

Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Н. М. Задорожная, В. А. Дудоладов

**Характеристики типовых звеньев
систем автоматического регулирования**

Учебное пособие



Москва

ИЗДАТЕЛЬСТВО

МГТУ им. Н. Э. Баумана

2014

УДК 517.1
ББК 22.161
3-15

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru*
по адресу: <http://ebooks.bmstu.ru/catalog/200/book760.html>

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Системы автоматического управления»

*Рекомендовано Научно-методическим советом
МГТУ им. Н. Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Рецензенты:

канд. техн. наук, доцент *В. В. Рыбин*,
канд. техн. наук, доцент *Г. И. Ревунков*

Задорожная, Н. М.

3-15 Характеристики типовых звеньев систем автоматического регулирования : учебное пособие / Н. М. Задорожная, В. А. Дудоладов. — Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. — 37, [3] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-4099-3

Рассмотрены динамические характеристики типовых звеньев систем автоматического регулирования, которые описываются дифференциальными уравнениями первого и второго порядка. Анализ типовых звеньев осуществляется по временным и частотным характеристикам. Приведена методика составления структурных схем, дифференциальных уравнений и передаточных функций, необходимых для проведения анализа и синтеза систем автоматического регулирования. В качестве примера рассмотрена методика определения передаточных функций и логарифмических частотных характеристик следящей системы с астатизмом первого порядка.

Для студентов машиностроительных и приборостроительных специальностей, изучающих курсы «Управление в технических системах», «Основы теории автоматического управления», «Системы автоматического управления».

УДК 517.1
ББК 22.161

© МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

© Оформление. Издательство
МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014

ISBN 978-5-7038-4099-3

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании и исследовании систем автоматического регулирования (САР) и систем автоматического управления (САУ) необходимо применять методы анализа и синтеза, разработанные в теории автоматического регулирования и управления. Процесс проектирования САР (САУ) подразделяют на несколько этапов, первым из которых является построение математических моделей объекта регулирования (управления) и всей системы в целом.

При анализе и синтезе САР ее разбивают на типовые звенья, которые различаются по своим динамическим свойствам. Типовые динамические звенья описывают определенными дифференциальными уравнениями, что позволяет рассматривать качественные показатели системы вне зависимости от физической природы ее элементов.

В основе классификации звеньев лежат их математические модели — дифференциальные уравнения, которыми описываются устройства, весьма разнообразные как по своему функциональному назначению, так и по конструктивному исполнению. Используя типовые динамические звенья, можно создавать математические модели сколь угодно сложных линейных систем.

Данное пособие предназначено для студентов машиностроительных и приборостроительных специальностей, изучающих курсы «Управление в технических системах», «Основы теории управления», «Системы автоматического управления».

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ В ВИДЕ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ

Система автоматического регулирования и ее отдельные элементы, как правило, работают в переходных режимах, поэтому необходимо знать их динамические свойства. Основными характеристиками элементов систем регулирования являются дифференциальные уравнения, которые во многих случаях можно линеаризовать и свести к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами. Однако, несмотря на огромное разнообразие конструктивных форм отдельных элементов и выполняемых ими функций, многие из них описываются одинаковыми дифференциальными уравнениями. Поэтому можно унифицировать отдельные элементы по их динамическим свойствам и свести их к так называемым типовым звеньям САР.

Типовым линейным звеном называют такой элемент системы, динамические свойства которого описываются дифференциальным уравнением не выше второго порядка. Более сложные звенья, описываемые дифференциальными уравнениями третьего порядка и выше, могут быть сведены к комбинациям типовых звеньев. Представление САР или ее отдельных элементов в виде соответствующей комбинации типовых звеньев позволяет упростить решение задач анализа и синтеза систем.

В теории автоматического регулирования предполагается, что все типовые звенья обладают направленностью действия. Под *направленностью действия звена* понимают такое его состояние, при котором выходная величина звена в переходном режиме не влияет на входную величину, если в системе не существуют специально организованные внутренние обратные связи. Дифференциальное уравнение звена направленного действия не меняется вне зависимости от того, подключено к его выходу последующее звено системы или оно работает вхолостую. Направленность действия типовых звеньев, входящих в состав САР, существенно упрощает исследование и проектирование систем.

Понятие направленности действия типовых звеньев является определенной идеализацией, так как элементы САР характеризуются направленностью действия не во всех случаях. Однако такие элементы можно свести к типовым звеньям с заменой обратного воздействия специальными преобразованиями.

К типовым звеньям САР относятся звенья нулевого, первого и второго порядков, в том числе интегрирующие, дифференцирующие.

Классификация звеньев возможна по различным признакам. Все элементы систем автоматического управления в зависимости от их характеристик в установившихся и переходных режимах можно разделить на определенные группы простейших звеньев. Далее рассмотрено разделение простейших звеньев на типовые звенья по их свойствам в установившихся и переходных режимах.

Рассматривая характер зависимости между установившимися значениями входной и выходной переменных, все элементы можно разделить на три основные группы простейших звеньев: безынерционные (усилительные), инерционные (в том числе интегрирующие) и форсирующие (дифференцирующие).

Входная и выходная переменные усилительных звеньев связаны между собой пропорциональной зависимостью

$$X_{\text{вых}} = kX_{\text{вх}}.$$

В случае интегрирующих звеньев имеет место зависимость выходной переменной от интеграла входной переменной по времени

$$X_{\text{вых}} = k \int X_{\text{вх}} dt.$$

Для дифференцирующих звеньев выходная переменная является производной по времени входной переменной

$$X_{\text{вых}} = k \frac{dX_{\text{вх}}}{dt}.$$

Рассматривая переходные характеристики простейших звеньев, можно объединить простейшие звенья, подобные по динамическим свойствам, в группы типовых звеньев. На практике встречается небольшое число типовых элементарных звеньев.

Объединение элементов, различных по своим физическим свойствам, в одну группу типовых звеньев возможно в связи с тем, что динамика различных по физической природе элементов мате-

матически может быть описана одинаковыми дифференциальными уравнениями. При этом принято, что порядок дифференциальных уравнений типовых элементарных звеньев не превышает второй степени. По динамическим свойствам простейшие звенья можно подразделить на безынерционные (усилительные), инерционные (интегрирующее, апериодическое, колебательное), форсирующие (идеальное дифференцирующее, реальные дифференцирующие первого и второго порядка), звенья с запаздыванием. Кроме того, указанные звенья могут быть подразделены на устойчивые и неустойчивые, минимально-фазовые и неминимально-фазовые.

Понятие о неустойчивых звеньях введено в связи с тем, что свободное движение некоторых звеньев является незатухающим ($\lim_{t \rightarrow \infty} X_{\text{вых}}(t) \rightarrow \infty$). Такие звенья неустойчивы. Неустойчивые зве-

ниья и звенья с запаздыванием являются неминимально-фазовыми звеньями, поскольку у них фаза больше (не минимальна) по сравнению с фазой подобных им устойчивых звеньев и звеньев без запаздывания. Для минимально-фазовых звеньев существует однозначная зависимость между амплитудной и фазовой частотными характеристиками.

Далее рассмотрены следующие типовые линейные звенья: идеальные (безынерционные); инерционные первого и второго порядков; интегрирующие (астатические); дифференцирующие.

Для анализа характеристик типовых звеньев используют уравнения динамики, которые обычно записывают в стандартном виде: слева — выходная переменная и ее производные с соответствующими коэффициентами, справа — входная переменная и ее производные с соответствующими коэффициентами.

В зависимости от вида внешнего воздействия на входе звена различают переходные характеристики звена (при скачкообразном воздействии), импульсные переходные характеристики (при импульсном воздействии) и частотные характеристики звена (при гармонических воздействиях различных частот).

Анализ типовых звеньев осуществляется по переходным (временным) характеристикам при единичном входном воздействии (переходный процесс) и по частотным характеристикам при гармоническом входном воздействии единичной амплитуды. Характеристики типовых звеньев приведены в табл. 1.

