

Условия эксплуатации гироскопических систем.

Климатические условия

Параметры:

- Температура
- Влажность
- Давление

4 типа КУ:

- сухая жара: до $+50^{\circ}\text{C}$ с влажностью до 8% (зона пустынь)
- тропическая жара: до $+40^{\circ}\text{C}$ с влажностью до 98%,
- холод: до -70°C (полярные, арктические широты),
- умеренный климат: от -35°C до $+35^{\circ}\text{C}$ (средние широты)

На большой высоте (≈ 10 км)

низкая температура: до -60°C ,
низкое давление: до 200 мм.рт.ст
быстрые изменения температуры

Механические условия

Линейные перегрузки:

- тяжелые самолеты 3 – 4 ед
- легкие самолеты 5 – 7 ед
- ракеты различных типов 8 – 500 ед

Виброперегрузки:

- на самолетах < 4 ед
- на ракетах < 20 ед

Ударные воздействия:

- при транспортировке,
- при взлете и посадке,
- при стрельбе из бортового оружия,
- при резких аэродинамических воздействиях

Космические условия

- Вакуум ($10^{-6} - 10^{-10}$) мм.рт.ст
- Перепад температур от -250°C до $+300^{\circ}\text{C}$

Высокая температура ($+50^{\circ}\text{C}$ и выше)

вызывает тепловое расширение деталей, испарение смазки или ее вытекание, разрушение лакокрасочных покрытий, изменение емкости конденсаторов, сопротивлений обмоток датчиков и резисторов, индуктивности обмоток датчиков и т.д.

Низкая температура (-50°C и ниже)

вызывает сжатие деталей, затвердевание смазки, ухудшение виброизолирующих свойств резиновых амортизаторов, образование трещин, короткое замыкание в результате конденсации влаги, прекращение движения деталей из-за обледенения.

Высокая влажность (90% и выше)

вызывает коррозию металлов, приводящую к нарушению контактов, уменьшению механической прочности металлов, образованию проводящей пленки на диэлектриках при конденсации водяных паров, изменению сопротивления изоляции из-за шунтирования высокоомных сопротивлений.

Степень влажности характеризуется относительной влажностью, выраженной в процентах $R = \frac{q}{Q} 100\%$. Относительной влажностью воздуха называется отношение абсолютной влажности q (количество пара в 1 м^3 воздуха), при данном атмосферном давлении и температуре, к количеству паров Q насыщающих 1 м^3 воздуха, при этом давлении и температуре.

При пониженном атмосферном давлении теплопроводность воздуха уменьшается, ухудшается отвод тепла, и температура в приборе повышается.
За нормальные климатические условия приняты следующие:

- температура $(+25 \pm 10)^\circ\text{C}$
- влажность $(65 \pm 15)\%$
- давление $(760 \pm 30) \text{ мм.рт.ст.}$

К гироскопическим системам предъявляются требования безотказной работы в диапазоне температур от -50°C до $+60^\circ\text{C}$, влажности от 20% до 95% при 35°C

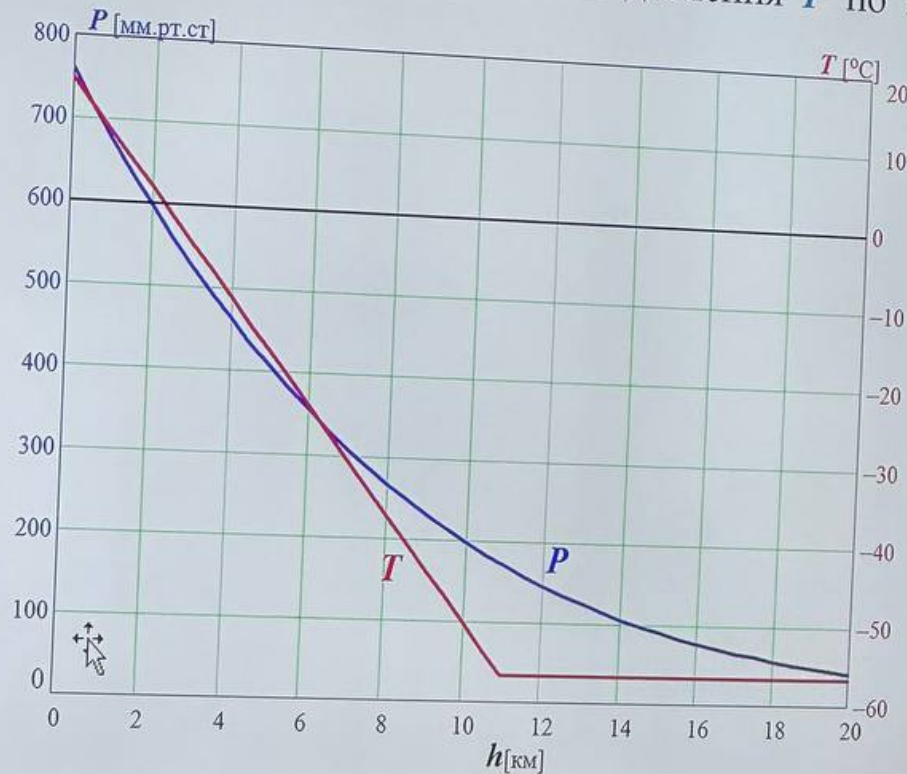
Для оценки работоспособности приборов при эксплуатации используются такие характеристики, как:

Вибропрочность - способность безотказной работы прибора в условиях вибрации в течение всего срока службы

Виброустойчивость - способность прибора обеспечивать точностные характеристики в соответствии с техническими требованиями в условиях вибрации

Заметки к слайду

График изменения температуры T и давления P по высоте h



Источники питания гироскопических систем и их элементов



Источники питания гироскопических систем и их элементов

Первичные источники энергии

Самолеты

Ракеты

Источники электрической энергии

Источник энергии – авиадвигатели, которые приводят в действие генераторы переменного и постоянного тока

Первичная энергосистема:

- для переменного тока:
3-х фазное 210 В $\pm 2\%$, 400 Гц $\pm 10\%$
- для постоянного тока:
напряжение с генераторов: 28,5 В $\pm 3\%$
(для потребителей: 27 В $\pm 10\%$)

В качестве источников энергии используются источники механической энергии:

- баллоны со сжатым газом до давления 400 атм. (40 МПа),
- пороховая энергия
- для быстрого разгона ГМ грубых систем

Генераторы от вращающихся с помощью порохового источника или сжатого воздуха турбин

Химические элементы:
– аккумуляторы
– гальванические элементы

Электрическая энергия

Постоянный ток

Основные потребители:

различные электромагнитные механизмы: двигатели постоянного тока, реле, арретиры, преобразователи постоянного тока в переменный, потенциометры

Недостаток: наличие коллекторных групп, но сейчас уже имеются разработки бесколлекторных двигателей постоянного тока.

Переменный ток

Основные потребители:

гиромоторы, различные исполнительные двигатели, индукционные датчики угла, жидкостные переключатели

Применение источников переменного тока является более предпочтительным в сравнении с постоянным в силу более простых схем преобразования.

Недостатки применения источников переменного тока:

Т.к. генераторы переменного тока приводятся в движение от основного двигателя, то они не могут иметь постоянной скорости вращения ротора, а, следовательно, и постоянной частоты и величины выходного напряжения.

Для получения напряжения с высокой стабильностью частоты на ЛА используют постоянный ток, который затем с помощью специальных устройств преобразуется в переменный ток постоянной частоты.

Практическое применение находят электромашинные и электронные (статические) преобразователи. К ним предъявляют требования: 1. стабильности частоты выходного напряжения, 2. стабильности величины выходного напряжения и 3. требование к форме кривой выходного напряжения.

Первые два требования обуславливаются тем, что с изменением частоты или величины питающего напряжения изменяются скорость вращения двигателя или крутизна характеристики датчиков угла и момента.

Третье требование объясняется тем, что отклонение формы кривой напряжения от синусоидальной означает наличие в ней высших гармоник, вызывающих повышение потерь на перемангничивание и нулевые сигналы

Гиromотopы

В большинстве типов гироскопических чувствительных элементов используются гироскопы с быстровращающимся симметричным ротором, где ($A = B < C$).

Для обеспечения разгона ротора гироскопа и поддержания постоянной скорости его вращения служат специальные двигатели.

Маховик и двигатель, как правило, представляют собой единый конструктивно законченный узел называемый гиromотором

Основные характеристики гиromоторов

– величина кинетического момента	H	$\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$
– скорость вращения	Ω	$1/\text{с}$
– напряжение и частота питания	U, f	$\text{В}, \text{Гц}$
– потребляемая мощность	P	Вт
– стабильность положения центра масс	$\Delta z_{\text{цм}}$	мкм
– стабильность кинетического момента	ΔH	$\%$
– время	$t_{\text{гот}}$	с
– уровень вибрации	$n_{\text{вибр}}$	ед
– ресурс	h	ч
– срок службы	$T_{\text{сл}}$	ч
– надежность	λ	ед
– стоимость	C	руб
– трудоемкость	$T_{\text{р}}$	н.ч.

Гиromотopы

Диапазон величин H , C и Ω

H	C	Ω
$\text{H}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$ ($\text{r}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$)	$\text{H}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$ ($\text{r}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^2$)	$\frac{1}{\text{с}}$
$10^{-4} - 100$ ($1 - 10^6$)	$10^{-7} - 0.1$ ($0.001 - 1000$)	$300 - 6000$

Системы единиц	
СИ	МКГС
$1 \text{ H}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$	$1.02 \cdot 10^4 \text{ r}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$
$1 \text{ cH}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$	$1.02 \text{ r}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$ $\approx 1 \text{ r}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$

Диаметры маховиков гиromотopов: от $\varnothing 7 \text{ мм}$ до $\varnothing 300 \text{ мм}$

Гиromотopы

Назначение гиродвигателей

Разгон и поддержание постоянной скорости вращения маховика

Типы гиродвигателей

Асинхронные ГД и Синхронные ГД

Кафедра: ИУ-2
«Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации»

Лекции по курсу:

Расчет и конструирование элементов гироскопических приборов
1 семестр

Подчерцев Виктор Павлович
доцент, к.т.н., руководитель 1-ой специализации
тел. 8-499-263-68-89 (ауд. 1003)

Литература:

1. Лекции.
2. Гироскопические системы, 3 часть, «Элементы гироскопических приборов», под ред. Д.С. Пельпора, 1988г., Высшая школа,

1. Стабилизация положения центра масс $\Delta z_{цм}$:

Обеспечивается *конструктивными и технологическими* мерами

- симметрия
- равножесткость
- минимальное количество деталей
- малые или близкие температурные коэффициенты линейного расширения материалов
- герметизация гироскопов
- заполнение гироскопов газовой средой с оптимальными тепловыми и газодинамическими характеристиками
- совершенствование шарикоподшипниковых высокоскоростных опор
- применение гидродинамических и газодинамических опор
- термостабилизация

- высокая чистота помещений, исключающая попадание внутрь гироскопов пыли и влаги
- высокая точность изготовления деталей
- точная динамическая и статическая балансировка
- высокая культура сборки

2. Стабилизация величины кинетического момента $H = CS^2$:

Обеспечивается стабильностью:

момента инерции C



и

скорости вращения Ω



- жесткой конструкцией ГМ, не допускающей упругих или остаточных деформаций в условиях эксплуатации,
- применением материалов с высокостабильными геометрическими размерами (36НХТЮ, 42НХТЮ, 45НХТ и др.)
- исключением использования обмоток двигателя на вращающихся частях ГМ
- малые или близкие температурные коэффициенты линейного расширения материалов ГМ
- термостабилизация ГМ

- снижением и стабилизацией моментов сопротивления вращению ротора
- применением синхронных двигателей
- использованием обратной связи

Время готовности гиromотора определяется:

- для грубых гироскопов **временем набора номинальной скорости** его вращения,
- для прецизионных гироскопов к этому времени добавляется еще **время выхода на установившийся тепловой режим**, обеспечивающий требуемую точность гироскопа.

Поэтому одной из основных задач для гиродвигателей является обеспечение **ускоренного разгона и прогрева** гиromотора в условиях эксплуатации

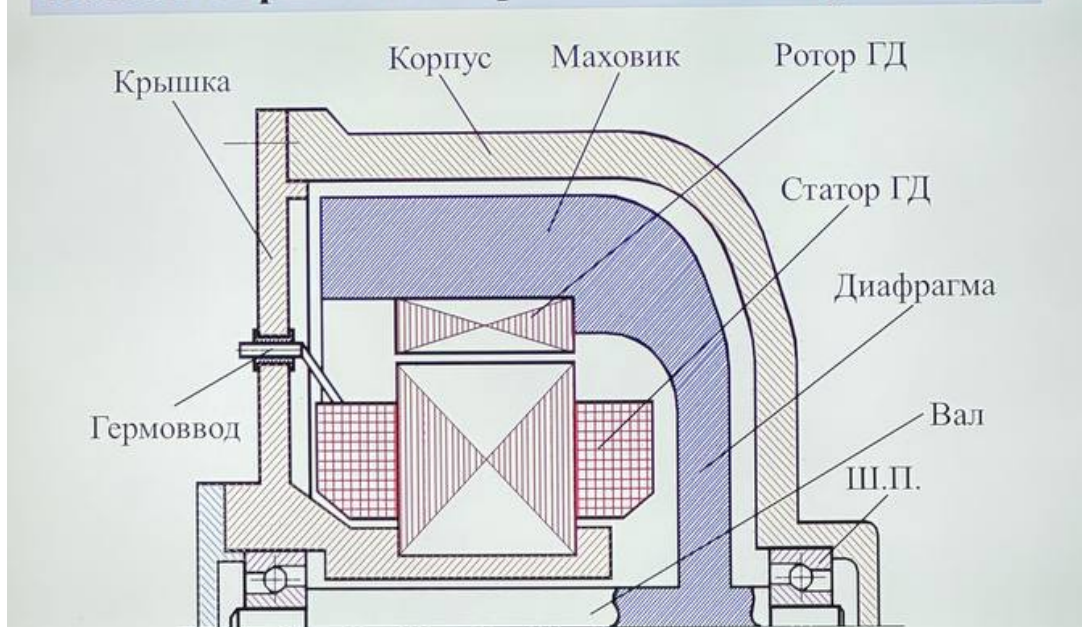
Конструктивные схемы гироскопов

Обращенные схемы (статор внутри ротора)

