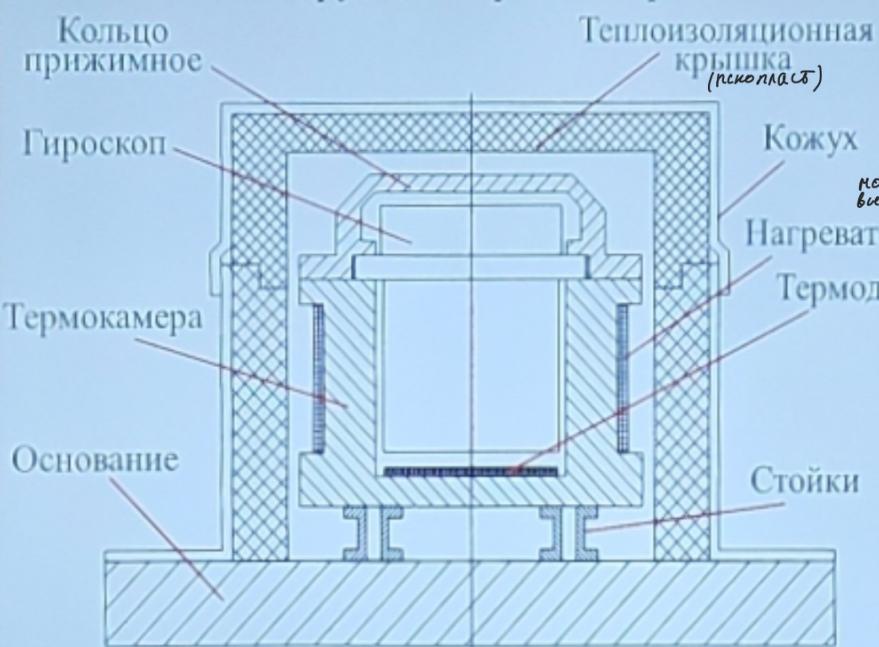


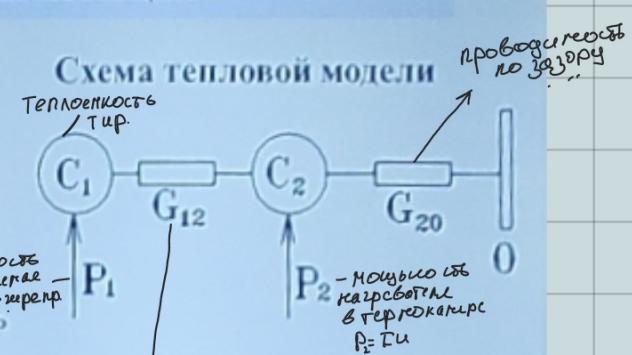
## 2 МОДУЛЬ

### Пример расчета тепловой модели гироприбора с системой термостабилизации

#### Конструкция термокамеры



#### Схема тепловой модели



#### Уравнения тепловой модели гироприбора с термокамерой

$$\begin{cases} C_1 \frac{dT_1}{dt} + G_{12}(T_1 - T_2) = P_1 \\ C_2 \frac{dT_2}{dt} + G_{12}(T_2 - T_1) + G_{20}(T_2 - T_0) = P_2 \end{cases}$$

дополнено картинку

### Пример расчета тепловой модели гироприбора с системой термостабилизации

Уравнения тепловой модели гироприбора с термокамерой

$$C_1 \frac{dT_1}{dt} + G_{12}(T_1 - T_2) = P_1; \quad C_2 \frac{dT_2}{dt} + G_{12}(T_2 - T_1) + G_{20}(T_2 - T_0) = P_2$$

Преобразуя по Лапласу получаем

$$\begin{cases} (\tau_1 \cdot s + 1)T_1(s) - T_2(s) = \frac{1}{G_{12}}P_1(s) \\ -\alpha T_1(s) + (\tau_2 \cdot s + 1)T_2(s) = \frac{1}{G_{12} + G_{20}}P_2(s) + \frac{G_{20}}{G_{12} + G_{20}}T_0(s) \end{cases}$$

/ Температура окружающей среды

$$\text{где: } \tau_1 = \frac{C_1}{G_{12}}, \quad \tau_2 = \frac{C_2}{G_{12} + G_{20}}, \quad \alpha = \frac{G_{12}}{G_{12} + G_{20}}.$$

Т.к.  $G_{12} \gg G_{20}$ , то  $\alpha \approx 1$ , но  $\alpha < 1$ , кроме того  $\lambda = \frac{\tau_2}{\tau_1} \approx \frac{C_2}{C_1} > 1$

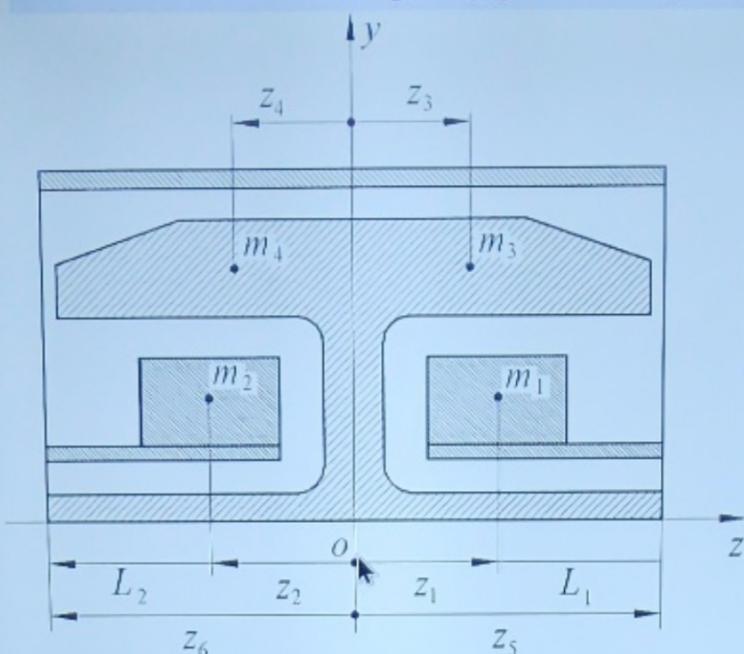
$$T_1(s) = \frac{\alpha}{\Delta(s)G_{12}} \left[ \frac{1}{\alpha} (\tau_2 \cdot s + 1) P_1(s) + P_2(s) + G_{20} T_0(s) \right]$$

$$T_2(s) = \frac{\alpha}{\Delta(s)G_{12}} \left[ P_1(s) + (P_2(s) + G_{20} T_0(s)) (\tau_1 \cdot s + 1) \right]$$

где:  $\Delta(s) = (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) - \alpha = (\tau_1 s + 1 + x_1)(\tau_2 s + 1 + x_2) =$   
 $= (1 + x_1)(1 + x_2)(\tau_1' s + 1)(\tau_2' s + 1)$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right)^2 + \frac{\tau_2}{\tau_1} \alpha}; \quad x_1 = -\frac{\tau_1}{\tau_2} x_2; \quad \tau_1' = \frac{\tau_1}{1 + x_1}; \quad \tau_2' = \frac{\tau_2}{1 + x_2}$$

## Влияние температурного градиента ГМ на дрейф гироскопа



Координата центра масс гиromотора

$$z_{\text{ЦМ}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=4} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{i=4} m_i} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + m_4 z_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

Момент вокруг оси  $x$ , от смещения центра масс равен:

$$M_x = z_{\text{ЦМ}} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) g = (m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + m_4 z_4) g$$

$m_1, m_2$  - статорные  $m_3, m_4$  - маховики

$z_1, z_2$  — расстояние от оси до центра масс  $m_1, m_2$

$z_3, z_4$  — расстояние от оси до центра масс  $m_3, m_4$

ось  $Y$  верт. от нас

$g$  — сила тяжести

## Влияние температурного градиента ГМ на дрейф гироскопа

Координаты центров масс всех элементов определяются равенствами:

$$z_1 = z_{50}(1 + \alpha_b \Delta t_5) - L_{10}(1 + \alpha_c \Delta t_1) = z_{10} + z_{50} \alpha_b \Delta t_5 - L_{10} \alpha_c \Delta t_1$$

$$z_2 = z_{60}(1 + \alpha_b \Delta t_6) - L_{20}(1 + \alpha_c \Delta t_2) = z_{20} + z_{60} \alpha_b \Delta t_6 - L_{20} \alpha_c \Delta t_2$$

$$z_3 = z_{30}(1 + \alpha_p \Delta t_3),$$

$$z_4 = z_{40}(1 + \alpha_p \Delta t_4),$$

где:  $\alpha_b, \alpha_c, \alpha_p$  — ТКЛР материалов: вала, статора и ротора,  
 $\alpha$  — температурный коэффи-кт

$\Delta t_i$  — температуры элементов ГМ

## Влияние температурного градиента ГМ на дрейф гироскопа

Если в условиях однородной температуры  $\Delta t_i = 0$ , гиromотор уравновешен, то:  $M_x = 0$ ,

$$\text{и тогда } m_1 z_{10} + m_2 z_{20} + m_3 z_{30} + m_4 z_{40} = 0$$

При разнице температур правой и левой частей ГМ равной  $\Delta t$

$$\text{и } \alpha_i = \alpha : M_x = g \cdot \alpha \cdot \Delta t [m_c (0.5L_b - L_c) + 0.5m_p z_p],$$

$$\text{а дрейф гироскопа равен: } \omega = \frac{M_x}{H} \text{ напра влск по } Y$$

К значительно большим значениям дрейфа приводит температурный градиент для несимметричного гиromотора.

## Влияние температурного градиента ГМ на дрейф гироскопа

Таким образом, для снижения температурного смещения центра масс гиromотора необходимо:

1. применять симметричные конструкции гиromотора,
2. разносить внутренние источники тепловыделения,
3. обеспечить хороший теплообмен между деталями гиromотора,
4. снижать мощность потребляемую гиromотором,  
*достигается с помощью газового среды*
5. балансировать гиromотор при номинальной скорости вращения и установившейся температуре.  
*не будет смещение центра масс (броге)*

# Влияние гиromотора на точностные характеристики гироприборов

Определяется:

1. Возмущающими моментами  $M_B$ , вокруг осей карданного подвеса
2. Нестабильностью кинетического момента  $H$
3. Магнитными полями

1. Возмущающие моменты  $M_B$  делятся на 3 группы:

- моменты  $M_0$  - не зависящие от линейных и вибрационных перегрузок,
- моменты  $M_1$  - пропорциональные 1-ой степени перегрузки,
- моменты  $M_2$  - пропорциональные квадрату перегрузки.

*по часовой (моменты или дрейф) от неравножесткости*

Моменты  $M_0$  определяются моментами тяжения токоподводов и электромагнитными силами. Величины этих моментов практически не зависят от перегрузок, но могут изменяться от ориентации чувствительного элемента относительно корпуса прибора и от изменения параметров питания

Моменты  $M_1$  возникают от статической разбалансированности ротора гиromотора относительно центра карданного подвеса, которая может возникать по технологическим причинам, от динамических воздействий и от температурных деформаций конструкции гиromотора

Моменты  $M_2$  возникают в неравножестких конструкциях при движении прибора с ускорением  $\bar{a}$  и вызывают дрейф гироскопа

равный: 
$$\omega_x = -\frac{M_y}{H} = m^2 \frac{\Delta_K}{H} a_x a_z, \omega_y = \frac{M_x}{H} = m^2 \frac{\Delta_K}{H} a_y a_z$$

где  $\Delta_K$  – динамический коэффициент неравножесткости.

## 2. Нестабильность кинетического момента $\Delta H$

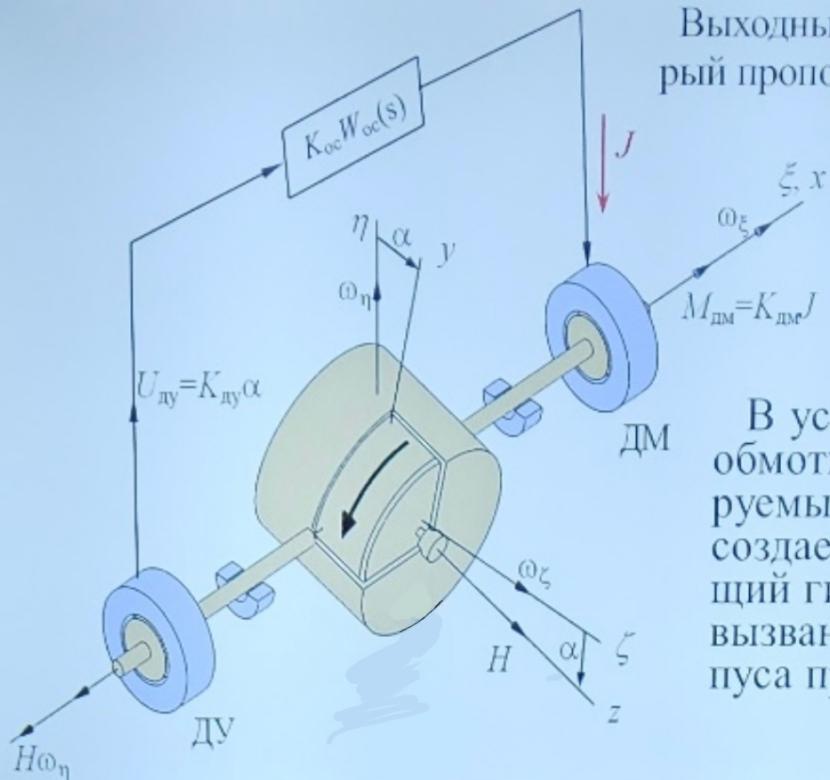
влияет на точность

### 1. Датчика угловой скорости

### 2. Гироинтегратора линейных ускорений

### 3. Динамически настраиваемого гироскопа

#### 1. Датчик угловой скорости на базе двухстепенного гироскопа



Выходным сигналом ДУС является ток  $J$ , который пропорционален входной угловой скорости:

$$J = \frac{H}{K_{\text{дм}}} \omega_\eta$$

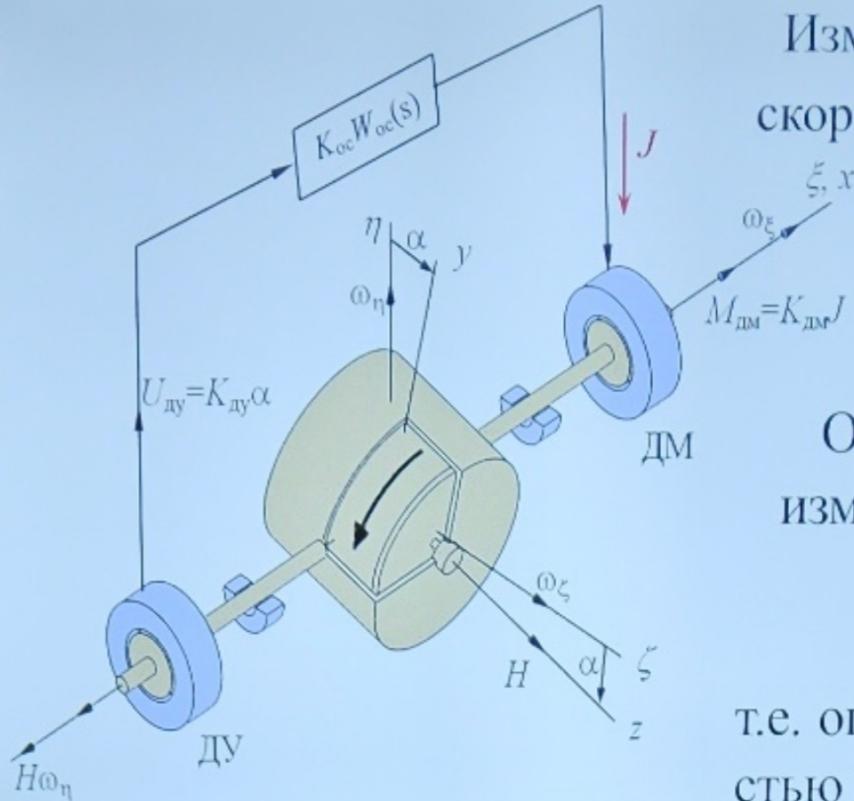
где:  $K_{\text{дм}}$  - крутизна датчика момента,  
 $H$  - кинетический момент

В установившемся режиме ток  $J$  в обмотке датчика момента, формируемый по сигналу  $\alpha$  с датчика угла, создает момент  $M_{\text{дм}}$ , компенсирующий гироскопический момент  $H\omega_\eta$ , вызванный угловой скоростью корпуса прибора  $\omega_\eta$ , т.е.

$$M_{\text{дм}} = K_{\text{дм}}J = H\omega_\eta$$

Ху2 - СК под боком часы

# 1. Датчик угловой скорости на базе двухстепенного гироскопа



Измеренное значение угловой скорости:  $\omega_i = A \cdot J$ , где  $A$  – масштабный коэффициент ДУС, определяемый при калибровке

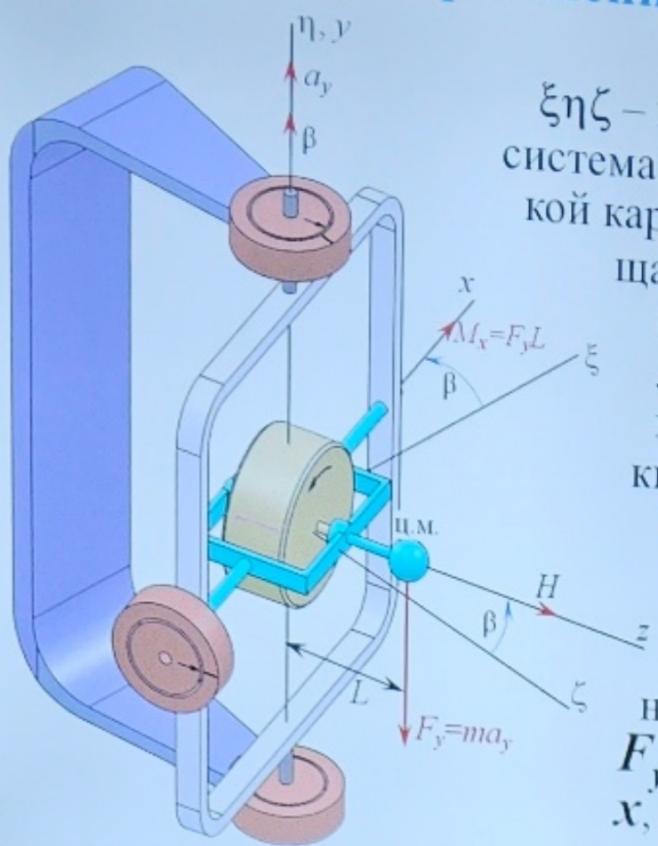
Относительная погрешность измерения равна:

$$\frac{d\omega_i}{\omega_i} = \frac{dJ}{J} = \frac{dH}{H} - \frac{dK}{K},$$

т.е. определяется нестабильностью кинетического момента.

