доказано Ляпуновым В соотв-ти с I т-мой Ляпунова справедливо:

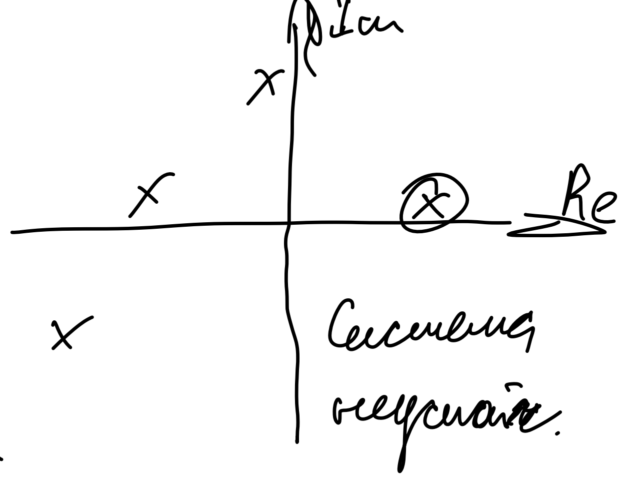
1) Если хар. ур-е линеар. системы имеет все корни с отриц. вещ-ми частями, то реальн.

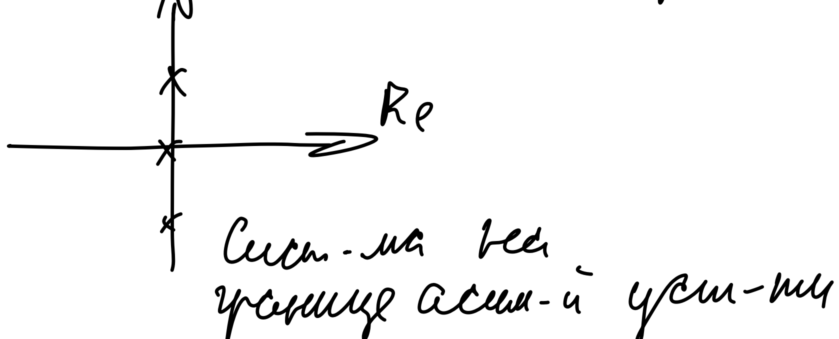
сист-ма уст-ва. При этом никакие отброш. при линеаризации члены 2-й и выше степеней отклон-й перемен. не могут изменить уст-ть системы

2) Если хар. ур. линеар. сист-мы имеет хотя бы 1 корень с полож. вещ-й частью, то реальн. система неустойчива. При этом никакие отбр. при лин-ии члены 2-й и выше степеней откл. перемен не могут придать системе уст-ть

3) Если хар. ур. линеариз. сист-мы имеет хотя бы 1 нулевой или пару чисто мнимых сопряж. корней, то поведение реальн. системы не может опред-ся ее линеариз ур-ем. В этом случае, отброш. при линеариз. члены 2-й и выше степ-й откл. перемен. коренным образом изменяют отк-е дин. процесса реальн. системы







Аналитич. формул-ка усл-й уст-ти сводится к тому что, возникшая в рез-те нарушения равнов. абс. величина отклонения упр-мой перемен. от заданного знач-я по истеч. достат. длительн. промеж-ка времени должна стать меньше нек-го, наперед заданного знач-я $\mathcal{E}$:

$$\lim_{t\to\infty} |\Delta x(t)| \le \mathcal{E}$$

Для астатич. системы ошибка регул-я равна нулю.

Методы опред-я уст-ти систем

При исслед-ии уст-ти систем необх. составить ДУ и найти решения

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + \ldots + a_0 x(t) = b_m \frac{d^m y(t)}{dt^m} + \ldots + b_0 y(t)$$

$$\boxed{x(t) = x_{св}(t) + x_{вын}(t)}$$

$x_{вын}(t)$ – хар-ет вынужд. движ-е и зав-т от внеш. возд-й

$x_{св}(t)$ – хар-ет свободное движ-е или ПП и зависит от св-в системы

Об уст-ти системы судят по свободному движению

Если $\lim x_{св}(t) \to 0$ при $t \to \infty$ то сист-ма устойчива.

Как изв-но из математики, своб. движ. хар-ая

$$x_{св}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + \dots + C_n e^{\lambda_n t} \quad (1)$$

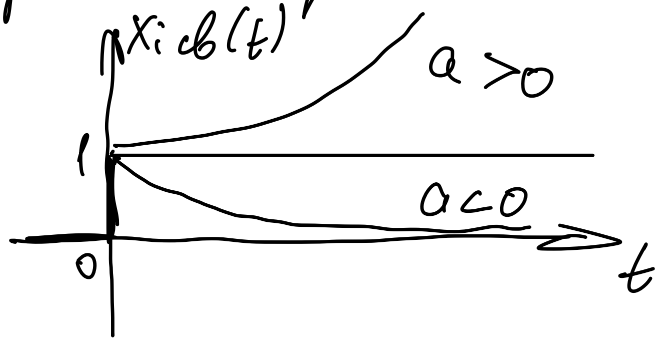
где C_i — пост-е, опред-е н.у, а λ_i — корни хар. ур-я:

$$a_n \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (2)$$

При этом возм-ны 2 случая:

1) $\lambda_i = a_i$

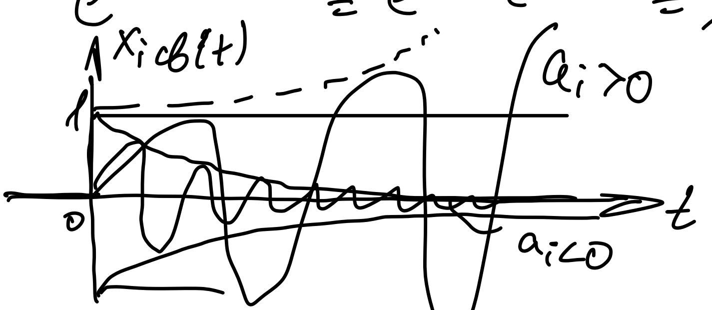
тогда из ур-я (1) видно, что система будет уст-ва при $\lambda_i < 0$



2) $\lambda_i = a_i + jb_i$ — комплексно-сопр. корни

тогда:

$$e^{(a+jb)t} = e^{at} \cdot e^{jbt} \Rightarrow x_{iсв}(t) = e^{a_i t} \sin(\beta_i t + \varphi_i)$$



Система будет уст-ва при отриц. вещ-х корней и при отриц. знач-х вещ-х частей
Если среди корней Х.У. будет хотя бы 1 пара чисто мнимых ($a_i = 0$, $b_i \neq 0$), то появл-ся сост-я своб. движ-я в виде незатух-го колеб процесса (НЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ). В этом случае система будет нах-ся на границе асимптотич. уст-ти.

Критерии устойчивости

Алгебраические

– методы, к-е по нек-му аналитич-му выр-го в соотв. с опред. алгоритмом позволяют оценить уст-ть системы

все опред-ли > 0
- Критерий Гурвица (ПФ замкн. сис-мы для ХУ => опред-ль Гурвица)
- Критерий Рауса

ПФ замкн. сист => ХУ => табл. Рауса

Частотные

– методы, к-е по нек-й ЧХ в соотв. с опред. алгоритмом позв-т оценить устойч-ть системы

- Критерий Михайлова (ПФ замкн. сист.)

ПФ разомкн. системы:
- Критерий Найквиста–Михайлова
- Распространение кр-я Н-М на ЛЧХ (метод ЛЧХ

• Корневой годограф

Критерий Гурвица

Чтобы все корни ХУ n-й степени:

$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0$

имели отриц. вещ-е части, необх. и дост-но чтобы при $a_0 > 0$ все и определители Гурвица были больше нуля

Для ур-я n-й степени необх. составить n опред-й. Последний наз-ся главным опред-м. (самый большой)

Главный опред-ль сост-ся след. образом:

1) По главной диагонали запис-ся коэф-ы ур-я в порядке возраст. инд-са, начиная со второго (a_1) и до последнего (a_n)

2) Столбцы вверх от диагонали дополн-ся коэф-ми с возраст. индексами, вниз - убывающими

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \ldots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_n \end{vmatrix}$$

3) Места недостающ. к-в заполняются нулями

4.) Опред-ли более низк. пор-ка получ-ся из более высок. пор-ка, вычеркиванием одного столбца слева и одной строки снизу

$\Delta_1 = a_1$

$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3$

$\Delta_3 = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3)$

$\vdots$

Метод Гаусса и Гаусса-Гурвица самост-но

Частотные критерии
Критерий Михайлова

В основе - геом. интерпр-ия принципа арг-та (из ТФКП)

Пусть имеется ур-е Х.У.:

$A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$ — хар-й полином

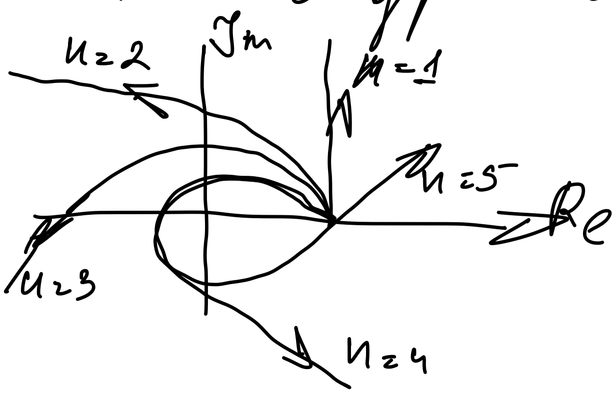
$p \to j\omega$

Если вместо $p \to j\omega$, то геом место конца вектора $A(j\omega)$ при изменении частоты от $-\infty$ до $+\infty$ будет предст-ать собой годограф в-ра $A(j\omega)$ или годограф Михайлова

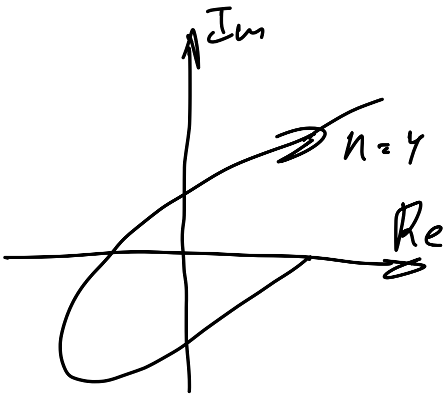
Система устойчива если при изм-ии частоты от 0 до $+\infty$ в-р $A(j\omega)$:

1) Начинаясь на действ. оси
2) обходит послед-но в полож. напр-ии (против часов)

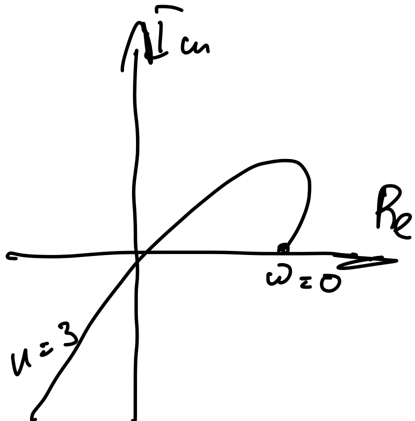
3) n квадрантов, где n — корни ХУ



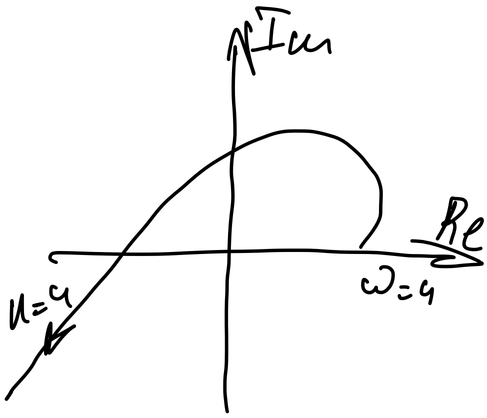
Сист-ма уст-ва



неуст. т.к. по часовой



неуст. т.к. непослед-но пересекает



неуст т.к. порядок 4-й, а пересек 3

Параметры типовых:

1) К-т усиления
2) Постоян. врем
3) К-т демпфир-я

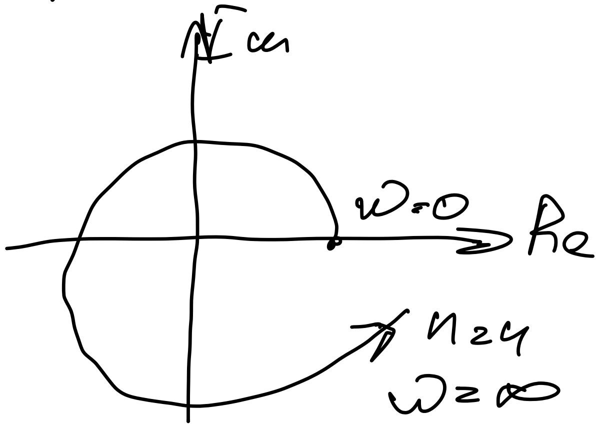
Статич хар-ка = отношение вх и вых сигналов

Динамические — от времени

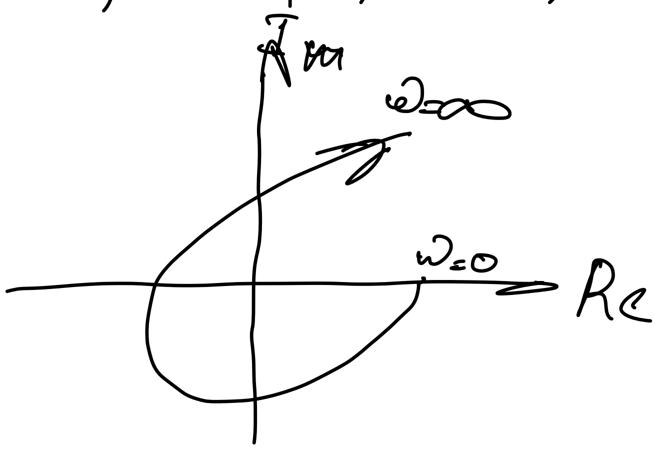
— Временные — реакция на ступенч. сиг.

импульсная — реакция системы на ф-ю Дирака

– частотные – реакция на гармонич. вх. возд. (АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ, ЛАФЧХ, АФЧХ)



уст

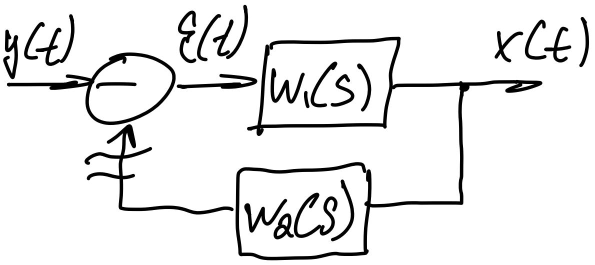


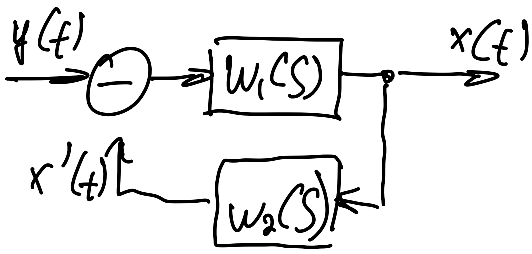
неуст

Критерий Найквиста – Михайлова

Данный критерий позв-т по хар-м разомкн. системы судить об уст-ти замкнутой

Пусть дана нек-я замкн. система

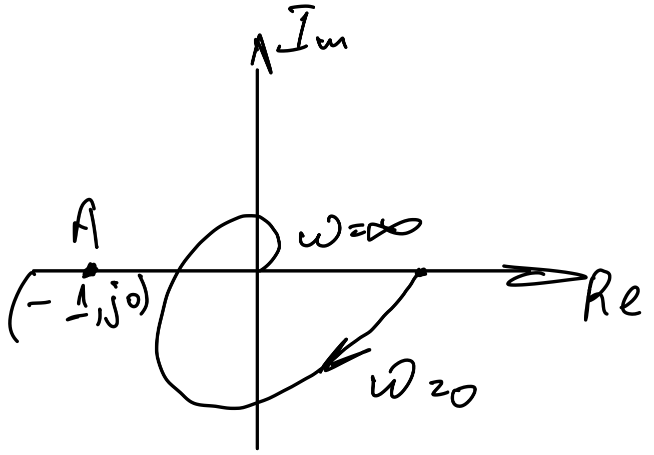




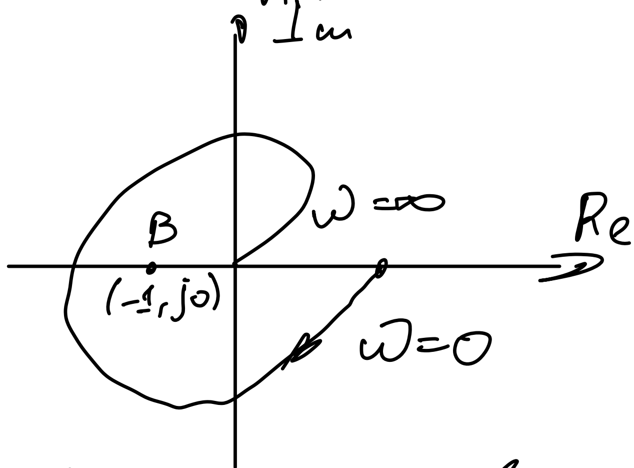
$$\Phi(S) = \frac{W_1(S)}{1 + W_1(S)W_2(S)} \qquad W_p(S) = W_1(S) \cdot W_2(S)$$

1) Если система уст-ва в разомкн, тогда уст-ти в соответ. замкн. системы необх. и дост., чтобы АФЧХ разомкн. сист-мы для

$\omega \in [0, \infty]$ не охватывала бы точку $(-1, j0)$

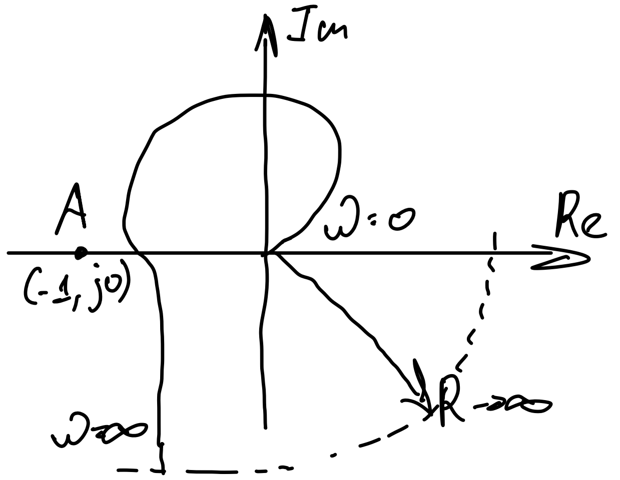


Система устойчива

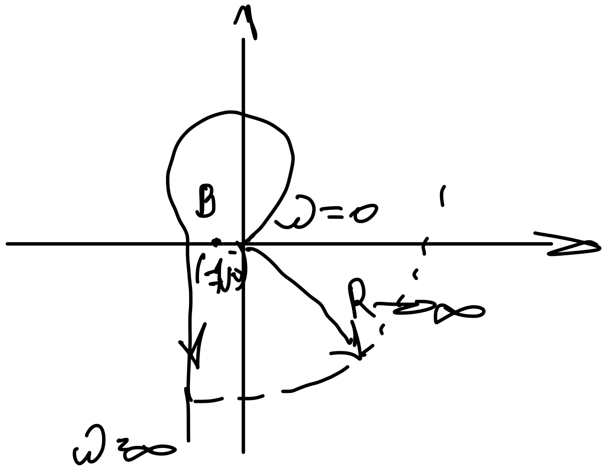


Система неуст-ва

Если система явл-ся астатической (имеет свободный интегратор в контуре), то для применимости крит-я Н-М необх. дополнить АФЧХ дугой б.б. радиуса $(R \gg 1)$ и определять расположение АФЧХ в точке $(-1, j0)$



сист-ма уст.