- несимметричная закрытая
- симметричная открытая
- симметричная закрытая

Необращенные (ротор внутри статора)

Несимметричная закрытая схема гироскопа



Несимметричная закрытая схема гироскопа

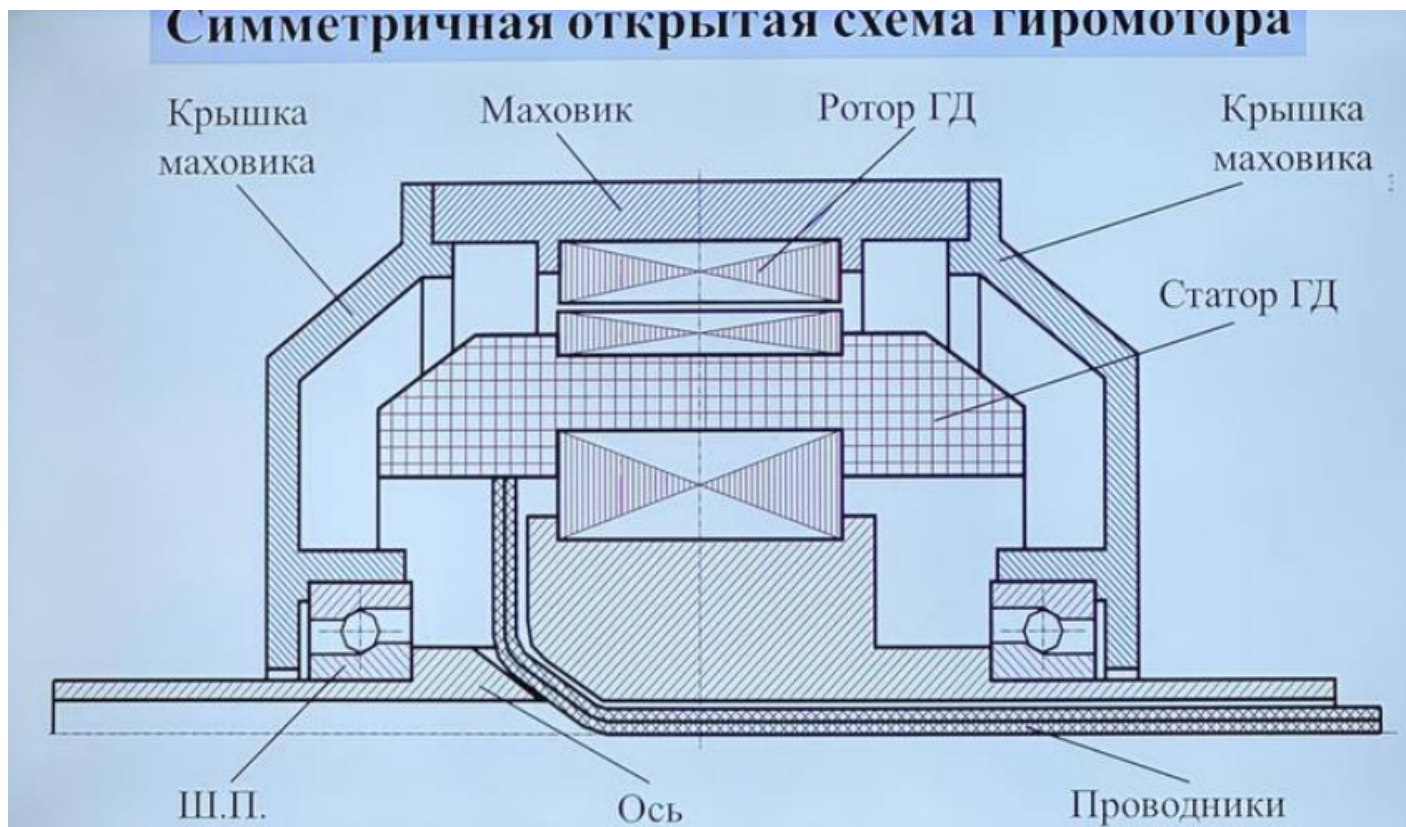
Достоинства:

1. минимальное число деталей;
2. простота конструкции;
3. наличие большого объема для размещения элементов гиродвигателя, позволяющая оптимизировать его характеристики даже в малогабаритных гироскопах.

Недостатки:

1. несимметричность геометрическая и тепловая, что приводит к повышенным смещениям центра масс гироскопа, вызываемым нагревом и упругими деформациями конструкции;
2. "раскрытие" ротора

Симметричная открытая схема гиromотора



Симметричная открытая схема гиromотора

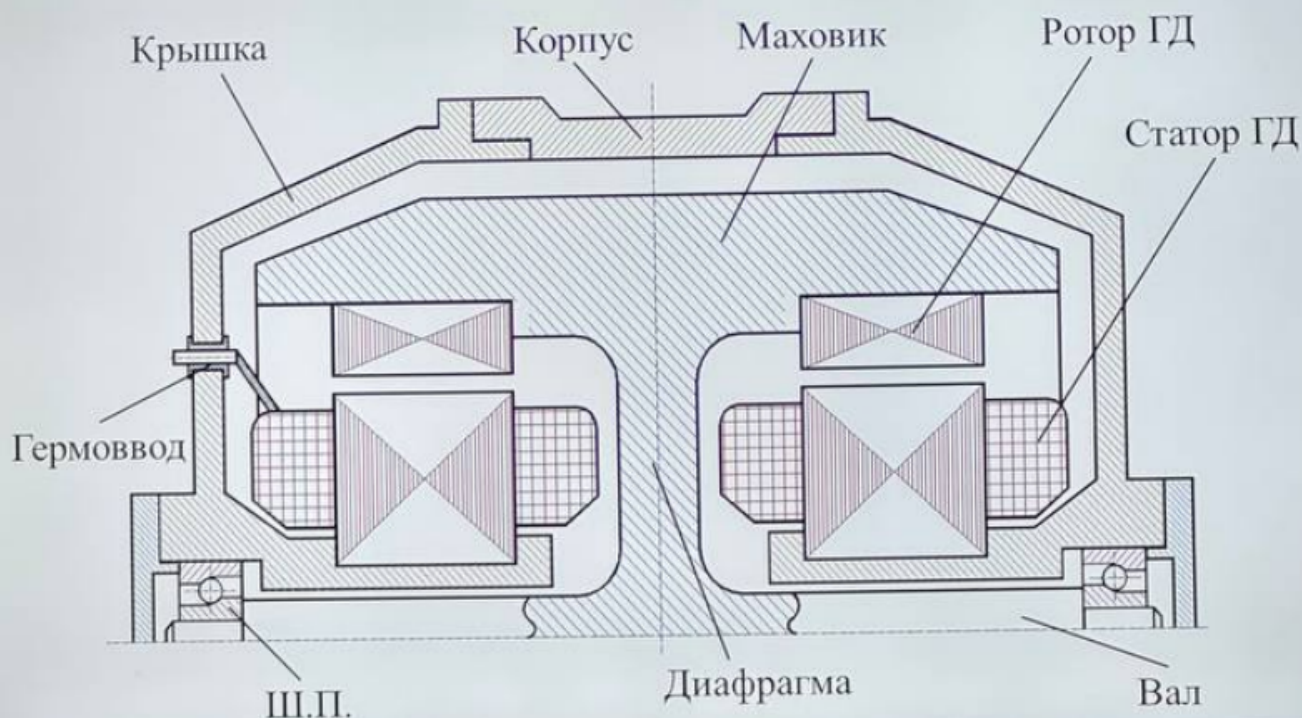
Достоинства:

1. симметричность конструкции, снижающая тепловой дрейф гироскопа,
2. более простая и универсальная схема крепления в гироскопе (концы оси могут закрепляться либо в поплавке, либо в гироскопе, либо в открытом кольце,
3. простота динамической балансировки (из-за открытой поверхности маховика),
4. возможность оптимизации конструкции гиродвигателя в малогабаритных гироскопах,
5. отсутствие явления "раскрытия" маховика

Недостатки:

1. составной ротор (маховик, крышки),
2. внутреннее (по отношению к ротору) расположение источников тепла (статор, шарикоподшипники).

Симметричная закрытая схема гиromотора



Симметричная закрытая схема гиromотора

Достоинства:

1. симметричность конструкции, снижающая тепловой дрейф гироскопа,
2. жесткость конструкции,
3. простота конструкции,
4. влияние эффекта "раскрытия" маховика существенно снижено.

Недостатки:

1. наличие двух гиродвигателей,
2. неоптимальная конструкция гиродвигателя из-за его относительно меньшего объема и большего потребления энергии.

Обращенные и необращенные схемы гиродвигателя

Наиболее широко в гиromоторах применяют гиродвигатели *обращенного* исполнения, используемые во всех 3-х рассмотренных ранее схемах гиromоторов. Это гиromоторы, в которых **статор** двигателя находится **внутри ротора**.

Достоинства обращенных схем гиродвигателя

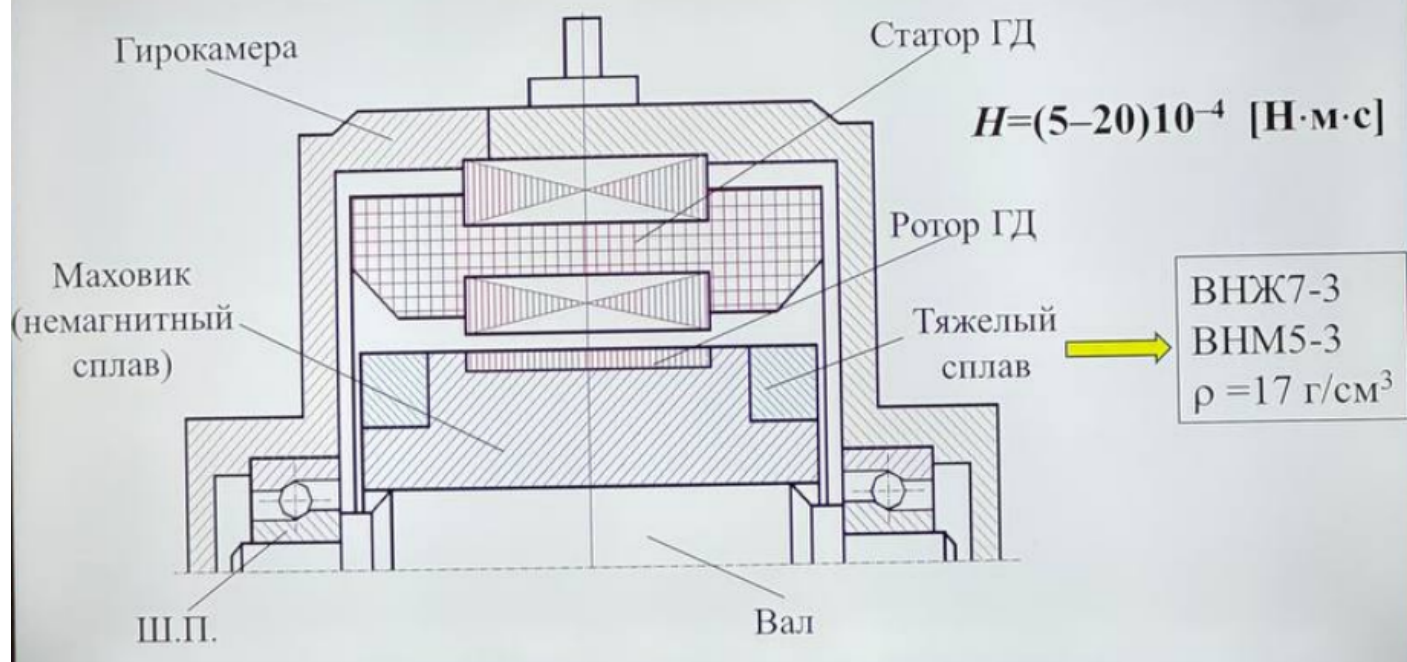
– возможность увеличения (с сохранением габаритов) момента инерции ротора C , кинетического момента гиromотора H , и соответствующего повышения точности гироскопа, т.к. его дрейф определяется соотношением:

$$\omega = \frac{M}{H}$$

Недостатки обращенных схем гиromотора

- уменьшение объема выделяемого для размещения статора гиродвигателя, что усложняет его технологию и ведет к снижению энергетических и моментных характеристик,
- затрудненная теплоотдача от статора в окружающую среду, т.к. диаметры мест крепления статора, а, следовательно, и площадь поверхности теплоотдачи значительно меньше, чем в необращенных. Это ведет к повышенным перегревам статора и связанным с ним смещениям центра масс ротора.