15.04.24

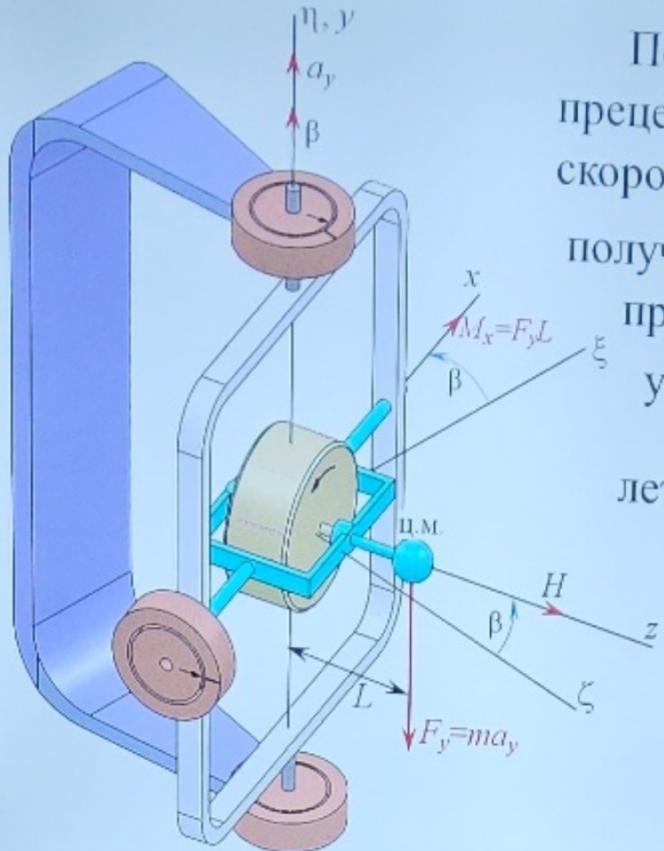
## 2. Гироинтегратор линейных ускорений



Обозначения:  
 $\xi\eta\zeta$  – инерциальная система координат,  $xyz$  – система координат, связанная с внутренней рамкой карданного подвеса,  $m$  – масса определяющая смещение центра масс внутренней рамки,  $L$  – плечо массы  $m$ ,  $a_y$  – ускорение летательного аппарата, на котором установлен гироинтегратор,  $H$  – кинетический момент гиromотора,  $\beta$  – угол поворота рамки вокруг оси наружной рамки  $y$ .

При движении корпуса ГИЛУ с ускорением  $a_y$ , к центру масс внутренней рамки приложена инерционная сила  $F_y = m a_y$ , создающая момент вокруг оси  $x$ , равный  $M_x = F_y L = m L a_y$ .

## 2. Гироинтегратор линейных ускорений



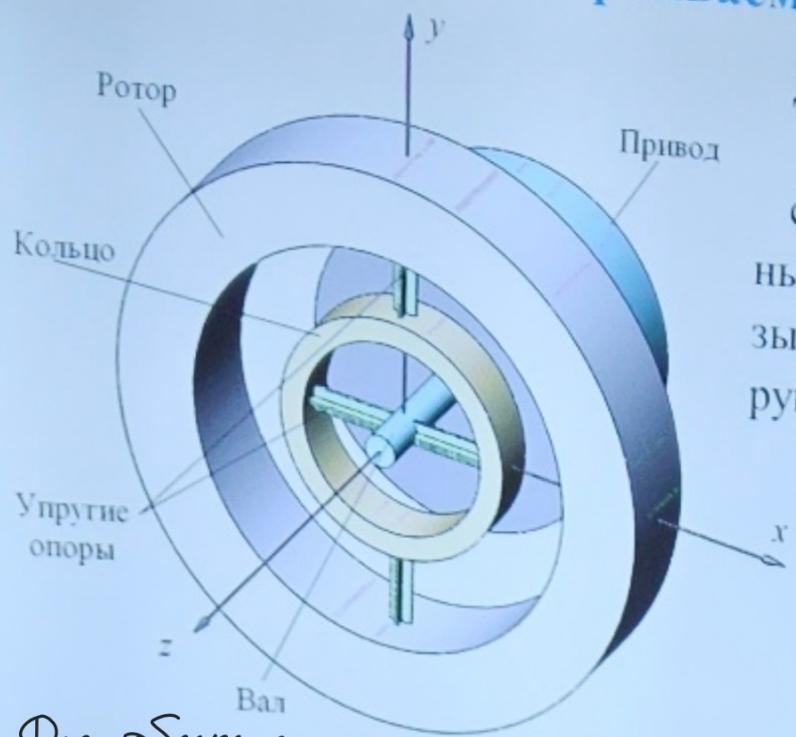
Под действием этого момента, гироскоп прецессирует вокруг вертикальной оси  $y$  со скоростью  $\dot{\beta} = \frac{M_x}{H} = \frac{mL}{H} a_y$ , интегрируя которую, получим, что угол поворота наружной рамы пропорционален интегралу от линейного ускорения  $a_y$  или скорости  $V_y$  движения

$$\beta = \frac{mL}{H} \int_0^T a_y dt = \frac{mL}{H} V_y.$$

Погрешность измерения, при этом, зависит от нестабильности кинетического момента  $\Delta H$ :  $\frac{d\beta}{\beta} = \frac{dL}{L} - \frac{dH}{H}$

Гироскоп с внутренним кардановым подвесом

## 3. Динамически настраиваемый гироскоп

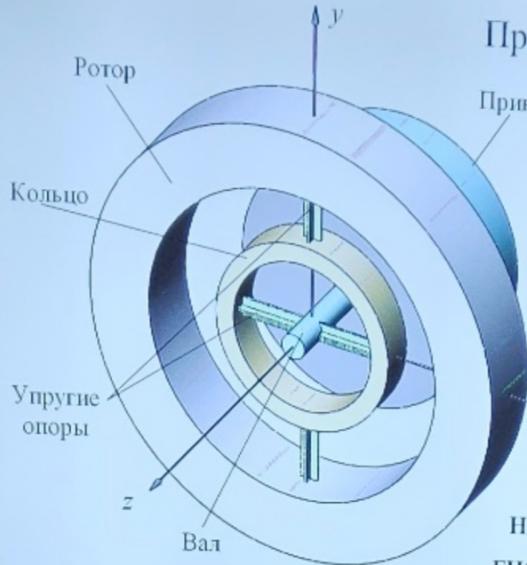


Динамически настраиваемый гироскоп представляет собой маховик связанный с валом упругим карданым подвесом, из-за чего его еще называют гироскопом с внутренним упругим карданным подвесом.

Принципиальную роль в реализации главного свойства гироскопа: сохранения неизменным направления вектора кинетического момента в инерциальном пространстве, играет кольцо карданного подвеса.

Для обеспечения свободы гироскопа используя гибкую настройку

### 3. Динамически настраиваемый гироскоп



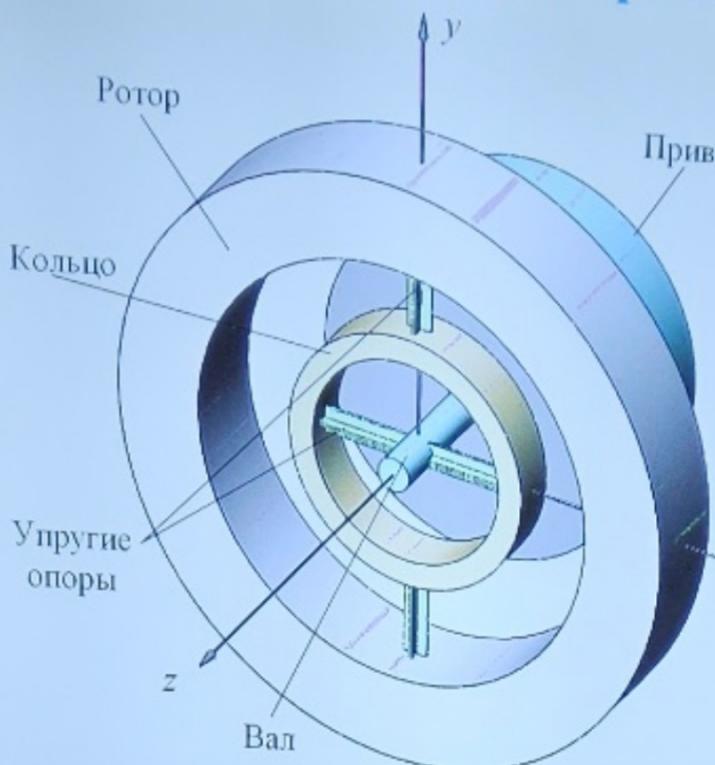
При повороте ротора гироскопа относительно вала привода на ротор действуют упругие моменты со стороны торсионов подвеса, но **также на ротор действуют инерционные антиупругие моменты**, т.е. моменты направленные в сторону поворота ротора, **со стороны кольца** карданного подвеса.

Средняя величина этих антиупругих моментов за оборот ротора, при определенной угловой скорости вращения  $\Omega$  ротора, может скомпенсировать упругие моменты торсионов карданного подвеса и,

т.о. ротор оказывается, как бы свободным от упругой связи с валом, сохраняя неизменным свою ориентацию в инерциальном пространстве.

Достижается при опред. скорости вращ

### 3. Динамически настраиваемый гироскоп



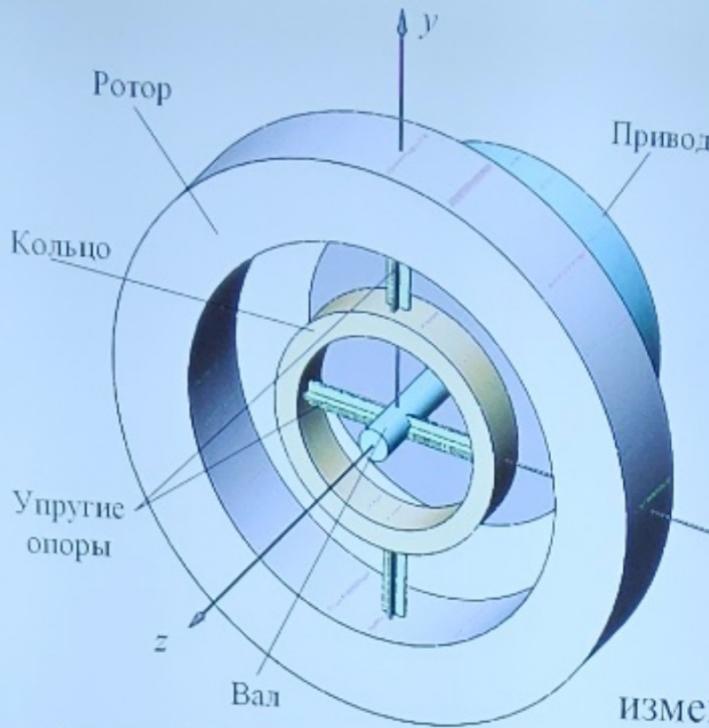
Условие, при котором упругие моменты торсионов компенсируются динамическими моментами со стороны кольца карданного подвеса подвеса, называется условием динамической настройки, и записывается в виде:

$$K - J_1 \Omega^2 = 0,$$

где:  $K$  – средняя угловая жесткость упругого карданного подвеса,  $J_1 = 0.5(A_k + B_k - C_k)$  – разностный момент инерции кольца

динамическая  
активная  
упругая  
угловая  
жесткость

### 3. Динамически настраиваемый гироскоп



В случае невыполнения условия динамической настройки, при повороте ротора относительно вала на углы  $\alpha$  и  $\beta$ , к ротору приложены остаточные упругие моменты  $M_x = -\Delta K \cdot \alpha$  и  $M_y = -\Delta K \cdot \beta$ , где  $\Delta K = (K - J_1 \Omega^2)$  нескомпенсированная угловая жесткость подвеса, которые вызывают дрейф гироскопа:

$$\omega_x = -\frac{M_y}{H} = \frac{\Delta K}{H} \beta, \quad \omega_y = \frac{M_x}{H} = -\frac{\Delta K}{H} \alpha$$

Невыполнение условия динамической настройки может быть связано с изменением угловой жесткости  $K$  или разностного момента инерции кольца  $J_1$ , (например, от температуры) или изменением угловой скорости вращения  $\Omega$  привода.

### 3. Динамически настраиваемый гироскоп

Рассмотрим погрешность ДНГ от изменения кинетического момента  $\Delta H$ , связанной с нестабильностью угловой скорости вращения  $\Omega$ .

Пусть угловая скорость изменилась относительно начального значения  $\Omega_0$  на величину  $\Delta \Omega$ , и стала равной  $\Omega = \Omega_0 \left(1 + \frac{\Delta \Omega}{\Omega}\right) = \Omega_0 (1 + \delta \Omega)$ , где  $\delta \Omega = \frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \frac{\Delta H}{H}$

Тогда остаточная угловая жесткость будет равна

$$K - J_1 \Omega^2 = K - J_1 \Omega_0^2 (1 + 2\delta \Omega + \delta \Omega^2) = -2K\delta \Omega (1 + 0.5\delta \Omega),$$

т.к. условием динамической настройки является  $K - J_1 \Omega_0^2 = 0$ .

Дрейф ДНГ будет равен  $\omega_x = -2 \frac{K}{H} \delta \Omega \beta$ ,  $\omega_y = 2 \frac{K}{H} \delta \Omega \alpha$ , т.е. определяется нестабильностью скорости вращения или кинетического момента.

Для ДНГ в режиме датчика угловой скорости к этой погрешности добавляется ранее определенная погрешность ДУС от нестабильности кинетического момента

$\delta \mathcal{U}$  - Относительное изменение

### 3. Влияние магнитных полей

Магнитные поля **внешние** по отношению к гиromотору и его **внутренние** (поля рассеяния), вызываемые вращающимся магнитным полем статора, являются источниками погрешности гироприбора.

#### Магнитное поле рассеяния

- **взаимодействуя с датчиками угла** вызывает паразитные токи, искажающие полезный сигнал, что приводит к снижению точности гироприбора и системы ориентации. Для снижения влияния поля рассеяния на ДУ используют фильтры, эффективность которых определяется различием частот питания гиromотора и датчика угла — чем больше их отличие, тем эффективнее фильтрация. Обычно частоты питания ДУ составляют (2 - 100) кГц, а частоты питания гиromотора (0,4 - 1) кГц.
- **вызывает токи в катушках датчиков момента** и соответствующие возмущающие моменты и дрейф гироскопа,
- **взаимодействуя с наводимыми ими вихревыми токами** в элементах конструкции гироприбора, вызывает моменты тяжения и соответствующий дрейф гироприбора.

### 3. Влияние магнитных полей

#### Внешнее магнитное поле

— от магнитного поля Земли или окружающих объектов, вызывает моменты действующие на гиromотор из-за использования в конструкции гиromотора ферромагнитных материалов.

