

## Оглавление

<b>Лекция №1 .....</b>	<b>3</b>
Задачи гироскопических систем ориентации .....	3
Динамически настраиваемый гироскоп (ДНГ) ГВК-6 .....	3
<b>Лекция №2 .....</b>	<b>8</b>
ГВК-16 .....	8
МГ-4 .....	10
ГВК-10 .....	12
<b>Лекция 3 .....</b>	<b>13</b>
ДНГ с ГДО(ДНГ-2).....	13
БГТУ .....	15
ПИГ с ГДО.....	16
ПИГ с ГиДО(с гидродинамической опорой) .....	19
<b>Лекция 4 .....</b>	<b>20</b>
Поплавковый ДУС.....	20
ГПА-Л2 .....	21
ТВГ .....	26
<b>Лекция 5 19.09 .....</b>	<b>28</b>
Кольцевой микромеханический гироскоп (КММГ, КВГ) .....	28
Балочный вибрационный гироскоп (БВГ) .....	29
Микромеханический двухкомпонентный ДУС ММГ-1 .....	30
Конструкция лазерного гироскопа ЛГ .....	31
<b>Лекция 6 24.09 .....</b>	<b>32</b>
ДУС с механической пружиной.....	32
<b>Лекция 7 30.09 .....</b>	<b>36</b>
Структурная схема ДУС с механической пружиной: .....	38
Динамическая погрешность ДУС с механической пружиной:.....	38
Уравнения движения ДУС с электрической пружиной.....	40
Уравнение движения ДУС с электрической пружиной в линеаризованном виде: .....	41
<b>Лекция 8 3.10 .....</b>	<b>42</b>
Уравнения движения ДУС с электрической пружиной.....	42
Структурная схема ДУС с электрической пружиной .....	42
<b>Лекция 9 .....</b>	<b>47</b>

Преимущества ДУС с электрической пружиной .....	47
Основные элементы конструкции ПИГ .....	48
Системы координат ПИГ .....	49
Моменты, приложенные к поплавку ПИГ .....	49
Уравнения движения ПИГ .....	50
Приближенное уравнение движения ПИГ.....	50
Структурная схема ПИГ .....	50
Методика экспериментального определения амплитудно- и фазочастотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) систем автоматического регулирования с использованием контура обратной связи.....	52
<b>Лекция 10 .....</b>	<b>53</b>
Структурные схемы систем $W0(s)$ с обратной связью .....	53
Динамическая реакция жидкости поплавкового прибора.....	55
1. при радиальном движении поплавка .....	55
2. при осевом движении поплавка .....	58
<b>Лекция 11 .....</b>	<b>61</b>
Калибровка ДУС.....	61
Математическая модель сигнала ДУС при калибровке .....	62
Методика определения масштабного коэффициента и нулевого сигнала ДУС .....	63
<b>Лекция 12 .....</b>	<b>65</b>
Уравнения движения динамически настраиваемого гироскопа (ДНГ) .....	65
Момент на двойной частоте вращения вала привода .....	69
Уравнения движения ДНГ в режиме ДУС.....	70
Структурная схема ДНГ в режиме ДУС .....	72

# Лекция №1

## Задачи гирокопических систем ориентации

- 1) Определение углового положения ЛА в выбранной системе координат
- 2) Использование в системах управления движущимися аппаратами
- 3) Использование в инерциальных системах (для стабилизации платформы с акселерометрами – в платформенных ИНС или для расчета проекций ускорений измеряемых при акселерометрами в опорной системе координат – в БИНС)