Необращенная схема гиromотора



Необращенная схема гиromотора

Недостатки необращенных схем :

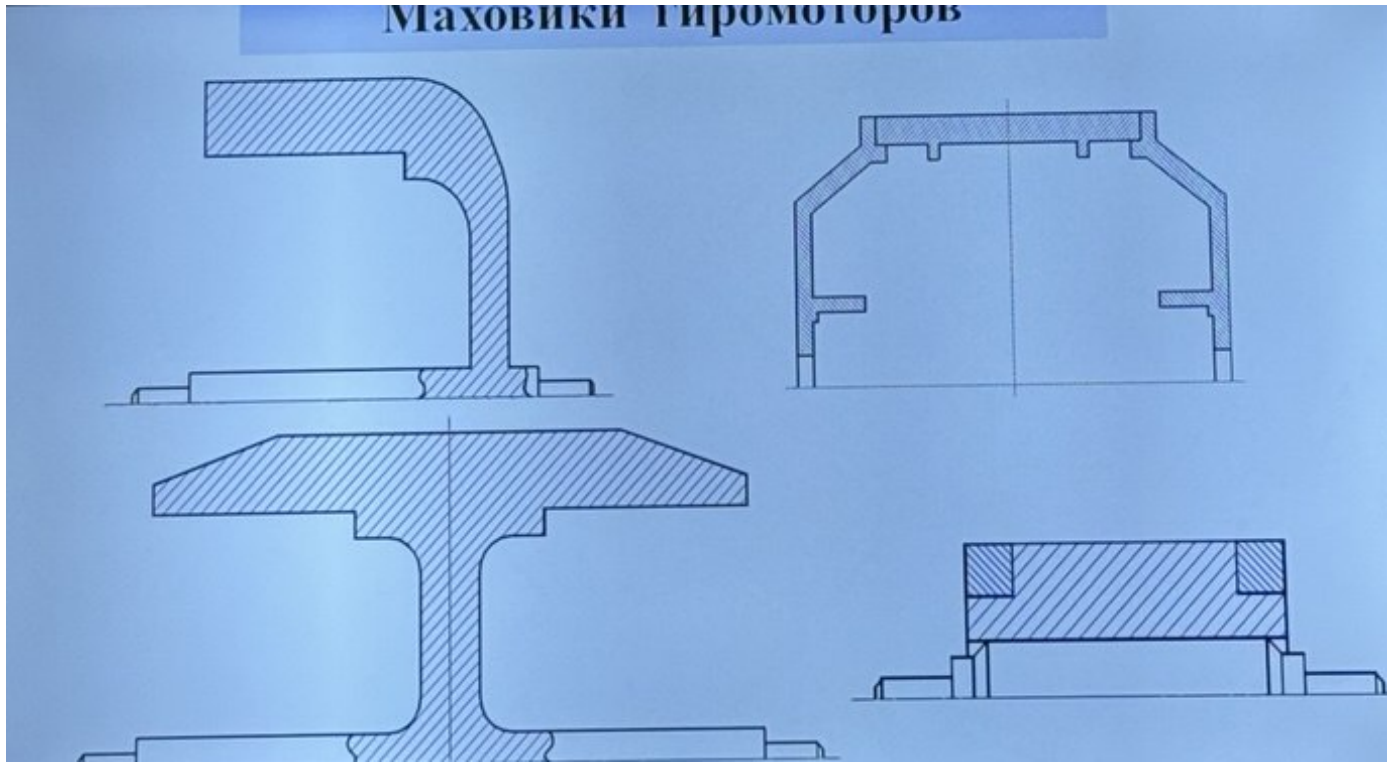
- малый момент инерции и кинетический момент

Недостатки тяжелых сплавов :

- повышенная хрупкость, связанная с порошковым методом получения этих материалов
- плохая механическая обрабатываемость
- использование колец из этих материалов, напрессованных на стальной или титановый ротор, приводит к нестабильности положения ц.м. ротора гиromотора, т.к. ТКЛР этого материала равен $(5.3 - 5.6) \cdot 10^{-6} \text{ [1/}^\circ\text{C]}$ и меньше чем ТКЛР у стали почти в 2 раза (в 1,5 раза - чем у титана)

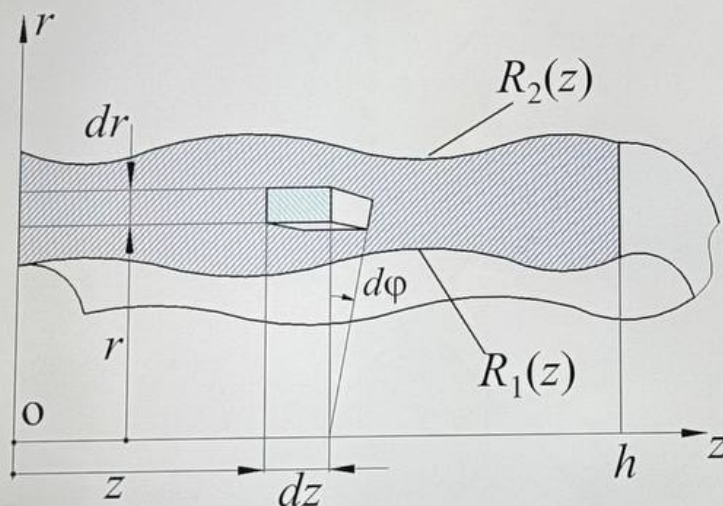
Достоинство: хорошая тепловая связь с окружающей средой, т.е. тепло сразу выделяется в окружающую среду

Маховики гиromоторов



Маховики гиromоторов

Расчет момента инерции маховика вокруг оси вращения Z



Масса выделенного элемента

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot r d\phi \cdot dr \cdot dz$$

Момент инерции выделенного элемента вокруг оси Z

$$dC = r^2 dm$$

Момент инерции маховика

$$C = \int_M r^2 dm = \rho \int_V r^2 dV$$

Маховики гиromоторов

Обычно для маховиков гиromоторов выполняется условие $\frac{A}{C} < 1$,

и тогда для цилиндра с отверстием имеем: $\frac{A}{C} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{h^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) < 1$, или: $h < \sqrt{3} \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$

Для большинства гироскопов $\frac{A}{C} \approx \frac{2}{3}$

Тогда из предыдущего равенства следует: $h \approx \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = R_2 \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2}$

Т.к. для существующих оптимально спроектированных гиromоторов выполняется соотношение: $\frac{R_1}{R_2} \approx (0.7 - 0.8)$,

то $h \approx (1.22 - 1.28) R_2 = (0.61 - 0.64) D_2$

Маховики гиromоторов

Маховик проектируют так, чтобы момент газодинамического сопротивления, создаваемый им при вращении, был минимальным.


Для этого маховику придают предельно обтекаемую форму.

Момент газодинамического сопротивления снижается, если характер газового потока у поверхности маховика близок к ламинарному.

Для снижения возможности турбулизации газового потока все острые углы на поверхности маховика скругляют, а шероховатость наружных поверхностей доводят до уровня $(1,2 - 0,3)$ мк.

Расчет напряжений в материале маховика при вращении

Пусть маховик вращается с угловой скоростью Ω вокруг оси z , тогда центробежная сила, действующая на выделенный элемент будет равна:



$$F_{\text{ц}} = a \cdot dm = \Omega^2 R dm = \Omega^2 R \rho S R d\varphi = \Omega^2 R^2 \rho S d\varphi$$

Из условия равновесия элемента, следует:

$$2N \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} \approx N d\varphi = F_{\text{ц}} = \Omega^2 R^2 \rho S d\varphi$$

откуда $N = \Omega^2 R^2 \rho S$

Тогда напряжение растяжения в материале ротора будет равно

$$\sigma = \frac{N}{S} = \Omega^2 R^2 \rho$$

N – нормальная сила в поперечном сечении элемента, действующая со стороны отсеченной части маховика

Расчет напряжений в материале маховика при вращении

Для гиromотора с параметрами:

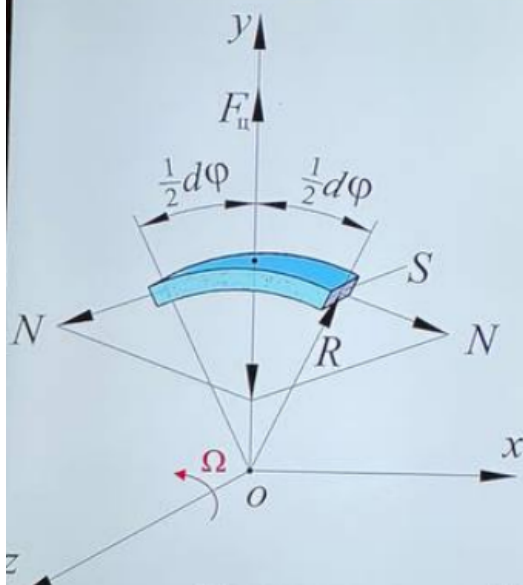
$$R = 5.0 \text{ см}, \quad \rho = 8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}, \quad \Omega = 6000 \frac{1}{\text{с}}$$

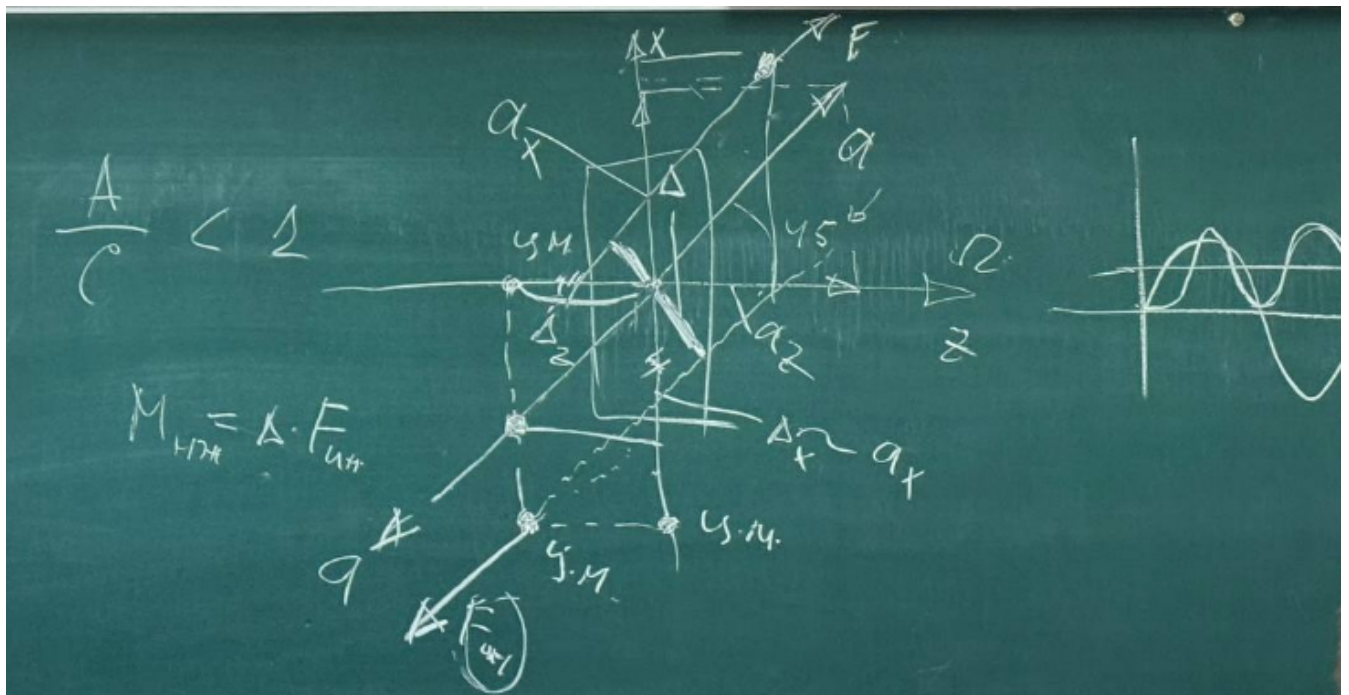
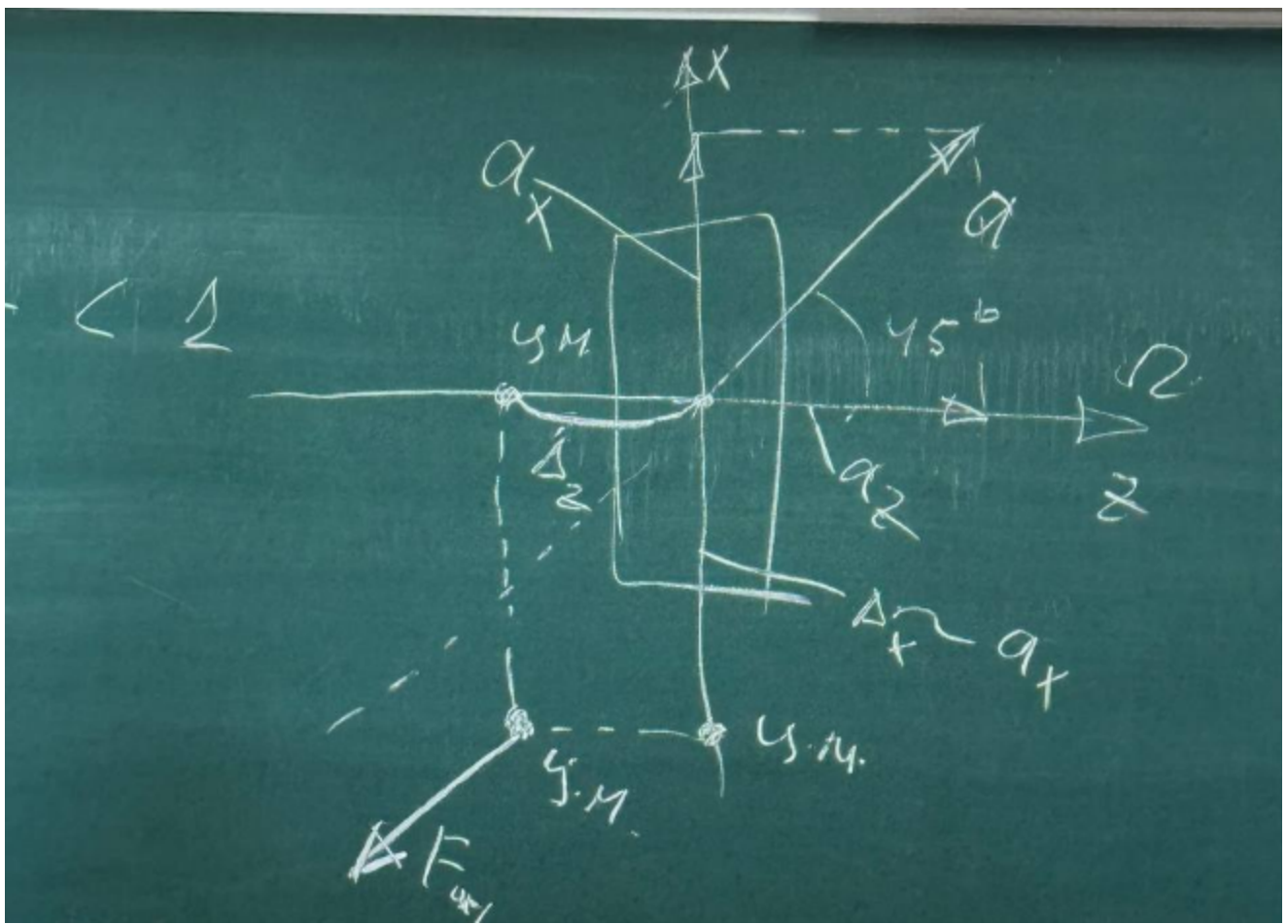
Центробежное ускорение равно:

$$a = R\Omega^2 = 18 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right]$$