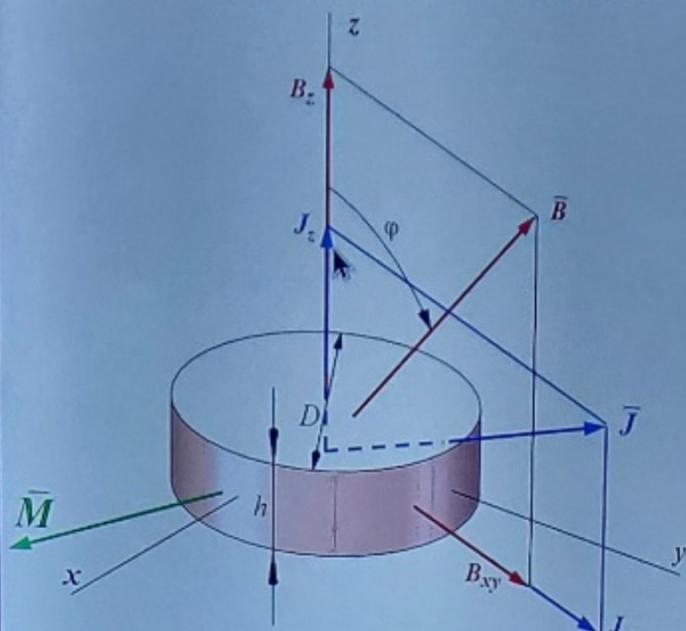
**Остаточная намагниченность** этих материалов приводит, при её взаимодействии с внешним полем, к возмущающим моментам и соответствующему дрейфу гироскопа.

Помимо остаточной намагниченности имеется **намагниченность индуцированная** внешним магнитным полем, характерная для магнитомягких материалов и связанная с разворотом магнитных доменов во внешнем поле. Наличие электротехнической или другой магнитомягкой стали в роторе и статоре гиродвигателя приводит к возмущающим моментам связанным с различием осевой и радиальной магнитной восприимчивости этих элементов гиromотора, различно намагничивающихся во внешнем магнитном поле в радиальном и осевом направлениях

$\bar{B}$  - вектор индукции (внешнего магнитного поля)

$\varphi$  -  $\bar{B} \cdot B_z$

### 3. Влияние магнитных полей Внешнее магнитное поле

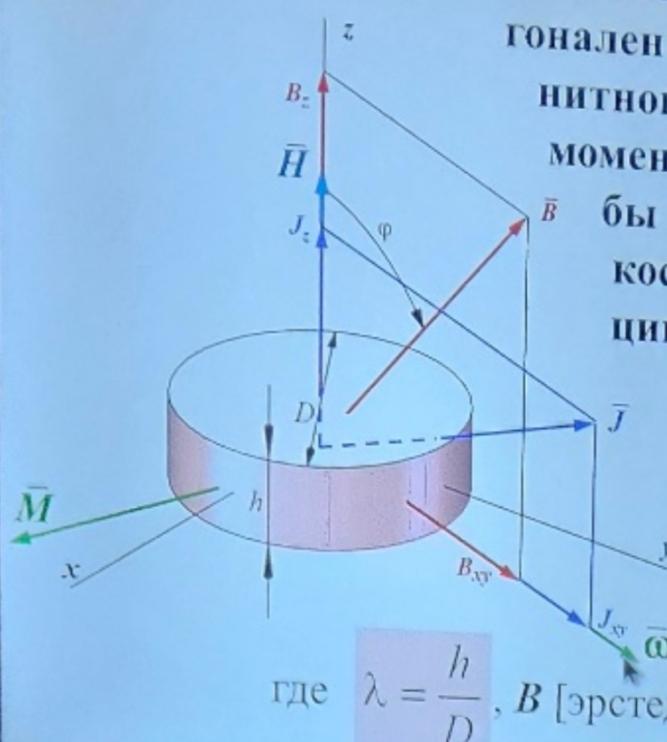


из-за геометрических особенностей конструкции ротора и статора, у которых радиальный размер существенно больше осевого (вдоль оси вращения), т.е.  $D > h$ , их радиальная магнитная намагниченность  $J_{xy}$  приблизительно в  $(2 \div 5)$  раз больше осевой  $J_z$

Поэтому суммарная намагниченность  $\bar{J}$  создает момент  $\bar{M}$ , направленный в сторону совмещения вектора намагниченности ротора  $\bar{J}$  с вектором внешнего магнитного поля  $\bar{B}$

### Влияние внешнего магнитного поля

Т.о. момент  $\bar{M}$ , приложенный к гиromотору, ортогонален плоскости, образованной вектором магнитного поля  $\bar{B}$  и вектором кинетического момента  $\bar{H}$ , и направлен таким образом, чтобы по кратчайшему пути совместить плоскость ротора (статора) с вектором индукции внешнего магнитного поля  $\bar{B}$



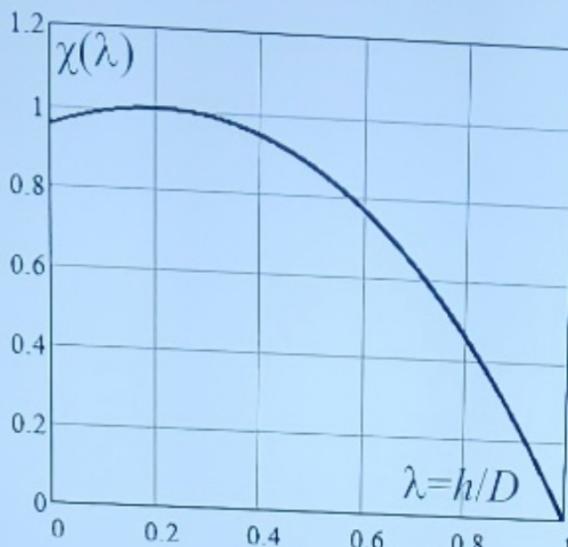
Вектор дрейфа гироскопа  $\bar{\omega}$  при этом будет коллинеарен проекции  $J_{xy}$  вектора внешнего магнитного поля на плоскость вращения и

$$\text{равен: } \omega = 41.8 \cdot \chi(\lambda) \frac{B^2 D^3}{H} \sin 2\varphi$$

где  $\lambda = \frac{h}{D}$ ,  $B$  [эрстед] – величина индукции внешнего поля

## Влияние внешнего магнитного поля

График функции  $\chi(\lambda)$



$$\text{Где: } \chi(\lambda) = \frac{4\lambda(3N_Z(\lambda)-1)}{N_Z(\lambda)[1-N_Z(\lambda)]}$$

$$N_Z(\lambda) = \frac{1}{1-\lambda^2} \left( 1 - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \arcsin \sqrt{1-\lambda^2} \right)$$

коэффициент размагничивания  
по оси  $Z$ .

Магнитное поле Земли:  
от (0.3 - 0.6) эрстед  
до 2 эрстед в аномалиях

## Опоры роторов гироскопов

### Основные типы

- Шарикоподшипниковые
- Газодинамические
- Гидродинамические
- Электромагнитные подшипники

### Значительно реже

- электростатические
- магнитные использующие эффект сверхпроводимости (криогенные и высокотемпературные)

Опоры роторов имеют высокую угловую скорость вращения  
от 10 000  $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$  до 120 000  $\frac{\text{об}}{\text{мин}}$

### Электромагнитные высокоскоростные опоры

Применяют, как правило, в гироприводах космических летательных аппаратов

## Опоры роторов гироскопов

### Газодинамические опоры (ГДО)

Используются в прецизионном гироприборостроении

Достоинства ГДО:

- 1) практическое отсутствие вибраций ротора,
- 2) малое смещение центра масс ротора,
- 3) большой срок службы (до 150 000 час)

## Опоры роторов гироскопов

### Гидродинамические подшипники (ГиДО)

Имеют малые габариты, но их применение сдерживается технологическими проблемами, в частности, обеспечением сохранения необходимого количества жидкости в рабочем объеме опоры.

Для предотвращения вытекания жидкости применяют **эпиламирование** поверхностей на выходе из ГиДО (покрытие обеспечивающее несмачиваемость соприкасающихся с жидкостью поверхностей ГиДО и предохраняющее от истечения жидкости).

## Опоры роторов гироскопов

### Шарикоподшипниковые опоры

Наиболее широко применяются в гироприборах.

Достоинства ш.п. опор:

- 1) низкая себестоимость,
- 2) простота в эксплуатации,
- 3) надежность работы в условиях больших нагрузок,
- 4) небольшая мощность потерь на сопротивление вращению ротору

### Шарикоподшипниковые опоры гиromоторов

Шарикоподшипниковая опора гиromотора состоит из двух шарикоподшипников, установленных с предварительным усилием осевого натяга, обеспечивающего заданные жесткостные свойства опоры. Шарикоподшипники гиromоторов относят к классу высокоскоростных ш.п.

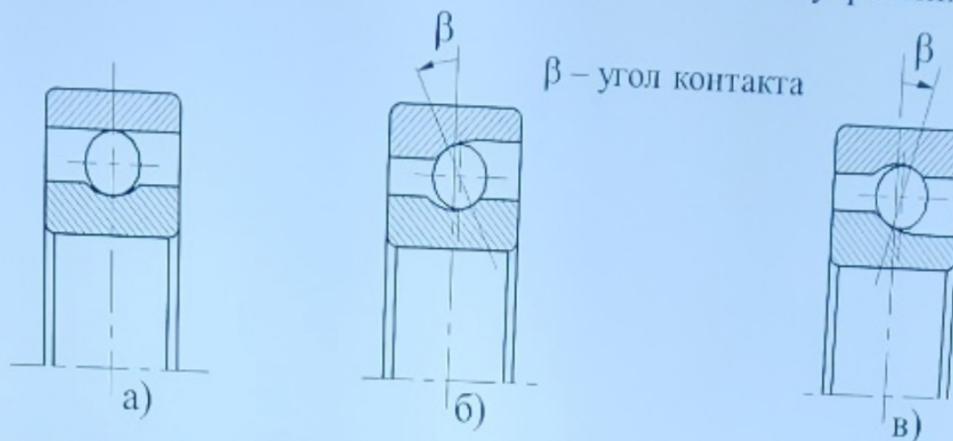
Ш.п. имеет наружное и внутреннее кольца с желобами дорожек качения и шарики, которые находятся в сепараторе.

В зависимости от направления действующей нагрузки применяют радиальные, радиально-упорные и упорные ш.п. Радиальные ш/п обычно применяются в случае, если осевая нагрузка не превышает **20%** от радиальной нагрузки.

## Шарикоподшипниковые опоры гиromоторов

Ниже на рисунке представлены конструкции ш.п.:

- а) – радиальные,
- б) – радиально-упорные (типа - **б**) со съемными наружными кольцами,
- в) – радиально-упорные (типа - **в**) со съемными внутренними кольцами.



В большинстве случаев в качестве ш.п. гиromоторов применяют радиально-упорные. В гироприборостроении применяются ш.п. 2-го класса точности

## Требования к материалам колец и шариков

- высокая чистота и однородность структуры поверхностного слоя,
- износостойкость,
- высокий предел усталости,
- высокая твердость,
- антикоррозионная стойкость,
- постоянство физических свойств в процессе эксплуатации,
- немагнитность,
- теплостойкость.

## Требования к материалам колец и шариков

Обычно используются материалы: ШХ15, ШХ15СГ, ШХ20СГ, 18ХГТ, 20Х2Н4А.

Нержавеющие ш.п. изготавливаются из хромистых сталей 11Х18М и 95Х18.

Теплоустойчивые ш.п. - из вольфрамованадиевой стали 8Х4В9Ф2Ш.

При повышенных температурах используется керамика.

Немагнитные сплавы типа 38НХТЮ-ВИ применяются при наличии внешних магнитных полей с целью уменьшения моментов сопротивления вращению ш/п.

## Сепаратор

Используется для разделения шариков.

Материал сепаратора определяется назначением ш.п., условиями его эксплуатации и габаритными размерами.

От конструкции сепаратора, способа его базирования и качества изготовления зависят основные характеристики шарикоподшипников:

- долговечность,
- момент трения,
- уровень и частота вибрации.

## Требования к материалу сепаратора

- 1) антифрикционность,
- 2) износостойкость,
- 3) достаточная упругость,
- 4) он не должен расслаиваться или наволакиваться на поверхности контакта.

Массу сепаратора уменьшают используя легкие материалы:

- текстолит,
- фторопласт,
- дюралюминий,
- пластмассу.

## Требования к материалу сепаратора

Антифрикционные свойства материала сепаратора играют особую роль в самосмазывающихся ш/п, работающих в вакууме.

В качестве таких материалов используют бронзу **БРАЖМц 10-3-1,5** и материалы на основе **фторопласта-4**. Базирование сепаратора осуществляется по бортам наружного или внутреннего колец или шарикам.

## Смазки шарикоподшипников

Применяются для улучшения условий работы материалов ш.п. в зоне контакта:

1. **Жидкие масла: МН-30, МН-45, МН-60** (для опор маломощных гиromоторов),
2. **Консистентные: ВНИИНП 228, ВНИИНП 260, Орбита** (во всех гиromоторах, кроме вакуумных),
3. **Твердые - пленки** на беговых дорожках и шарах из: **графита, молибдена, галлия и благородных металлов** (в вакуумных гиromоторах и работающих в условиях радиации),

## Смазки шарикоподшипников

**Количество смазки** имеет большое значение:

- малое - приводит к ее быстрому испарению,
- большое - увеличивает момент трения, приводит к перетеканию и смешению ц.м. гиromотора,
- оптимальное - в объеме равном **объему 1 - 2 шаров** и перед монтажом ш.п. шары раскатывают в этом объеме смазки.

## Функции смазки

- исключает сухое трение между контактирующими поверхностями элементов ш.п.
- способствует более равномерному распределению нагрузки на кольца и шары
- снижает шум и вибрацию при работе ш.п.
- способствует лучшему отводу тепла из контактной зоны
- предохраняет от коррозии
- увеличивает долговечность (ресурс) ш.п.

## Требования к смазке

- должна сохранять свою консистентность (неизменность состава) в заданном температурном диапазоне (обычно от  $-50^{\circ}\text{C}$  до  $+80^{\circ}\text{C}$ )
- должна сохранять свой химический состав
- не должна испаряться и окисляться
- не должна иметь включений: пыли, кислот и воды

## Способы повышения ресурса работы ш/п

- совершенствование технологии:

- а) изготовления посадочных мест под ш/п,
- б) изготовления самих ш/п,
- в) монтажа ш/п в конструкции гиromотора,

- предварительная прикатка ш/п на густых консистентных смазках – ВНИИНП 260 или «Орбита» около 24 часов с промежуточной заменой смазки

## Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

Основные критерии выбора:

1. контактные напряжения,
2. долговечность,
3. момент сопротивления вращению,
4. жесткость,
5. уровень вибрации.

Для прецизионных ш/п дополнительными требованиями являются:

- разность частот вращения сепараторов пары ш/п опоры,
- стабильность толщины упруго-гидродинамической пленки смазки,
- малая разность температур колец ш/п.

## Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

**1. Контактные напряжения** – между шарами и беговыми дорожками колец определяются в соответствии с теорией Герца для

точечных контактов по формуле  $\sigma_{\max} = 19120 \cdot \mu_0 \left( \frac{4}{d} - \frac{1}{r_k} \pm \frac{1}{D_k} \right)^{\frac{2}{3}} F_0^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{H}{cm^2} \right]$ ,

где  $d$  [мм] – диаметр шаров,  $r_k$  [мм] – радиус желоба,  $D_k$  [мм] – со знаком "+" это диаметр дна желоба внутреннего кольца, со знаком "-" это диаметр дна желоба наружного кольца,

$\mu_0$  – определяется по графику зависи-

мости от параметра  $\Lambda = \frac{\frac{1}{r_k} \pm \frac{1}{D_k}}{\frac{4}{d} - \frac{1}{r_k} \pm \frac{1}{D_k}}$

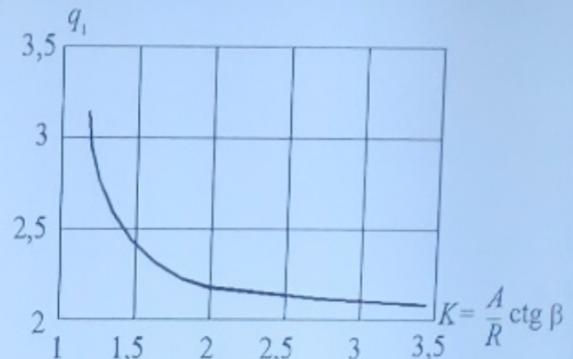


# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

## 1. Контактные напряжения

$$F_0 = \frac{A}{z \cdot \sin \beta} + \frac{q_1 R}{z \cdot \cos \beta} - \text{усилие в}$$

точке контакта максимально нагруженного шара,  $A$  и  $R$  [Н] – осевая и радиальная нагрузки на ш/п,  $z$  – число шаров,  $\beta$  – угол контакта шаров,  $q_1$  – определяется из следующего графика:



Величины контактных напряжений должны находиться в пределах:

- для стандартных ш/п .....  $\sigma_{\max} \leq 5000$  [МПа]
- для высокоскоростных .....  $\sigma_{\max} \leq 4000$  [МПа]
- для ш/п, работающих в сложных условиях .....  $\sigma_{\max} \leq 3000$  [МПа]

# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

## 2. Долговечность шарикоподшипника $h$ [час]

Определяется по формуле  $h = \left( \frac{C \cdot K_{\text{ск}}}{Q} \right)^{3,3} \cdot \frac{1}{n}$ , [ч], где  $n \left[ \frac{\text{об}}{\text{мин}} \right]$  – угловая скорость вращения ротора гиromотора,

$$C = \frac{41000 \cdot d^2 z^{\frac{2}{3}} \cos \beta}{1 + 0.2d} - \text{коэффициент работоспособности при 90\% надежности ш.п}$$

$K_{\text{ск}}$  – скоростной коэффициент, учитывающий снижение  $C$  при скорости вращения  $n > 10000 \left[ \frac{\text{об}}{\text{мин}} \right]$ ,

$$Q = (R + K_{\text{п}} A) K_{\text{к}} K_{\text{н}} - \text{результатирующая нагрузка на ш/п [Н]},$$

$K_{\text{п}} = 1,5$  ( 0,7 ) – коэффициент приведения осевой нагрузки к радиальной для радиальных (радиально-упорных) ш/п.

## Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

### 2. Долговечность шарикоподшипника $h$ [час]

$K_k = 1,35$  ( 1,0 ) – при вращении наружного (внутреннего) кольца ш/п, это коэффициент, учитывающий какое кольцо вращается,  $K_n$  - коэффициент, учитывающий перегрузки в условиях эксплуатации ГМ и численно равен длительно действующей перегрузке (линейной или вибрационной)

В наиболее ответственных случаях долговечность подшипников конкретной партии определяется экспериментальным путем на специальных стендах.

Приближенно долговечность высокоскоростных ш/п составляет:

$h \leq 15000$  ч, для  $n \leq 15000$  об/мин,

$h \leq 4000$  ч, для  $n = (22000..30000)$  об/мин,

$h \leq 500$  ч, для  $n = (50000..60000)$  об/мин.

## Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

### 3. Момент сил сопротивления вращению ш/п

для  $n \leq 30000$  об/мин момент определяют по эмпирической формуле: 
$$M_{tr} = \frac{6 \cdot 10^{-4} A \cdot D_{II}}{d} + 4.4 \cdot 10^{-6} D_{II} n \quad [H \cdot m]$$

где  $D_{II}$  - диаметр окружности центров шаров,  $d$  - диаметр шаров,  $A$  - осевая нагрузка,  $z$  - число шаров,  $n$  [об/мин] - скорость вращения

Для малогабаритных ш.п.  $M_{tr}$  обычно определяют экспериментально.

Величина  $M_{tr}$  существенно зависит от температуры окружающей среды, что связано, как с изменением вязкости смазки, так и с температурными деформациями конструкции ГМ.

# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

## 4. Жесткость шарикоподшипников

Определяется в соответствии с теорией Герца в осевом и радиальном направлениях по формулам:

$$C_0 = A_1 \cdot \sin^{\frac{5}{3}} \beta + A_2 \cos \beta \operatorname{ctg} \beta$$

$$C_p = A_1 \cdot \frac{\cos^{\frac{5}{3}} \beta}{2 \operatorname{tg}^{\frac{1}{3}} \beta} + A_2 \sin \beta,$$

где  $A_1 = \frac{1.5(A_{\Pi} d \cdot z^2)^{\frac{1}{3}}}{C_1 + C_2}$ ,  $A_2 = \frac{A_{\Pi}}{r_0 + \frac{C_1 + C_2}{d^{\frac{1}{3}}} \left( \frac{A_{\Pi}}{z \cdot \sin \beta} \right)^{\frac{2}{3}}}$ ,

$r_0 = r_1 + r_2 - d$  – начальное (до нагрузки) расстояние между центрами кривизны желобов наружного и внутреннего колец ш/п,

# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

## 4. Жесткость шарикоподшипников

Коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  зависят от параметра  $\left( \frac{4}{d} - \frac{1}{r_{\text{ж}}} \pm \frac{1}{D_{\text{ж}}} \right)$ , модуля

упругости  $E$  и коэффициента Пуассона и определяются по таблицам.

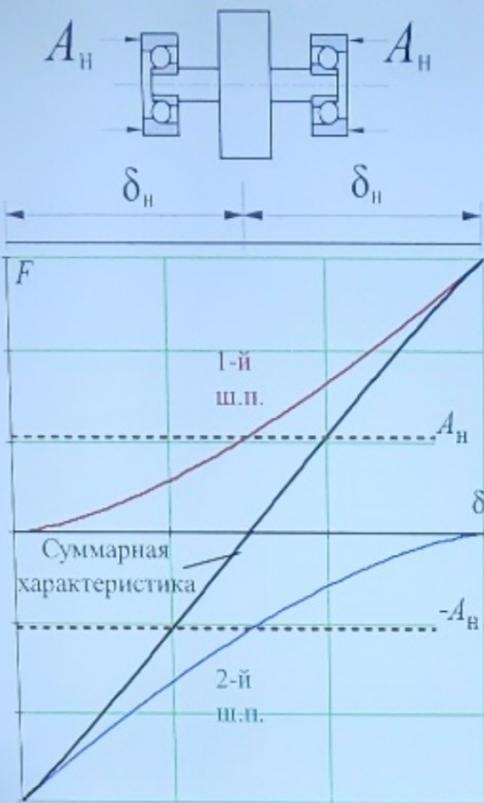
Величины  $C_1$  и  $C_2$  находятся в пределах

$$2,0 \cdot 10^{-4} < C_1 < 3,0 \cdot 10^{-4}; \quad 2,1 \cdot 10^{-4} < C_2 < 3,2 \cdot 10^{-4}$$

Приближенное соотношение радиальной и осевой жесткости может быть

определенено следующим образом:  $\frac{C_p}{C_0} = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg}^2 \beta}$  и, при  $\beta = 35^\circ \rightarrow C_p = C_0$

# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора



## Осевая жесткость опоры из 2-х ш.п.

определяется графически

Для отдельного ш.п. зависимость осевого перемещения от нагрузки является нелинейной,  $\delta = C_{шп} F^{\frac{2}{3}}$

$$\text{или } F = C_{шп}^{\frac{3}{2}} \delta^{\frac{3}{2}}, \text{ откуда } K = \frac{dF}{d\delta} = C_{шп}^{\frac{3}{2}} \delta^{\frac{1}{2}} \text{ и } K(\delta=0)=0$$

Но для пары ш/п объединенных в одну опору зависимость перемещения от осевой нагрузки становится, как это видно из рисунка, линейной.

При конструировании ГМ необходимо обеспечивать условие равножесткости ГМ в осевом и радиальном направлениях. Но для выполнения этого условия в реальных конструкциях ГМ следует принимать во внимание осевую жесткость крышек ГМ, которая существенно снижает осевую жесткость ГМ, и радиальную жесткость вала.

# Выбор шарикоподшипниковых опор гиromотора

## 5. Уровень вибрации шарикоподшипников

Зависит от множества факторов:

1. качества дорожек качения и шаров (волнистость, шероховатость, твердость, разноразмерность шаров),
2. локальных упругих деформаций поверхностей контактирующих тел,
3. типа сепаратора,
4. скорости вращения,
5. температурных условий работы,
6. смазочного материала,
7. износа ш.п.

## 5. Уровень вибрации шарикоподшипников

В составе гиromотора к собственному уровню шарикоподшипниковых вибраций добавляются вибрации, связанные с:

- динамической и статической разбалансированностью гиromотора,
- силами магнитного тяжения между ротором и статором гиродвигателя,
- типом посадки (натяг, зазор) и точностью посадки внутренних и наружных колец,
- локальными перегревами в зоне контакта шаров и беговых дорожек,
- величиной предварительного натяга,
- качеством смазки,
- газовой средой,
- наличием посторонних включений.

## 5. Уровень вибрации шарикоподшипников

Крайне неблагоприятной особенностью подшипниковых вибраций является их весьма плотный частотный спектр, определяемый отмеченными факторами, нестационарный характер, зависимость от суммарного времени их работы, влияние на радиальные, осевые и угловые колебания подвижной части гироскопического чувствительного элемента, что приводит к «зашумлению» выходного сигнала и появлению систематической погрешности прибора.

Таким, образом **уровень** шарикоподшипниковых вибраций гиromотора характеризуя качество, как самих подшипников, так и сборки гиromотора в целом, позволяет использовать его в качестве критерия пригодности гиromотора для дальнейшей эксплуатации в составе гироскопических приборов.

Поэтому к величине вибраций шарикоподшипниковых опор предъявляются достаточно жесткие требования: при приемо-сдаточных испытаниях гиromоторов среднеквадратическое значение перегрузки (в осевом и радиальном направлениях) в полосе частот до 10 кГц не должно превышать (0.2-0.4) ед.

## Газодинамические опоры ротора гиromотора

В прецизионных гироприборах, таких как поплавковый интегрирующий гироскоп, поплавковый датчик угловой скорости, гироинтегратор применяются газодинамические опоры (ГДО). Они находят широкое применение благодаря следующим достоинствам:

- малый уровень собственной вибрации
- большая долговечность (до 150 000 ч) так как нет прямого контакта
- высокая стабильность положения ц.м. ротора ( $< 0,2$  мкм)
- хороший теплоотвод (из-за большой поверхности опоры)
- малые локальные перегревы ГМ
- стабильность момента сопротивления вращению ротора

Недостатками ГДО являются следующие:

- 1) - трудности обеспечения работоспособности при многократных запусках
- 2) - значительный момент сопротивления вращению
- 3) - большая потребляемая мощность
- высокая стоимость

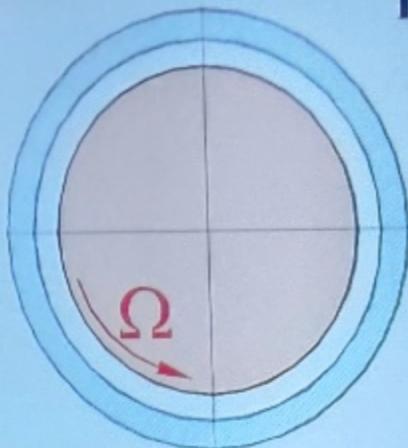
1) потому что когда не запускают и  
останавливают есть трение и снос  
поверхностей, так как есть  
конфликт.

2) из-за большой поверхности

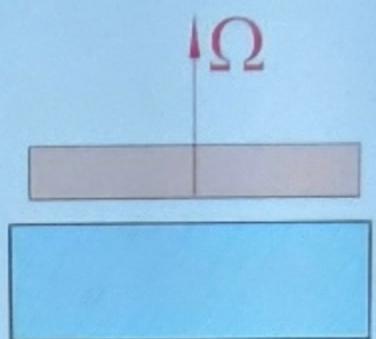
3) большое значение сопр.

## Газодинамические опоры ротора гиromотора

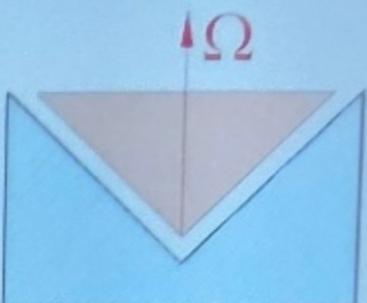
### Конструктивные схемы ГДО



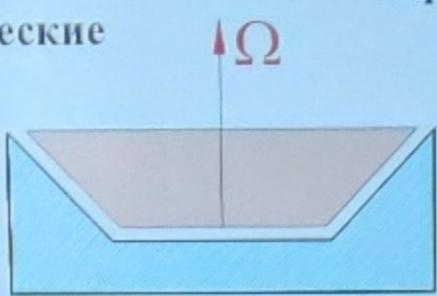
Цилиндрические



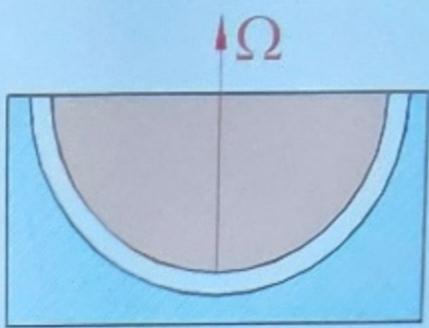
Торцевые



Конические



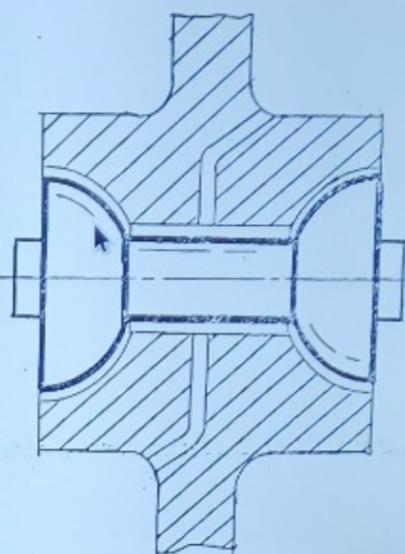
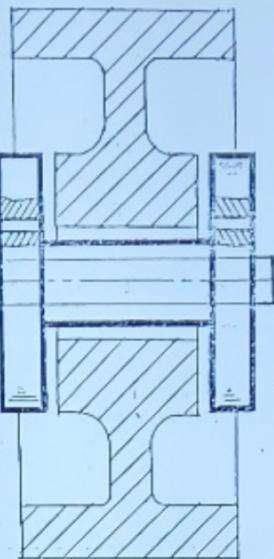
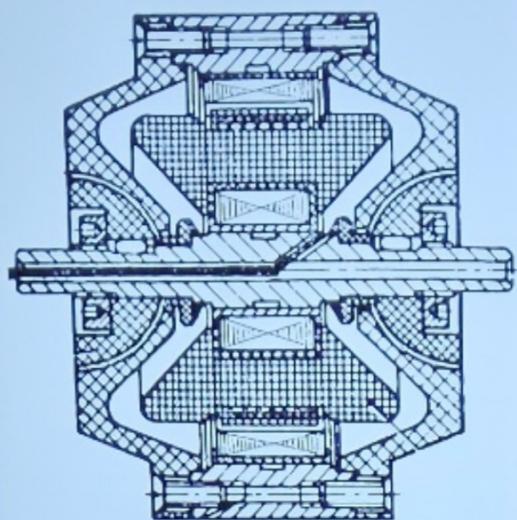
Комбинированные