Таблица 1

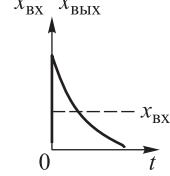
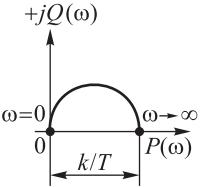
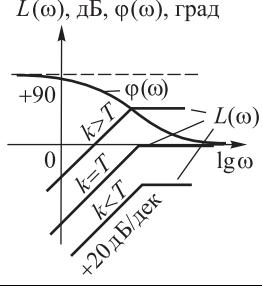
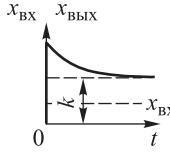
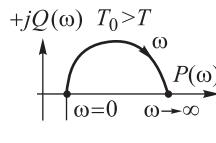
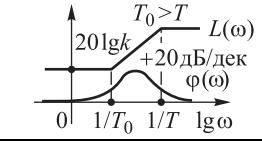
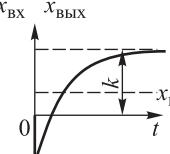
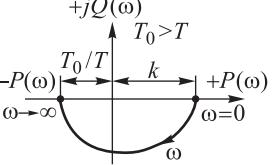
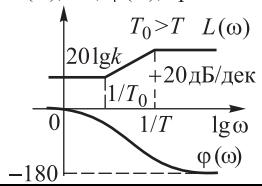
Характеристики типовых звеньев

№ п/п	Название звена	Переходные характеристики	Амплитудно-фазовые характеристики	Логарифмические частотные характеристики
1	Идеальное (безынерционное) $W(p) = k$			
2	Апериодическое (инерционное) звено первого порядка $W(p) = \frac{k}{1 + Tp}$			
3	Интегрирующее $W(p) = \frac{k}{p}$			
4	Апериодическое (инерционное) второго порядка $W(p) = \frac{k}{(1 + Tp)(1 + Tp)}$			

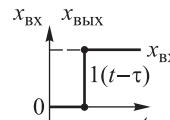
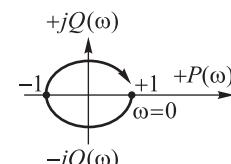
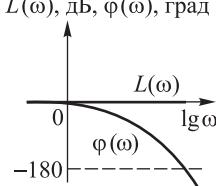
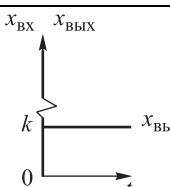
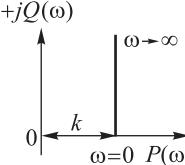
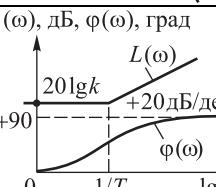
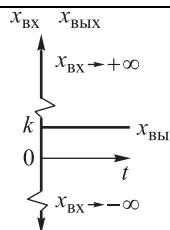
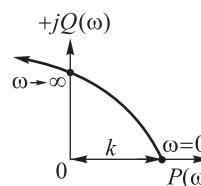
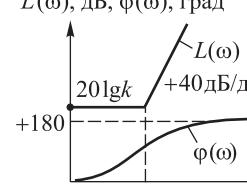
Продолжение табл. 1

№ п/п	Название звена	Переходные характеристики	Амплитудно-фазовые характеристики	Логарифмические частотные характеристики
5	Колебательное $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2Tp + 1}$			
6	Консервативное $W(p) = \frac{k}{1 + T^2 p^2}$			
7	Идеальное дифференцирующее $W(p) = kp$			

Продолжение табл. 1

№ п/п	Название звена	Переходные характеристики	Амплитудно-фазовые характеристики	Логарифмические частотные характеристики
8	Реальное дифференцирующее без статизма $W(p) = \frac{kp}{1+Tp}$			
9	Реальное дифференцирующее со статизмом $W(p) = \frac{k(1+T_0 p)}{1+Tp}$			
10	Неминимально-фазовое $W(p) = \frac{k(1-T_0 p)}{1+Tp}$			

Окончание табл. 1

№ п/п	Название звена	Переходные характеристики	Амплитудно-фазовые характеристики	Логарифмические частотные характеристики
11	Звено с запаздыванием $W(p) = e^{-p\tau}$			
12	Дифференцирующее первого порядка $W(p) = k(Tp + 1)$			
13	Дифференцирующее второ- го порядка $W(p) = k(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)$			

УРАВНЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ

При синтезе и анализе САР ее разделяют на типовые звенья, которые различаются динамическими свойствами.

Типовые динамические звенья описываются определенными дифференциальными уравнениями, что позволяет рассматривать качественные показатели САР, как уже отмечалось, вне зависимости от физической природы ее элементов. Поэтому в основу классификации звеньев положен вид дифференциального уравнения, которым могут описываться устройства, отличающиеся как по своим функциям, так и по конструктивному оформлению.

В теории автоматического управления широко применяется операторная (символическая) форма записи дифференциальных уравнений на основе преобразования Лапласа. В операторной форме дифференциальные уравнения приобретают более простой вид, уменьшается размер записи, а при исследовании САР во многих случаях сокращаются промежуточные математические преобразования. В такой форме операция дифференцирования имеет вид

$$\frac{d}{dt} = p; \quad \frac{d^2}{dt^2} = p^2; \quad \dots; \quad \frac{d^n}{dt^n} = p^n,$$

а операция интегрирования

$$\int_0^t dt = \frac{1}{p}; \quad \iint_0^{t_1} dt_1 dt_2 = \frac{1}{p^2}.$$

Используя операторную форму записи, можно, например, дифференциальное уравнение

$$a_0 \frac{d^3 x}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_2 \frac{dx}{dt} + a_3 x = f(t)$$

представить в виде

$$a_0 x p^3 + a_1 x p^2 + a_2 x p + a_3 x = f(t)$$

или в виде

$$(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3)x = f(t).$$

В общем виде дифференциальные уравнения звеньев САУ записываются как

$$d(p)x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}$$

или

$$d(p)x_{\text{вых}} = m(p)x_{\text{вх}},$$

где $x_{\text{вх}}$ и $x_{\text{вых}}$ — входной и выходной сигналы звена САУ; k — коэффициент пропорциональности; $d(p)$ и $m(p)$ — операторные полиномы (многочлены) от p . Если дифференциальные уравнения составлены при нулевых начальных условиях, то символ p можно рассматривать как алгебраическое число, что позволяет использовать для решения дифференциальных уравнений алгебраические методы.

Основной характеристикой динамического звена является его передаточная функция, которую находят из дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях как отношение изображений по Лапласу выходного и входного сигналов:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)}. \quad (1)$$

Зная передаточную функцию звена, можно определить его выходную величину, переходя от изображений к оригиналам согласно выражению $x_{\text{вых}} = W(p)x_{\text{вх}}$.

Для оценки динамических свойств звеньев используют временные и частотные характеристики. К временным характеристикам звеньев относятся их переходные функции. Переходная функция звена $h(t)$ определяет его реакцию на единичную ступенчатую функцию $x_{\text{вх}} = 1(t)$ (рис. 1) и характеризует переход звена от одного установившегося состояния к другому (рис. 2). Выражение функции $h(t)$ можно получить с помощью решения дифференциального уравнения, которым описывается динамика данного звена при $x_{\text{вх}} = 1(t)$ и при нулевых начальных условиях.