система неуст

2) Если сист-ма неустойч. в разомкн. сост. и имеет m-корней в правой полупл-ти, то для уст-ти соотв. замкн. системы н. и д. чтобы АФЧХ разомкн. системы с $\omega \in [0, \infty]$ охватывала

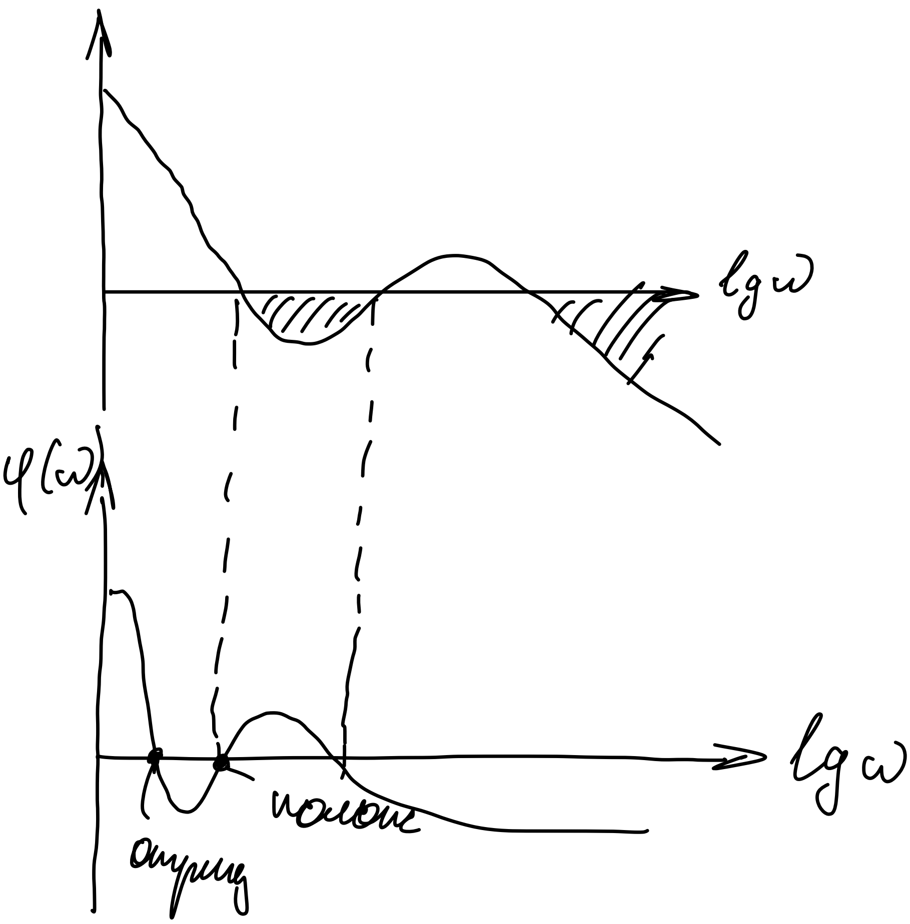
точку $(-1, j0)$ $\frac{m}{2}$ раз

Построение критерия Н-М на логарифмические частотные хар-ки

Критерий сформ-н применительно к логарифмич. хар-м системы в разомкн. сост-ии

$W_p(S)$

Система устойчива в замкн. сост-ии, если: разность м-ду числами полож. и отриц переходов лог. хар-ки равна $\frac{m}{2}$, где m – число корней ХУ разомкн. системы, лежащих в правой полупл-ти

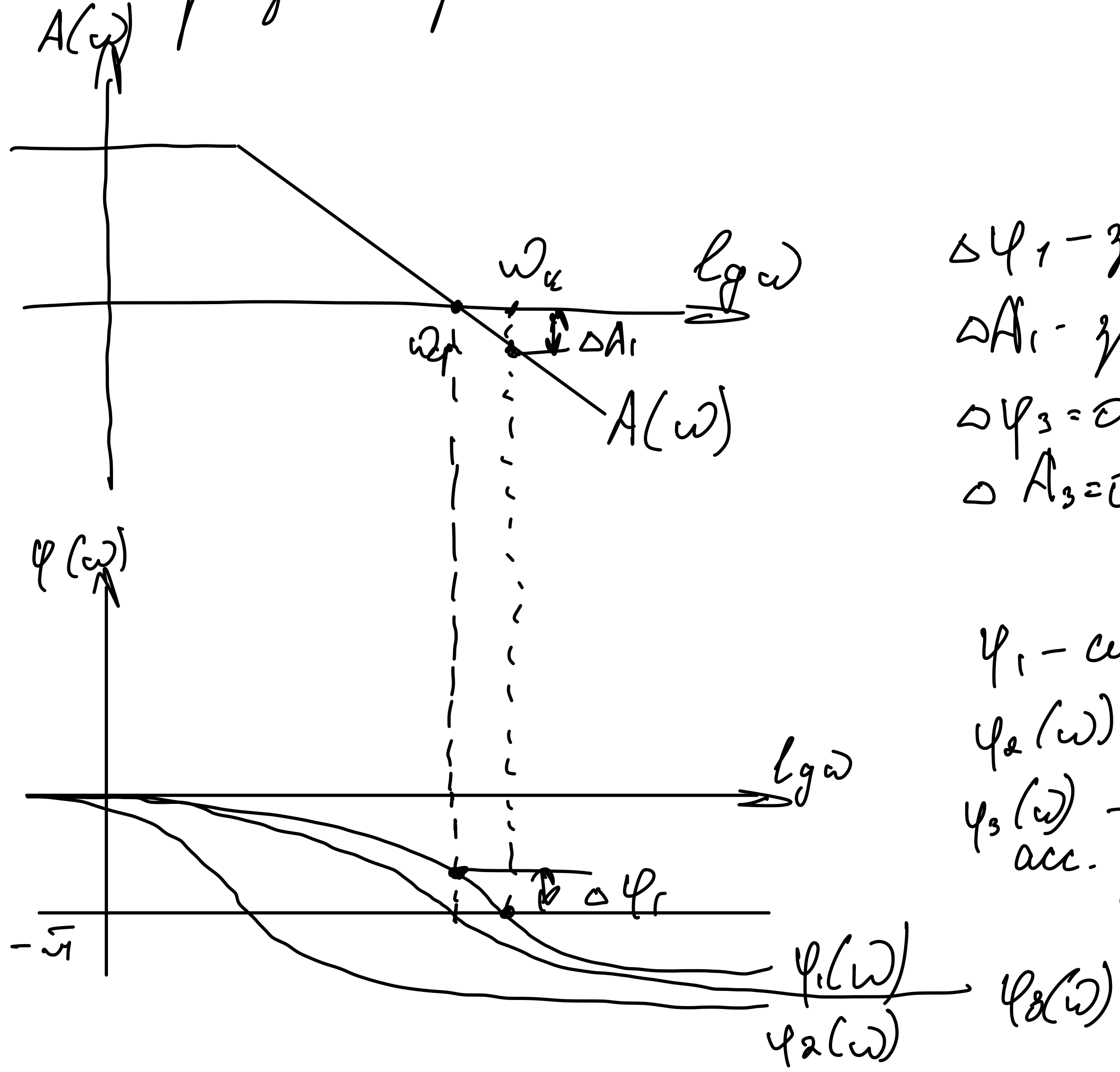


Полож. переходом наз-ся пересечением фазовой хар-ки оси $-\pi$ снизу вверх при полож. знач. ЛАЧХ

Опред. перехода — пересеч. фаз. х-ки оси $-\pi$ сверху вниз при полож. знач ЛАЧХ

Практическое знач-е получил случай при анализе замкн. системы, когда разомкн. система устойчива

Замкн. система будет уст-ва в том случае, если ЛФЧХ пересекает ось $-\pi$ сверху вниз после частоты среза $\omega_{ср}$



$\Delta\varphi_1$ — запас уст. по φ

ΔA_1 — запас уст по A

$\Delta\varphi_3 = 0$

$\Delta A_3 = 0$

φ_1 — система уст.

$\varphi_2(\omega)$ — неустойч.

$\varphi_3(\omega)$ — на границе асс. уст-ти

Запасы устойчивости

В процессе эксплуатации САР/САУ, ее параметры (к-т усиления, пост. врем и т.п.) из-за изменения внеш. условий отлич. от расчетн. Поэтому предусм-ся меры по избежанию неуст-ти системы.

При проектировании систем предусм. запасы уст-ти систем, т.е хар-ют близость годогр. ЧХ разомкн. системы в т $(-1, j0)$

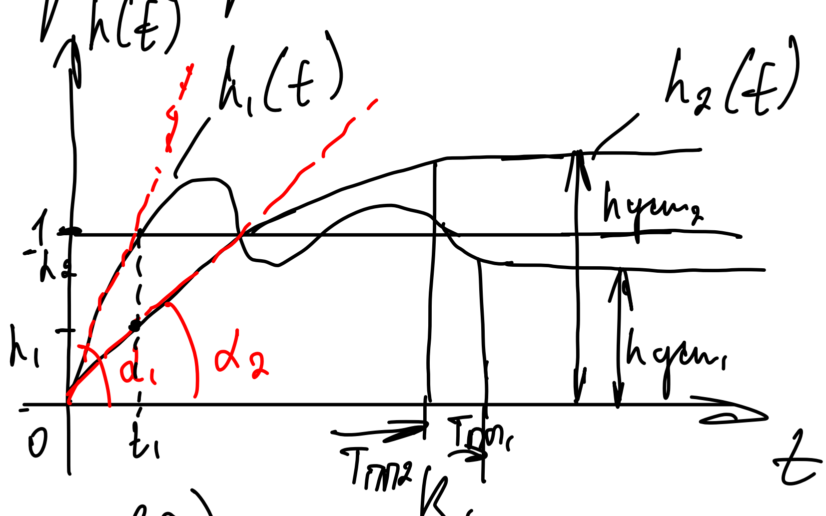
Запасы уст-ти опред-ся на 2х частотах:

1) Частота среза, где АЧХ = 1 (ЛАЧХ = 0)

2) Критическая частота, где ФЧХ = −180°, ЛФЧХ = −π

Различают запасы уст-ти по фазе и ампл-е

Записать передат. ф-ии $W_1(S)$ и $W_2(S)$ и сравнить параметры



$$W_1(S) = \frac{K_1}{T_1^2 S^2 + 2\xi_1 T_1 S + 1}$$ — усилит + колеб

$$W_2(S) = \frac{K_2}{T_2 S + 1}$$ — усилит + апер.

$k_1 > k_2$, т.к.