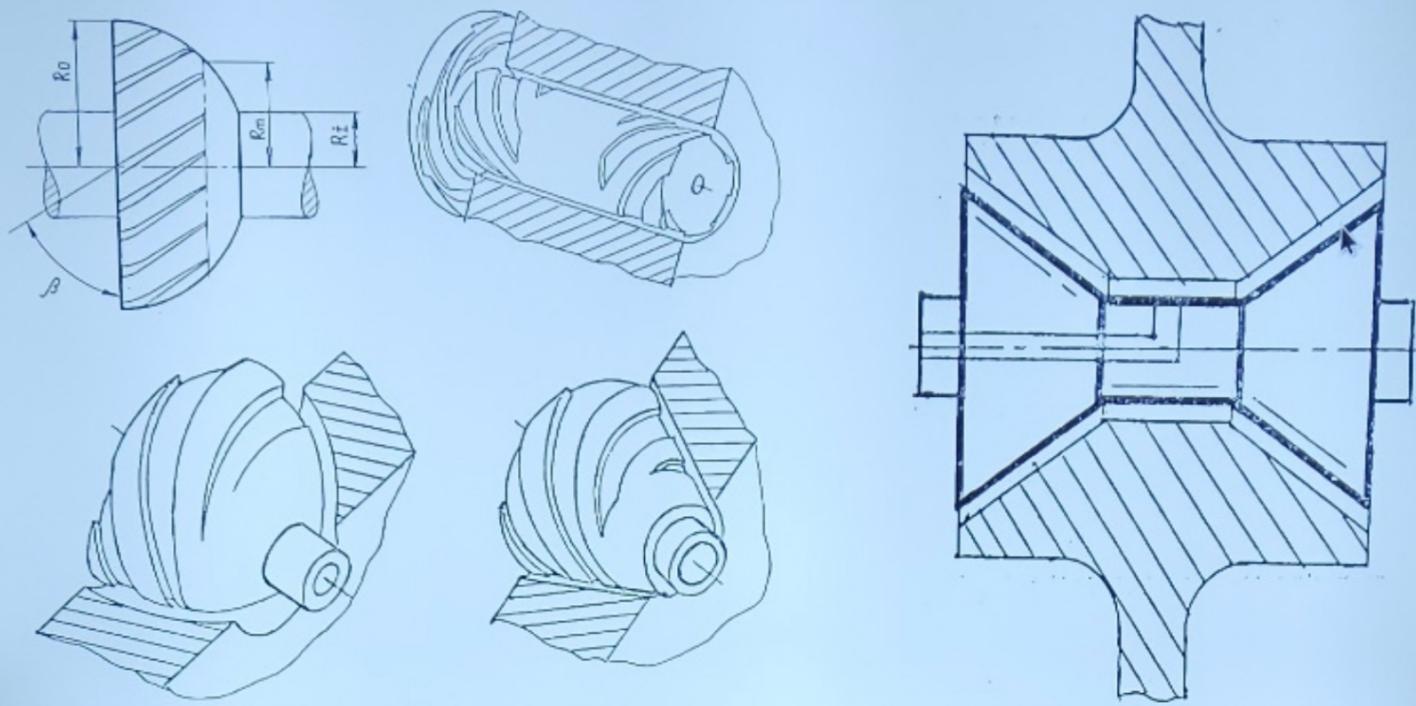
Полусферические

## Газодинамические опоры ротора гиromотора

### Конструкции ГДО

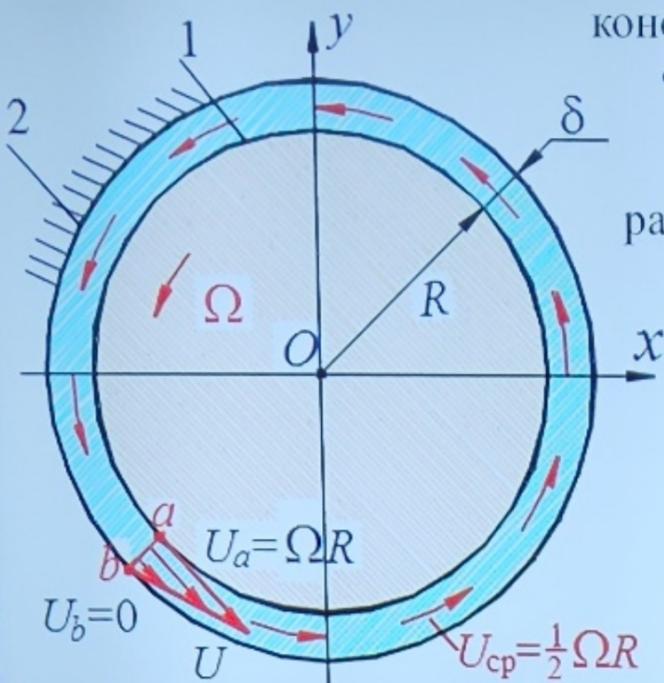


## Конструкции ГДО



### Принцип работы ГДО

Рассмотрим на примере цилиндрической конструктивной схемы. Схематически опора состоит из вращающегося с угловой скоростью  $\Omega$  шара 1 и неподвижного подшипника 2. Для анализа принципа работы ГДО примем следующие допущения:

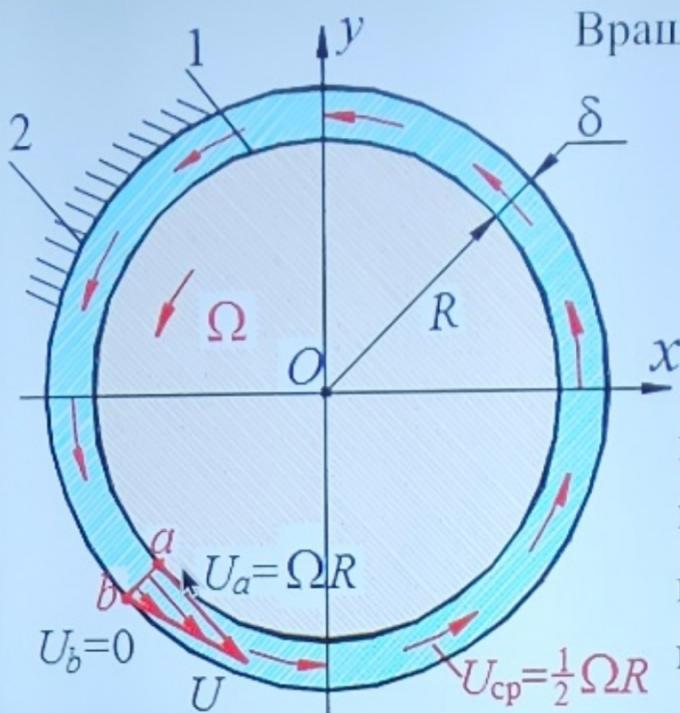


- газ несжимаем (т.к. выполняется критерий несжимаемости: число Маха  $M \ll 1$ )
- движение газа – ламинарное и неразрывное
- газ вязкий (реальный)
- полагаем, что величина зазора  $\delta \ll R$
- пренебрегаем движением газа вдоль оси вращения (полагая, например, что длина шара больше его радиуса т.е.  $L > R$ )

1 - мен, 2 - ногу нек

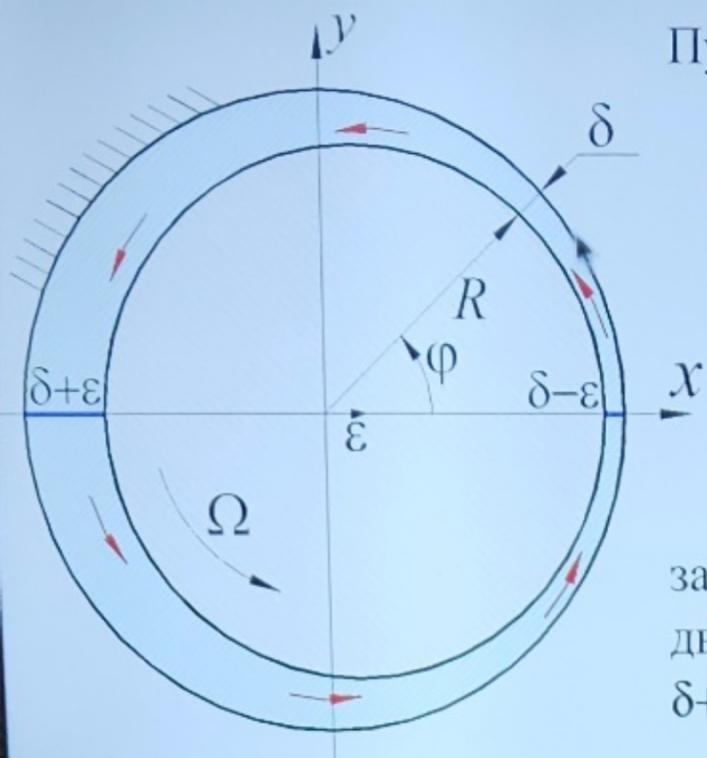
Всю ногу свое меня и зая...

## Принцип работы ГДО



Вращение шара 1 с угловой скоростью  $\Omega$  относительно неподвижного подшипника 2 вовлекает в движение прилегающие к нему слои газа. В результате этого скорость газа по толщине зазора будет изменяться от  $U=0$  на поверхности подшипника (точка *b*) до  $U=\Omega R$  на поверхности шара (точка *a*) и, таким образом, газ в зазоре движется со средней скоростью  $U_{cp} = 0.5\Omega R$ .

## Принцип работы ГДО

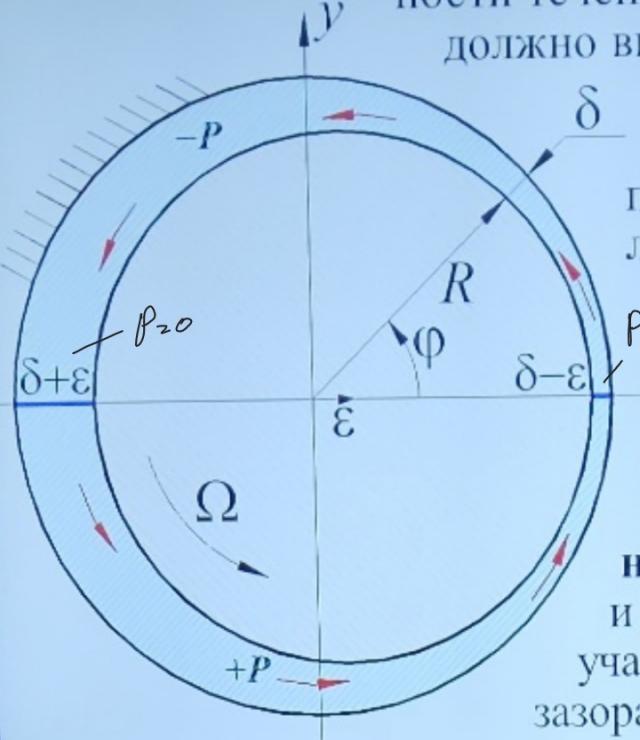


Пусть шар смешен влево вдоль оси *X* на величину  $\varepsilon$ , как это видно на рисунке. Тогда зазор между шаром и подшипником становится переменным:  
$$\delta(\varphi) = \delta - \varepsilon \cdot \cos \varphi.$$

В результате чего в верхней половине опоры газ движется в непрерывно расширяющемся от  $\delta - \varepsilon$  до  $\delta + \varepsilon$  зазоре, а в нижней половине опоры газ движется в непрерывно сужающемся от  $\delta + \varepsilon$  до  $\delta - \varepsilon$  зазоре.

## Принцип работы ГДО

В силу принятых допущений о неразрывности и ламинарности течения газа, его движение в сужающемся зазоре должно вызывать **повышение давления** от участка к

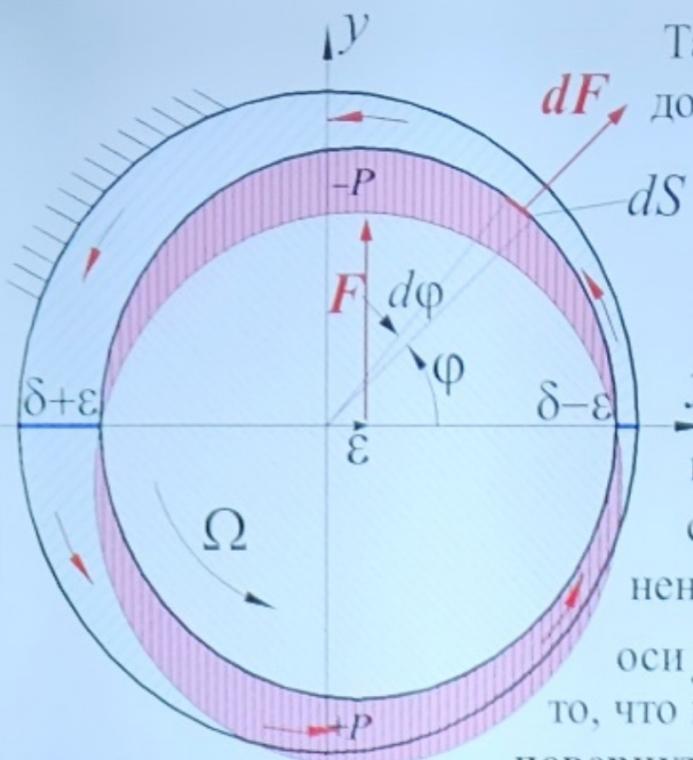


участку в нижней половине опоры необходимое для увеличения скорости газа и преодоления **увеличивающегося сопротивления** его движению в сужающемся зазоре.

Причем, **максимальное** давление должно возникать на участках с максимальной скоростью **уменьшения** величины зазора, а именно, в точке  $\phi = 1.5\pi$ , где  $d\delta/d\phi = -\epsilon$ .

Аналогично, имеет место **понижение давления** в каждом участке верхней половины опоры и **минимальное** давление должно возникать на участках с максимальной скоростью **увеличения** зазора, т.е. на участке  $\phi = 0.5\pi$ , где  $d\delta/d\phi = \epsilon$ .

## Принцип работы ГДО



Таким образом, эпюра давления газа в зазоре должна иметь вид, показанный на рисунке.

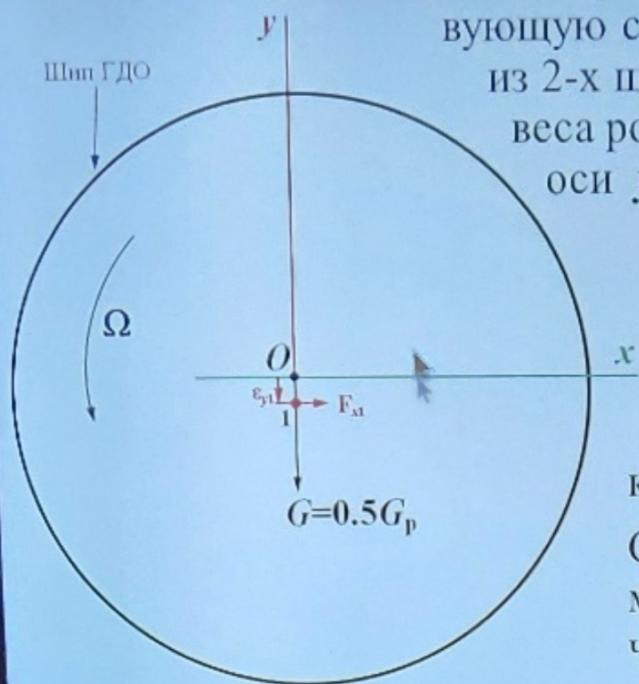
На каждый произвольно выделенный участок площадью  $dS = LRd\phi$  по нормали к поверхности шипа действует сила  $dF = P(\phi)LRd\phi$ .

Проинтегрировав проекции этих сил на оси  $x$  и  $y$ , получим газодинамическую силу  $\bar{F}$ , имеющую единственную компоненту, вдоль положительного направления оси  $y$ . Особенностью этой силы является то, что вектор этой газодинамической силы  $\bar{F}$  повернут на  $90^\circ$  к вектору  $\bar{\epsilon}$  смещения шипа в направлении вращения шипа.

## К устойчивости ГДО

Рассмотрим каким образом опора реагирует на действующую силу, приложенную к шипу. Пусть на один из 2-х шипов действует сила  $G$  равная половине веса ротора, т.е.  $G = 0,5G_p$ , направленная вдоль оси  $y$  вниз. В силу центрального расположения шипа относительно подшипника в исходном состоянии на шип действует лишь эта сила, под действием которой шип начинает смещаться вниз. Через некоторое время  $\Delta t_1$  он смещается в точку 1 с координатами  $(0, -\varepsilon_{y1})$ .

Смещение  $\varepsilon_{y1}$ , в соответствии предыдущими рассуждениями, вызывает газодинамическую силу  $F_{x1}(\varepsilon_{y1})$  вдоль оси  $x$

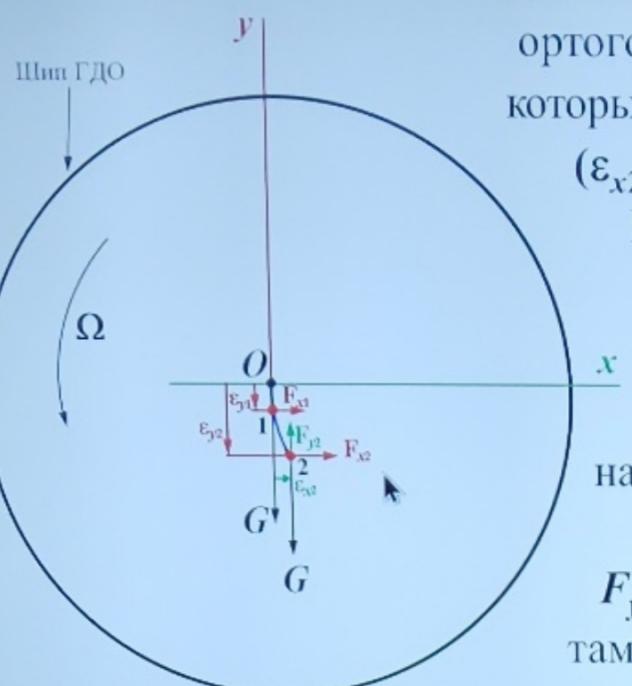


## К устойчивости ГДО

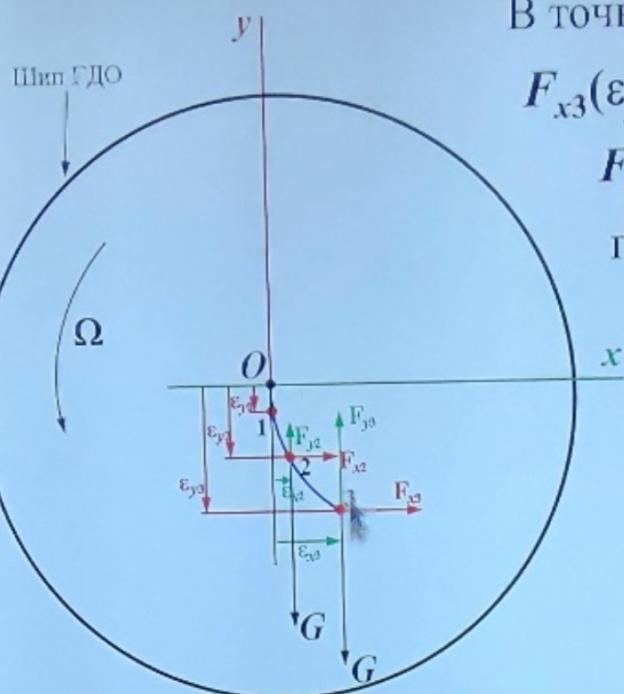
Таким образом, в точке 1 действуют две взаимно-ортогональные силы  $G$  и  $F_{x1}(\varepsilon_{y1})$ , под действием которых шип смещается в точку 2 с координатами  $(\varepsilon_{x2}, -\varepsilon_{y2})$ .