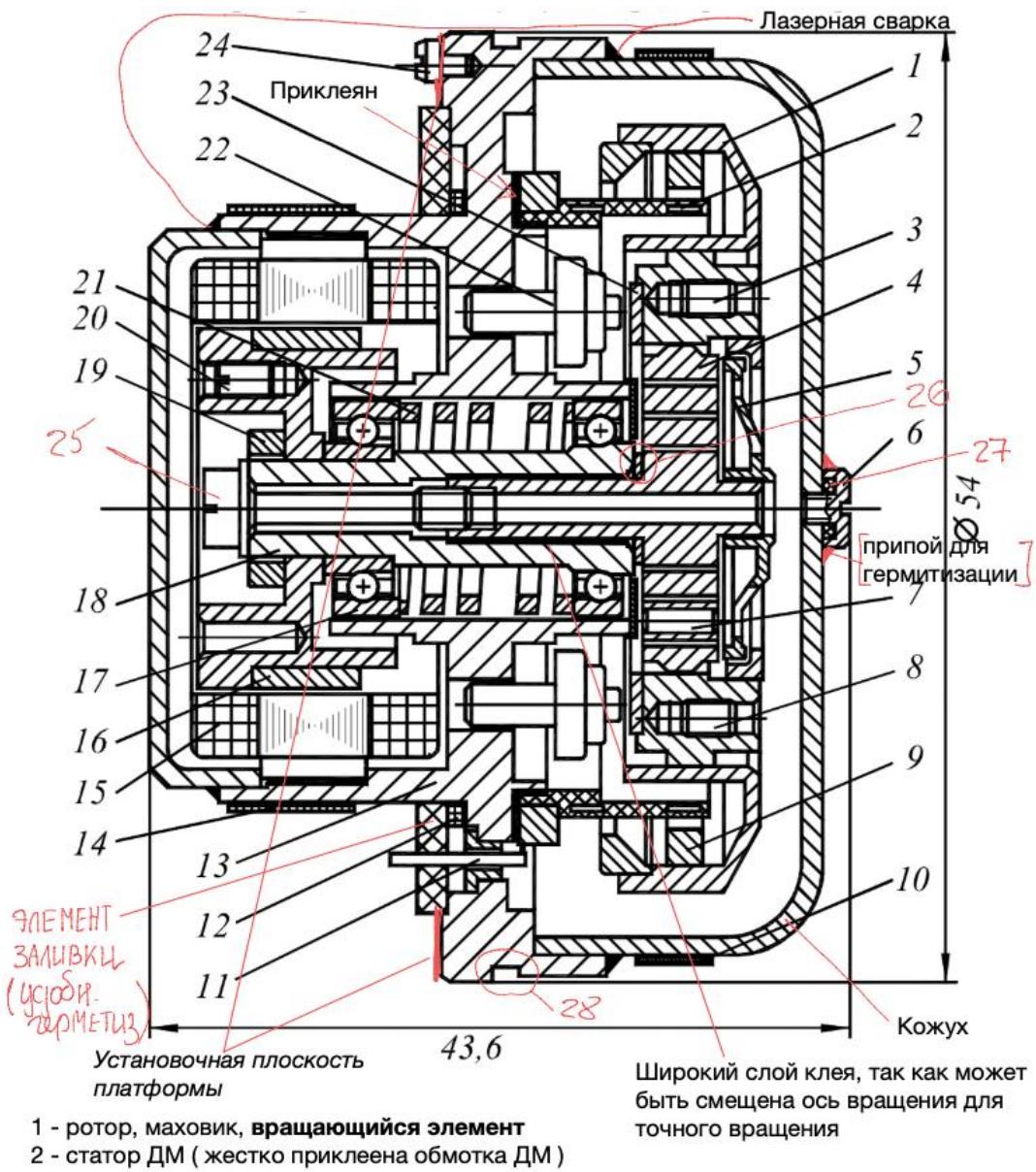
В зависимости от конкретного назначения СО (системы ориентации) требования к ним лежат в широких пределах

Например, точность СО для инерциальной навигации на море характеризуется величиной порядка 0.001 град/ч, в то время как для гирокопа крена телевизуемой зенитной ракеты вполне допустимой является скорость дрейфа порядка 100 град/ч. Измеряемые рабочие углы по отдельным координатам могут быть от нескольких градусов (курс и крен стабилизированного космического аппарата (КА), дифферент и крен корабля) до неограниченной величины по всем трем осям (высокоманевренный истребитель). Аналогичным образом спектр частот, характеризующий угловое движение объекта вокруг его центра масс, может измеряться в пределах от тысячных долей герц до нескольких единиц и даже десятков, время готовности - от нескольких секунд до десятков часов, диапазон линейных перегрузок - от сотых долей (КА) до нескольких сотен.

## Динамически настраиваемый гирокоп (ДНГ) ГВК-6

Это трехступенчатый гирокоп, одна из его степеней свободы – вращение вокруг оси карданова подвеса

ГВК – гирокоп с внутренним кардановым подвесом (упругим в данном случае)



**3** – шайба, регулировочный элемент , предназначен для статической и динамической балансировки маховика

**4** – упругий карданный подвес, он 2хкольцевой с параллельным соединение колец

**5** – упругий упор для ограничения угла поворота маховика ГП , чтобы не было ударов при

вращении при быстром движении маховика, а повороты малы

**6** – элемент герметизации внутреннего объема ГП, окончательная герметизация обеспечивается внутренней пайкой

Последовательно герметизации исполнение внутреннего ГП обеспечивается установкой ГП в вакуумный хвост при открученном элемент 6 , через зазор откачивается газ из внутреннего объема и заполняется гелием или водородом и закручивается , производится пайка