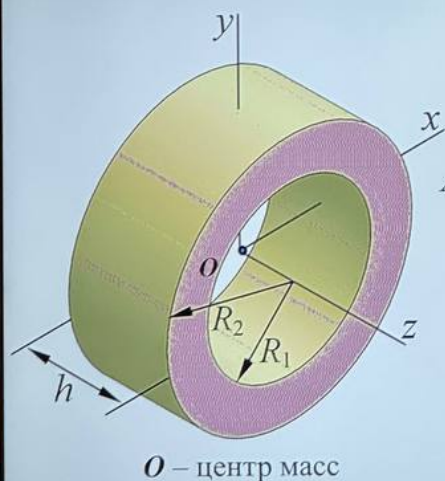
Перегрузка: $n = \frac{a}{g} = \frac{18 \cdot 10^7}{981} = 180 \cdot 10^3 \text{ ед}$

Напряжение: $\sigma = (6000)^2 \cdot 5^2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \left[\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \right] = 720 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \right] = 720 \text{ МПа}$





Моменты инерции тел



Цилиндр с отверстием

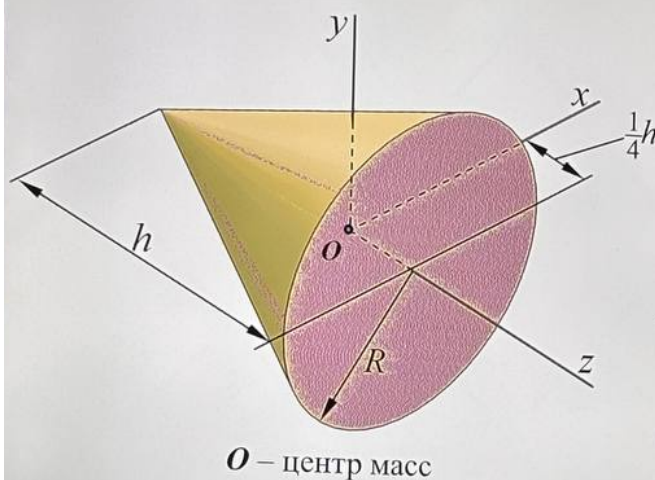
$$m = \pi \cdot \rho \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot h \quad (1)$$

$$A = B = \frac{1}{4} m (R_2^2 + R_1^2) \left(1 + \frac{1}{3} \frac{h^2}{R_2^2 + R_1^2} \right), \quad C = \frac{1}{2} m (R_2^2 + R_1^2)$$

Цилиндр сплошной ($R_1 = 0, R_2 = R$)

$$m = \pi \cdot \rho \cdot R^2 \cdot h$$

$$A = B = \frac{1}{4} m R^2 \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{R} \right)^2 \right), \quad C = \frac{1}{2} m R^2$$



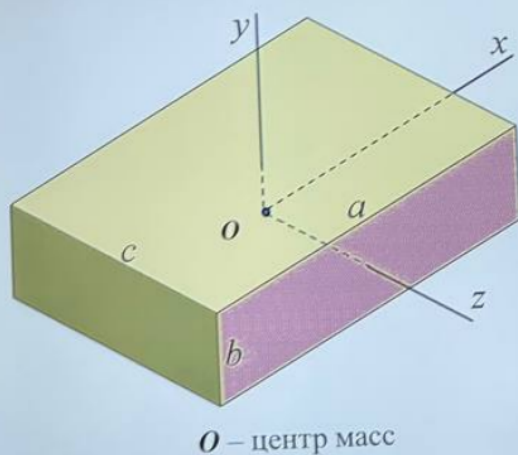
Конус

$$m = \frac{1}{3} \pi \cdot \rho \cdot R^2 \cdot h$$

$$A = B = \frac{3}{20} m R^2 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{h^2}{R^2} \right)$$

$$C = \frac{3}{10} m R^2$$

(2)



Параллелепипед

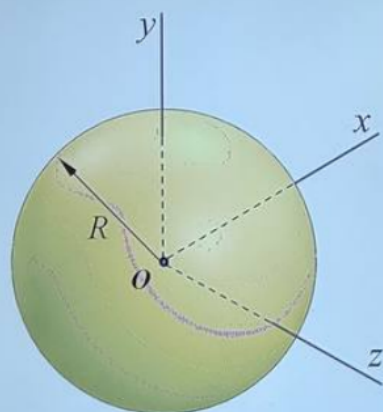
$$m = \rho \cdot a \cdot b \cdot c$$

$$A = \frac{m}{12} (b^2 + c^2)$$

$$B = \frac{m}{12} (a^2 + c^2)$$

$$C = \frac{m}{12} (a^2 + b^2)$$

(3)



Шар

$$m = \frac{4}{3} \pi \cdot \rho \cdot R^3$$

$$A = B = C = \frac{2}{5} m R^2$$

(4)

Валы и оси гиromоторов

Требования к ним:

- оптимальная радиальная жесткость (для обеспечения равножесткости и высокой жесткости)
- малые температурные изменения длины (для обеспечения малых смещений центра масс)

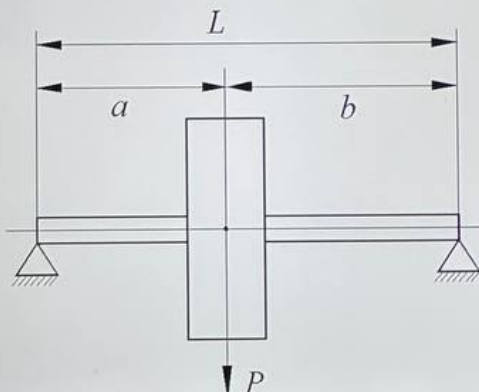
Расчет валов и осей состоит из:

- определения радиальной жесткости
- оценки близости рабочего числа оборотов к критическому
- оценки прочности и выносливости вала

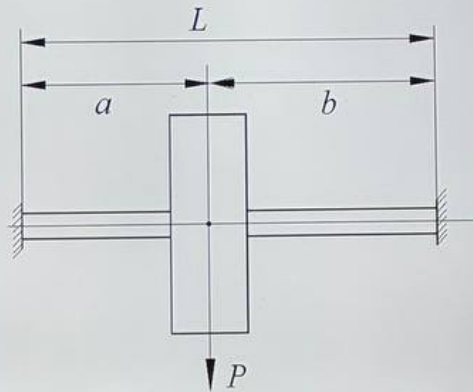
Радиальная жесткость валов

Схемы крепления маховика в зависимости от величины натяга

при малом натяге ш.п.
(малой угловой жесткости опор)



при большом натяге ш.п.
(большой угловой жесткости опор)



Радиальная жесткость валов

Радиальная жесткость вала C_v определяется величиной осевого натяга шарикоподшипников и находится в пределах:

$$3 \frac{E \cdot J \cdot L}{(a \cdot b)^2} < C_v < 3 \frac{E \cdot J \cdot L^3}{(a \cdot b)^3}$$

малый натяг ш.п.

большой натяг ш.п.

где: L – расстояние между опорами

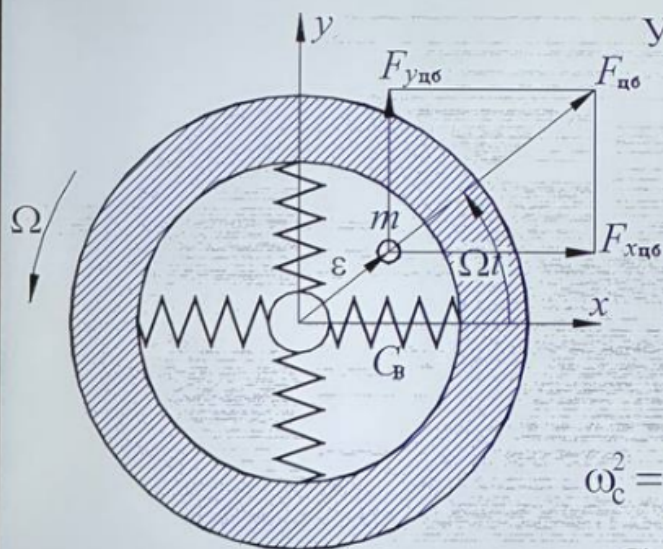
E – модуль упругости материала вала

a, b – расстояния от опор до центра масс маховика

D и d – наружный диаметр и диаметр отверстия

$$J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

Критическая скорость вращения вала



Уравнения движения маховика

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} + C_B x = \varepsilon \Omega^2 m \cdot \cos(\Omega t) \\ m \cdot \ddot{y} + C_B y = \varepsilon \Omega^2 m \cdot \sin(\Omega t) \end{cases}$$

$$\ddot{z} + \omega_c^2 z = \varepsilon \Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (1)$$

где: $z = x + j \cdot y$,

$\omega_c^2 = \frac{C_B}{m}$ – круговая частота радиальных колебаний вала с маховиком,

$C_B = \frac{C'_B C_{ш}}{C'_B + C_{ш}}$ – суммарная радиальная жесткость вала и ш.п.

Критическая скорость вращения вала

Решение уравнения (1): $z = \frac{\varepsilon \Omega^2}{\omega_c^2 - \Omega^2} e^{j\Omega t}$

Амплитуда дополнительного смещения ц.м.: $z = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\varepsilon \cdot \Omega^2}{\omega_c^2 - \Omega^2}$

Угловая скорость вала Ω , равная круговой частоте собственных радиальных колебаний вала с маховиком ω_c , называется **критической скоростью вращения** и обозначается $\Omega_{кр}$ т.е. $\Omega_{кр} = \omega_c$

Критическая скорость вращения вала

$$N_{кр} \left[\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right] = \frac{60}{2\pi} \omega_c \left[\frac{1}{\text{с}} \right] = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{C_B}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{C_B g}{P}} = \frac{30 \sqrt{g}}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{y_{ст}}} \approx \frac{300}{\sqrt{y_{ст}}}$$

где $y_{ст} = \frac{P}{C_B}$ [см] – прогиб вала под действием собственного веса и веса маховика

$C_B \left[\frac{\text{Н}}{\text{см}} \right]$ – суммарная радиальная жесткость вала и шарикоподшипников

Обычно диаметры посадочных мест вала определяются в зависимости от внутреннего диаметра выбранного подшипника.

Все остальные диаметры вала стремятся выбирать так, чтобы сохранилось (при необходимой жесткости вала) постоянство отношения изгибающего момента к моменту сопротивления (EJ) соответствующего сечения (что равносильно постоянству напряжения изгиба во всех сечениях вала).

Запас прочности вала

$$K_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{в}}(D_{\text{мин}}^3 - d^3)}{2,5(P_{\text{max}}L + M_{\text{Г}})} > 3$$

$D_{\text{мин}}$ – минимальный наружный диаметр вала,

d – диаметр отверстия вала, L – длина вала,

$M_{\text{Г}}$ – максимально возможный гироскопический момент,

$\sigma_{\text{в}}$ – предел прочности материала вала,

$P_{\text{max}} = P_{\text{ц}} + P_{\text{м}} + (N_{\text{л}} + N_{\text{в}})P$ – максимальная сумма всех сил, действующих на вал

$N_{\text{л}}, N_{\text{в}}$ – максимально возможные линейные и вибрационные перегрузки,

$P_{\text{ц}}$ – центробежная сила, приложенная к валу,

$P_{\text{м}}$ – сила одностороннего магнитного притяжения ротора к статору,

P – суммарный вес вала и маховика.

Для прецизионных гиromоторов, в которых достигается высокая степень балансировки и высокая точность изготовления: $P_{\text{max}} = (N_{\text{л}} + N_{\text{в}})P$

Запас выносливости вала

$$K_{\text{в}} = \frac{\sigma_{-1}(D_{\text{мин}}^3 - d^3)}{2,5k_0P_{\sim}L} > 3$$

σ_{-1} – предел выносливости материала вала ($\sigma_{-1} = (0.65 - 0.7)\sigma_{\text{в}}$)

$k_0 = 1,1 - 1,6$ – коэффициент, учитывающий концентрацию напряжений

$D_{\text{мин}}$ – минимальный наружный диаметр вала

d – диаметр отверстия вала

L – длина вала

$P_{\sim} = N_{\text{в}}P$ – максимальная циклическая нагрузка, действующая на вал

$N_{\text{в}}$ – максимально возможные вибрационные перегрузки

Если $K_{\text{в}}$ и $K_{\text{пр}}$ окажутся меньше 3 то следует произвести точный расчет вала на прочность методами сопромата или теории упругости

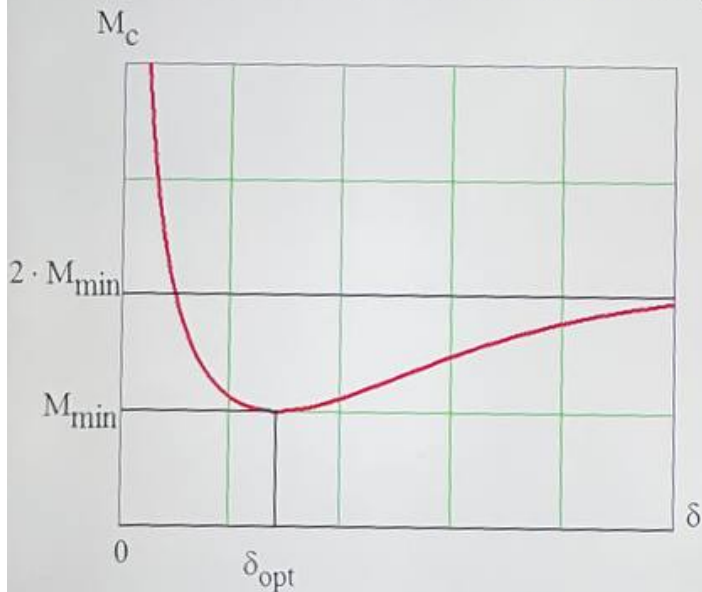
Гирокамеры

Требования предъявляемые к гирокамерам

- оптимальная жесткость конструкции (чтобы ее собственные частоты не совпадали с частотами спектра которым сопровождается работа ш/п)
- точное выполнение соосности посадочных мест под кольца ш/п
- немагнитность материала
- герметичность гирокамеры (для защиты ГМ от климатических факторов и загрязнения ш/п, для создания оптимальной газовой среды)
- высокая чистота обработки внутренней поверхности до $(2,5 - 0,6)$ мкм (для уменьшения газодинамического сопротивления вращению маховика).
- зазор между внутренней поверхностью гирокамеры и наружной поверхностью маховика обычно составляет $(0,7-1,2)$ мм.