В точке 2 по оси  $x$  на шип действует сила  $F_{x2}(\varepsilon_{y2}) > F_{x1}(\varepsilon_{y1})$ , а по оси  $y$  сила  $F_y$ , равная  $F_y = F_{y2}(\varepsilon_{x2}) - G$ , т.е. по оси  $y$  компонента газодинамической силы  $F_{y2}(\varepsilon_{x2})$  начинает частично компенсировать силу веса.

Под действием сил  $F_{x2}$  и разности сил  $F_{y2} - G$  шип смещается в точку 3, с координатами  $(\varepsilon_{x3}, -\varepsilon_{y3})$ , как показано на следующем рисунке.



## К устойчивости ГДО



В точке 3 по оси  $x$  на шип действует сила  $F_{x3}$ ,  $F_{x3}(\varepsilon_{y3}) > F_{x2}(\varepsilon_{y2})$ , а по оси  $y$  сила  $F_y$ , равная  $F_y = F_{y3}(\varepsilon_{y3}) - G$ , т.е. по оси  $y$  компонента газодинамической силы  $F_{y3}(\varepsilon_{y3})$  еще больше компенсирует силу веса  $G$ .

Под действием сил  $F_{x3}$  и разности сил  $F_{y3} - G$  шип сместится в точку 4, с координатами  $(\varepsilon_{x4}, -\varepsilon_{y4})$ , как показано на следующем рисунке.

## К устойчивости ГДО

В точке 4 по оси  $x$  на шип действует сила  $F_{x4}(\varepsilon_{y4}) > F_{x3}(\varepsilon_{y3})$ , а по оси  $y$  сила  $F_y$ , равная  $F_{y4} - G$ , и поскольку вертикальная газодинамическая сила еще более увеличилась, то можно предположить, что именно в этой точке она скомпенсирует силу веса  $G$ , т.е.  $F_{y4} = G$ .

И таким образом, в точке 4 на шип будет действовать единственная сила  $F_{x4}$ , от которой шип будет перемещаться строго в горизонтальном направлении по оси  $x$ .

Поскольку перемещение в горизонтальном направлении увеличит горизонтальное смещение  $\varepsilon_x$ , то в следующей точке траектории движения шипа вертикальная газодинамическая сила превысит силу веса  $G$  и шип далее начнет смещаться вверх.



и-за динамики  
шип приходит в 68.0,

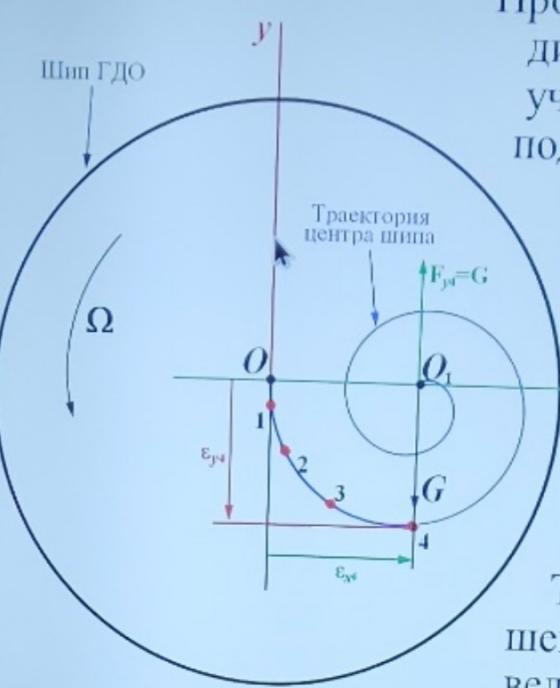
и-за динамики  
шип приходит в 68.0,

## К устойчивости ГДО

Продолжая аналогичные рассуждения можно убедиться, что траектория движения центра шина, с учетом демпфирующих свойств газовой среды, под действием компонент газодинамической силы и силы веса будет иметь вид, показанный на данном рисунке.

В итоге центр шина переместится в точку  $O_1$  с координатами  $(\varepsilon_{x4}, 0)$ , являющейся точкой устойчивого равновесия т.к. в ней отсутствует компонента газодинамической силы вдоль оси  $x$ , а сила веса  $G$  полностью уравновешена газодинамической силой  $F_{y4}$ .

Т.о. под действием силы  $G$  шип в установившемся положении оказывается смещенным на величину  $\varepsilon_{x4}$  в направлении перпендикулярном вектору действующей силы,



4.  $O_1$  — точка равновесия  
так как там все силы отсутствуют

# Математический обоснование

## Газодинамические опоры ротора гиromотора

### Расчет подъемной силы ГДО

Для расчета центрирующих характеристик ГДО воспользуемся уравнениями Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости

$$\rho \frac{d\bar{U}}{dt} = \rho \bar{F} - \overline{\text{grad}} P + \mu \Delta \bar{U} \quad (1)$$

где:  $\bar{U}$  – вектор абсолютной скорости движения частиц газа,

$\bar{F}$  – вектор массовых сил (в поле тяготения и др.),

$P$  – давление в произвольной точке,

$\mu$  и  $\rho$  – динамическая вязкость и плотность газа,

$\Delta$  – оператор Лапласа.

Уравнения (1) необходимо рассматривать одновременно с уравнением неразрывности газа (при  $\rho = \text{const}$ ):  $\text{div } \bar{U} = 0$  (2)

### Расчет подъемной силы ГДО

#### Некоторые формулы в декартовой и цилиндрической системах координат

$$\overline{\text{grad}} P = \frac{\partial P}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \bar{z} = \frac{\partial P}{\partial r} \bar{i}_r + \frac{\partial P}{r \cdot \partial \varphi} \bar{i}_\varphi + \frac{\partial P}{\partial z} \bar{i}_z$$

$$\Delta \bar{U} = \begin{pmatrix} \Delta U_x \\ \Delta U_y \\ \Delta U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta U_r - \frac{U_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} \\ \Delta U_\varphi - \frac{U_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \varphi} \\ \Delta U_z \end{pmatrix}$$

$$\text{div } \bar{U} = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = \frac{\partial (U_r \cdot r)}{\partial r} + \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + r \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0$$

## Расчет подъемной силы ГДО

С учетом малости радиального зазора  $\delta$ , пренебрегая массовыми и инерционными силами, полагая движение ламинарным и считая движение газа плоским (не зависящим от координаты вдоль оси вращения), уравнение Навье-Стокса (1) и уравнение неразрывности

(2) примут вид:

$$\frac{\partial P(\phi)}{\partial \phi} = \mu R \frac{\partial^2 U(\phi, r)}{\partial r^2} \quad (3)$$

и

$$\frac{\partial U(\phi, r)}{\partial \phi} = 0 \quad (4)$$

где:  $R$  – радиус шипа,  $U(\phi, r)$  – окружная скорость газа,

$\phi$  и  $r$  – координаты произвольной точки газового потока (угол и радиус).

## Расчет подъемной силы ГДО

Интегрируя уравнение Навье-Стокса (3) по координате  $r$ , с учетом

границных условий:  $U(\phi, r) = \begin{cases} \Omega R, & \text{при } r = R \text{ – на поверхности шипа} \\ 0, & \text{при } r = R + \delta \text{ – на поверхности подшипника} \end{cases}$

Получим  $U(\phi, r) = \Omega R \frac{\delta(\phi) - (r - R)}{\delta(\phi)} - \frac{1}{2\mu R} \frac{\partial P(\phi)}{\partial \phi} (r - R) (\delta - (r - R))$

Откуда, окружной расход газа равен:  $Q(\phi) = \int_R^{R+\delta} U(\phi, r) dr = \frac{\Omega \cdot R \cdot \delta(\phi)}{2} - \frac{\delta^3(\phi)}{12\mu R} \cdot \frac{\partial P(\phi)}{\partial \phi} \quad (5)$

Интегрируя уравнение неразрывности (4) по толщине зазора получим:

$$\frac{\partial Q(\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (6)$$

## Расчет подъемной силы ГДО

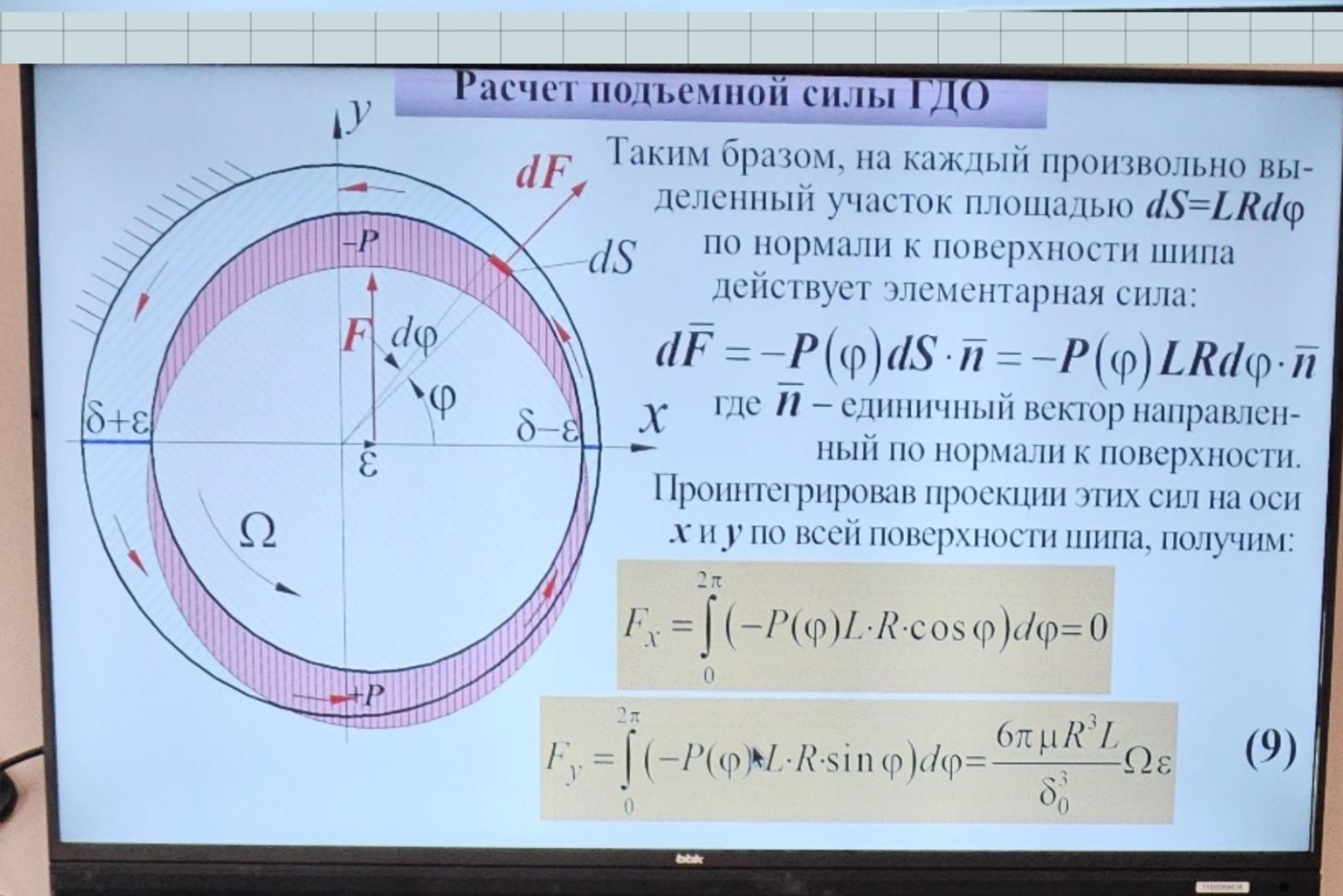
Подставляя  $Q(\varphi)$  из уравнения (5) в уравнение (6), с учетом выражения для зазора  $\delta(\varphi) = \delta_0 - \varepsilon \cdot \cos \varphi$ , и полагая  $\varepsilon \ll \delta_0$ , получим:

$$\frac{\partial^2 P(\varphi)}{\partial \varphi^2} = \frac{6\mu R^2 \sin \varphi}{\delta^3(\varphi)} \Omega \varepsilon \quad (7)$$

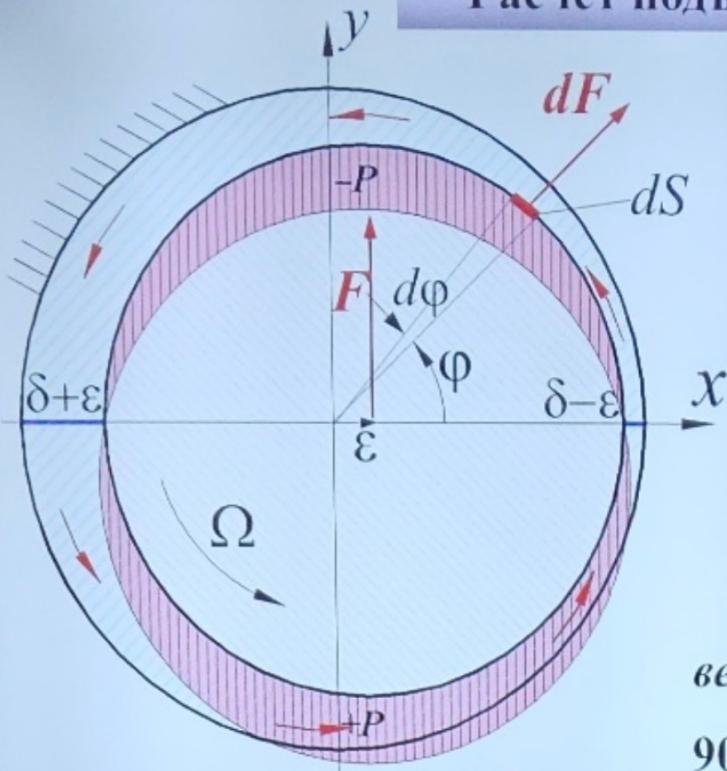
Дважды интегрируя уравнение (7), получим выражение для давления в зазоре между шипом и подшипником вызванном смещением шипа на величину  $\varepsilon$

$$P(\varphi) = -\frac{6\mu R^2 \sin \varphi}{\delta_0^3} \Omega \varepsilon \quad (8)$$

Т.е. эпюра давления газа (8) в зазоре имеет вид, показанный на следующем рисунке.



## Расчет подъемной силы ГДО



Из полученной формулы (9)

$$F_y = \frac{6\pi\mu R^3 L}{\delta_0^3} \Omega \varepsilon$$

получим жесткость цилиндрической

$$K_{\Pi} = \frac{F_y}{\varepsilon} = \frac{6\pi\mu R^3 L}{\delta_0^3} \Omega \left[ \frac{H}{M} \right]$$

Особенностью полученной газодинамической силы является то, что **вектор этой силы  $\bar{F}$  повернут на  $90^\circ$  к вектору смещения шина  $\bar{\varepsilon}$  в направлении вращения шина  $\Omega$ .**

## Численное значение линейной жесткости цилиндрической ГДО

Величина линейной жесткости, в соответствии с выражением (9), при следующих параметрах опоры:

$D = 2R = 1$  см,  $L = 1$  см,  $\delta_0 = 3$  мкм,  $\Omega = 942.5$  1/с, ( $f = 150$  Гц),  
 $\mu = 17.3 \cdot 10^{-6}$  Па·с (воздух),  $P = 1$  атм,  $\varepsilon < 0.5\delta$  равна:

$$K_{\Pi} = \frac{6\pi\mu R^3 L}{\delta_0^3} \Omega = \frac{6\pi \cdot 17.3 \cdot 10^{-6} (0.5 \cdot 10^{-2})^3 (1 \cdot 10^{-2})}{(3 \cdot 10^{-6})^3} 942.5 = 14.2 \cdot 10^6 \frac{H}{M} = 14.2 \frac{H}{мкм}$$

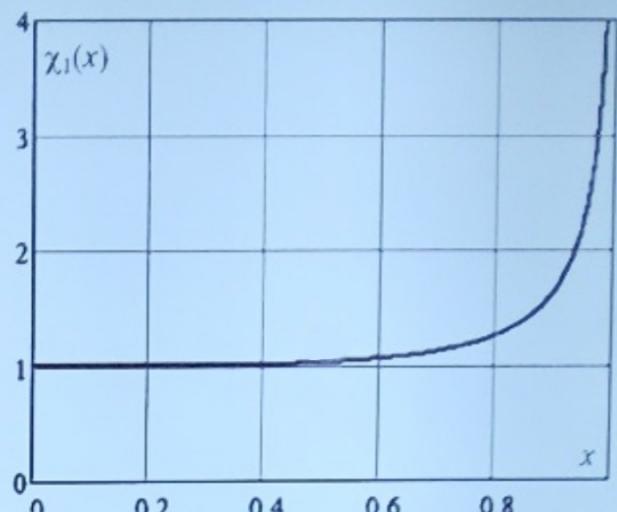
Выражение для газодинамической силы (9) и жесткость цилиндрической ГДО были получены при условии  $\varepsilon \ll \delta_0$ , но более точное выражение для жесткости цилиндрической опоры с учетом менее жесткого условия  $\varepsilon < \delta_0$ , имеет вид:  $K_{\Pi 1} = \frac{K_{\Pi}}{(1 + 0.5 \cdot x^2) \sqrt{1 - x^2}}$ , где  $x = \frac{\varepsilon}{\delta_0}$

## Уточненная величина линейной жесткости цилиндрической ГДО

Отличие точной величины линейной жесткости от приближенного определяется коэффициентом

$$\chi_1(x) = \frac{1}{(1+0.5 \cdot x^2) \sqrt{1-x^2}},$$

график которого представлен на следующем рисунке:



Из графика видно, что при  $\varepsilon < 0.8\delta$ , приближенное и точное решения полностью совпадают в начальной области, а в конце этой области их отличие не превышает 12%.