**7** – винт, который нужен для динамической настойки ГП, он изменяет разносный момент инерции кольца или рамочки карданов подвеса, он 2хкольцевой ( находится в рамке или кольце ) Оси карданных подвесов развернуть на 90 градусов , назначение 2 кардановых подвесов : используется для компенсации погрешности динамически настраиваемого ГП при угловых колебаниях на двойной частоте вращения вала вокруг осей чувствительности ГП. Для ГП при убраннии 2ого подвеса будет возникать погрешность 1 угловая секунда 30 градусов в час

**10, 14** – нагреватель, обмотка обогрева , состоит из 2х частей, чтобы обеспечивала равномерность тепла

**11** – гермоввод, для подачи питания ДВ и ДУ, направление ДН, съем информации ДУ 12 - катушка термодатчика , плоская, медная катушка, которая приклеивается к ГП, работает в паре с системой терmostатирования

**16** – элемент роторной части гистерезисного двигателя, который обладает ... свойством **19** – гайка , обеспечивающая фиксацию ротора привода ГП на валу подшипниковых опор **20** – элемент динамической балансировки всей подвижной части

**21** – пружина для выставки осевого натяга подшипниковой опоры ( распирает внешние кольца )

**22** – торцевой индуктивный датчик угла ( чувствительная головка приближена к ротору , **23** – п-образная к МММ кольцо - часть датчика угла

**24** – эксцентрик ( обеспечивает точность фиксации ДМ относительно корпуса , так как обмотка является грубым элементом , обеспечивает точное соответствие ДМ и корпуса , из-за биения головки эксцентрика по посадочному маховику , она имеет движение вокруг маховика, это попадает в паз системы, этот паз из-за поведения головки может разворачивать корпус, в процессах биения может обеспечить более точную выставку корпуса

ГВК-6 является двухкольцевым , с параллельным соединением колец. Карданов подвес, маховик, привод ( состоит из статора и ротора )

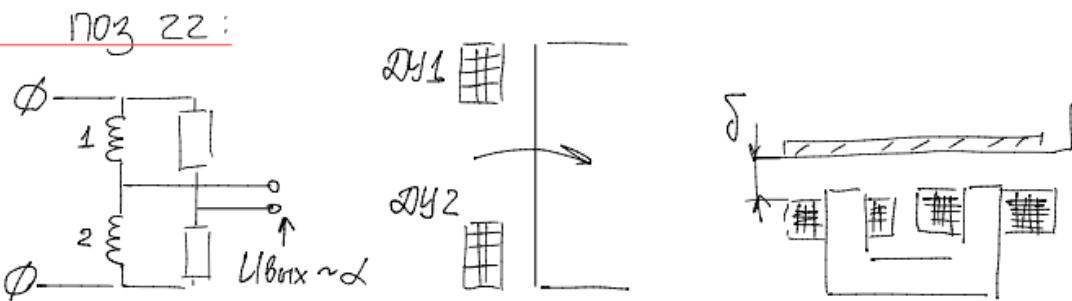
**25** – винт, обеспечивающий жесткую фиксацию маховика с упругим подвесом относительно вала привода относительно кольца ( или подшипниковой опоры )