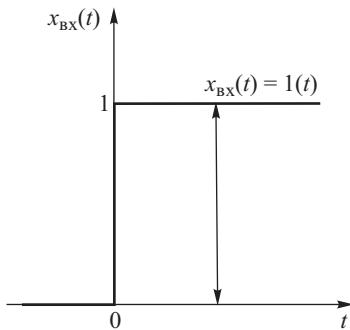


Рис. 1. Единичная ступенчатая функция

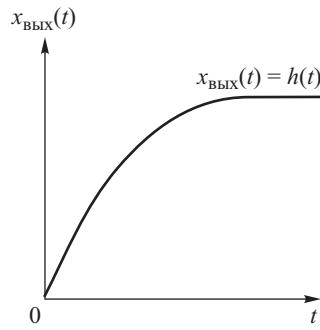


Рис. 2. Реакция на единичную ступенчатую функцию

За единичную ступенчатую функцию принимают скачкообразное воздействие с величиной скачка, равной единице при $t > 0$:

$$x_{\text{вх}} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Ступенчатый сигнал — достаточно распространенный вид входного воздействия в САР, например: мгновенный поворот за дающей оси следящего привода, мгновенное изменение момента нагрузки электропривода и т. д.

Другим распространенным видом входного воздействия в САР является единичная импульсная входная функция, или дельта-функция, представляющая собой производную единичной ступенчатой функции:

$$\delta(t) = 1'(t).$$

Дельта-функции свойственна тождественность нулю всюду, кроме точки $t = 0$, в которой она стремится к бесконечности:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \neq 0. \end{cases}$$

Площадь дельта-функции равна единице $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$. Примерами импульсного воздействия могут быть кратковременный ток корот-

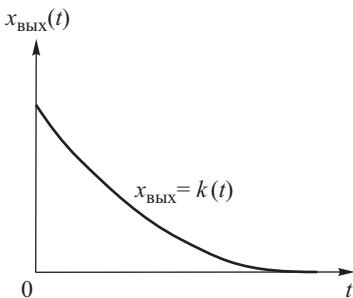


Рис. 3. Весовая функция

кого замыкания генератора, который отключается плавкими предохранителями, кратковременный удар нагрузки на валу электродвигателя и т. д.

Реакция динамического звена на единичную импульсную функцию называется весовой функцией $k(t)$ (рис. 3).

Связь между переходной и весовой функциями звеньев выражается как

$$k(t) = h'(t)$$

и, наоборот,

$$h(t) = \int_0^1 k(t) dt. \quad (2)$$

Учитывая соотношение между переходной и весовой функциями, в дальнейшем будем использовать в основном первую из них, имея в виду, что вторую всегда можно получить из выражения (2).

Частотная характеристика является важнейшей характеристикой динамического звена.

При подаче на вход звена гармонического воздействия

$$x_{\text{вх}} = x_{\text{вх}} \sin \omega t,$$

где $x_{\text{вх}}$ — амплитуда; ω — угловая частота, на выходе звена в установившемся режиме будет получена также гармоническая функция вида

$$x_{\text{вых}} = x_{\text{вых}} \sin(\omega t + \varphi),$$

отличающаяся от входной по амплитуде и по фазе. Представив входную и выходную гармонические функции в символической записи:

$$x_{\text{вх}} = X_{\text{вх}} e^{j\omega t};$$

$$x_{\text{вых}} = X_{\text{вых}} e^{j\omega t + \varphi},$$

можно получить частотную характеристику звена в виде

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\omega t} \quad (3)$$

или

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (4)$$

где $A(\omega)$ и $\phi(\omega)$ — модуль частотной характеристики звена (амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)) и аргумент частотной характеристики звена (фазочастотная характеристика (ФЧХ)); $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ — вещественная и мнимая части частотной характеристики звена.

Поскольку частотная характеристика $W(j\omega)$ почти всегда является дробно-рациональной, ее модуль равен отношению модуля числителя к модулю знаменателя, т. е. отношению амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного сигнала. Аргумент или фаза частотной характеристики $W(j\omega)$ равны разности аргументов числителя и знаменателя, т. е. сдвигу фаз выходного сигнала относительно входного.

Для нахождения вещественной и мнимой частей частотной характеристики $W(j\omega)$ необходимо освободиться от мнимости в ее знаменателе. Для этого следует умножить числитель и знаменатель частотной характеристики на сопряженный знаменателю множитель. Например, если частотная характеристика имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1 + j\omega T)},$$

где k — коэффициент передачи; T — постоянная времени, то, умножая числитель и знаменатель $W(j\omega)$ на сопряженное знаменателю выражение, можно получить частотную характеристику

$$W(j\omega) = \frac{kj\omega(1 - j\omega T)}{-\omega^2(1 + \omega^2 T^2)},$$

откуда после разделения на вещественную и мнимую части имеем

$$P(\omega) = \frac{-kT}{1 + \omega^2 T^2};$$

$$Q(\omega) = \frac{-kT}{\omega(1 + \omega^2 T^2)}.$$

Для наглядного представления частотных свойств динамических звеньев используют так называемые частотные характеристики: во-первых, АЧХ, которая определяет зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты колебаний при постоянстве амплитуды входного сигнала; во-вторых, ФЧХ, показывающую фазовые сдвиги, вносимые звеном на разных частотах; в-третьих, амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ), которая объединяет амплитудную и фазовую частотные характеристики при использовании их в качестве полярных координат (рис. 4).

Каждая точка АФЧХ соответствует определенному значению частоты ω . Эту характеристику можно построить и в прямоугольной системе координат — в комплексной плоскости. При этом координатами будут показанные на рис. 4 в проекции P и Q вектора A на соответствующие оси. Иногда строят вещественную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ частотные характеристики (рис. 5).

Согласно формулам (3) и (4), связь между названными частотными характеристиками определяется выражениями

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \left[\frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \right];$$

$$P(\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega);$$

$$Q(\omega) = A(\omega) \sin \varphi(\omega).$$

Частотная характеристика звена может быть непосредственно получена из его передаточной функции (2) путем замены оператора p на $j\omega$, т. е. $W(j\omega) = W(p)$ при $p = j\omega$.

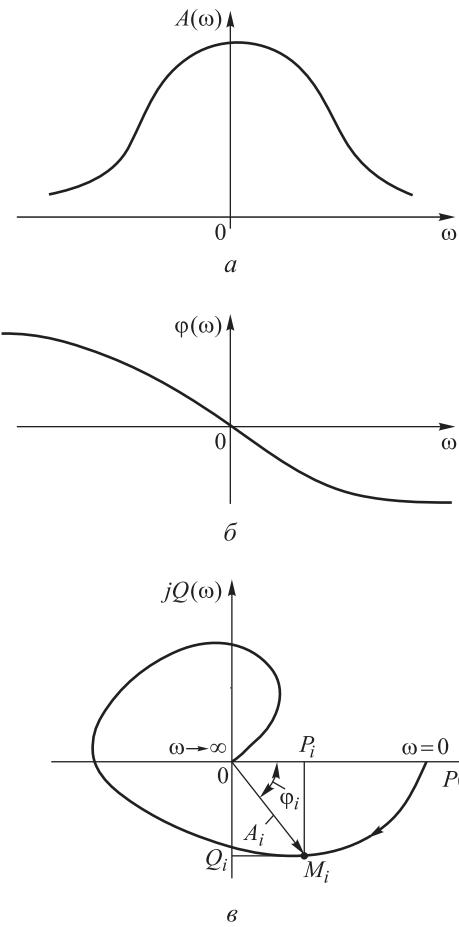


Рис. 4. Виды аплитудно-фазовых частотных
характеристик:
a — АЧХ; *б* — ФЧХ; *в* — АФЧХ

При исследовании САР АЧХ и ФЧХ удобно строить в логарифмических координатах, что позволяет легко построить логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ) даже для сложных устройств. Логарифмируя выражение частотной характеристики (4), можно получить характеристики вида

$$W(j\omega) = \lg A(\omega) + j\varphi(\omega).$$

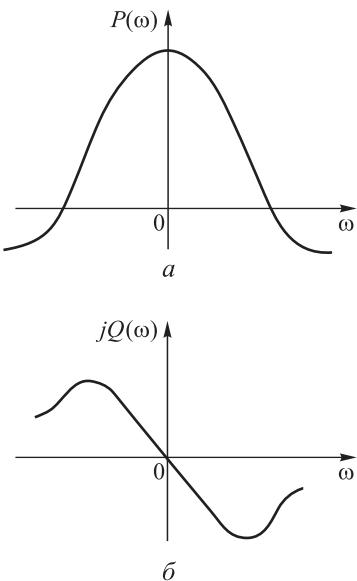


Рис. 5. Частотные характеристики:
а — вещественная; б — мнимая

Существенные частотные характеристики, отвечающие за передачу сигнала, определяются вещественной частью коэффициента передачи. Мнимая же часть определяет фазовую характеристику. На рисунке 5 изображены вещественная и мнимая частотные характеристики. Вещественная характеристика $P(\omega)$ имеет вид симметричной кривой, симметричной относительно оси $\omega = 0$, с максимумом в точке $\omega = 0$. Мнимая характеристика $jQ(\omega)$ имеет вид симметричной кривой, симметричной относительно оси $\omega = 0$, с положительным максимумом при $\omega < 0$ и отрицательным минимумом при $\omega > 0$.