## Оценка величины линейной жесткости цилиндрической ГДО

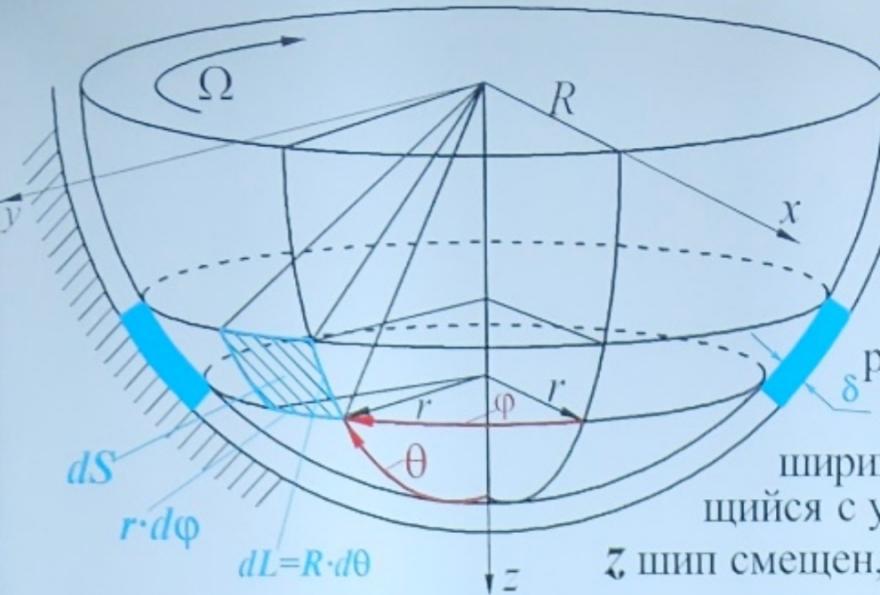
Таким образом, для газодинамической опоры с указанными параметрами, даже смещение шипа в **1 мкм** обеспечивает газодинамическую силу в **14Н**, достаточную большинству гироскопических приборов для работы при различных перегрузках.

При смещении шипа в ГДО равном  $\varepsilon = 0.7 \cdot \delta = 2.1$  мкм, с указанными параметрами, газодинамическая сила будет равна:

$$F_{\text{ц}} = K_{\text{ц}} \varepsilon_{\text{max}} = 14.2 \cdot 2.1 = 30 \text{ Н.}$$

Т.е. при массе вращающейся части ГДО вместе с ротором гироскопа равной **50г**, и ускорениях в **30g** инерционная сила будет равна **15Н**, что меньше полученной газодинамической подъемной силе.

## Подъемная газодинамическая сила сферической ГДО

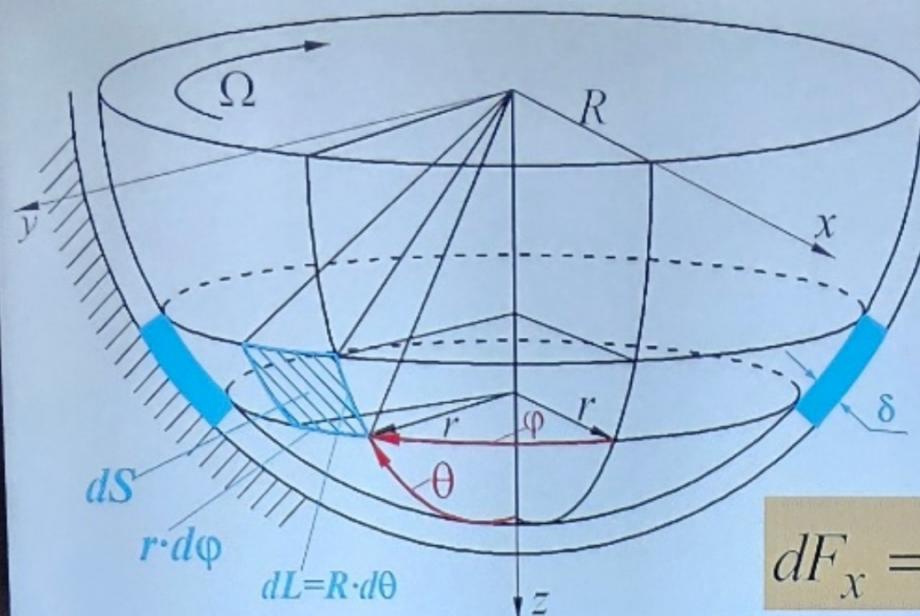


Для приближенного анализа сферической ГДО воспользуемся предыдущими допущениями и результатами, полученными для цилиндрической ГДО. Выделим, как показано на рисунке, кольцевой зазор сферической ГДО радиуса  $r = R \cdot \sin\theta$  и шириной  $dL = R \cdot d\theta$ . Пусть вращающийся с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг оси  $z$  шип смещен, как и в случае цилиндрической опоры, вдоль оси  $x$  на величину  $\epsilon$ ,

Давление в газовом зазоре цилиндрической опоры  $P(\phi)$ , длина которой равна ширине  $dL$  выделенного кольца сферической ГДО, было равно  $P(\phi) = -\frac{6\mu r^2 \sin\phi}{\delta_0^3} \Omega \epsilon$

$$P(\phi) = -\frac{6\mu r^2 \sin\phi}{\delta_0^3} \Omega \epsilon$$

## Подъемная газодинамическая сила сферической ГДО



Элементарная площадь к которой приложено это давление равна:

$$dS = R d\theta r d\phi = R^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

Проекции газодинамической силы действующие на эту площадь равны:

$$dF_x = -P(\phi) R^2 \sin^2\theta \cos\phi d\theta d\phi$$

$$dF_y = -P(\phi) R^2 \sin^2\theta \sin\phi d\theta d\phi$$

$$dF_z = -P(\phi) R^2 \sin\theta \cos\theta d\theta d\phi$$

## Подъемная газодинамическая сила сферической ГДО

Интегрируя полученные компоненты газодинамической силы по всей поверхности полусфера, получим:

$$F_x = \int_{\theta_0}^{\pi/2} \left( \int_0^{2\pi} \left( -P(\phi) R^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos \phi \right) d\phi \right) d\theta = 0;$$

$$F_y = \int_{\theta_0}^{\pi/2} \left( \int_0^{2\pi} \left( -P(\phi) R^2 \sin^2 \theta \sin \phi \right) d\phi \right) d\theta = \frac{9\pi^2 \mu R^4 \Omega}{8\delta_0^3} \left( \left( 1 - \frac{2}{\pi} \theta_0 \right) + \frac{4}{3\pi} \sin 2\theta_0 \left( 1 - \frac{1}{4} \cos 2\theta_0 \right) \right) \varepsilon,$$

$$F_z = \int_{\theta_0}^{\pi/2} \left( \int_0^{2\pi} \left( -P(\phi) R^2 \sin \theta \cos \theta \right) d\phi \right) d\theta = 0;$$

Где  $P(\phi) = -\frac{6\mu r^2 \sin \phi}{\delta_0^3} \Omega \varepsilon$ ,

$\theta_0$  – начальный угол сферической опоры, обусловленный ее конструкцией и необходимый для ее крепления в гироприборе.

## Подъемная газодинамическая сила сферической ГДО

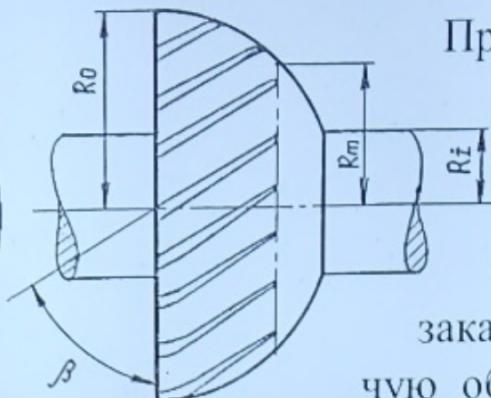
Таким образом, *газодинамическая сила сферической ГДО при смещении вращающейся сферы относительно неподвижной части ортогонально оси вращения вдоль оси X на величину  $\varepsilon$ , имеет единственную компоненту  $F_y$ , лежащую в плоскости вращения и направленную ортогонально вектору смещения  $\varepsilon$ .*

В частности, при  $\theta_0 = 0$ , эта сила равна  $F_c = F_y = K_c \varepsilon$ ,

где  $K_c = \frac{F_c}{\varepsilon} = \frac{9\pi^2 \mu R^4}{8\delta_0^3} \Omega \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right]$  – жесткость сферической опоры в радиальном направлении.

## Профилирование поверхностей ГДО

В реальных конструкциях газодинамических опор подъемная сила обеспечивается не только тем механизмом, который был ранее рассмотрен, но и увеличением давления за счет нагнетания газа в область зазора между шипом и подшипником, осуществляемого путем профилирования поверхностей шипа и подшипника. При этом необходимо учитывать фактор сжимаемости газа.



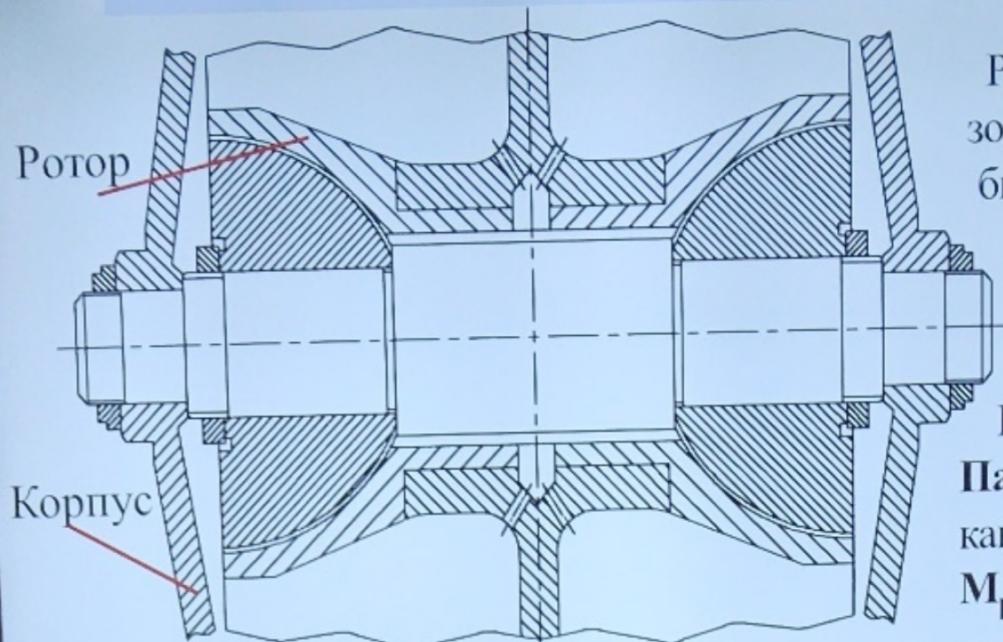
жесткость газодинамической опоры вдоль оси ее вращения.

Профилирование в виде канавок, показанных на следующем рисунке расположенных под углом  $\beta$  к оси вращения создает "турбинный эффект" закачивающий объем газа в рабочую область ГДО, что обеспечивает

жесткость газодинамической опоры вдоль оси ее вращения.

Роль устойчивость ламинарного газа это прилипание газа.

## Конструкция полусферической ГДО



### Параметры ГДО:

Радиус сферы  $R=14$  мм, зазор  $\delta=3$  мк,  $\delta_{\min}=1,2$  мк, глубина канавок  $h_k=6$  мк, угловая скорость  $\Omega=3120$  1/с, динамическая вязкость газовой среды  $\mu=8,8 \cdot 10^{-6}$  Па·с ( $H_2$ ), давление  $P_a=10^5$  Па(1атм), угол наклона канавок  $\beta=74^\circ$ , масса ротора  $M_p=0,06$  кг.

Жесткость осевая и радиальная  $C_o=8,6$  Н/мкм,  $C_p=3,5$  Н/мкм, момент сопротивления вращению  $M_{\text{сопр}}=1,1$  Н·мм, момент от неравножесткости  $M_{\text{нер}}=2,9 \cdot 10^{-3}$  Н·мм

Через лекцию

## Повышение долговечности ГДО

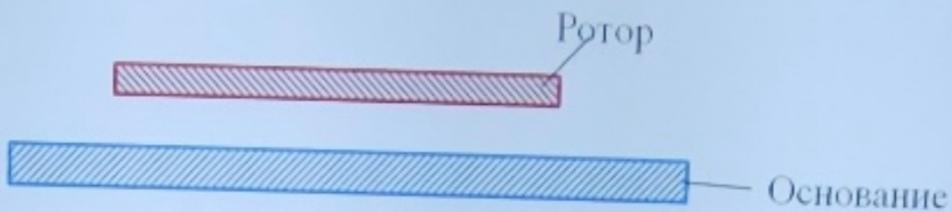
Отмеченный ранее такой недостаток газодинамических опор, как ограничение на число запусков гиromотора из-за касания вращающейся и невращающейся частей ГДО при пуске и останове, что вызывает интенсивный износ опор, может быть устранен двумя путями:

1. Использование покрытия соприкасающихся частей ГДО из специальных износостойчивых материалов:

- нитрид титана (золотистого цвета),
- графитирование (алмазоподобное по твердости покрытие черного цвета),

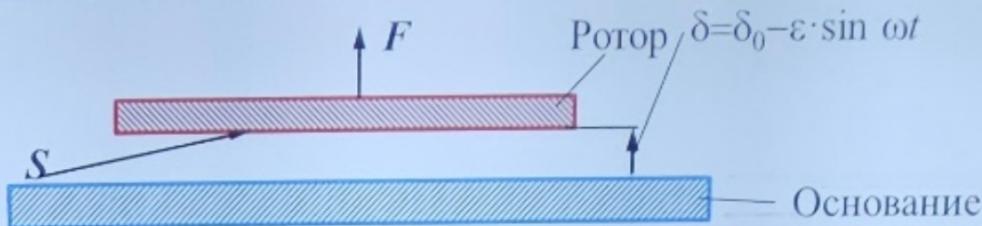
2. Предварительным вывешиванием ротора ГДО с помощью вибрационного воздействия на гиromотор, как будет показано далее.

## Вибрационная газодинамическая опора (ВГДО)



Рассмотрим принцип работы вибрационной газодинамической опоры, в которой возникает сила приложенная к ротору (вывешивающая сила) на примере колебания основания, показанного на рисунке.

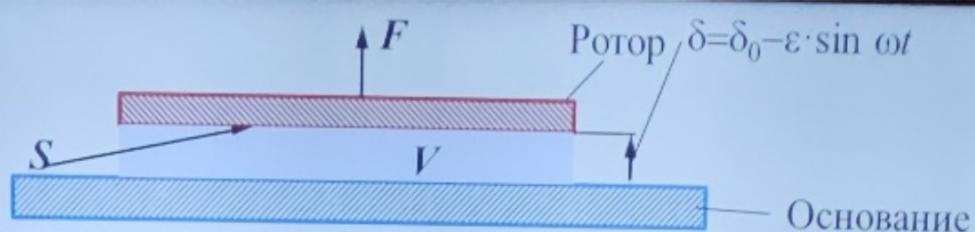
## Вибрационная газодинамическая опора (ВГДО)



Пусть зазор между ротором и основанием при гармонических **колебаниях основания** изменяется по закону  $\delta = \delta_0 - \varepsilon \cdot \sin(\omega t)$

Предположим, что частота колебаний основания  $\omega$  достаточно большая, настолько, что **количество газа** находящегося в зазоре между колеблющимся основанием и ротором **не изменяется**.