**26** – для регулировки крутизны датчика угла , зазор между ДУ и ротором ДУ, величина зазора определяет крутизну

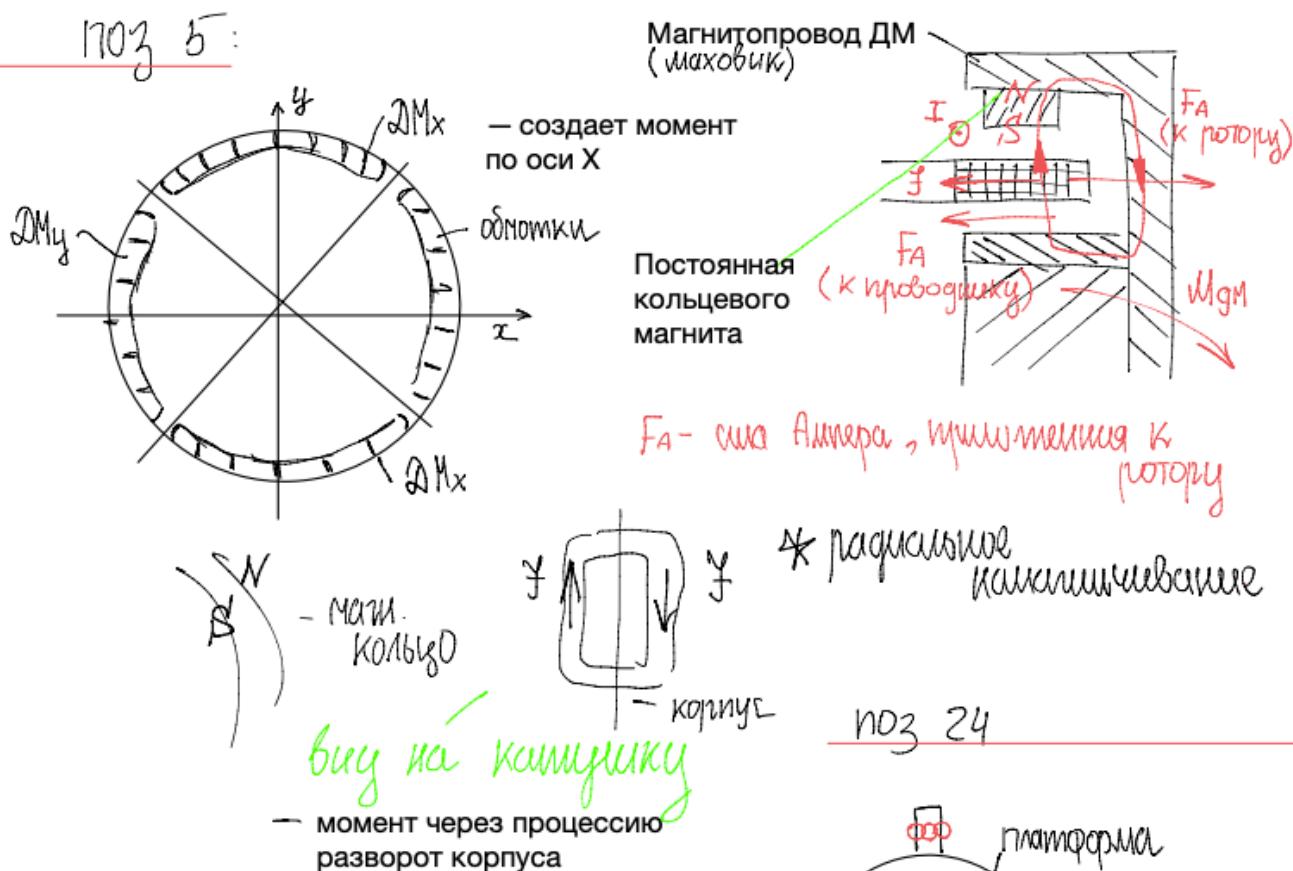
**27** – резиновое уплотнительное кольцо для дополнительной герметизации, окончательная герметизация обеспечивается пайкой элемента

**28** – прорезь используется для фиксации приборов с помощью прижимных элементов - Сборка под давление 5 мм рт ст ( маленькое давление ) - гелий, 30 мм рт ст - водород . Разряженная атмосфера, так как водород имеет высокую тонко проворность и очень малую вязкость

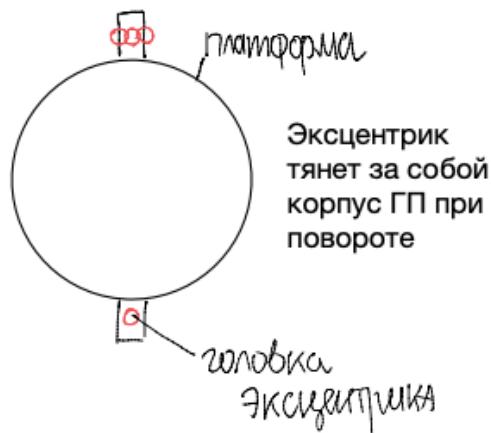
- Поворот корпусом или ротором задается нулевое положение
- Рабочая температура системы терmostатирования ГП - 65 град до 75 град
- Как устанавливается прибор в платформу: устанавливается только на корпус



У одного увеличивается, у другого уменьшается, изменение напряжение  
Измеряя индуктивность, измеряем угол поворота. **Мостовая схема**