$T_1 > T_2$, т.к. $\qquad \frac{1}{T_1} < \frac{1}{T_2}$

$\xi_1 \times \xi_2$, т.к.

$$\begin{cases} \alpha_1 < \alpha_2 \\ h_2(t_1) < h_1(t_1) \end{cases} \Rightarrow k_1 > k_2$$

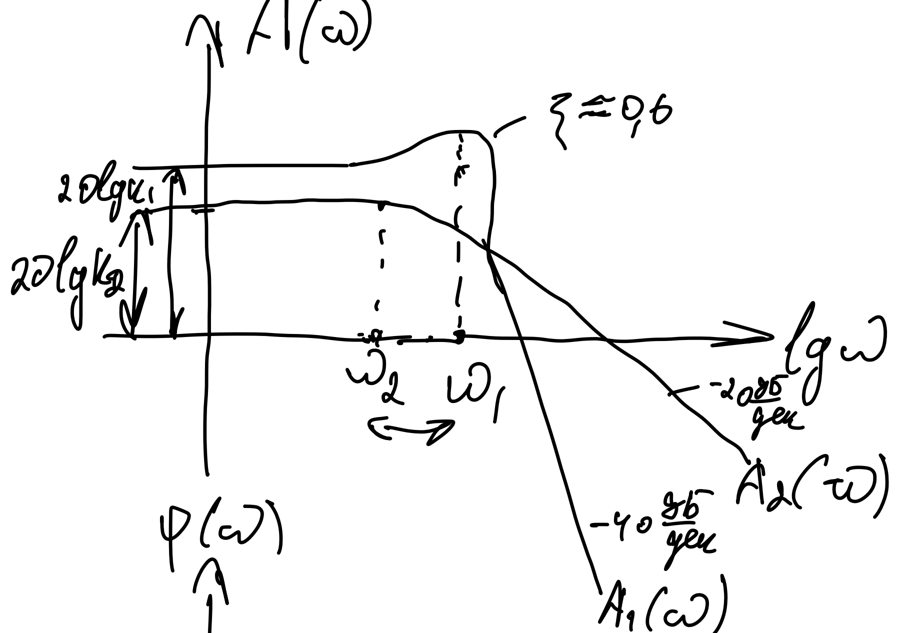
$h_{уст_1} < h_{уст_2}$

$T \sim T_{пп}$

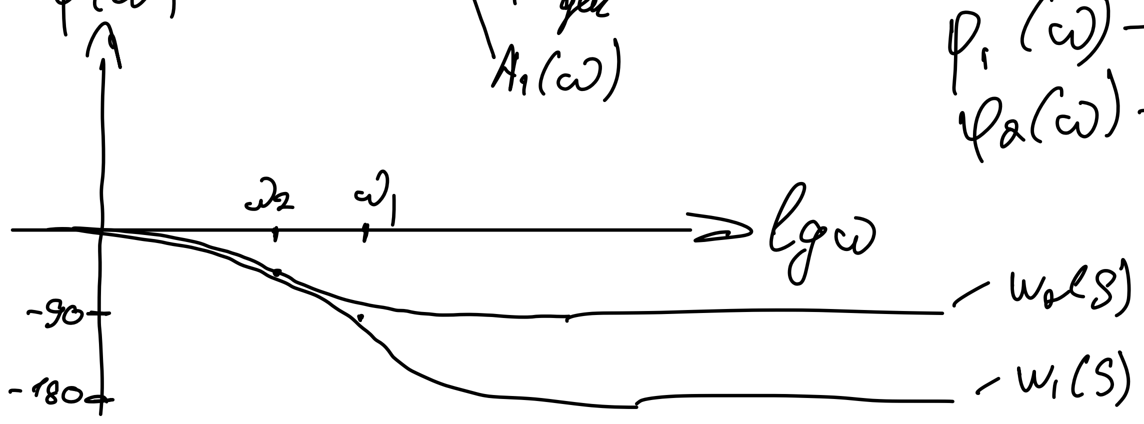
$$W_2'(S) = \frac{k_2}{T_2^2 S^2 + 2T_2\xi_2 S + 1}$$

, $\xi_2 = 1 \qquad \xi_1 \approx 0,5 ... 0,6$

$\xi_1 < \xi_2$



$A_1(\omega)$ - ?
$A_2(\omega)$ - ?

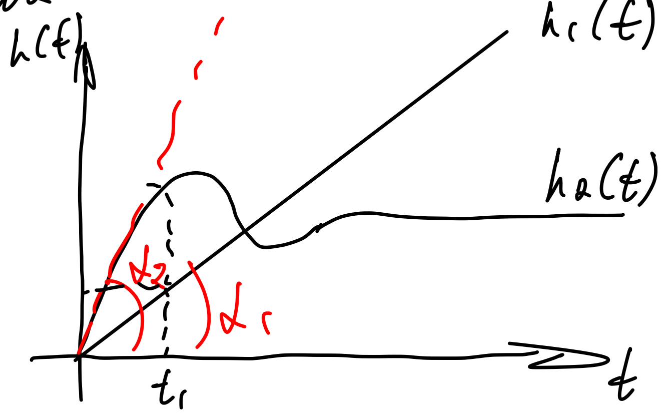


$\varphi_1(\omega)$ - ?
$\varphi_2(\omega)$ - ?

$$W_2(S) = \frac{k_2}{T_2 S + 1}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_2} \qquad T_2 < T_1 \Rightarrow \omega_1 > \omega_2$$

№2



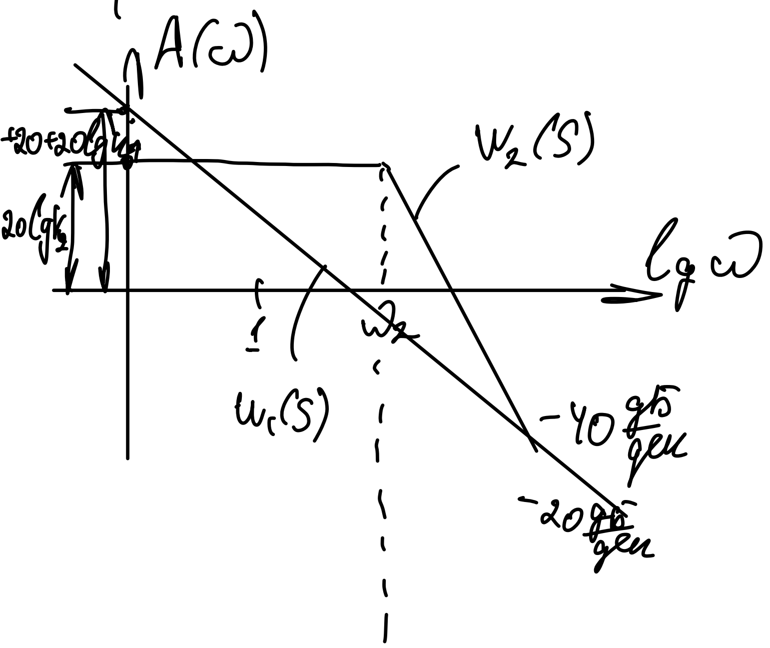
$$W_1(S) = \frac{k_1}{s}$$ — усил + интегр.

$$W_2(S) = \frac{k_2}{T_2^2 S^2 + 2\xi_2 S T_2 + 1}$$ — усил + колеб

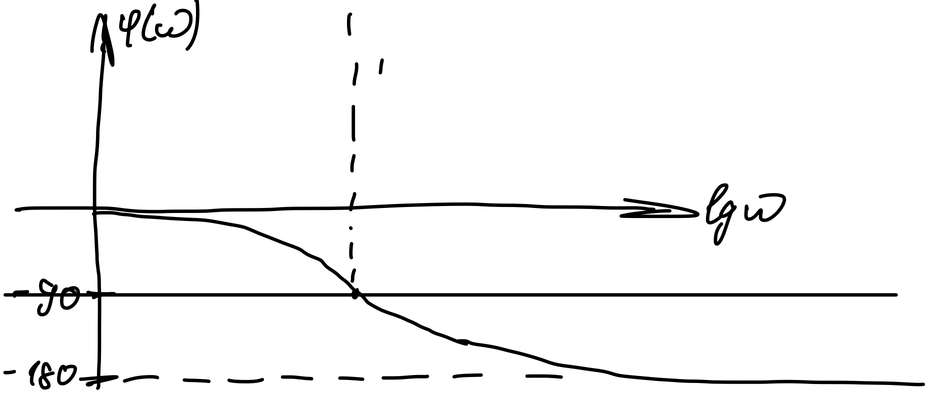
$$\begin{cases} \alpha_1 < \alpha_2 \\ h_1(t_1) < h_2(t_2) \end{cases} \Rightarrow k_2 > k_1$$

$T_1 \times T_2$

$\xi_1 \times \xi_2$



$$\omega_2 = \frac{1}{T_2}$$



Построение областей устойчивости

Критерии уст-ти позволяют опред. уст-ть сис-мы не только при задан. парам, но и в том случае, когда 1 или 2 из всех пар-в, т.е. измен-ся в различн. пределах и необх опред, при каких знач. парам. система будет уст-ва. Совокуп-ть знач-й этих парам-в наз-ся областью уст-ти системы

Т.е. при иссл-ии уст-ти сис-мы может ставиться не только задача анализа (т.е. проверки уст-ти системы при заданных знач-ях ее параметров), но и задачи синтеза (т.е. опред. нек-й обл-ти измен. отдельн. парам, внутри к-й система остается уст-вой.

Построение областей уст-ти ф-ии одного или двух пар-в системы м.б. выполнена при помощи любого критерия уст-ти. Сущ-т формальн. способы деления обл-тей уст-ти. Однако эфф-ть применения того или иного способа в большой степени зависит от конкр. сод-я решения задачи

Для построения границ обл-й уст-ти исп-ся:

1) Метод диагр. Вышнеградского
2) Метод D-разбиения

Понятие о D-разбиении пр-ва коэф-в ХУ

Если при значениях к-л двух к-тов ХУ

$a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_{n-1}p+a_n=0$

в пл-ти корней имеется к-корней, лежащих слева от мнимой оси и (n-к)-корней, лежащих справа от мним. оси, то, изменяя знач-я этих к-тов можно получить опред. кривую на пл-ти к-тов, ограничивающую обл-ть, кажд. точка к-й хар-ет указанное располож. корней ХУ отн мнимой оси. Область, огранич. этой кривой обозначают как $D(к;n-к)$. Число к-корней лежащих слева от мнимой оси м.б. разным: $(к\geq 0;\ к\leq n)$, поэтому в пл-ти к-тов (a_0, a_n) м.б. обл-ти $D(к;n-к)$ соотв. различным значениям к

$n=3$

$D_1(0,3)$, $D_2(1,2)$, $D_3(2,1)$ } неустойч.