Из последнего выражения видно, что член $\lg A(\omega)$ определяет логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ), а $\phi(\omega)$ — логарифмическую фазочастотную характеристику (ЛФЧХ). Для построения ЛАЧХ находят величину $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$, которая выражается в децибелях и строится в логарифмическом масштабе частот. Поскольку мощность сигнала пропорциональна квадрату амплитуды, а $\lg A^2 = 2 \lg A$, усиление в децибелях, выраженное через отношение амплитуд A , равно $2 \lg A$.

Стандартная сетка, используемая при построении ЛАЧХ и ЛФЧХ, изображена на рис. 6. По оси абсцисс откладывают угловую частоту ω в логарифмическом масштабе; отрезки оси, соответствующие изменению частоты в одинаковое число раз, оказываются равными. Интервал частот, отличающихся одна от другой в 10 раз, называют декадой и обычно принимают за единицу логарифмического масштаба частот. Ось ординат может пересекать ось частот в произвольном месте, поскольку точка, соответствующая $\omega = 0$, находится слева в бесконечности ($\lg 0 \rightarrow -\infty$). Вертикальную ось обычно проводят так, чтобы справа от нее оказался диапазон частот, существенных для данного устройства. По оси ординат откладывают модуль частотной характеристики $A(\omega)$ в логарифмических единицах — децибелах.

Шкала децибелов по оси ординат, как видно из рис. 6, равномерна. Отношение амплитуд выходного и входного сигналов, равное единице, соответствует нулю децибелов, через эту точку проходит ось частот. Точки амплитудной характеристики, лежащие ниже оси частот, соответствуют усилинию, меньшему единицы,

т. е. ослаблению (затуханию) сигнала. Нижняя половина графика предназначена для построения ЛФЧХ. Ось частот этой части графика повторяет верхнюю горизонтальную ось. По оси ординат откладывают значение сдвига фазы $\phi(\omega)$ в градусах, в обычном масштабе. Точку нуля децибелов удобно совместить с фазой $\phi = -180^\circ$, положительные значения фазового сдвига откладываются по оси ординат вниз.

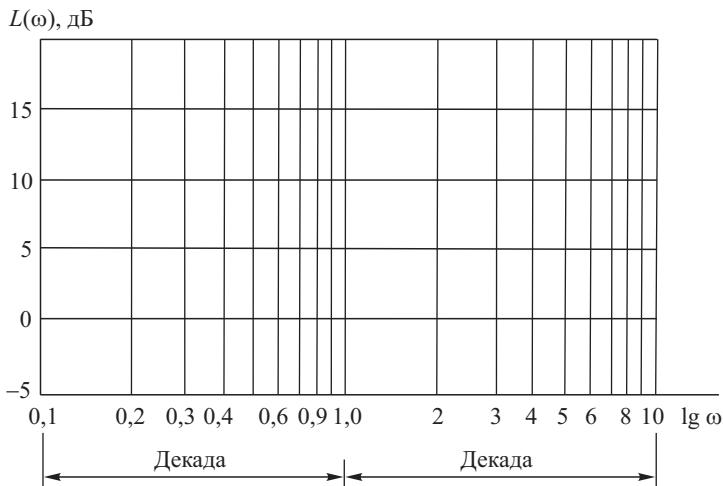


Рис. 6. Стандартная сетка, используемая при построении АЧХ и ЛФЧХ

Главным достоинством логарифмического метода является возможность построения частотных характеристик непосредственно по виду передаточной функции. Кроме того, использование логарифмического масштаба позволяет изобразить частотные характеристики устройства в широком диапазоне частот и усилений (так как изменению величины в 10 раз соответствует изменение логарифма лишь на единицу).

ВРЕМЕННЫЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСНОВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

Безынерционное звено описывается уравнением

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вых}},$$

где k — коэффициент передачи (усиления) звена. Передаточная функция этого звена постоянна:

$$W(p) = k.$$

К безынерционным звеньям можно отнести делитель напряжения, электронный или полупроводниковый усилитель (рис. 7, a , δ), постоянная времени которого пренебрежимо мала, и т. д.

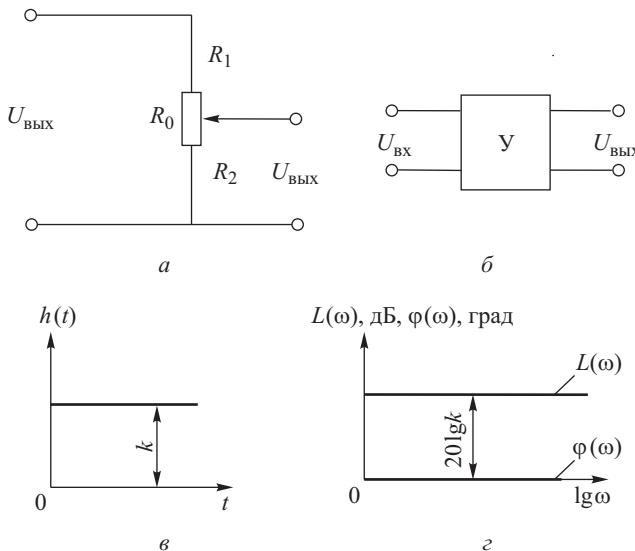


Рис. 7. Безынерционное (усилильное) звено:
 а — резистивное безынерционное звено; б — операционный усилитель; в — переходная функция звена; г — АФЧХ звена

Переходная функция безынерционного звена является ступенчатой (рис. 7, в): $x_{\text{вых}} = h(t) = k \cdot 1(t)$, а логарифмическая амплитудная характеристика представляет собой прямую, проходящую параллель-

но оси частот на уровне $20 \lg k$ в децибелах (рис. 7, ε). Фазовые сдвиги в безынерционном звене отсутствуют при любой частоте входного сигнала, т. е. $\varphi = 0$. Поэтому АФЧХ этого звена совпадает с осью частот и, следовательно, может не учитываться при расчетах.

Апериодическое звено описывается уравнением

$$(Tp + 1)x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}},$$

где T — постоянная времени звена. Передаточная функция этого звена

$$W(p) = \frac{k}{1 + Tp}. \quad (5)$$

Примерами такого типа звена могут быть цепи RC и RL , изображенные на рис. 8, a, b .