Гирокамеры

Характер зависимости момента M_c газодинамического сопротивления от зазора между маховиком и кожухом показан на следующем рисунке



На участке $0 < \delta < \delta_{opt}$ при уменьшении зазора увеличивается величина момента сопротивления из-за увеличения сил вязкого трения связанного с увеличением градиента скорости по толщине зазора.

На участке $\delta_{opt} < \delta$ при увеличении зазора увеличивается величина момента сопротивления из-за турбулизации потока газа

К расчету момента сопротивления вращению маховика

Формула Ньютона для касательных напряжений τ [Па]

$$\tau = \mu \frac{dU}{dz}$$

где μ [Па·с] – динамическая вязкость газа, $\frac{dU}{dz} \left[\frac{1}{с} \right]$ – градиент скорости
газового потока, z [м] – координата по **толщине зазора**.

$$\frac{dU}{dz} = \frac{R\Omega}{\delta}$$

Для ламинарного движения газа градиент скорости равен

Откуда видно, что с уменьшением зазора этот градиент и, соответственно, силы вязкого трения увеличиваются.

Элементарный момент, приложенный к наружной поверхности

ротора площадью ds равен: $dM = \tau ds R = \mu \frac{dU}{dz} R d\phi h R = \mu \frac{h R^3 \Omega}{\delta} d\phi$

Интегрируя по всей наружной поверхности ротора получим

$$M = \int_0^{2\pi} \mu \frac{h R^3 \Omega}{\delta} d\phi = \frac{2\pi \mu h R^3}{\delta} \Omega$$

$$M = \int_0^{2\pi} \mu \frac{h R^3 \Omega}{\delta} d\phi = \frac{2\pi \mu h R^3}{\delta} \Omega$$

Рабочий режим – режим работы ГМ, когда его ротор имеет колликативную скорость вращения или когда, дополнительно к этому, ГМ прогреет до установившейся температуры.

Время не готовно

Выход гиromотора на рабочий режим

Временем готовности прибора называется промежуток времени после включения прибора, по истечении которого прибор удовлетворяет точностным и другим требованиям технической документации. Время готовности приборов определяется элементами имеющими наибольшее время готовности и для гиросприборов определяется гиromотором.

Время готовности гиросприборов низкого и среднего классов точности определяется временем разгона ротора гиromотора до номинальной угловой скорости.

Время готовности прецизионных гиросприборов определяется временем их прогрева до установившейся температуры.

Выход гиromотора на рабочий режим

Разгон и выбег гиromотора

Время разгона гиromотора – промежуток времени с момента подачи питания на гиromотор до момента, когда ротор достигает номинальной скорости вращения (для синхронного ГМ – это время достижения синхронной скорости).

Время выбега – промежуток времени с момента прекращения питания до полной остановки ротора гиromотора.

Уравнение движения ротора гиromотора при разгоне

$$C \frac{d\Omega}{dt} = M(\Omega) - M_T(\Omega) \quad (1)$$

$M(\Omega)$ и $M_T(\Omega)$ – момент ГД и момент торможения,

$C \frac{d\Omega}{dt}$ – инерционный момент ротора

Из уравнения (1) следует:

$$dt = \frac{C d\Omega}{M(\Omega) - M_T(\Omega)}$$

Интегрируя, получим время разгона

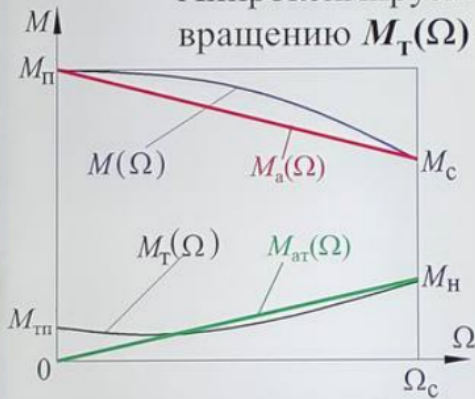
$$t_p = C \int_0^{\Omega_y} \frac{d\Omega}{M(\Omega) - M_T(\Omega)} \quad (2)$$

Обозначим: M_n и M_c – пусковой и синхронный моменты двигателя, $M_{тр}$ и M_n – момент трения покоя и номинальный момент сопротивления вращению

Уравнение движения ротора гиromотора при разгоне

Механические характеристики синхронного гиromотора

Аппроксимируем моменты двигателя $M(\Omega)$ и сопротивления вращению $M_T(\Omega)$ прямыми $M_a(\Omega)$ и $M_{ат}(\Omega)$:



$$M(\Omega) = M_{\pi} \left(k_{\pi} - (k_{\pi} - k_c) \frac{\Omega}{\Omega_c} \right); \quad M_T(\Omega) = M_{\pi} \frac{\Omega}{\Omega_c}$$

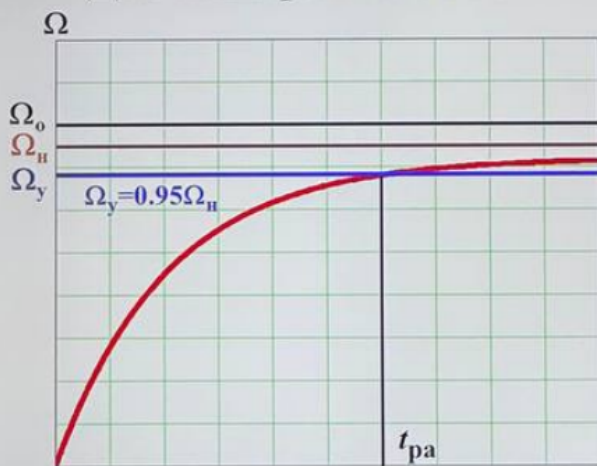
где $k_{\pi} = \frac{M_{\pi}}{M_{\pi}}$, и $k_c = \frac{M_c}{M_{\pi}}$ — кратности пускового и синхронного моментов

Интегрируя (2), с учетом моментов аппроксимации, получим время разгона синхронного ГМ

$$t_{pc} = \frac{C}{M_{\pi}} \int_0^{\Omega_c} \frac{d\Omega}{k_{\pi} - (1 + k_{\pi} - k_c) \frac{\Omega}{\Omega_c}} = \frac{H}{M_{\pi}} \int_0^1 \frac{dx}{k_{\pi} - (1 + k_{\pi} - k_c)x} = \frac{H}{M_{\pi} - (M_c - M_{\pi})} \ln \left(\frac{M_{\pi}}{M_c - M_{\pi}} \right)$$

Переходные характеристики ГМ при разгоне

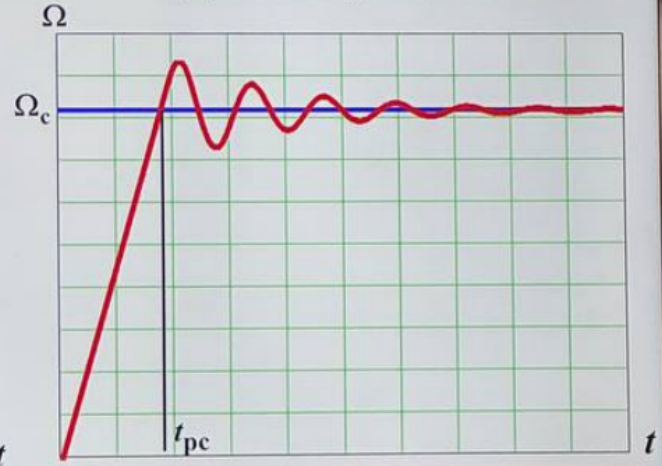
Для асинхронного ГМ



$$t_{pa} = 1.45 \frac{H}{M_{ном}^{дв}}$$

Время разгона

Для синхронного ГМ

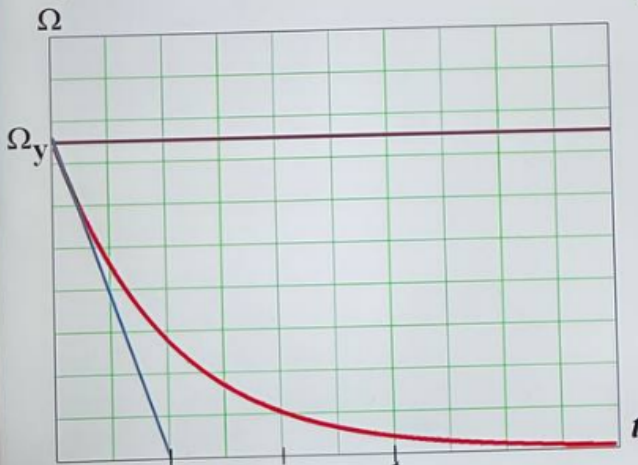


$$t_{pc} = \frac{H}{M_{\pi} - (M_c - M_{\pi})} \ln \left(\frac{M_{\pi}}{M_c - M_{\pi}} \right)$$

Уравнение движения ротора гиromотора при выбеге

$$C \frac{d\Omega}{dt} = -M_T(\Omega) \quad (1)$$

С учетом аппроксимации: $M_T(\Omega) = M_{\pi} \frac{\Omega}{\Omega_y}$, получим: $\frac{d\Omega}{dt} + \frac{M_{\pi}}{H} \Omega = 0 \quad (2)$



Решением уравнения (2) является

$$\Omega = \Omega_y \cdot e^{-\frac{M_{\pi}}{H} t} = \Omega_y \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Постоянная времени выбега: $\tau = \frac{H}{M_{\pi}} = \frac{C\Omega}{M_{\pi}}$

Время выбега: $t_{ввб} = 3\tau = 3 \frac{H}{M_{\pi}}$

Контроль времени выбега

Экспериментально время выбега гиromоторов определяют с помощью осциллографа, который подключается к двум фазам обмотки статора.

ЭДС, наводимая в обмотках статора остаточной намагниченностью ротора, индицируется на экране осциллографа и момент исчезновения ЭДС на экране считается временем остановки ротора.

Время выбега t_v является объективным критерием

1 - величины осевого натяга подшипников, а, следовательно, и их жесткости,

2 - качества подшипников, что часто используется при контрольных и технологических испытаниях гиromоторов.

Механическая модель гиromотора

В процессе эксплуатации гиromотор подвергается воздействию:

- внешних линейных, ударных и вибрационных перегрузок,
- внутренних воздействий, обусловленных статической и динамической неуравновешенностью вращающихся узлов, дефектами дорожек качения и шариков подшипников.

Результатом этого воздействия являются смещения элементов гиromотора относительно друг друга и основания, что вызывает погрешности гиromетра и напряжения в элементах гиromотора испытывающих деформации.

Для анализа этих напряжений и погрешностей гиromетра вызываемых внешними и внутренними возмущениями составляют механическую модель гиromотора, представляющую собой упрощенную математическую модель гиromотора состоящую из набора абсолютно твердых тел обладающих некоторой массой и соединенных между собой упругими элементами и демпфирующими элементами.

Механическая модель гиromотора

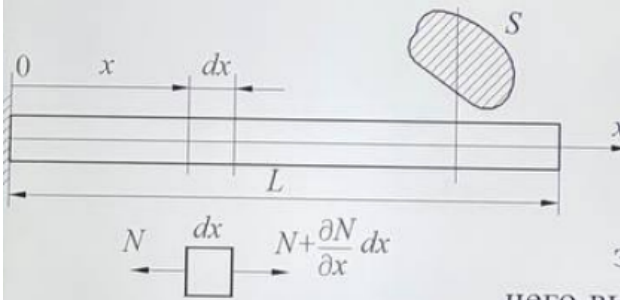
Сложность составления механической модели состоит в том, что реальные объекты анализа представляют собой так называемые системы с распределенными параметрами т.е. системы, элементы которых можно одновременно рассматривать и как некоторую массу и как упругий элемент.

В наиболее общей постановке системы с распределенными параметрами являются предметом исследования теории упругости. В технических же задачах, как правило, ограничиваются приближенным анализом систем с сосредоточенными параметрами.

Поэтому одной из наиболее важных технических проблем является составление механической модели системы адекватно отражающей основные механические свойства реальной системы.

Уравнение продольных колебаний стержня

То, что приближенная механическая модель в виде системы с сосредоточенными параметрами может быть адекватна реальной системе с распределенными параметрами можно увидеть на примере исследования продольных колебаний стержня, которое проведем двумя методами: 1 - в рамках теории упругости, и 2 - приближенным методом.



Пусть, как показано на рисунке, стержень имеет длину L , площадь постоянного поперечного сечения S , плотность материала ρ и модуль упругости E .

Рассмотрим сначала решение данной задачи в рамках теории упругости, для чего выделим произвольный элемент стержня длиной dx и определим, в соответствии с принципом Даламбера, условие его равновесия. Пусть N – продольная сила со стороны отсеченной левой части стержня, U – смещение поперечного сечения стержня вдоль оси x .