$D_4(3,0)$ — устойчивая система

Однако если для конкрет. ХУ невозм. получить обл-ть $D_4(3;0)$, то это значит, что ни при каких знач. рассм. к-тов (к-е мы меняем) система не может быть сделана устойчивой.

Т.О, область к-тов может и не содерж. обл-стей уст-ти

Разбиение пр-ва к-тов на обл-ти уст-ти и неуст-ти системы — наз-ся Д-разбиением.

Например, при 3-х неопр. к-тах следует рассм-ть 3-х мерное пр-во с осями коорд-т (a_0, a_1, a_4). При больш. числе к-тов приходится рассм. многомерное пр-во к-тов и обл-ть Д выделяется гиперпов-ю

Т.О, задачу построения Д-разбиения для 3-х и более неизвестн. к-в ХУ практич. можно решить только с исп-ем ЭВМ со спец. ПО

Устойчивость систем с запаздыванием

К линейн. системам с запазд. относятся сис-мы, содержащие 1 или неск. звеньев с запаздыванием. Время запазд-я остается постоян. во всем ходе процесса упр-я. Решение ДУ систем с запазд. можно записать в виде ряда (аналогично ранее рассм. системам).

Для уст-ти систем с запазд. необх. чтобы все корни ХУ имели отриц. веществ. части, но в отлич. от обык. ур-й, эти явл-ся трансцедентными:

$$A(p)+B(p)e^{-p\tau}=0$$

и оно может иметь бесконеч. кол-во корней. Это обст-во не позволяет применить известный критерий уст-ти, кроме критерия Найквиста и метода D-разбиения.

Подзадача анализа качества

Задача анализа кач-ва закл-ся в нахожд. нек-х показателей хар-х переходную ф-ю системы и называют первичн. показат-ми кач-ва, хар-е вых. сигнал системы.

Их использ. при составлении ТЗ на проектир. системы

Анализ кач-ва проводится прямым и косвен. методами

Прямой метод:

Трудности закл-ся: 1) в необх-ти опред-я корней ХУ

2) необх-ти в опред. постоянных инт-я

3) необх-ть сопоставления вида решения к конструктивн. парам. системы

Косвенные методы:

1) Частотный
2) Корневого годографа
3) Логарифмич. корн. годогр.
4) Интегральных оценок и . . .

Частотный метод

Основан на расм-ии преобр. Лапласа для регулируемой величины при чисто мнимых знач-ях аргумента $S = j\omega$, а также на связи соотн-ей м-ду ЧХ-ми замкнутой (разомкн.) системы с перех. проц-м

Одно из осн. различий м-ду прямым методом анализа пер. пр-в, основ. на преобр. Лапласа, и частотным закл-ся в том, что первый явл-ся аналитическим и связан с выч-ем корней ХУ, второй как и в случае анализа уст-ти графо-аналитический и не требует выч-я корней ХУ.

При исп-ии част. метода исход. данн. м.б. ЧХ-ки, к-е опред-ся экспериментально без исп-я ДУ всей системы или ее отдельн. эл-в

Частотный метод позволяет:

1) проводить полный анализ динамики и

решать многие вопросы синтеза корректир. устр-в или регуляторов системы.

2) учитывать особенность САР, заключ. в том, что исслед. систем для разомкн сост-я проще, чем в замкнут.

3) осуществ. анализ уст-сти, кач-ва ПП систем любого порядка, одно- и многоконтурных и систем с сосредоточ. и распред. парам-ми

4) решать вопросы анализа и синтеза при непрерывно изменяющ. воздейств.

Метод корневого годографа

Основан на связи м-ду располож. нулей и полюсов перед. ф-ии системы в разом. и зам. сост. И их перемещ в пл-сти S при изменении парам.

Если в проц-проектир. системы были получ. хар-ки ПП, несоотв требованиям, то ...
можно изменить показ...

Позволяет проанализ. как меняются корни ХУ при изменении от $-\infty$ до $+\infty$ линейновходящ парам. системы и показ. как необх. изменять эти корни, для получения треб. хар-к

Метод логарифмич. корневого годографа

Основан на анализе св-в замкн. системы по логарифмич комплексн. ЧХ разомкн. системы, т.е. для комплексн. знач. арг. $s = \sigma + j\omega$

Метод интегральных оценок

Исп-ет опред-е интегр-лы по времени от ф-ии регулир. величины (ошибки системы). При этом, для косвен. интегр. оценок не треб. знания корней ХУ

Он м.б. отнесен к аналитич. методам, но эффективнее при исп-ии ЭВМ

Из перечисл. методов только частотный позволяет проводить оценку прямых (первич. показат. кач-ва ($T_{пп}$, σ). Остальные дают лишь косвен. оценки кач-ва (степень уст-ти, показ-ль колеб-ти)

Частотный метод оценки кач-ва

Поведение системы в ПП, вызванн. типов. возд-ми (единич. ступенч., ф-ей дирака, гармон. и др. для особого вида систем), стремящ. с теч. времени к пост. устан. знач., можно охар-ть с помощью первич. показ. кач-ва

$t_{пп}$ показывает быстродействие

σ хар-ет колебат-ть системы

статич. ошибка показ. разницу м-ду входным и получ. вых. сигналом

Связь м-ду ЧХ и ПП

Перед началом проектирования систем необх. изучить исходные данные, тех. требования ТТ

$$\begin{cases} 1) & \Delta A_{треб} \geq \Delta A_{max} \\ & \Delta \varphi_{треб} \geq \Delta \varphi_{max} \\ 2) & \begin{cases} T_{пп\,треб} \leq T_{пп\,max} \\ \sigma_{треб} \leq \sigma_{max} \end{cases} \\ 3) & \varepsilon_{ст.\,треб} \leq \varepsilon_{ст\,max} \end{cases}$$

Основой выявл. связей м-ду ЧХ и врем. хар-ми явл. интеграл Фурье (преобраз. Фурье). В случае единич. ступенч. возд. и н.н.у, выражения для ПП имеет след. вид:

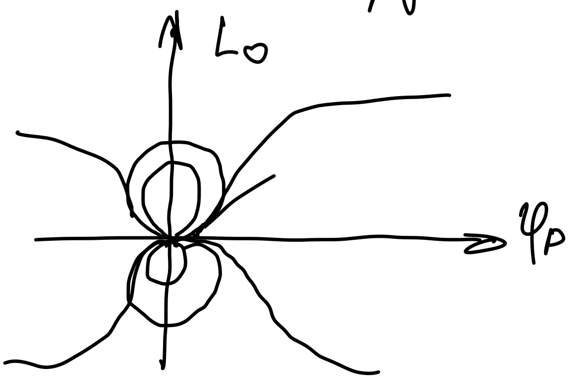
$$x(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} P(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (1)$$

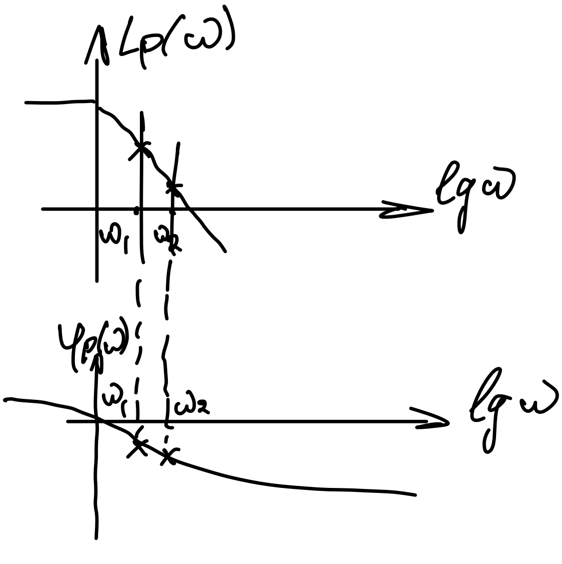
Данное выр-е получило широкое практ. применение, т.к. по св-вам ВЧХ можно судить о кач-ве управления без выч. интеграла ПФ, т.е. для опред ПП необх. знать хар-ку $P(\omega)$ замкн. системы, к-я связана с ЧХ разомкн. системы (через $Ф(S)$)

$$P(\omega) = f(A_p(\omega), \varphi_p(\omega)) \quad (2)$$

$$Q(\omega) = f(L_p(\omega), \varphi_p(\omega)) \quad (3)$$

Учитывая зав-сти (2), (3) строятся номограммы замыкания в коорд-х $[L_p; \varphi_p]$





Т.О получают номограммы замык-я, а по ним опр-т веществ. ЧХ (ВЧХ)

$$P(\omega) = A_з(\omega) \cos \varphi_з(\omega)$$

2 Задача: по известной ВЧХ опред (оценить) ПФ системы

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{P(\omega)}{\omega}\sin\omega t\, d\omega \quad (4)$$

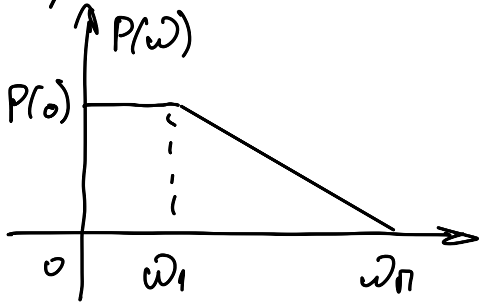
Чтобы по ВЧХ узнать вид ПП исп. 3 метода.

1) Аналитический (по (4) и получ. $P(\omega)$ оценивается ПП)

2) Графический (выполняется построение для конкр. t_1, затем для t_2 и т.д.)

3) Графо-аналитический (приближ. способ, к-й наз-ся методом трапецеидальных ЧХ). + он прост; − он приближенный (порядка 30% ошибок)

Считается, что ВЧХ получена и известна связь (4), предполагается, что ВЧХ имеет вид трапеции.