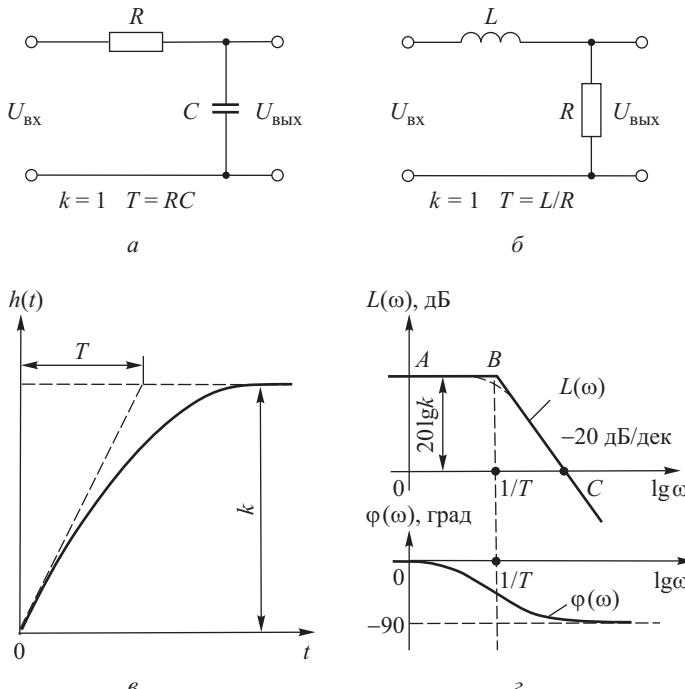


Рис. 8. Апериодическое звено:
 a — RC -звено; b — RL -звено; c — переходная функция; d — АФЧХ звена

Переходная функция апериодического звена имеет вид (рис. 8, в)

$$x_{\text{вых}} = h(t) = k(1 - e^{1/T}).$$

Длина отрезка, отсекаемая на асимптоте касательной к экспоненте при $t = 0$, равна постоянной времени T , причем касательную можно провести из любой точки экспоненты, перенося в эту же точку начало координат.

На практике время переходного процесса считается равным примерно трем постоянным времени, т. е. $t_{\text{п}} \cong 3T$, а в более точных расчетах $t_{\text{п}} = (4...5)T$.

Для построения логарифмических характеристик апериодического звена найдем частотную функцию из выражения (5). Подставив в него $p = j\omega$, получим

$$W(j\omega) = \frac{k}{1} + j\omega T.$$

Логарифмическую амплитудную характеристику, описываемую выражением

$$L(\omega) = 20 \lg \left(k / \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \right) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2}, \quad (6)$$

строят приближенно. Для этого сначала находят сопрягающую частоту $\omega = 1/T$ и наносят ее на стандартную сетку (см. рис. 6). При малых частотах $\omega < 1/T$ и $\omega^2 T^2 \gg 1$ выражение (6) можно заменить приближенным $L(\omega) \cong 20 \lg k$, которому на рис. 8, г соответствует прямая AB , параллельная оси частот. При больших частотах, когда $\omega > 1/T$ и $\omega^2 T^2 \gg 1$, вместо выражения (6) получают приближенное выражение $L(\omega) \cong 20 \lg k - 20 \lg \omega T$, которому на рис. 8, г соответствует прямая BC с отрицательным наклоном 20 дБ/дек, проходящая через точку с координатами $L(\omega) = 20 \lg k$ и $\omega = 1/T$. Ломаная линия ABC и есть приближенная ЛАЧХ, которую обычно используют при расчетах. Действительная ЛАЧХ, изображенная пунктиром, отличается от приближенной самое большое на 3 дБ в точке B .

Логарифмическая фазовая характеристика такого звена описывается выражением $\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T)$, из которого видно, что при сопрягающей частоте фазовый сдвиг $\varphi = -45^\circ$. Для частоты $\omega = 0$ сдвиг по фазе равен нулю, а при $\omega \rightarrow \infty \varphi \rightarrow -90^\circ$. Кривая, представляющая ЛФЧХ, симметрична относительно сопрягающей частоты (см. рис. 8, г). Построение ЛФЧХ можно выполнить с помощью шаблона, сделанного по точкам относительно ординаты сопрягающей частоты (табл. 2).

Таблица 2

Шаблон ординаты сопрягающей частоты

Частота, дек	Фаза, град
0	-45
0,25	-29
0,6	-14
1	-6
2	-0,5

Построив одну ветвь, вторую проводят на основании условия симметрии.

Колебательное звено описывается дифференциальным уравнением

$$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}},$$

где ξ — параметр затухания, $0 < \xi < 1$. Передаточная функция этого звена имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{1 + 2\xi T p + T p^2}.$$

Примером колебательного звена могут быть *RLC*-цепи (рис. 9, а, б).

Переходная функция колебательного звена (рис. 9, в) описывается выражением

$$x_{\text{вых}} = h(t) = k \left[1 - \frac{e^{-xt/T}}{\sqrt{1-x^2}} \sin \left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{T} t + \arctg \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \right) \right].$$

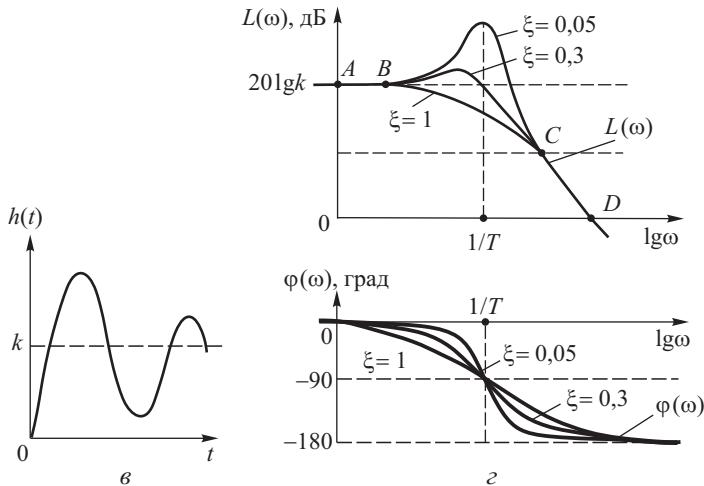
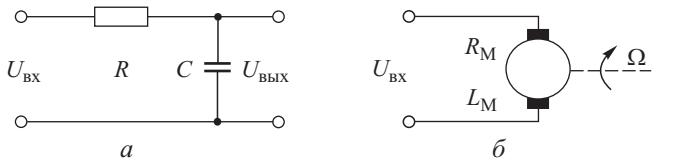


Рис. 9. Колебательное звено:
а — RC-звено; б — электродвигатель; в — переходный процесс; г — АФЧХ звена

Его частотная функция имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + 2xj\omega T - \omega^2 T^2}.$$

Построение ЛАЧХ такого звена осуществляется в соответствии с выражением

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2}. \quad (7)$$

При малых частотах, когда $\omega < 1/T$ и $\omega^2 T^2 \ll 1$, вместо выражения (7) приближенно будем иметь $L(\omega) \approx 20 \lg k$, чему на рис. 9, г соответствует прямая AB , параллельная оси частот. При больших

частотах, когда $\omega > 1/T$ и $\omega^2 T^2 \gg 1$, вместо выражения (7) получим приближенное выражение

$$L(\omega) = 20 \lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2},$$

которому соответствует прямая CD (рис. 9, z), имеющая отрицательный наклон -40 дБ/дек. Ломаная линия $ABC\bar{D}$ представляет собой приближенную ЛАЧХ, которой можно воспользоваться при изменении параметра затухания в пределах $0,5 < \xi < 1,2$. При затуханиях, меньших или больших указанных пределов, действительная ЛАЧХ будет значительно отличаться от приближенной.

Логарифмическая фазовая характеристика колебательного звена, описываемая выражением

$$\varphi(\omega) = -\arctg \left(\frac{2x\omega T}{1 - \omega^2 T^2} \right),$$

построена на рис. 9, z для разных значений параметра затухания $0 < \xi < 1$.

Интегрирующее звено описывается дифференциальными уравнениями

$$\frac{dx_{\text{вых}}}{dt} = kx_{\text{вх}} \quad \text{или} \quad px_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}.$$

Выходной параметр можно определить из уравнения с помощью интегрирования:

$$x_{\text{вых}} = k \int_0^t x_{\text{вх}} dt.$$

Передаточная функция интегрирующего звена имеет вид $W(p) = k/p$.