Уравнение продольных колебаний стержня

Подставляя выражение (2) в (1), и полагая $a^2 = \frac{E}{\rho}$, получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

Полагая по методу Фурье $U = w(x) \sin(pt + \varphi)$ и подставляя в уравнение (3), получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} + \frac{p^2}{a^2} w(x) = 0 \quad (4)$$

Решением уравнения (4) является

$$w(x) = A \cdot \sin \frac{p}{a} x + B \cdot \cos \frac{p}{a} x \quad (5)$$

где постоянные A и B определяются условиями закрепления концов стержня:

- при $x = 0 \rightarrow w = 0$ (условие отсутствия перемещения в заделке)
- при $x = L \rightarrow N = 0$ или $dw/dx = 0$ (отсутствие сил на правом конце стержня)

Уравнение продольных колебаний стержня

Подставляя эти граничные условия в (4) получим: $A \cdot \cos \frac{p}{a} L = 0$

Откуда т.к. $A \neq 0$, то $\cos \frac{p}{a} L = 0$, или $\frac{p}{a} L = (2n-1) \frac{\pi}{2}$

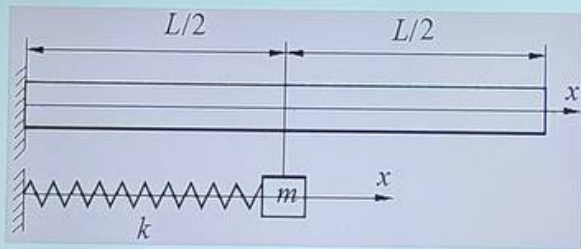
Т.о. $p = \omega_n = (2n-1) \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{L} = (2n-1) \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$,

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – номер гармоники

Отсюда первая частота продольных колебаний стержня равна

$$\omega_1 = \frac{1.57}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Приближенная модель продольных колебаний стержня



В то же время, если приближенно рассматривать стержень, как одномассовую систему, с массой $m = \rho SL$ и жесткостью половины стержня $k = 2ES/L$, то собственная частота такой системы

равна: $\omega_{1п} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\rho}} = \frac{1.414}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, т.е. $\omega_{1п} \approx \omega_1$ с точностью 10%

Если же рассматривать стержень, как *двухмассовую систему*, то точность определения первой частоты составит уже **2%**

Т.о. на примере механической модели стержня можно видеть, что правильно выбранная модель с сосредоточенными параметрами с достаточной для технических приложений точностью описывает параметры движения реального объекта.

Механическая модель гиromотора

На примере механической модели стержня было отмечено, что правильно выбранная модель с сосредоточенными параметрами с достаточной для технических приложений точностью описывает параметры движения реального объекта.

Поэтому и сложную систему с распределенными параметрами, описываемую уравнениями в частных производных, можно заменить эквивалентной ей системой с сосредоточенными параметрами, описываемой обыкновенными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами.

Механическая модель (ММ) гиromотора, необходима для определения следующих характеристик, возникающих в условиях эксплуатации:

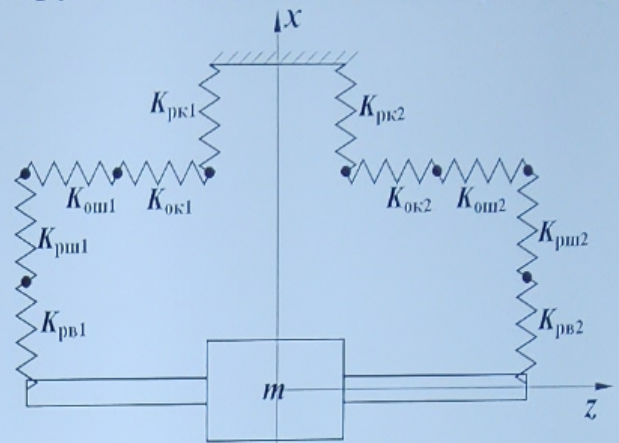
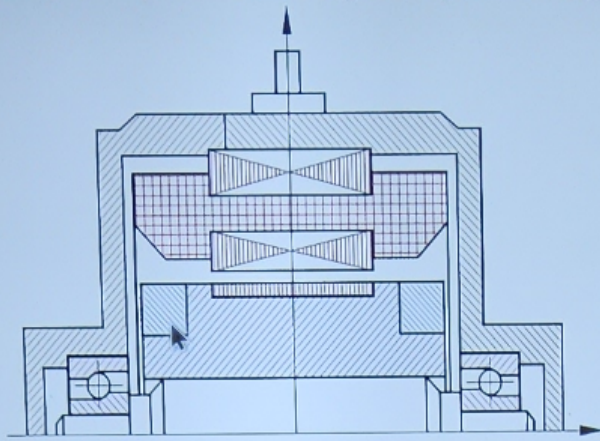
- деформаций элементов конструкции гиromотора
- усилий в элементах конструкции гиromотора
- собственных частот гиromотора
- погрешности гиromетра

ММ состоит из: 1. кинематической схемы и 2. уравнений движения

Механическая модель гиromотора

(на примере необращенной схемы ГМ)

Упруго-массовая модель гиromотора



$K_{ок1}, K_{ок2}, K_{рк1}, K_{рк2}$ – осевые и радиальные жесткости крышек 1 и 2

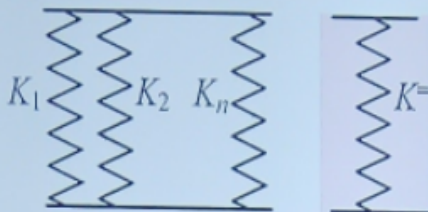
$K_{ом1}, K_{ом2}, K_{рм1}, K_{рм2}$ – осевые и радиальные жесткости 1-го и 2-го ш.п.

$K_{рв1}, K_{рв2}$ – радиальные жесткости полуосей вала

m – масса ротора и вала

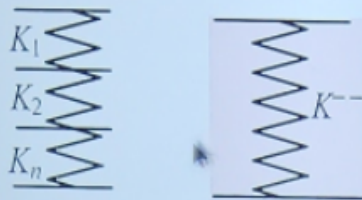
Механическая модель гиromотора

Расчет эквивалентных жесткостей упругих элементов
– при параллельном соединении



$$K^= = K_1 + K_2 + \dots + K_n = \sum_{i=1}^{i=n} K_i$$

– при последовательном соединении



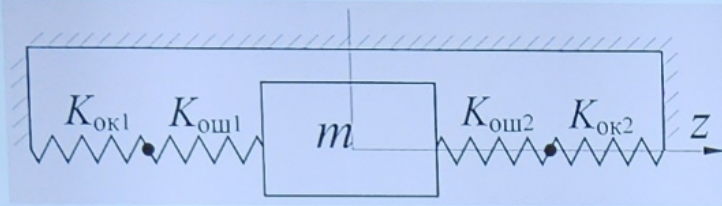
$$\frac{1}{K^--} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \dots + \frac{1}{K_n} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{K_i}$$

или

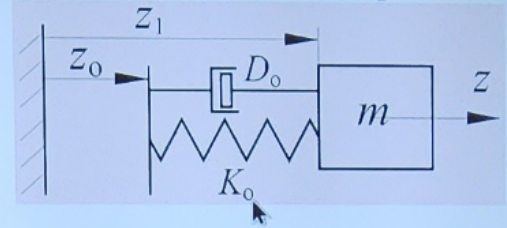
$$K^-- = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{K_i}}$$

Механическая модель гиromотора в осевом направлении

Упруго-массовая модель гиromотора вдоль оси вращения z



Кинематическая схема гиromотора вдоль оси вращения



z_0 и z_1 — перемещения корпуса ГМ и ротора с валом массой m относительно неподвижной системы координат,

D_0 — коэффициент демпфирования, вызванного:

1. трением в подшипниках,
2. газодинамическим сопротивлением вращения маховика,
3. внутренним трением и гистерезисом в материале элементов ГМ,

$$K_0 = \frac{K_{ок1}K_{ош1}}{K_{ок1} + K_{ош1}} + \frac{K_{ок2}K_{ош2}}{K_{ок2} + K_{ош2}} \quad \text{— эквивалентная жесткость, определяемая осевыми жесткостями крышек и ш.п. ГМ}$$

Механическая модель гиromотора в осевом направлении

В соответствии с принципом Даламбера, уравнение движения ротора вдоль оси z имеет вид: $m \cdot \ddot{z}_1 + D_0 \cdot (\dot{z}_1 - \dot{z}_0) + K_0 \cdot (z_1 - z_0) = 0$, (1)

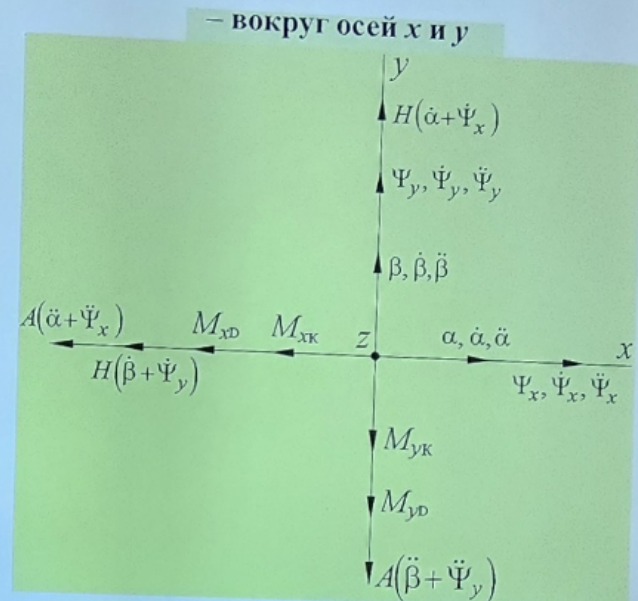
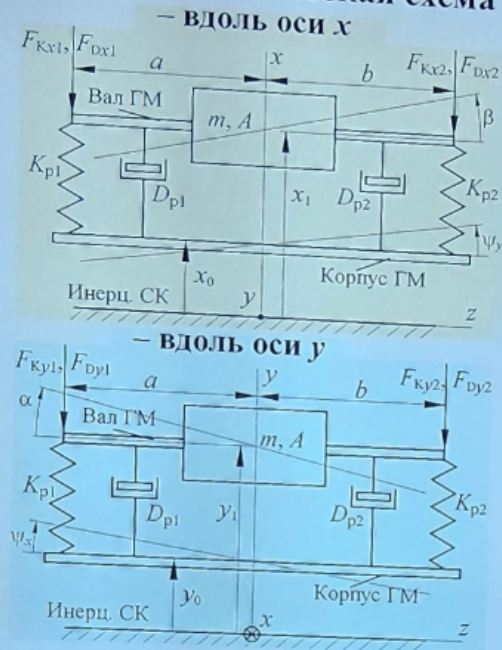
или после преобразования по Лапласу:

$$(s^2 + 2\xi_0\omega_0 s + \omega_0^2)z_1 = (2\xi_0\omega_0 s + \omega_0^2)z_0 \quad (2)$$

где: $\omega_0^2 = \frac{K_0}{m}$; $2\xi_0\omega_0 = \frac{D_0}{m}$; $\xi_0 = \frac{D_0}{2\omega_0 m} = \frac{D_0}{2\sqrt{K_0 m}}$

Механическая модель гиromотора в радиальном направлении

Кинематическая схема гиromотора в радиальном направлении



Механическая модель гиromотора в радиальном направлении

Кинематическая схема гиromотора в радиальном направлении

Обозначения

x_1, y_1 и x_0, y_0 – перемещения **ротора** и **корпуса** в радиальном направлении относительно неподвижной системы координат

$\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \ddot{\beta}$ – углы, угловые скорости и ускорения **ротора** ГМ вокруг осей **x** и **y** относительно корпуса

H – кинетический момент, A – экваториальный момент инерции ротора с валом
 $\Psi_x, \dot{\Psi}_x, \ddot{\Psi}_x, \Psi_y, \dot{\Psi}_y, \ddot{\Psi}_y$ – углы, угловые скорости и ускорения **корпуса** гиromотора вокруг осей **x** и **y** относительно неподвижной системы координат

$$K_{p1(2)} = \frac{1}{\frac{1}{K_{pk1(2)}} + \frac{1}{K_{psh1(2)}} + \frac{1}{K_{pvl(2)}}} \quad \text{– эквивалентные радиальные жесткости упругих элементов, связывающих ротор с корпусом}$$

Упругие и демпфирующие силы, действующие в местах соединения ротора с корпусом, имеют вид:

По оси **x**:

$$F_{Kx1} = K_{p1}(x_1 - x_0 - a \cdot \beta), F_{Kx2} = K_{p2}(x_1 - x_0 + b \cdot \beta)$$

$$F_{Dx1} = D_{p1}(\dot{x}_1 - \dot{x}_0 - a \cdot \dot{\beta}), F_{Dx2} = D_{p2}(\dot{x}_1 - \dot{x}_0 + b \cdot \dot{\beta})$$

По оси **y**:

$$F_{Ky1} = K_{p1}(y_1 - y_0 + a \cdot \alpha), F_{Ky2} = K_{p2}(y_1 - y_0 - b \cdot \alpha)$$

$$F_{Dy1} = D_{p1}(\dot{y}_1 - \dot{y}_0 + a \cdot \dot{\alpha}), F_{Dy2} = D_{p2}(\dot{y}_1 - \dot{y}_0 - b \cdot \dot{\alpha})$$

Механическая модель гиromотора в радиальном направлении

В соответствии с принципом Даламбера, уравнения движения ротора имеют вид:

– вдоль осей x и y :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + F_{Kx1} + F_{Kx2} + F_{Dx1} + F_{Dx2} = 0 \\ m\ddot{y}_1 + F_{Ky1} + F_{Ky2} + F_{Dy1} + F_{Dy2} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

– вокруг осей x и y :

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \ddot{\Psi}_x) + H(\ddot{\beta} + \ddot{\Psi}_y) + F_{Ky1}a - F_{Ky2}b + F_{Dy1}a - F_{Dy2}b = 0 \\ A(\ddot{\beta} + \ddot{\Psi}_y) - H(\ddot{\alpha} + \ddot{\Psi}_x) - F_{Kx1}a + F_{Kx2}b - F_{Dx1}a + F_{Dx2}b = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Механическая модель гиromотора в радиальном направлении