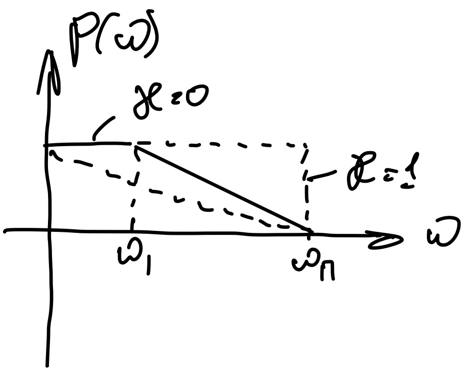


Если брать интеграл (4), то с помощ. интегральн. синусов и вводится интегральная трапеция

$$\varkappa = \frac{\omega_1}{\omega_п} \quad 0 \le \varkappa < 1$$

прямоугольник при $\varkappa = 1$

треугольник при $\varkappa = 0$



Для фикс. знач. $\varkappa$ опред. ПП

т.е. проводят табул-ю при разных $\varkappa$

$\varkappa \to h_\varkappa(t)$

Набор табул. ПФ, соотв. единичной $\varkappa$ наз-ся $h_\varkappa$ -ф-ии

Последовательность операций при исследовании САР на качество по методу ЧХ

1) Заданы ВЧХ разомкн. системы
2) Пользуясь номограммами опред. ВЧХ замкн. сис.
3) Предст. ВЧХ в виде суммы трапеций $P_i(\omega)$
4) Опред. $\varkappa_i$
5) Опред. масштаб $h_i(t)$ по оси $h_i(t)$, к-я совпадает с $P_i(\omega)$
6) Опред. масштаб $h_i(t)$ по оси t, к-я совпад $\frac{1}{\omega_\Pi}$
7) Суммируют получ. $h_i(t)$

Связь показателей качества с формой ВЧХ

1) Линейность

$$P(\omega) = \sum_{i=1}^{n} a_i P_i(\omega)$$

$$P_i(\omega) \to h_i(t)$$

$$(i = 1, \ldots n)$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} a_i h_i(t)$$

$$h(\infty) = P(0)$$

2) Т-ма об изменении масштаба

а) При изменении масштаб. $P(\omega)$ по оси частот в n раз масштаб $h(t)$ по оси t меняется в $\frac{1}{n}$ раз

б) При изм. масш. $P(\omega)$ по оси $P(\omega)$ в k раз масштаб $h(t)$ по оси $h(t)$ меняется тоже в k раз

3) Т-ма о конечном значении

$P(\omega)$ нач-ся в 1 или вблизи 1. Для астатич. систем точно в 1, для статич. неточно

4) Т-ма о нач. знач.

$$h(0) = P(\infty)$$

5) Достат. условие малых перерегулир.

① $P(\omega) \geq 0$

② $\dfrac{dP(\omega)}{d\omega} \leq 0$ $\Rightarrow h(t)_{max} \leq 1{,}18\,P(0)$

6) Достат. усл-е монотон-ти ПП

① $P(\omega) \geq 0$

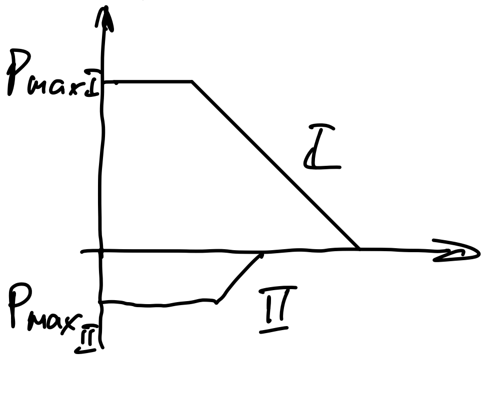
② $\dfrac{dP(\omega)}{d\omega} \leq 0$

③ $\dfrac{d^2P(\omega)}{d\omega^2} \leq 0$

7) Верхняя оценка перерегулирования

Пусть $P(\omega)$ имеет вид:

В таком случае ПП системы можно предст. 2-мя трапециями



$$h(t) = h_1(t) + h_2(t)$$

Согласно св-ву (5): $h_{1max} \leq 1,18 P_{max1}$

$h_{2max} \leq 1,18 P_{max2}$

$$\sigma\% \leq \frac{1,18 P_{max} - P(0)}{P(0)} \cdot 100\%$$

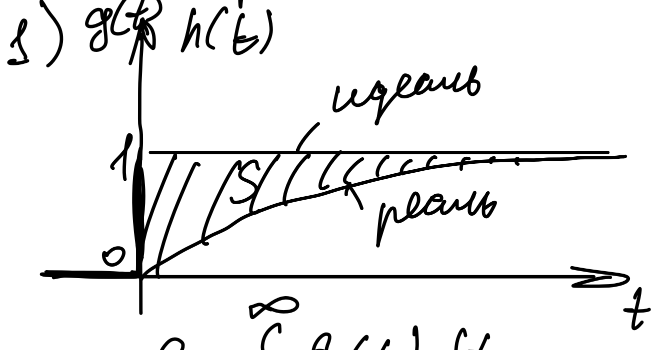
8) Наличие разрывов непр-ней и пиков на кривой ВЧХ

9) Отриц. выброс на ВЧХ оказ-ет в 3 раза меньшее влияние, чем выброс положит.

Интегральные оценки качества

Инт-е оценки/критерии кач-ва позволяют судить о кач-ве ПП путем выч-я интегралов от нек-й ф-ии управ-мой величины. Инт-й оценкой кач-ва — наз-м интегралы по времени от нек-й ф-ии ПП ошибки регулирования.

1)



$$S = \int_0^{\infty} \varepsilon(t)\,dt$$

Данная оценка — линейная интегральная оценка кач-ва

Наиболее надежна при оценке монотонных процессов (абс. оценка). Если же ПП колебат — получ. абс. оценку невозм. => оценка будет отнюсительной

2) $I = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt$

Недостаток: затруднит. выч-я

3) $I_0 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt$ — квадратич. интегральная (ф-ла Рэлея)

Выч-ся проще и м.б. получена абс-я ошиб. Использ-ся для получения системы, приближ. к оптимальной (в смысле минимума критерия I_0)

Интегральные оценки кач-ва прямым образ не связаны с показ-ми кач-ва ($t_{пп}$, σ...), но возможно исп-е улучшенных интегр. оценок

Удобство явл-ся преимущ. интегр. оценок, состоит в том, что они дают единый числов. критерий кач-ва

Недостаток: одному и тому же знач-ю инт. оц. могут отвечать разные формы ПП, что создает недостаточную опред-ть в решен. задачи.

Инт. оценки преимущ. использ. в теории оптимальных систем

Метод пространства состояний

Основан на подходе при описании динамики систем (формализованный метод анализа динамики механ. систем — принцип Лагранжа — Гамильтона). При сост-ии ДУ исп-ся ур-е Лагранжа II рода, составленного для обобщ. координат (состояний) системы. Метод целесообр. исп-ть, когда состав-е выр. для кин. и пот. энергии системы и диссипативной ф-ии не представляется затруднительным

Уравнение состояний

В случае исп-я метода, функц. схема системы рассм-ся в обобщ. виде:

Регулятор + ОУ

ОУ может иметь неск-ко входов и выходов

Входные сигналы — величины, к-ми можно управлять объектом

Выходные сигналы — величины, доступные к измерению

К объекту относятся: исполнит. элем, предшествующим усилитель

При исп-ии МПС исходит из того, что динамика объекта м.б. предст-на в виде ДУ в виде Коши

$\dot{X} = F(X, U, t)$ (1) – ур-е в ф-ме Коши, хар-ет динамику ОУ

$X = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$ – $(n \times 1)$ – в-р сост.

$Y = (y_1(t), y_2(t), \ldots y_m(t))$ – выходн. в-р.

$U = (U_1(t), U_2(t), \ldots U_r(t))$ – в-р управления

Вектор X – в-р состояний ОУ

$U = (U_1(t), U_2(t), \ldots U_r(t))$

в-р столбец $(r \times 1)$ своими сост-ми имеет вход. сигналы объекта и наз-ся входным

$Y = (y_1(t), y_2(t), \ldots, y_m(t))$ – в-р. столбец Y связан с перем-ми сост-я: $\dot{Y} = G(X, t)$ (2) Т.О. ур-я (1) и (2) – описание ОУ в пр-ве сост-я

Метод пр-ва состояний

Применяется для описания систем большого пор-ка с неск. входами и выходами и перекр. связями. Применение матр-ц и в-в позволяет запис-ть в более компактн. виде как ур-е систем упр-я так и их решения.

Суть метода закл-ся в том, что создается модель динам. системы, включ-я набор перем. входных, выходных и перем. состояния, связан-х м-ду собой ДУ, записан. в матричной ф-ме.

Под состоянием системы понимается совок-ть знаний, к-е наряду с входн. ф-ми и ур-ми, описывающ динам. системы, позволяют опред. ее будущ. сост-е и вых. переменные. В-р сост-я формально — вектор физ. перем. системы (перемещ., ск-ть и т.п.) или их ф-й, отн. к-х записываются ур-я системы.

В-р управления хар-ет те возд-я на систему, к-е сознательно формируются проектировщиком для достижения поставленной цели.

Ур-я системы могут зависеть от целого ряда других переменных, к-е дополнительно включ-ся в мат. модель, внеш. возд-е (случайные и неслучайные)

Методика сост-я ДУ

1. Выбирается СО
2. Система разбивается на эл-ты/звенья
   (звено - элемент структурной схемы)

Звено - часть системы, для к-й выполняется усл-е направленного прохождения сигнала

При этом отсутст-т непоср. влияние вых. сиг.

на вход.

3. На осн. ур-й физики сост-тся ДУ звеньев, счи-тая, что все идеал. отклон. в полож. нашр-ти.

4. Далее ДУ м.б. дополнены алгебраич. ур-ми связи отдельных звеньев. (необх. предусм, чтобы связи были отриц.