Это предположение вполне допустимо из-за малости зазора (составляющего единицы микрона), что создает **большое газодинамическое сопротивление** перемещению газа. И пусть газ в зазоре не изменяет своей температуры (т.е. **процесс является изотермическим**), что также вполне объяснимо из-за малого зазора, обеспечивающего **хорошую тепловую проводимость** между ротором и основанием.



Тогда состояние объема газа между ротором и основанием может быть описано законом Бойля-Мариотта, где  $P$  и  $V$  давление и объем газа в зазоре:  $P \cdot V = \text{const}$

При колебаниях статора объем газа изменяется по закону

$$V = S \cdot \delta = S(\delta_0 - \varepsilon \cdot \sin(\omega t)) = V_0(1 - x \cdot \sin(\omega t)), \text{ где } x = \varepsilon / \delta_0.$$

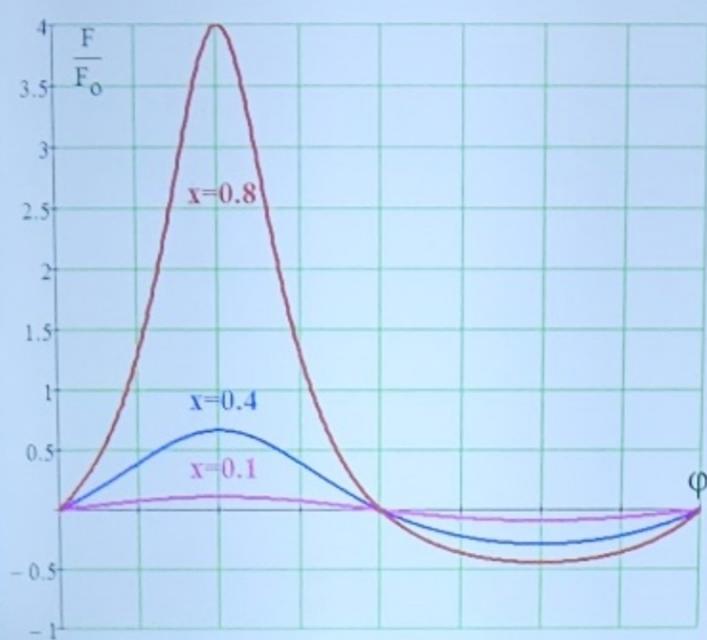
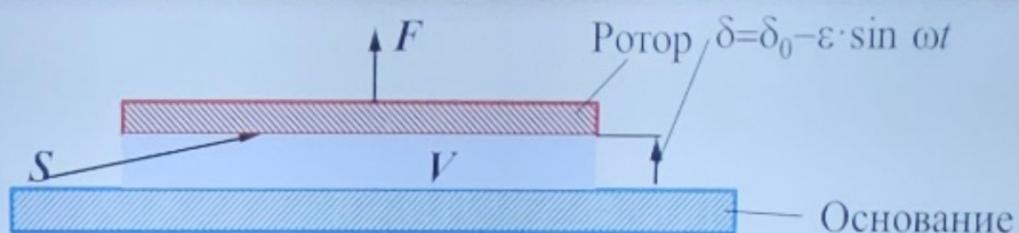
Давление в зазоре, при этом, будет изменяться следующим образом

$$P = P_0 \frac{V_0}{V} = \frac{P_0}{1 - x \cdot \sin(\omega t)} = \frac{P_0}{1 - x \cdot \sin(\varphi)}, \text{ где } \varphi = \omega t - \text{фаза колебаний.}$$

Сила, приложенная к ротору, равная разности сил действующих на ротор снизу (в зазоре) и сверху будет равна

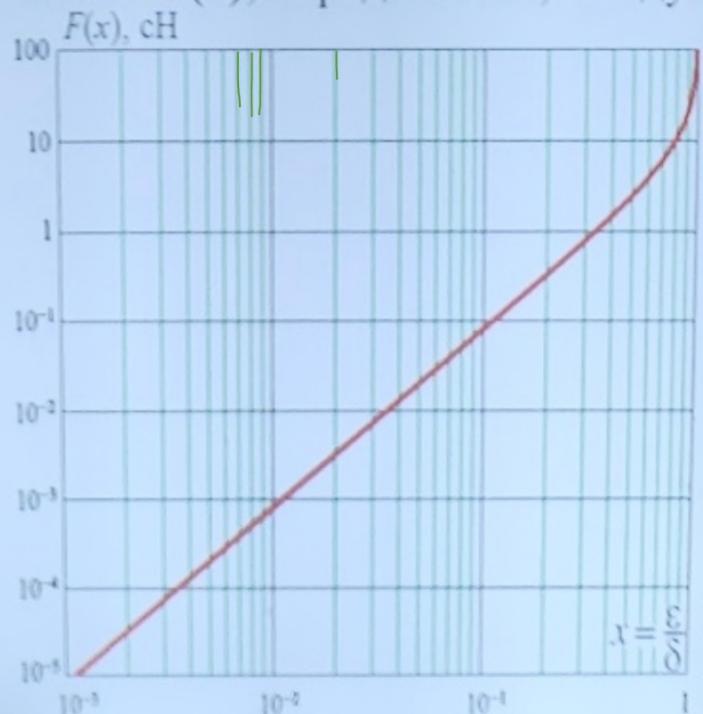
$$F = P \cdot S - P_0 \cdot S = F_0 \left( \frac{1}{1 - x \cdot \sin \varphi} - 1 \right) = F_0 \frac{x \cdot \sin \varphi}{1 - x \cdot \sin \varphi} \quad (1)$$

$S$  - площадь ротора



На рисунке представлен график изменения этой силы на интервале одного цикла изменения зазора при различных амплитудах колебания основания. Из этого графика видно, что при уменьшении зазора (первая половина цикла колебаний основания) величина силы существенно возрастает (из-за уменьшения объема газа  $V$ ) по сравнению с ее величиной во втором полупериоде, где максимальная величина этой силы не превышает  $0,5 F_0$ .

Средняя сила за весь период изменения зазора и есть подъемная сила вибрационной газодинамической опоры, которая, в соответствии с выражением (1), определяется, следующим соотношением:



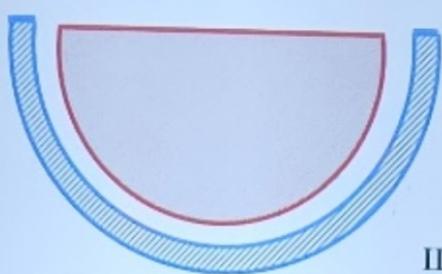
$$F(x) = \frac{F_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{x \cdot \sin \varphi}{1 - x \cdot \sin \varphi} d\varphi = \frac{F_0}{2\pi} \cdot \frac{x^2}{(1 + \sqrt{1 - x^2}) \sqrt{1 - x^2}}$$

График этой средней (подъемной) силы вибрационной ГДО, при  $S=1\text{см}^2$ , и давлении  $P=1\text{атм}$ , представлен на следующем рисунке.

Полученный принцип вывешивания возникающий в виброопоре может быть использован в обычной ГДО для исключения непосредственного контакта вращающейся и невращающейся частей ГДО перед запуском и остановом гиromотора, что необходимо для повышения ресурса ее работы.

## Применение вибрационной опоры для ГДО

При практической реализации вибрационной опоры в гиromоторах с обычной газодинамической опорой необходимо:



1. перед запуском гиromотора с ГДО, задать вибрационное воздействие на неподвижную часть опоры, которая в соответствии с рассчитанной газодинамической вывешивающей силой вызовет подъемную газодинамическую силу, приложенную к подвижной части ГДО и обеспечит ее всплытие

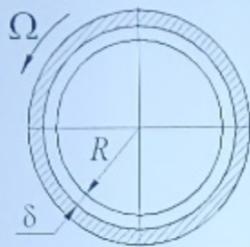
2. подать питание на гиromотор и после разгона отключить вибрацию.

3. при отключении гиromотора надо вновь задать вибрационное воздействие для исключения непосредственного контакта подвижной и неподвижной частей ГДО при остановке двигателя гиromотора

4. после остановки гиromотора необходимо снять вибрацию

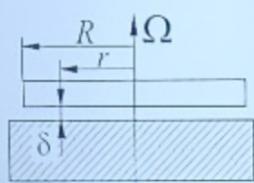
## Моменты сопротивления вращению ГДО

Для определения момента сопротивления вращению шипа в газовом слое можно воспользоваться формулой Ньютона для касательных напряжений между слоями газа в ламинарном газовом потоке:  $\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial z}$ , где  $z$  координата по толщине зазора



### Цилиндрическая ГДО

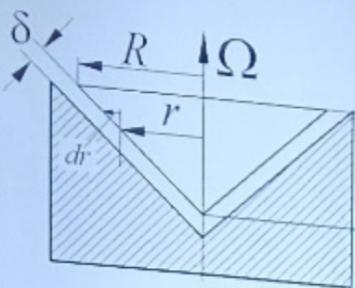
$$dM = \tau \cdot dS \cdot R = \frac{\mu \Omega R}{\delta} R L R d\phi = \frac{\mu \Omega R^3 L}{\delta} d\phi; M = \int_0^{2\pi} \frac{\mu \Omega R^3 L}{\delta} d\phi = \frac{2\pi \mu \Omega R^3 L}{\delta}$$



### Торцевая ГДО

$$dM = \tau \cdot dS \cdot r = \frac{\mu \Omega r}{\delta} r r d\phi dr = \frac{\mu \Omega r^3}{\delta} d\phi dr; M = \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\mu \Omega r^3}{\delta} d\phi dr = \frac{\pi \mu \Omega R^4}{2\delta}$$

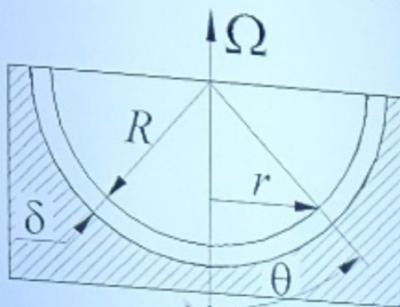
## Моменты сопротивления вращению ГДО



### Коническая ГДО

$$dM = \tau \cdot dS \cdot r = \frac{\mu \Omega r}{\delta} r r d\phi \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} dr = \frac{\mu \Omega r^3}{\delta} \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} d\phi dr$$

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^R \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2} \frac{\mu \Omega r^3 L}{\delta} d\phi dr = \frac{\pi \mu \Omega R^4}{2\delta} \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2}$$



### Полусферическая ГДО

$$dM = \tau \cdot dS \cdot r = \frac{\mu \Omega r}{\delta} R d\theta r d\phi r = \frac{\mu \Omega R^4}{\delta} d\theta d\phi \sin^3 \theta$$

$$M = \frac{2\pi \mu \Omega R^4}{\delta} \int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta d\theta = \frac{2\pi \mu \Omega R^4}{\delta} \left( \cos \theta_0 - \frac{1}{3} \cos^3 \theta_0 \right)$$

# Оценка влияния сжимаемости газа в цилиндрической ГДО

## 1. В соответствии с законом Бернулли для идеального газа

Интегрируя уравнение Навье-Стокса по координате  $z$ , с учетом

граничных условий:  $U(\varphi, z) = \begin{cases} \Omega R, & \text{при } z = 0 \\ 0, & \text{при } z = \delta(\varphi) \end{cases}$

Получим:  $U(\varphi, z) = \Omega R \frac{\delta(\varphi) - z}{\delta(\varphi)} - \frac{1}{2\mu R} \frac{\partial P(\varphi)}{\partial \varphi} z (\delta(\varphi) - z)$

Откуда, средняя скорость газа по толщине зазора равна:

$$U_{cp}(\varphi) = \frac{1}{\delta(\varphi)} \int_0^{\delta(\varphi)} U(\varphi, z) dz = \frac{1}{2} \Omega R - \frac{1}{12\mu R} \frac{\partial P(\varphi)}{\partial \varphi} \delta^2(\varphi)$$

Т.к. давление равно  $P(\varphi) = -\frac{6\mu R^2 \sin \varphi}{\delta_0^3} \Omega \varepsilon$ , то  $U_{cp}(\varphi) = \frac{1}{2} \Omega R \left(1 + \frac{\varepsilon}{\delta(\varphi)} \cos \varphi\right)$  (1)

В соответствии с законом Бернулли для идеального газа  $d\left(\frac{\rho U^2}{2} + P\right) = 0$

Или  $dP = -\rho U dU$ , поделив на  $d\varphi$ , получим  $\frac{\partial P}{\partial \varphi} = -\rho U \frac{\partial U}{\partial \varphi}$  (2)

Подставляя в (2) выражение для  $U_{cp}$  из (1), получим

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi} = \frac{1}{4} \rho (\Omega R)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{\delta(\varphi)} \cos \varphi\right) \frac{\varepsilon}{\delta(\varphi)} \sin \varphi$$

Интегрируя это уравнение получим приближенно:  $P = -\frac{1}{4} \rho (\Omega R)^2 \frac{\varepsilon}{\delta} \cos \varphi$   
Таким образом, на каждый произвольно выделенный участок площадью  $dS = LR d\varphi$  по нормали к поверхности шипа действует элементарная сила:

$$d\bar{F} = -P(\varphi) dS \cdot \bar{n} = -P(\varphi) LR d\varphi \cdot \bar{n}$$

где  $\bar{n}$  – единичный вектор, направленный по нормали к поверхности.

Проинтегрировав проекции этих сил на оси  $x$  и  $y$  по всей поверхности шипа, получим:  $F_x = \frac{1}{8} \rho (\Omega R)^2 \frac{\varepsilon}{\delta} L \cdot R$ ,  $F_y = 0$ .

Т.о. получили силу направленную в сторону смещения, т.е. антиупругую силу. Если сопоставить эту силу  $F_x$  с газодинамической подъемной силой  $F_y$  полученной ранее, то получим для воздушной среды с параметрами –

$$\mu = 17.3 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}, \rho = 1.2 \text{ кг/м}^3 : \frac{F_x}{F_y} = \frac{1}{48\pi \mu} \frac{\rho}{\Omega} \delta^2 = 1.376 \cdot 10^{-5}$$

т.е. эта сила на 5 порядков меньше рассчитанной ранее подъемной силы

## 2. Влияние сжатия-разряжения газовой среды при её круговом движении в зазоре

Рассмотрим силу, приложенную к шипу и определяемую циклическим сжатием-расширением слоя газа при его движении по зазору изменяющимся, как показано на рисунке, по закону  $\delta(\phi) = \delta - \varepsilon \cdot \sin \phi$ .

Выделим элементарный объем газа в зазоре площадью  $dS = \delta(\phi)R \cdot d\phi$  и толщиной  $h$  вдоль оси  $z$  (ортогональной плоскости шипа) и рассмотрим деформацию этого объема от начального при  $\phi = 0$   $dV_0 = h \cdot dS_0 = h \delta R \cdot d\phi$ , до объема  $dV = h \cdot dS = \delta(\phi)R \cdot d\phi = h \cdot (\delta - \varepsilon \cdot \sin \phi)R \cdot d\phi$  при произвольном угле  $\phi \neq 0$ .

Будем рассматривать деформацию этого объема только в плоскости вращения шипа, пренебрегая осевой деформацией.

Полагая состояние газа изотермическим, определим изменение его давления в соответствии с законом Бойля-Мариотта  $PV = P_0 V_0 = \text{const}$ :

$$P = P_0 \frac{V_0}{V} = P_0 \frac{1}{1 - x \cdot \sin \phi}$$

Компоненты силы приложенной к поверхности шипа  $ds = h \cdot R d\phi$  этим давлением, равны:  $dF_x = -P ds \cdot \sin \phi = -P h R \sin \phi d\phi$ ;  $dF_y = P ds \cdot \cos \phi = P h R \cos \phi d\phi$ .

Интегрируя, получаем  $F_x = - \int_0^{2\pi} P_0 h R \frac{\sin \phi}{1 - x \cdot \sin \phi} d\phi = -P_0 h R \int_0^{2\pi} \frac{\sin \phi}{1 - x \cdot \sin \phi} d\phi = -P_0 h R \cdot J(x)$

$$F_y = \int_0^{2\pi} P_0 h R \frac{\cos \phi}{1 - x \cdot \sin \phi} d\phi = P_0 h R \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{1 - x \cdot \sin \phi} d\phi = 0$$

Если сопоставить эту силу  $F_x$  с газодинамической силой  $F_y$ , полученной ранее, то получим для воздушной среды с параметрами  $\mu = 17.3 \cdot 10^{-6}$  Па·с,  $P = 10^5$  Па (1 атм):  $\frac{F_x}{F_y} = \frac{1}{6\pi} \frac{P_0}{\mu \Omega} \frac{\delta^2}{R^2} \frac{J(x)}{x} = 0.022$ ,

т.е. эта сила на 2 порядка меньше подъемной силы ГДО.

$$J(x) = \frac{2\pi x}{\sqrt{1-x^2}(1+\sqrt{1-x^2})}$$