Для симметричной конструкции гиromотора:

$$a=b, K_{p1}=K_{p2}=K_p, D_{p1}=D_{p2}=D_p.$$

Уравнения *поступательного* движения ротора ГМ вдоль осей x , y и z для симметричной конструкции гиromотора после преобразования по Лапласу, приводятся к виду

$$\begin{cases} (s^2 + 2\xi_p\omega_p s + \omega_p^2)x_1(s) = (2\xi_p\omega_p s + \omega_p^2)x_0(s), \\ (s^2 + 2\xi_p\omega_p s + \omega_p^2)y_1(s) = (2\xi_p\omega_p s + \omega_p^2)y_0(s), \\ (s^2 + 2\xi_o\omega_o s + \omega_o^2)z_1(s) = (2\xi_o\omega_o s + \omega_o^2)z_0(s), \end{cases} \quad (3)$$

Механическая модель гироскотора в радиальном направлении

Уравнения *углового* движения ротора ГМ вокруг осей x и y для симметричной конструкции гироскотора

$$\begin{cases} (s^2 + 2\xi_\varphi \omega_\varphi s + \omega_\varphi^2) \alpha(s) + \omega_n s \cdot \beta(s) = -s^2 \Psi_x(s) - \omega_n s \Psi_y(s), \\ -\omega_n s \cdot \alpha(s) + (s^2 + 2\xi_\varphi \omega_\varphi s + \omega_\varphi^2) \beta(s) = \omega_n s \Psi_x(s) - s^2 \Psi_y(s), \end{cases} \quad (4)$$

где:

$$\omega_o^2 = \frac{K_o}{m}; \quad \omega_p^2 = \frac{2K_p}{m}; \quad \omega_\varphi^2 = \frac{2K_p a^2}{A}; \quad \omega_n = \frac{H}{A} = \frac{C}{A} \Omega,$$

$$2\xi_o \omega_o = \frac{D_o}{m}; \quad 2\xi_p \omega_p = \frac{2D_p}{m}; \quad 2\xi_\varphi \omega_\varphi = \frac{2D_p a^2}{A}$$

Механическая модель гироскотора

Обозначим $W_i(s) = s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2$, где $i \rightarrow o, p, \varphi$,

тогда решения систем (3) и (4) имеют вид:

вдоль осей x, y и z :

$$x_1(s) = \frac{W_p(s) - s^2}{W_p(s)} x_0(s); \quad y_1(s) = \frac{W_p(s) - s^2}{W_p(s)} y_0(s); \quad z_1(s) = \frac{W_o(s) - s^2}{W_o(s)} z_0(s) \quad (5)$$

вокруг осей x и y :

$$\begin{cases} \alpha(s) = -\frac{W_\varphi(s) + \omega_n^2}{W_\varphi^2(s) + \omega_n^2 s^2} s^2 \Psi_x(s) - \frac{W_\varphi(s) - s^2}{W_\varphi^2(s) + \omega_n^2 s^2} \omega_n s \Psi_y(s); \\ \beta(s) = \frac{W_\varphi(s) - s^2}{W_\varphi^2(s) + \omega_n^2 s^2} \omega_n s \Psi_x(s) - \frac{W_\varphi(s) + \omega_n^2}{W_\varphi^2(s) + \omega_n^2 s^2} s^2 \Psi_y(s); \end{cases} \quad (6)$$

Собственные частоты гиromотора

– в осевом направлении (вдоль оси z)
и радиальном (вдоль осей x и y):

$$\omega_o = \sqrt{\frac{K_o}{m}}, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{2K_p}{m}} \quad (7)$$

Собственные частоты ГМ в угловом движении определяются из уравнений (4), пренебрегая демпфированием:

$$\begin{vmatrix} s^2 + \omega_\phi^2 & \omega_n s \\ -\omega_n s & s^2 + \omega_\phi^2 \end{vmatrix} = 0$$

Откуда собственные частоты ГМ в угловом движении равны:

$$\omega_{1,2} = \omega_\phi \sqrt{1 + \frac{\omega_n^2}{2\omega_\phi^2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_\phi^2}{\omega_n^2}} \right)} \quad (8)$$

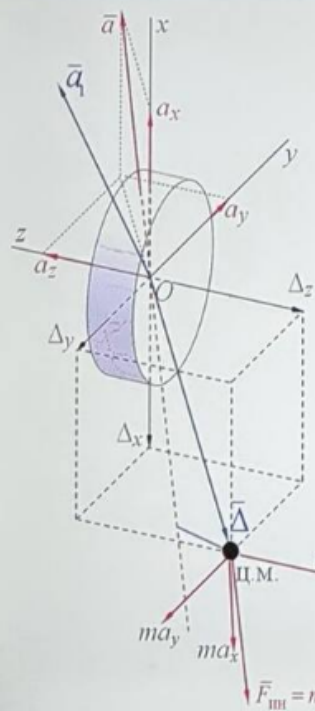
Расчет сил в опорах гиromотора в условиях эксплуатации

(на примере левого подшипника гиromотора)

$$\begin{aligned} F_x(s) &= \frac{1}{2} m \cdot s^2 x_1(s) + \frac{As}{2a} \left[s(\beta(s) + \Psi_y(s)) - \omega_n(\alpha(s) + \Psi_x(s)) \right] \\ F_y(s) &= \frac{1}{2} m \cdot s^2 y_1(s) - \frac{As}{2a} \left[s(\alpha(s) + \Psi_x(s)) + \omega_n(\beta(s) + \Psi_y(s)) \right] \\ F_z(s) &= \frac{1}{2} m \cdot s^2 z_1(s) \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, механическая модель гиromотора позволила определить перемещения x_1 , y_1 , z_1 элементов конструкции (равенства (5) и (6)) в условиях эксплуатации (определяемые параметрами движения корпуса ГМ: x_0 , y_0 , z_0 , Ψ_x , Ψ_y), собственные частоты ω_o , ω_p , ω_ϕ , ω_1 , ω_2 (равенства (7) и (8)) и усилия F_x , F_y , F_z (равенства (9)) в элементах конструкции.

Погрешности гиросприборов, вызываемые деформацией конструкции гиromотора при механических воздействиях



Пусть корпус гиromотора движется с ускорением

$$\bar{a} = a_x \bar{i} + a_y \bar{j} + a_z \bar{k},$$

тогда его ротор будет перемещаться с ускорением

$$\bar{a}_1 = a_{x1} \bar{i} + a_{y1} \bar{j} + a_{z1} \bar{k}$$

компоненты которого, в соответствии с механической моделью гиromотора, определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} a_{x1}(s) &= s^2 x_1(s) = \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s) \omega_p^2} \right) s^2 x_0(s) = \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s) \omega_p^2} \right) a_x(s), \\ a_{y1}(s) &= \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s) \omega_p^2} \right) a_y(s); \quad a_{z1}(s) = \left(1 - \frac{s^2}{A_o(s) \omega_o^2} \right) a_z(s), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{где: } A_p(s) = 1 + \frac{s^2}{\omega_p^2} + 2\xi_p \frac{s}{\omega_p}, \quad A_o(s) = 1 + \frac{s^2}{\omega_o^2} + 2\xi_o \frac{s}{\omega_o}$$

внимательно индекс единица!

Под действием инерционной силы $\bar{F} = -m\bar{a}_1$ центр масс ротора упруго смещается относительно корпуса на векторную величину

$$\bar{\Delta}(s) = \bar{\Delta}_1(s) - \bar{\Delta}_0(s) = (x_1(s) - x_0(s)) \bar{i} + (y_1(s) - y_0(s)) \bar{j} + (z_1(s) - z_0(s)) \bar{k}$$

В соответствии с уравнениями механической модели, это смещение

$$\begin{aligned} \text{имеет вид: } \bar{\Delta}(s) &= -s^2 \left(\frac{x_0(s)}{A_p(s) \omega_p^2} \bar{i} + \frac{y_0(s)}{A_p(s) \omega_p^2} \bar{j} + \frac{z_0(s)}{A_o(s) \omega_o^2} \bar{k} \right) = \\ &= -\frac{a_x(s)}{A_p(s) \omega_p^2} \bar{i} - \frac{a_y(s)}{A_p(s) \omega_p^2} \bar{j} - \frac{a_z(s)}{A_o(s) \omega_o^2} \bar{k} \end{aligned} \quad (2)$$

Т.к. инерционная сила ротора определяется соотношением

$$\bar{F}(s) = -m \cdot \bar{a}_1(s)$$

тогда, с учетом соотношений (1), получаем

$$\bar{F}(s) = -m \left(\left(1 - \frac{s^2}{A_p(s)\omega_p^2} \right) a_x(s) \bar{i} + \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s)\omega_p^2} \right) a_y(s) \bar{j} + \left(1 - \frac{s^2}{A_o(s)\omega_o^2} \right) a_z(s) \bar{k} \right) \quad (3)$$

Момент относительно центра карданного подвеса, определяемый этой инерционной силой и упругим смещением ц.м. ротора гиromотора $\bar{\Delta}$, будет равен их векторному произведению $\bar{M}(s) = \bar{\Delta}(s) \times \bar{F}(s)$,

или

$$\bar{M}(s) = -m \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{a_x(s)}{A_p(s)\omega_p^2} & \frac{a_y(s)}{A_p(s)\omega_p^2} & \frac{a_z(s)}{A_o(s)\omega_o^2} \\ \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s)\omega_p^2} \right) a_x(s) & \left(1 - \frac{s^2}{A_p(s)\omega_p^2} \right) a_y(s) & \left(1 - \frac{s^2}{A_o(s)\omega_o^2} \right) a_z(s) \end{vmatrix} \quad (4)$$

Окончательно получим:

$$\begin{aligned} \bar{M}(s) &= -m \left(\frac{A_p(s)\omega_p^2 - A_o(s)\omega_o^2}{A_p(s)\omega_p^2 A_o(s)\omega_o^2} (\bar{i} \cdot a_y(s) a_z(s) - \bar{j} \cdot a_x(s) a_z(s)) + 0 \cdot \bar{k} \right) = \\ &= m^2 \Delta_K(s) (a_y(s) a_z(s) \bar{i} - a_x(s) a_z(s) \bar{j}) \end{aligned} \quad (5)$$

Т.е. момент имеет всего две компоненты: по осям x и y

где: $\Delta_K(s) = \frac{\frac{1}{K_p} \left(1 + 2\xi_o \frac{s}{\omega_o} \right) - \frac{1}{K_o} \left(1 + 2\xi_p \frac{s}{\omega_p} \right)}{\left(1 + \frac{s^2}{\omega_p^2} + 2\xi_p \frac{s}{\omega_p} \right) \left(1 + \frac{s^2}{\omega_o^2} + 2\xi_o \frac{s}{\omega_o} \right)}$ — динамический коэффициент неравножесткости

При гармонической вибрации с частотой ω динамический коэффициент неравножесткости равен:

$$|\Delta_K(\omega)| = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{K_p} - \frac{1}{K_0}\right)^2 + \left[\left(2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0}\right) \frac{1}{K_p} - \left(2\xi_p \frac{\omega}{\omega_p}\right) \frac{1}{K_0}\right]^2}{\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)^2 + \left(2\xi_p \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \cdot \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi_0 \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]}}$$

– при $\omega=0$ (или $\omega \ll \omega_p, \omega_0$): $\Delta_K = \frac{1}{K_p} - \frac{1}{K_0}$ – статический коэффициент неравножесткости

– на резонансных частотах $\omega = \omega_p, \omega_0$: $|\Delta_K| \rightarrow \frac{1}{2\xi_p K_p}, \frac{1}{2\xi_0 K_0}$

– при $\omega \rightarrow \infty$ (или $\omega \gg \omega_p, \omega_0$): $|\Delta_K| \rightarrow 2 \frac{\xi_0 \sqrt{K_0} - \xi_p \sqrt{K_p}}{\sqrt{m} \cdot \omega^3} \rightarrow 0$

Момент от неравножесткости

Выражение (5) представляет собой момент от неравножесткости:

$$\bar{M}(s) = m^2 \Delta_K(s) (a_y(s) a_z(s) \bar{i} - a_x(s) a_z(s) \bar{j} + 0 \cdot \bar{k})$$

Таким образом, при движении гиromотора с ускорением \bar{a} возникают возмущающие моменты $M_x = m^2 \Delta_K(\omega) a_y a_z$ и $M_y = -m^2 \Delta_K(\omega) a_x a_z$, вызывающие прецессию гироскопа вокруг осей x и y с угловыми скоростями

$$\omega_x = -\frac{M_y}{H} = m^2 \frac{\Delta_K(\omega)}{H} a_x a_z \quad \text{и} \quad \omega_y = \frac{M_x}{H} = m^2 \frac{\Delta_K(\omega)}{H} a_y a_z. \quad (6)$$

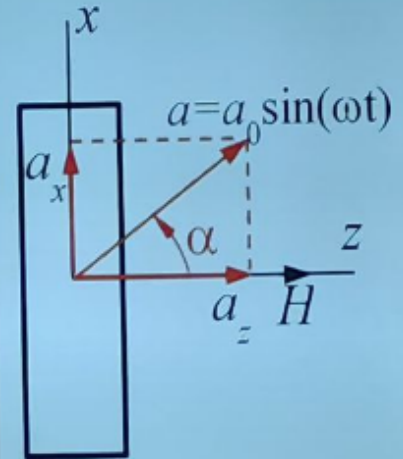
Выражение (6) представляет дрейф гироскопа от осевой и радиальной неравножесткости его конструкции, как при постоянных, так и вибрационных ускорениях. Из этих выражений видно, что в случае равножесткой конструкции гироскопа (т.е. $K_p = K_0$) погрешность гироскопа практически отсутствует: $\omega_x = \omega_y = 0$.