К интегрирующим звеньям можно отнести примеры, приведенные на рис. 10, a, b : RC -цепь, интегрирующий операционный усилитель и т. д. Переходная функция рассматриваемого звена (рис. 10, b) записывается как

$$x_{\text{вых}} = h(t) = kt.$$

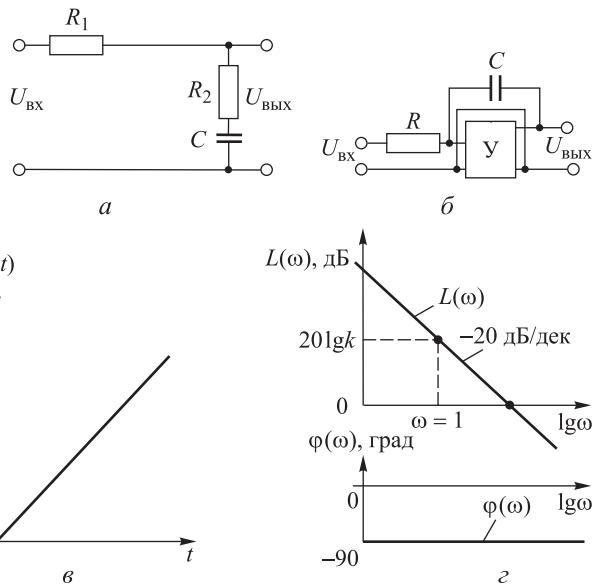


Рис. 10. Интегрирующее звено:
 a — RC -звено; δ — интегрирующий усилитель; ε — переходная функция звена; ε — АФЧХ звена

Частотная функция звена имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega}.$$

Логарифмическая амплитудная характеристика интегрирующего звена строится в соответствии с выражением

$$L(\omega) = 20 \lg \left(\frac{k}{\omega} \right),$$

которое является уравнением прямой (рис. 10, ε) с наклоном -20 дБ/дек , проходящей через точку $20 \lg k$ при $\omega = 1$ и пересекающей ось абсцисс при частоте, равной k . Логарифмическая фазовая характеристика интегрирующего звена представляет собой прямую $\phi = -90^\circ$, параллельную оси частот (см. рис. 10, ε).

Идеальное дифференцирующее звено описывается уравнениями

$$x_{\text{вых}} = k \frac{dx_{\text{вх}}}{dt},$$

или

$$x_{\text{вых}} = kp x_{\text{вх}}. \quad (8)$$

Передаточная функция идеального дифференцирующего звена записывается как

$$W(p) = kp. \quad (9)$$

Дифференциальное звено первого порядка имеет передаточную функцию

$$W(p) = Tp + 1.$$

Дифференциальное звено второго порядка задается передаточной функцией

$$W(p) = T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1.$$

На практике в качестве корректирующих цепей в САУ чаще всего применяют реальные дифференцирующие звенья, имеющие в большинстве случаев передаточную функцию вида

$$W(p) = \frac{kp}{1 + Tp}.$$

К таким звеньям можно отнести дифференцирующие RC -цепи, дифференцирующие трансформаторы и т. д. (рис. 11, а, б).

Фактически реальное дифференцирующее звено представляет собой два последовательно включенных звена: идеальное дифференцирующее (9) и апериодическое (5).

Рассмотрим динамические характеристики реального дифференцирующего звена. Его переходная функция описывается выражением

$$x_{\text{вых}} = h(t) = \frac{k e^{-1/T}}{T}.$$

Кривая переходного процесса представлена на рис. 11, в. Частотная функция дифференцирующего звена записывается как

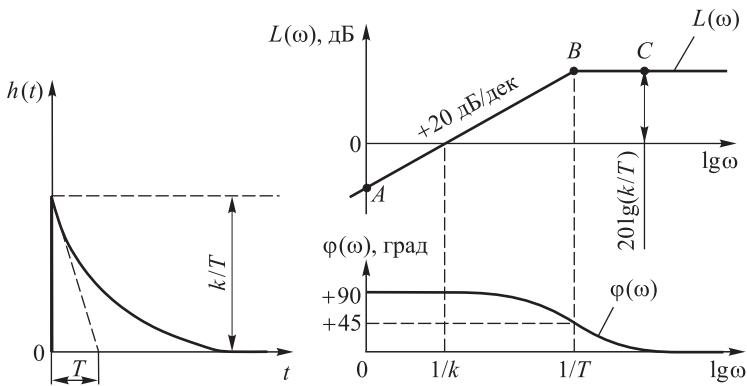
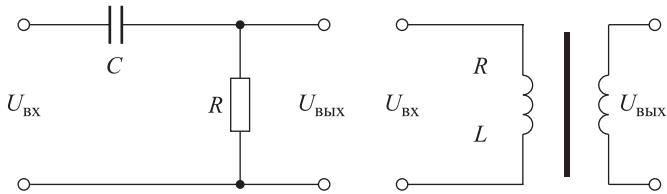


Рис. 11. Интегрирующее звено:

а — *CR*-звено; *б* — *RL*-звено; *в* — переходная функция звена; *г* — АФЧХ звена

$$W(j\omega) = \frac{kj\omega}{1 + j\omega T},$$

тогда ЛАЧХ можно построить в соответствии с выражением

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

Для малых частот ($\omega < 1/T$) имеем $\omega^2 T^2 \ll 1$, поэтому можно воспользоваться приближенным выражением $L(\omega) \approx 20 \lg k\omega$, которому на рис. 11, *г* соответствует прямая линия *AB* с положительным наклоном 20 дБ/дек, пересекающая ось абсцисс при частоте $\omega = 1/k$. Для больших частот ($\omega > 1/T$ и $\omega^2 T^2 \gg 1$) в этом случае $L(\omega) \approx 20 \lg(k/T)$, чему на рис. 11, *г* соответствует прямая *BC*, параллельная оси абсцисс. Ломаная линия *ABC* есть приближенная

ЛАЧХ, отличающаяся от действительной (штриховая линия) в точке излома на 3 дБ.

Логарифмическую фазовую характеристику дифференцирующего звена строят в соответствии с выражением

$$\varphi(\omega) = +90^\circ - \operatorname{arctg}(\omega T),$$

т. е. она представляет собой сумму двух слагаемых: $\varphi_1 = +90^\circ$ и $\varphi_2 = -\operatorname{arctg}(\omega T)$. Результирующая ЛФЧХ при $\omega = 1/T$ имеет фазовый сдвиг 45° .

Если дифференцирующее звено описывается уравнением (8), то ЛАЧХ определяется прямой AB , а ЛФЧХ — прямой $\varphi_1 = +90^\circ$.

Из рассмотренных типовых звеньев элементарными являются безынерционное, интегрирующее и дифференцирующее. Все другие звенья можно сформировать из элементарных путем соответствующего соединения их между собой.

Звенья, у которых переходная функция со временем затухает, называют *устойчивыми*. Типовые звенья всегда устойчивы. Их действие описывается линейными дифференциальными уравнениями с положительными коэффициентами. Исключение составляет интегрирующее звено, которое, исходя из условий устойчивости, называют *нейтральным*. В неустойчивых звеньях переходный процесс является расходящимся. Действие подобных звеньев описывается линейными дифференциальными уравнениями с отрицательными коэффициентами. Примерами неустойчивых звеньев являются звенья с передаточными функциями:

$$W(p) = \frac{k}{1-Tp} \text{ — неустойчивое апериодическое звено;}$$

$$W(p) = \frac{k}{1-2\xi Tp + T^2 p^2} \text{ — неустойчивое колебательное звено.}$$

Для устойчивых и неустойчивых звеньев одного типа АЧХ одинаковы, а ФЧХ различны. На одной и той же частоте вынужденных колебаний сдвиг фаз в устойчивом звене по абсолютной величине меньше, чем в неустойчивом, поэтому устойчивые звенья являются минимально-фазовыми, а неустойчивые — неминимально-фазовыми. Важно также отметить, что ФЧХ типовых звеньев не зависит от коэффициентов передачи этих звеньев.