Для линейного ОУ принимают:

$$\dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t) \quad (3)$$

$$Y = C(t)X(t) \quad (4)$$

М-ца $A(t)$ – м-ца ОУ, размерность $(n \times n)$

М-ца $B(t)$ м-ца управ-я, размерн. $(n \times r)$

М-ца $C(t)$ м-ца вых. сигнала, размерность $(m \times n)$

Ур-я (2) и (4) – ур-я наблюдателя

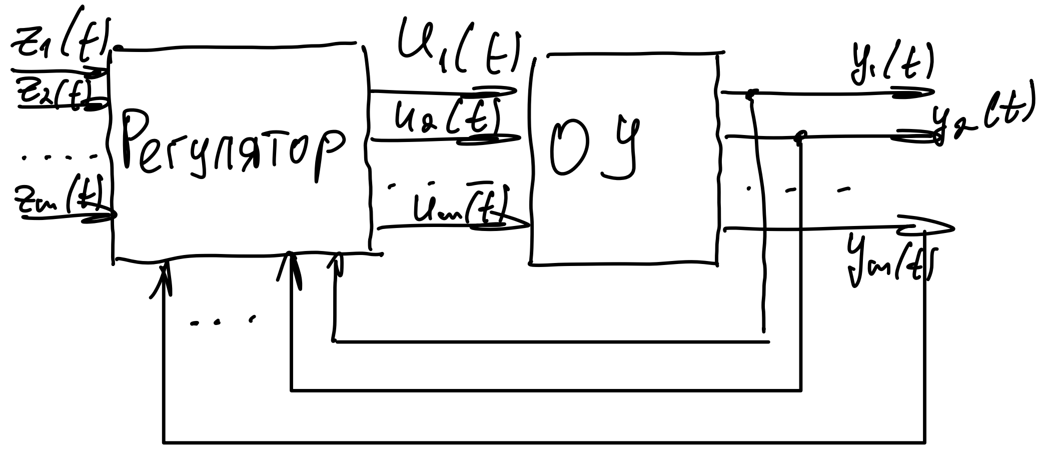
Регулятор, присоед. к объекту, получает вых сигналы Y, к-е сравниваются им со вход. сигналами Z и из раз-ти этих сигналов с помощью м-цы регулятора форм-ся сигналы U:

$$U(t) = R(Y(t) - Z(t)) \quad (5)$$

Ур-я (3), (4) и (5) – ур-я замкн. системы упр-я

R – м-ца регулятора, разм-ть $(r \times m)$

Задачей проектир-ка явл-ся определение R



Ур-я (3), (4) и (5) можно запис. в развёрн. ф-ме

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \dots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \dots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2} & \dots & a_{nn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{1n}(t) \\ b_{21}(t) \dots & b_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots \\ b_{n1}(t) & b_{nn}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(t) & \dots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & & c_{2n}(t) \\ \vdots & & \vdots \\ c_{m1}(t) & & c_{mn}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Данные ур-е (3.1) и (4.1), м.б. приведены к системе ДУ путем реализ умножения в-в столбцов на соотв. м-цы

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x}_1(t) = a_{11}(t)x_1(t) + a_{12}(t)x_2(t) + \dots + a_{1n}(t)x_n(t) + b_{11}(t)u_1(t) + \\ &+ b_{12}(t)u_2(t) + \dots + b_{1r}(t)u_r(t) \\ &\dot{x}_2(t) = a_{21}(t)x_1(t) + a_{22}(t)x_2(t) + \dots + a_{2n}(t)x_n(t) + b_{21}(t)u_1(t) + \\ &+ b_{22}(t)u_2(t) + \dots + b_{2r}(t)u_r(t) \\ &\dots \\ &\dot{x}_n(t) = a_{n1}(t)x_1(t) + a_{n2}(t)x_2(t) + \dots a_{nn}(t)x_n(t) + b_{n1}(t)u_1(t) + \\ &+ b_{n2}(t)u_2(t) + \dots + b_{nr}(t)u_r(t) \end{aligned}\right\} \quad (3.2)$$

$$
\left.\begin{aligned}
y_1(t) &= C_{11}(t)x_1(t) + \ldots + C_{1n}(t)x_n(t)\\
y_2(t) &= C_{21}(t)x_1(t) + \ldots + C_{2n}(t)x_n(t)\\
&\ldots\\
y_m(t) &= C_{m1}(t)x_1(t) + \ldots + C_{mn}(t)x_n(t)
\end{aligned}\right\}\quad (4.2)
$$

Следует отметить, что для стац. лин. ОУ компоненты м-цы a, b, c явл. веществен. числами и от времени не зависят. Ур-я (3), (4) будут иметь вид:

$$\dot{X} = AX(t) + BU(t) \qquad (3.3)$$

$$Y = CX(t) \qquad (4.3)$$

Матрица перехода

Переходной (фундам-й) м-цей системы $\varphi(t, t_0)$, опис-мой ур-ми сост. (3) и (4) наз-ся решение однород. матр-го ур-я:

$$\dot{\varphi} = A(t)\varphi(t, t_0) \qquad (6)$$

Известно, что если м-ца $A(t)$ — непр. ф-я (т.е её компоненты $a_{i,j}(t)$ — непрер. ф-ии), а $B(t)$ и $U(t)$ — кусочно-непр. для $\forall t$, то общ. реш-е ур-я (3) имеет вид:

$$? \quad X(t) = \varphi(t, t_0)X(t_0) + \int_0^t \varphi(t, \tau)B(\tau)U(\tau)d\tau \qquad (7). \quad ?$$

Из ур-я (7) видно, что реш-е (3), опис-е своб.

движение системы (когда нет вх. сигнала $U(t)$) имеет вид

$$X(t) = \varphi(t, t_0)\, X(t_0) \quad (8)$$

В частном случ, когда система стац-на

. - - -

Как известно из теории ДУ, реш-е (6) имеет вид матричной эксп-ты

$$\varphi(t) = e^{At} \quad (9)$$

Соотв-но общ. реш ур-я (7) при $t=0$ имеет вид:

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B\, U(\tau)\, d\tau \quad (10)$$

и след-но в данном случ. ур-е своб. движ-я системы имеет вид:

$U(t) = 0$

$$X(t) = \varphi(t)\, X(0) = e^{At} X(0) \quad (11)$$

В разверн. виде (11) м.б. предст. след. обр-м:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11}(t) & \varphi_{12}(t) & \ldots & \varphi_{1n}(t) \\ \varphi_{21}(t) & \ldots & & \varphi_{2n} \\ \ldots & & & \ldots \\ \varphi_{n1}(t) & \ldots & & \varphi_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ \ldots \\ x_n(0) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Откуда

$X_i(t) =$

Очевидно, что (13) опис. изм-е во врем. i-й сост., опред. н.у. $x_i(0)$, а соотв-нно, кажд. из членов выр-я в правой части (13) в отдельн.

$$x_{ij}(t) = \varphi_{ij}(t)\, x_j(0) \qquad (14)$$

Предст-ет собой изм i-й сост. в-ра сост., опред. j-м н.у., причем кажд из эл-в $\varphi_{ij}(t)$ перех. м-цы можн. рассм-ть как измен-е (реакцию) i-й перем. сост-я при единич. нач. знач j-й ($x_j(0)=1$) перем. сост-я и нулевыми нач. знач. других перем. сост-я

В этом сост-ит физ. смысл. компонент перех м-цы. Перех. м-ца позвол. для заданных н.у. вычисл. изменение перем. сост. объекта во врем., что необх. в задачах анализа динамики САР / САУ

Пример — двигатель. Можно опред. след. перем. сост-я:

$x_1(t) = \Delta\Theta(t)$

$x_2(t) = \Delta\dot{\Theta}(t)$

$x_3(t) = \Delta\ddot{\Theta}(t)$

Можно выч-ть м-цу перех. Зная комп-ты перех. м-цы и н.у можн. опред (13) изменение во времени угла пов-та двиг-ля $\Delta\Theta(t)$, ск-сти его вращ $\Delta\dot{\Theta}(t)$ и уск. $\Delta\ddot{\Theta}(t)$, где $\Delta\Theta(t)$ - откл-е вала двиг-ля от уст. режима.

Для выч. м-цы перех. в случае лин. стац. объ-та можн. восп-ся опред-ем экспоненц-ла кв-ой м-цы через ряд: $e^{M} = I + M + \frac{1}{2!}M^2 + \frac{1}{3!}M^3 + \ldots$ (*)

$M = At$

I - ед. м-ца
$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

При малых разм. или простой м-цы A ф-ла (*) м.б. исп. для точн. ее предст. с помощью элем. ф-й

При больш. раз-ши A можн. исп. (*), но для выч. на ЭВМ.

Матричная импульсная переходная ф-я (матричная ИПФ)

Ранее ур-е (7) запис-сь для ур-й сост-я, но учит-я (4) для вых. в-ра Y, можн. получ. след. соотн-е:
$$Y(t) = C(t)\varphi(t, t_0)X(t_0) + \int_{t_0}^{t} C(t)\varphi(t, \tau)B(\tau)U(\tau)d\tau \quad (15)$$

где м-ца $C(t)\varphi(t, \tau)B(\tau) = K(t, \tau)$ (16) - наз-ся матричной ИПФ

Такое назв-е объясн. тем, что i и j комп. МИПФ на подобие c_i и j ...
явл. в общ. случае реакцией или измен-я во времени-ем во врем i-й комп. вых. сигнала при подаче на j-й вход $U_j(t)$ импульс. сигнала (дельта-импульсного) в мом. вр., где $\tau > t_0$, при

усл., что на другие комп-ты вход. в-ра $U(t)$ подают нулев. сигналы и н.у в нач. мом. врем. равны 0

Для случая стац. лин. объекта, МИПФ опред. по ф-ле:

$$k(t,\tau) = Ce^{A(t-\tau)} \cdot B \quad (17)$$

$$\overset{\shortparallel}{k(t-\tau)} \qquad t \geq \tau$$

МИПФ наз-ся весовой м-цей, т.к. она показ. вес кажд. вх. сигнала (кажд. комп-ты вх. сигн.) в вых. сигнале.

Работа САУ закл-ся в преобр. входных возд. (сигналов) в реакции на выходе системы (вых. сигн.) Поэтому при анализе САУ возник. след. задачи:

1) Зная устр-во системы и вх. сигналы, найти вых. сигналы

2) Зная устр-во системы и вых сигналы, найти вх. сигналы

3) Зная вх и вых сигналы, найти устр-во системы (задача о черном ящике)

Управляемость

Для реш-я задач упр-я важно знать, облад. ли объект/система св-вом быть управляемыми в смысле перевода из любого заданн. сост-я в любое другое заданное

Лин. система/объект, опис-е ДУ сост-я $\dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t)$, считается полн-ю управ. если они м.б. переведены из нулев. сост-я в мом вр. t_0 в любое конеч. сост-е $X(t_1) = X_1$ за конеч. время $(t_1 - t_0)$. В этом случ. имеется ввиду что сущ. вх. перем $U(t)$ (вх. в-р.), к-я переводит систему из нулев. сост-я в любое задан. конеч. сост-е.