Дрейф от неравножесткости при вибрации

В условиях вибрации с частотой $\omega = 2\pi f$, например, при $a_x = a_0 \sin(\omega t) \sin(\alpha)$, $a_z = a_0 \sin(\omega t) \cos(\alpha)$, компоненты дрейфа гироскопа будут иметь вид:

$$\omega_x = m^2 \frac{\Delta_K(\omega)}{H} a_x a_z = m^2 a_0^2 \frac{\Delta_K(\omega)}{H} \sin(\omega t)^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$$

$$\omega_y = 0$$



Откуда постоянная составляющая дрейфа будет равна:

$$\omega_x = m^2 a_0^2 \frac{\Delta_K(\omega)}{4H} \sin(2\alpha)$$

Тепловая модель гиromотора

Тепловая модель гиromотора – это упрощенная математическая модель, состоящая из:

- тепловой схемы замещения
- уравнений теплового баланса

Тепловая модель гиromотора предназначена для:

- анализа температуры элементов гиromотора, как в динамическом, так и в установившемся тепловом режиме
- определения температурной деформации конструкции ГМ
- определения температурных сил в элементах конструкции ГМ
- определения температурной погрешности гиросприбора

Тепловая модель гиromотора

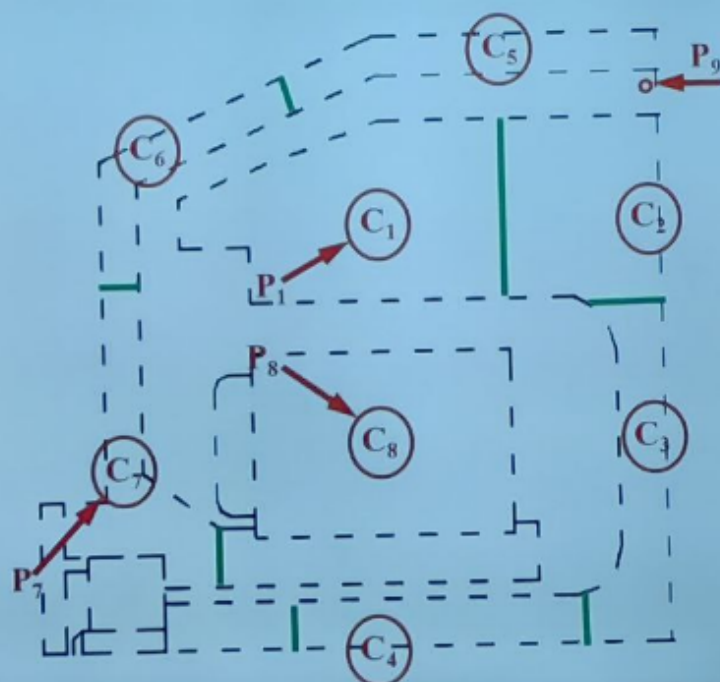
Основным уравнением используемым при составлении тепловой модели гиromотора является уравнение теплового баланса для каждого i -го элемента:

$$C_i \frac{dT_i}{dt} + \sum_{j=1}^{i=n} G_{ij} (T_i - T_j) + G_{i0} (T_i - T_0) = P_i \quad (1)$$

где: $C_i \left[\frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{^\circ\text{C}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \right]$ – теплоемкость i -го элемента, $G_{ij} \left[\frac{\text{Вт}}{^\circ\text{C}} \right]$ – тепловая проводимость между i -тым и j -тым элементами, $G_{i0} \left[\frac{\text{Вт}}{^\circ\text{C}} \right]$ – тепловая проводимость между i -м элементом и окружающей средой, $T_i, T_j, T_0 \left[^\circ\text{C} \right]$ – температуры i -го, j -го элементов и окружающей среды, $P_i \left[\text{Вт} \right]$ – мощность тепловыделения в i -ом элементе.

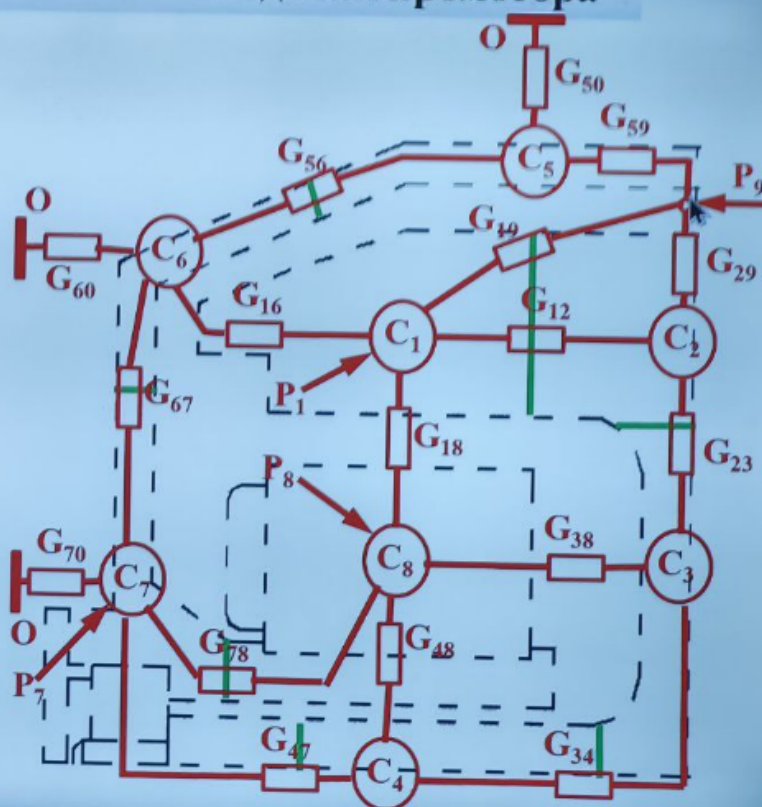
Методика составления тепловой модели ГМ

1. вычерчивается контурная схема конструкции ГМ, с учетом его симметрии
2. выделяются элементы гиромотора однородные в тепловом отношении и тепловыделяющие элементы, производится их нумерация



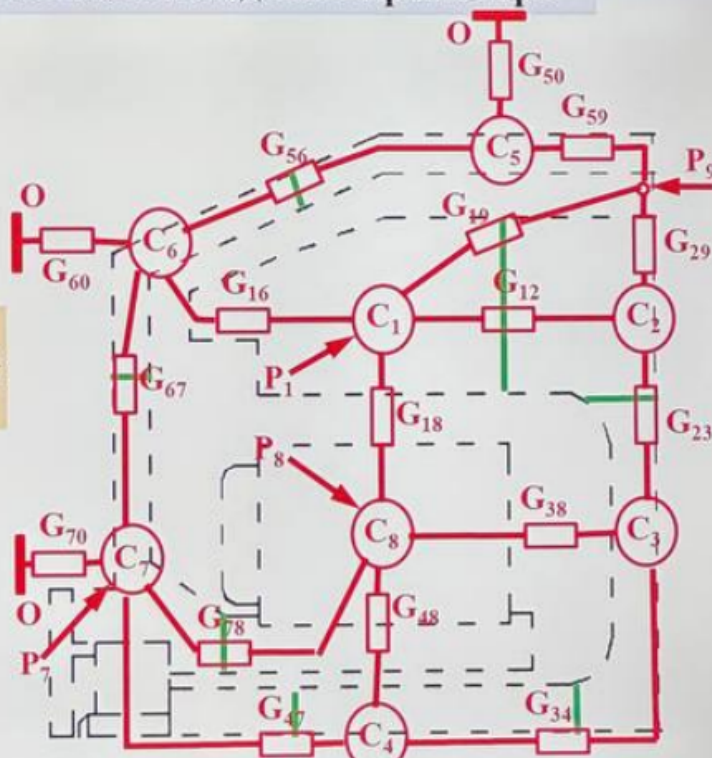
Методика составления тепловой модели Гиромотора

1. вычерчивается контурная схема конструкции ГМ, с учетом его симметрии
2. выделяются элементы гиромотора однородные в тепловом отношении и тепловыделяющие элементы, производится их нумерация
3. намечаются наиболее вероятные направления теплообмена между выделенными телами и обозначаются тепловые проводимости между элементами ГМ



4. составляются уравнения теплового баланса для каждого элемента

$$C_i \frac{dT_i}{dt} + \sum_{j=1}^{i=n} G_{ij} (T_i - T_j) + G_{i0} (T_i - T_0) = P_i$$



уравнения теплового баланса элементов тепловой модели ГМ

$$\begin{cases} C_1 \dot{T}_1 + G_{12}(T_1 - T_2) + G_{16}(T_1 - T_6) + G_{18}(T_1 - T_8) + G_{19}(T_1 - T_9) = P_1 \\ C_2 \dot{T}_2 + G_{12}(T_2 - T_1) + G_{23}(T_2 - T_3) + G_{29}(T_2 - T_9) = 0 \\ C_3 \dot{T}_3 + G_{23}(T_3 - T_2) + G_{34}(T_3 - T_4) + G_{38}(T_3 - T_8) = 0 \\ C_4 \dot{T}_4 + G_{34}(T_4 - T_3) + G_{47}(T_4 - T_7) + G_{48}(T_4 - T_8) = 0 \\ C_5 \dot{T}_5 + G_{56}(T_5 - T_6) + G_{59}(T_5 - T_9) + G_{50}(T_5 - T_0) = 0 \\ C_6 \dot{T}_6 + G_{16}(T_6 - T_1) + G_{56}(T_6 - T_5) + G_{67}(T_6 - T_7) + G_{60}(T_6 - T_0) = 0 \\ C_7 \dot{T}_7 + G_{47}(T_7 - T_4) + G_{67}(T_7 - T_6) + G_{78}(T_7 - T_8) + G_{70}(T_7 - T_0) = P_7 \\ C_8 \dot{T}_8 + G_{18}(T_8 - T_1) + G_{38}(T_8 - T_3) + G_{48}(T_8 - T_4) + G_{78}(T_8 - T_7) = P_8 \\ G_{19}(T_9 - T_1) + G_{29}(T_9 - T_2) + G_{59}(T_9 - T_5) = P_9 \end{cases}$$

Для анализа установившегося режима, следует положить: $\dot{T}_i = 0$

Определение мощностей тепловыделения P_i

Мощности тепловыделения P_i определяются либо экспериментально, либо расчетным путем.

Мощность, выделяемая в опорах вычисляется либо расчетным путем либо по экспериментально определенной величине момента сопротивления вращению M_c [Н·м]: $P_7 = M_c \Omega$, где Ω [1/с] – угловая скорость маховика.

Мощность выделяемая в зазоре между ротором и корпусом гиromотора от газодинамического сопротивления вращению ротора P_9 может определяться расчетным путем или по экспериментальным данным сравнительных испытаний моментов сопротивления вращению ротора в вакууме и при газовом заполнении.

Определение мощностей тепловыделения P_i

Мощность тепловыделения в статоре $P_{ст}$ складывается из:

- мощности потерь в медной обмотке P_m ,
- мощности потерь на перемагничивание $P_{п}$
- мощности потерь на токи Фуко $P_{ф}$,

$$\text{т.е. } P_{ст} = P_m + P_{п} + P_{ф}$$

Мощность выделяемая в медной обмотке $P_m = m J^2 R$ [Вт],

где J [А] – действующее значение тока в обмотке,

R [Ом] – активное электрическое сопротивление обмотки),

m – коэффициент зависящий от числа фаз,

Мощность потерь $P_{п}$ на перемагничивание и токи Фуко $P_{ф}$ в стали ротора и статора гиродвигателя пропорциональна частоте питания гиromотора и определяется либо экспериментально либо по таблицам.

Определение теплоемкостей и тепловых проводимостей

Теплоемкости элементов C_i определяются по формуле $C_i = c_i m_i$,

где $c_i \left[\frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{^\circ\text{С} \cdot \text{кг}} \right]$ – удельные теплоемкости материалов выделенных элементов, $m_i [\text{кг}]$ – массы элементов.

Тепловые проводимости G_{ij} определяются в соответствии с видом теплопередачи между элементами:

- по материалу,
- через зазор,
- через газовую среду,
- через излучение (это основной вид теплопередачи в вакууме)
- через контакт между элементами

Формулы расчета тепловых проводимостей

1. через зазор $G_3 = \frac{\lambda_3 S}{\delta}$, где $\lambda_3 \left[\frac{\text{Вт}}{^\circ\text{С} \cdot \text{м}} \right]$ – удельная тепловая проводимость материала заполняющего зазор (клей, газ и т.п.), $S [\text{м}^2]$ – площадь поверхности, $\delta [\text{м}]$ – величина зазора

2. по материалу: $G_M = \frac{\lambda_M S}{\delta}$, где $\lambda_M \left[\frac{\text{Вт}}{^\circ\text{С} \cdot \text{м}} \right]$ – удельная тепловая проводимость материала, $S [\text{м}^2]$ – площадь поверхности, $\delta [\text{м}]$ – толщина материала

3. через газовую среду: при наличии конвекции $G_T = \alpha_T S$, где $\alpha_T \left[\frac{\text{Вт}}{^\circ\text{С} \cdot \text{м}^2} \right]$ – коэффициент теплопередачи путем конвекции (определяется по специальным формулам в зависимости от вида взаимодействия поверхности и среды), $S [\text{м}^2]$ – площадь поверхности,

Формулы расчета тепловых проводимостей

4. через излучение: $G_{\text{и}} = \alpha_{\text{и}} S$, где $\alpha_{\text{и}} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{°C} \cdot \text{м}^2} \right] = 6$ – коэффициент теплопередачи путем излучения, $S [\text{м}^2]$ – площадь поверхности,
5. для контактирующих поверхностей: $G_{\text{к}} = \frac{\lambda_{\text{к}} S}{\delta}$, где $\lambda_{\text{к}} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{°C} \cdot \text{м}} \right]$ – удельная проводимость воздуха, $S [\text{м}^2]$ – площадь поверхности контакта,
 $\delta = 5 \cdot 10^{-7} [\text{м}] = 0.5 [\text{мкм}]$.

Таблица теплофизических коэффициентов материалов

Материал	Плотность $\gamma [\text{г/см}^3]$	Удельная теплопроводность $\lambda \left[\frac{\text{Вт}}{\text{°C} \cdot \text{см}} \right]$	Удельная теплоемкость $c \left[\frac{\text{Дж}}{\text{°C} \cdot \text{г}} \right]$
Медь	8.83	3.9	0.385
Титан	4.5	0.15	0.532
Сталь 50Н	8.2	0.16	0.500
Клей эпоксидный	1.2	0.0062	
Пенопласт	0.15	0.0006	
Воздух	0.0012	0.00026	
Гелий	0.00018	0.00152	
Водород	0.00009	0.00183	