СПОСОБЫ СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ СИСТЕМЫ

При исследовании САР ее можно разбить на комбинацию динамических звеньев с определенными передаточными функциями. Будем считать динамические звенья направленными и независимыми, т. е. такими, сигналы которых проходят только от входа к выходу. Подключение последующих звеньев не влияет на характер переходных и установившихся процессов в предыдущих звеньях, следовательно, исходные уравнения звеньев и их передаточные функции при подключении останутся неизменными. В системах автоматического управления используют следующие соединения динамических звеньев: последовательное, параллельное и соединение типа обратной связи.

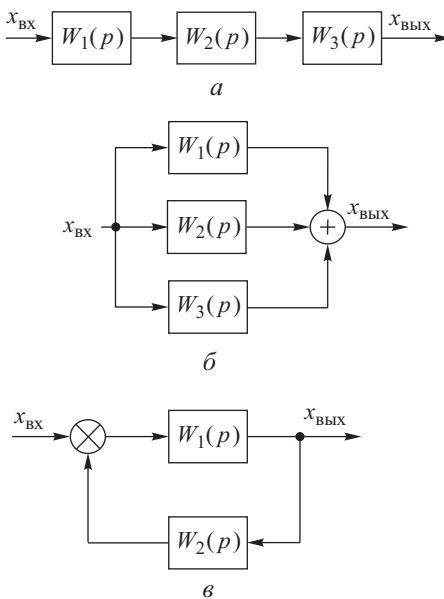


Рис. 12. Способы соединения динамических звеньев:
а — последовательное соединение; б — параллельное соединение; в — соединение с обратной связью

При последовательном соединении звеньев (рис. 12, *a*) выходной сигнал предыдущего звена является входным сигналом последующего. Результирующая передаточная функция равна произведению передаточных функций отдельных звеньев:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)\cdots$$

При параллельном соединении (рис. 12, *б*) на вход всех звеньев подается общий сигнал, на выходе образуется сигнал, являющийся суммой выходных сигналов звеньев. Результирующая передаточная функция равна сумме передаточных функций звеньев:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p) + \dots$$

При соединении типа обратной связи (рис. 12, *в*) выходной сигнал первого звена является входным для второго, причем входной сигнал первого звена образуется в результате сложения или вычитания входного и выходного сигналов второго звена. Результирующая передаточная функция будет описываться выражением

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_2(p)}.$$

Знак минус в этой формуле ставят при положительной обратной связи, т. е. при сложении сигналов, а знак плюс — при отрицательной обратной связи, т. е. при вычитании сигнала.

Если второе звено отсутствует в цепи обратной связи, то передаточная функция принимает вид

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)}.$$

МЕТОДИКА СОСТАВЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ СИСТЕМ

Для составления дифференциальных уравнений, которые характеризуют процессы в САР, требуется разделить систему на типовые звенья с определенной комбинацией их включения, т. е. составить структурную схему системы. Число типовых звеньев, к

которым сводится САР, определяется необходимой точностью ее описания. Например, при наличии двух разных апериодических звеньев с разными постоянными времени, в случае отличия последних друг от друга на порядок или более, можно заменить их одним апериодическим звеном с большей постоянной времени. Если же необходимо уточнить расчет, то следует отказаться от этого упрощения и включить в структурную схему оба исходных апериодических звена.

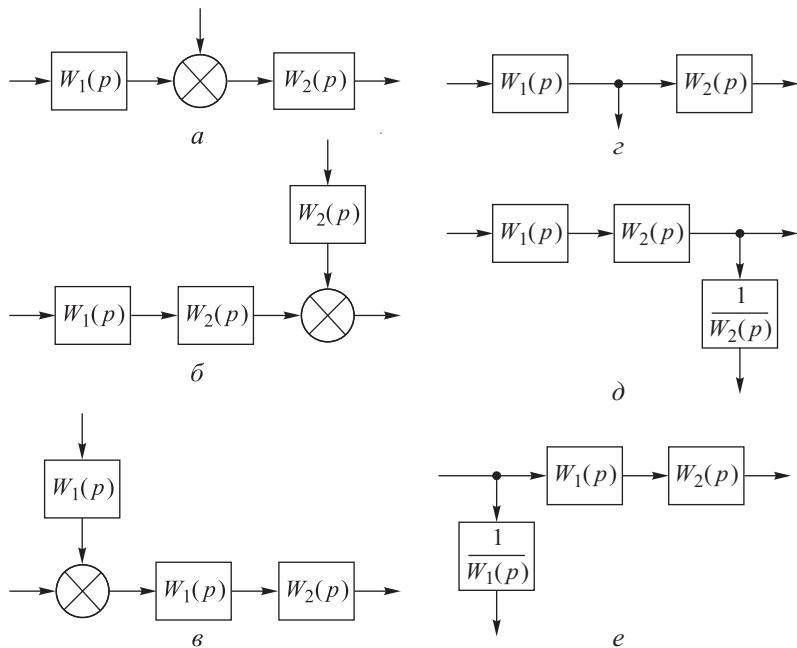


Рис. 13. Правила преобразования схем:

а — исходная схема с сумматором; *б* — перенос сумматора вперед; *в* — перенос сумматора назад; *г* — исходная схема с точкой разветвления; *д* — перенос точки разветвления вправо; *е* — перенос точки разветвления влево

В большинстве случаев САР можно привести к последовательному соединению типовых звеньев, образующему замкнутую цепь. Такие САР называют *одноконтурными*. Другие САР можно приве-

сти к комбинации последовательно и параллельно соединенных типовых звеньев, их называют *многоконтурными*. Многоконтурная система путем преобразований может быть приведена к эквивалентной одноконтурной. При этом пользуются рядом правил [2]. К их числу относятся и те, которые схематически показаны на рис. 13, — правила замены групп последовательно и параллельно соединенных звеньев, а также звеньев с обратной связью одним эквивалентным звеном. Кроме того, применяют правила переноса воздействий из одной точки схемы в другую с условием неизменности сигналов на выходе схемы при выполнении соответствующих преобразований. Так, на рис. 13 показан перенос суммирующего элемента, т. е. выхода параллельной ветви (рис. 13, *a*), вперед (рис. 13, *b*) и назад (рис. 13, *c*) относительно направленности действия основного контура. В первом случае в ветвь добавляется фиктивное звено с передаточной функцией $W_2(p)$, равной передаточной функции обойденного звена основного контура. На рис. 13, *г—е* показан порядок преобразования схемы с точкой разветвления.

МЕТОДИКА СОСТАВЛЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМЫ

После составления структурной схемы САР реальные элементы системы могут быть описаны дифференциальными уравнениями. САР можно описать разными уравнениями, а значит, и отобразить в виде различных типовых звеньев. Например, если для электродвигателя постоянного тока (рис. 14) за входной сигнал принято напряжение на якоре U_a ($U_{\text{возд}}$ — напряжение возбуждения двигателя), а за выходной — угол поворота α выходного вала и если такой электродвигатель считать безынерционным, то его можно представить в виде интегрирующего звена:

$$W_1(p) = \frac{\alpha(p)}{U_a(p)} = \frac{k_{\text{дв}}}{pk}.$$

Если для этого же электродвигателя за выходной сигнал принять скорость вращения $\Omega = p\alpha$, то его можно представить в виде безынерционного (пропорционального) звена:

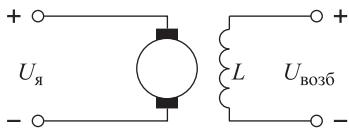


Рис. 14. Схема электродвигателя

$$W_2(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{\text{я}}(p)} = k_{\text{дв}}.$$

Если же при тех же входных и выходных сигналах учесть инерционность электродвигателя, то он должен быть представлен либо двумя последовательно включенными звенями — интегрирующим и апериодическим:

$$W_3(p) = \frac{\alpha(p)}{U_{\text{я}}(p)} = \frac{k_{\text{дв}}}{p(1 + T_{\Delta}p)},$$

либо одним апериодическим звеном:

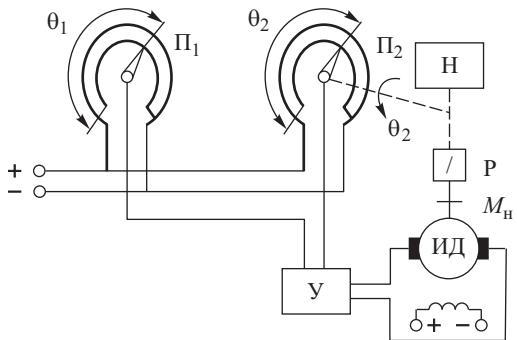
$$W_4(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{\text{я}}(p)} = \frac{k_{\text{дв}}}{1 + T_{\Delta}p}.$$

В зависимости от сложности дифференциального уравнения элемента САР последний может быть представлен в виде одного или нескольких типовых звеньев, определенным образом соединенных между собой.