Под конеч. сост-я понеем. сост-е, когда компоненты в-р. сост-я $X(t)$ в мом. врем t_1 явл. конеч. числами (небесконеч. числа)

Наблюдаемость

Измерение, наблюдение явл-ся необх. частью упр-я. Под набл-ю (в отлич. от измерения) поним возм-ть косвенного опред-я величин (перем. сост-й объекта) на осн. измерения нек-х других величин (вых перем.) и использ. априорн. инф-ии (знание м-ц A и C)

Лин. стац. система, описыв. ур-ми

$$\begin{cases} \dot{X} = A(t)X(t) + B(t)U(t) \\ Y = CX(t) \end{cases}$$

полностью наблюд-ма, если возм. опред. нач. сост. системы (объекта) $X(t_0)$ по след. данным:

а) по м-цам A и C

б) по вых. сигн. - $Y(t)$, известн. на конеч. инт-ле врем. (t_0, t_1) и при вх. сигнале на этом инт. врем.

Термин „полностью наблюд. система" означает, что, зная м-цы A и C системы/объекта, а также его выход $Y(t)$ на (t_0, t_1), где $t_1 < \infty$, при усл., что объект нах-ся в своб. движ. ($U(t) \equiv 0$), можно выч. знач-е в-ра сост в мом. нач. наблюдения (н.у.)

Размерность $Y(t)$ равна m и она, как правило, в реальн. сис-х меньше разм-сти в-ра сост $X(t)$ - n ?

По меньш. числу перем. необх. опред-ть нач. знач. большего числа перем-х

Синтез САУ

Задача синтеза решается после анализа, чтобы если нас что-то не устр-ет, то мы могли это изм-ть. Решается задача анализа + иногда синтеза на 3-м этапе проектир-я.

В ТУ можно выделить 2 характ. задачи:

1) В задан. САУ найти и оценить перех. проц. (это задача анализа)

2) По заданным ПП и осн. показателям разработать САУ (задача синтеза)

Вторая задача сложнее ввиду своей неоднозн., многое опред-ся опытом проектировщика =>
зад. синтеза ставят с ограничениями: считается что осн. часть системы задана и требуется синт-ть доп. коррект. устр-ва (нужно опр-ть тип, схему и парам-ры). При этом необх, чтоб в рез-те корр-ии обеспеч. треб-я к системе (запасы уст-ти, пок-ли кач-ва, точн-ть) и в уст. системе и в дин. режимах.

Задача синт. закл-ся в выборе такой ее стр-ры парам, хар-к и способов их реализ-ии, к-й при задан. огр-ях наил. обр. удовл. треб-м к системе

Обычно опред. часть системы задана, она явл. исходн. или нескоррект-й САУ/САР. Парам. ее осн. функ. элем. известны. В такой пост-ке задачи необх опред-ть упр-е устр-во, обеспеч. заданные показ-ли системы

Преимущ

1) Наиб. простым

2) Нагляд.

3) Хор. разраб инж. методом синтеза САУ явл. метод ЛЧХ.

Метод осн-н на однознач. связи м-ду ПП системы и ее ЛЧХ

Исходя из этого по задан. точн-и и дин. показ. кач-ва сначала строится желаемая ЛЧХ, а затем путем графич. постр-я находится ЛЧХ кор. устр-ва (и соотв. опред. его ПФ).

Коррект. устр-во может вкл-ся в канал упр-я послед-но или парал-но.

Проектир-е САУ с примен. ЛЧХ обеспеч. наиб. широкие воз-ти удовл-я противореч. треб-й к статич/динамич св-вам САУ

Однако имеется сущ-е ограничение примен. метода синтеза по ЛЧХ:

1) Связана со слож-ю создания мат. модели устр.
2) И связ. с трудн-ю реализации (техн. реализ.) коррекции и ее настр-ке в реаль. САУ

Для упрощ. введ. корр. устр-ва оно разб. на ряд коррект. устр-в путем введения в САУ внутр. вло-жен. в друг в друга контуров, каждый из к-х упр-ся соотв-м регулятором. Для расчета конт. внутр. контура исп-ся методика послед-й коррекции. В ее основе лежит настр-ка контура последст-родействено на так назыв. „модульный опти-мум", в рез-те чего получ. простое КУ в виде промышлен. регуляторов (П-, ПИД... и т.д) такие регуляторы удобные в настр-ке и экспл-ии.

Синтез САУ методом ЛЧХ

Он же метод Солодовникова В.В.

Метод разраб. для опр-я стр-ры и парам послед. корр. устр-ва и справедлив для мин. фаз. систем т.е. систем без сменощ. нулей полюсов в правой полупл-ти

Синтез системы сост. из след. действий:

1) Построение ЛАХ неизм. части / исх. соответ. сти ЛАХ нескорр. системы

2) Построение желаем. ЛАХ системы на осн-ии треб-й к ее дин. показ-м

3) Опред-е ЛАХ и ПФ корр. устр-ва.

При послед-й корр., желаем. ЛАХ опред-ся:

$$L_{ж}(\omega) = L_{\substack{исх \\ нескорр.}}(\omega) + L_{ку}(\omega)$$

$$L_{ку}(\omega) = L_{ж}(\omega) - L_{\substack{исх \\ нескорр}}(\omega)$$

$$\Downarrow$$

$$W_{ку}(S)$$

Опред-в ЛАХ КУ можно найти ее ПФ и вычисл. ее парам-ры. По этим данным, использ. приведенн. в лит-ре табл-цы, опред-ся принцип-я схема КУ и рассчит. числ. знач-я эл-в схемы

Расчет и построение желаемой ЛАХ

7) По кол-ву регулир. парам-в:

– Одномерного регул-я (по одному парам)

– Многомерного рег-я (по 2-м и более)

8) По ск-ти перемещения регул-щего органа

– Позиционные регуляторы релейного сист-са с мгновен. перем.

– Релейного действия с пост. ск-ю перем-я независящ. от абс. величины рассогласования (только напр-е перем. зав-т от знака рассогл-я)

– С перем. ск-ю, завис-й от знака и величины рассогл-я

– Вибрационные регул-ры с вибрац-м (скользящ.) режимом регуляторов релейного действия

9) По обл-ти применения

– Индивидуальные

– Специализированные

– Универсальные

10) По установивш. знач-ю регул-мого парам после окончания ПП

– Статические

– Астатические (ошибка нулевая)

Законы регулирования

1) Пропорциональное регулирование
2) Интегральное регулирование
3) Дифференциальное регулир-е (рег. возд-е пропорц. ск-ти откл-я регулир. перемен.)
4) ПИ (пропорц.-интегральное)
5) ПД
6) ПИД (полож. рег-щего органа зависит от

. . .

Центробежный регулятор Уатта

— устр-во для стабилиз. частоты вращ. паров. турбины. Когда частота вращ ↑ → шарики расх. под центробеж. силой, при этом немного закрывается заслонка рычагами → меньше пара идет в турбину

Разработка ПИД-регулятора с помощью частотного метода

— это процесс синтеза регулятора, к-й основан на анализе ЧХ ОУ и желаемой ЛАЧХ всей системы

Цель: определить парам. регулятора, обеспеч. заданные требования к системе по точности, быспродействию, уст-ти

Осн. этапы синтеза регулятора

По аналогии с синтезом послед-х коррект. устр-в

1) Построение ЛАЧХ ОУ
2) Опред-е частот изломов хар-ки

ЛАЧХ ПИД-регулятора формируется хар-ми его составляющих (пропорц-е, интегр-е, и т.д) при этом необх. найти частоты, на к-х хар-ка достигает изломов, что и опред-ет парам-ры регулятора

3) Вычисление парам-в регулятора

По ЧХ вычисл. постоян. интегр-я и дифф-я, а затем на основе запаса по фазе и амплитуде (усиление) опред-т пропорц. к-т регулятора

Для синтеза ПИД-регулятора частотным методом могут исп-ся программные пакеты для моделир. САУ:

Matlab
Simulink

$\Big\}$ есть инстр-ты для проект. ПИД регуляторов на осн-е ЧХ, к-е автоматич. опред. ЧХ ОУ и вычисл. парам-ры регулятора

Специализированные программы для синтеза регуляторов

– они рассчит. ЧХ ОУ и по ней выч. парам. ПИД-регулятора

Сущ-т модификации схем ПИД-упр-я и системы упр-я с неск. степ. своб., к-е позволяют решать более сложн. задачи рег-я

ПИД-регуляторы с 2-мя степенями свободы

– могут независимо решать 2 задачи (компенс. внеш. возмущ-е – ослаб. влияния шумов и внеш. возмущ. и обеспеч. заданн. реакц. на вх. воздействие)

Такие регул-ры имеют 2 входа, ПР выбираются так, чтобы улучш. реакц. системы на вх. воздействие и компенс. возмущ.

ПИД-регуляторы с 3-мя степенями свободы

– позволяют более эф-но преобр. исход. хар-ку ОУ в желаемую хар-ку системы

В этом рег-ре 3 независ. коэф-та.

Применение ПИД-рег-ра с 2 ст. св.: в темпер. контроллерах (один за нагрев, другой — охлажд.)

Применение ПИД-рег-ра с 3 сс: в системах, где требуется компенс. резкие изм-я в системы (при рег-ии ск-ти вращ-я двиг-ля)

Регул-ры для одномер. ОУ (с 1 вх и вых) для медлен. техн. процессов широко примен-ся в ОСУ ТП

~95% всех регул-в это ПИД

ПИД-рег. изобретен в 1910 году

Причины исп-я:

1) Простота постр-я
2) Простота исп-я
3) Прозрачность функц-я
4) Пригодность для реш-я большинства практич. задач
5) Низкая стоимость

Одноконтурных ~60-65%; Многоконт. 35÷40%

~85% с обр. связью; ~6% с прямой, ~9% каскадн.

Если вых перем. u рег-ра опис:

$$u(t) = Ke(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)\,dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

t - время

K - пропорц. к-т

T_i - пост. инт-я

T_d - пост. диф-я

то это и есть ПИД-рег-р.

В частн. случ. пропорц, диф-я и инт-я компон-ты могут отсутств, то такие упрощ. регуляторы наз-т П-; И-; Д-; ПИ и ПД