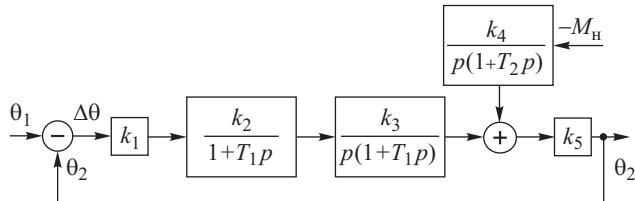
Зная передаточные функции элементов САР, можно получить передаточную функцию, а по ней — частотные и временные характеристики всей системы.

Составим передаточные функции для следящей системы, принципиальная и структурная схемы которой изображены на рис. 15, *a, б*.

При несогласованном положении движков потенциометров Π_1 и Π_2 возникает сигнал ошибки, поступающей в виде напряжения на исполнительный двигатель ИД через усилитель У. Двигатель через редуктор Р поворачивает движок потенциометра Π_2 (а следовательно, и нагрузку Н) в сторону уменьшения рассогласования задающей и исполнительной осей.



a



б

Рис. 15. Схемы следящей системы:
а — принципиальная; *б* — структурная

Элементы следящей системы описываются следующими передаточными функциями:

1) чувствительный элемент

$$W_1(p) = \frac{U(p)}{\theta_1(p)};$$

2) усилитель

$$W_2(p) = \frac{U_1(p)}{U(p)} = \frac{k_2}{1 + T_1 p};$$

3) исполнительный двигатель с передаточной функцией по сигналу рассогласования

$$W_3(p) = \frac{\alpha_u(p)}{U_1(p)} = \frac{k_3}{p(1 + T_2 p)}$$

и с передаточной функцией по возмущающему воздействию (моменту нагрузки)

$$W_3(p) = \frac{\alpha_m(p)}{M_{lh}(p)} = \frac{k_4}{p(1+T_2 p)};$$

4) редуктор

$$W_5(p) = \frac{\theta_2(p)}{\alpha(p)} = k_5.$$

Здесь k_i — коэффициенты передачи соответствующих звеньев системы; T_1 и T_2 — постоянные времени соответственно усилителя и двигателя.

Для разомкнутой следящей системы передаточная функция по задающему воздействию имеет вид

$$W(p) = \frac{\theta_2(p)}{\theta_1(p)} = W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_4(p),$$

или с соответствующими значениями передаточных функций

$$W(p) = \frac{K_\Omega}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)},$$

где $K_\Omega = k_1 k_2 k_3 k_4$ — коэффициент передачи следящей системы.

Для замкнутой системы

$$\Phi(p) = \frac{\theta_2(p)}{\theta_1(p)} = \frac{W(p)}{1+W(p)}$$

или

$$\Phi(p) = \frac{K_\Omega}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K_\Omega}.$$

Для разомкнутой системы передаточная функция по возмущающему воздействию записывается как

$$W_f(p) = \frac{q_2(p)}{M_h(p)}$$

или

$$W_f(p) = \frac{k_4 k_5}{p(1 + T_2 p)},$$

а для замкнутой системы

$$\Phi_f(p) = \frac{\theta_2(p)}{M_h(p)} = \frac{W_f(p)}{1 + W(p)}$$

или

$$\Phi_f(p) = \frac{k_4 k_5 (1 + T_1 p)}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + K_\Omega}.$$

И, наконец, для замкнутой системы передаточная функция по ошибке описывается выражением

$$\Phi_x(p) = \frac{\Delta\theta(p)}{\theta_1(p)} = \frac{1}{1 + W(p)}$$

или

$$\Phi_x(p) = \frac{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + K_W}.$$

При использовании частотного метода можно сравнительно просто построить логарифмические характеристики для сложных САР по логарифмическим характеристикам отдельных звеньев. Так, общая передаточная функция САР имеет вид

$$W(p) = \frac{k \prod_{i=1}^m (1 + T_i p)}{p^q \prod_{\alpha=1}^d (1 + T_\alpha p) k \prod_{\beta=\gamma=1}^e (1 + T_\beta p + T_\gamma^2 p^2)}.$$

Выполнив замену переменной p на $j\omega$ и найдя модуль $|W(j\omega)|$, получим выражение для построения ЛАЧХ системы:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg k - J 20 \lg \omega + \sum_{i=1}^m 20 \lg \sqrt{1+T_i^2 \omega^2} - \\ - \sum_{a=1}^n 20 \lg \sqrt{1+T_a^2 \omega^2} - \sum_{b=g=1}^e 20 \lg \sqrt{T_b^2 \omega^2 + (1-T_g^2 \omega^2)^2}, \quad (10)$$

для ЛФЧХ системы

$$f(\omega) = \arg W(j\omega) = \\ = -\frac{Jp}{2} + \sum_{i=1}^m \operatorname{arctg}(\omega T_i) - \sum_{a=1}^n \operatorname{arctg}(\omega T_a) - \sum_{b=g=1}^e \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega T_b}{1-\omega^2 T_g^2}\right).$$

Из выражения (10) следует, что для построения ЛАЧХ системы необходимо сложить ЛАЧХ отдельных звеньев с соответствующими знаками.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрены динамические характеристики типовых звеньев САР, знание которых необходимо при решении задач анализа и синтеза САР. Весьма важной на практике задачей является возможность выделить из общей совокупности явлений какую-то часть, характеризующую основные черты поведения системы регулирования (управления) без загромождения их второстепенными факторами, которые сильно осложняют исследование физического процесса. С этой целью в пособии приведена методика составления структурных схем, дифференциальных уравнений и передаточных функций, которая продемонстрирована на конкретном примере.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп; пер с англ. Б. И. Копылова. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. 832 с.
2. Задорожная Н.М., Дудоладов В.А. Методические указания к выполнению домашнего задания по курсам «Управление в технических системах» и «Основы теории управления». М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 16 с.
3. Методы теории автоматического управления: учебник: в 5 т. / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
4. Соловьевников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования: учеб. пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1985. 536 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Представление элементов систем автоматического регулирования в виде типовых звеньев	4
Уравнения типовых звеньев и систем	11
Временные и частотные характеристики основных динамических звеньев	20
Способы соединения звеньев системы.....	30
Методика составления структурных схем систем	31
Методика составления дифференциальных уравнений и передаточных функций системы.....	33
Заключение	38
Литература	39

Учебное издание

**Задорожная Наталья Михайловна
Дудоладов Владимир Андреевич**

**Характеристики типовых звеньев
систем автоматического регулирования**

Редактор *C.A. Серебрякова*

Художник *A.C. Ключева*

Корректор *O.B. Калашникова*

Компьютерная верстка *C.A. Серебряковой*

Оригинал-макет подготовлен
в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

В оформлении использованы шрифты
Студии Артемия Лебедева.

Подписано в печать 16.12.2014. Формат 60×90/16.
Усл. печ. л. 2,5. Тираж 300 экз. Изд. № 71-2014. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
press@bmstu.ru
www.baumanpress.ru

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
baumanprint@gmail.com