поз 24



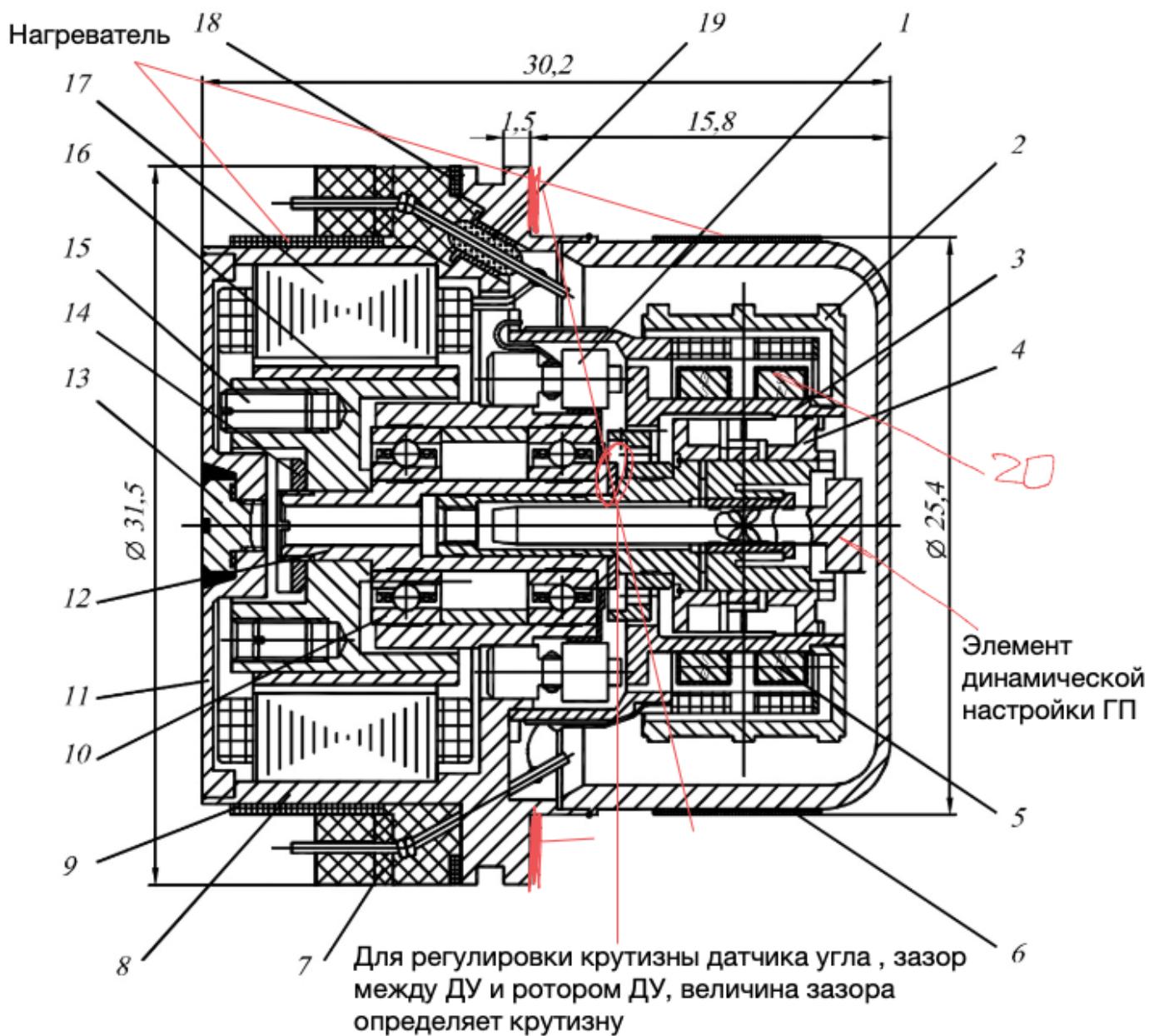
- Герметичность обеспечивается установкой ГП в вакуумный пост при открученном элементе 6, откачивается внутренний газ, заполняется нужным газом, закручивается винт,

резиновый элемент, происходит спайка наружной поверхности элемента

- Устанавливается на установочную поверхность прибора , задают ориентацию относительно осей платформы
- Фиксируются прорезью (позиция 28)

## Лекция №2

### ГВК-16



Элемент динамической настройки ГП - необходим для уменьшения радиального момента кольца КП 2 кольцевых магнита обеспечивают работу 2x частей датчика М - момент увеличивается в 2 раза

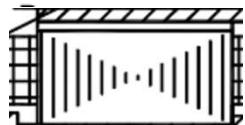
магнит  $\uparrow \rightarrow$  скорость превеси  $\uparrow \rightarrow$  большая упаковка  $\uparrow \rightarrow$   
 $\rightarrow$  изм.квр. скорость  $\uparrow$



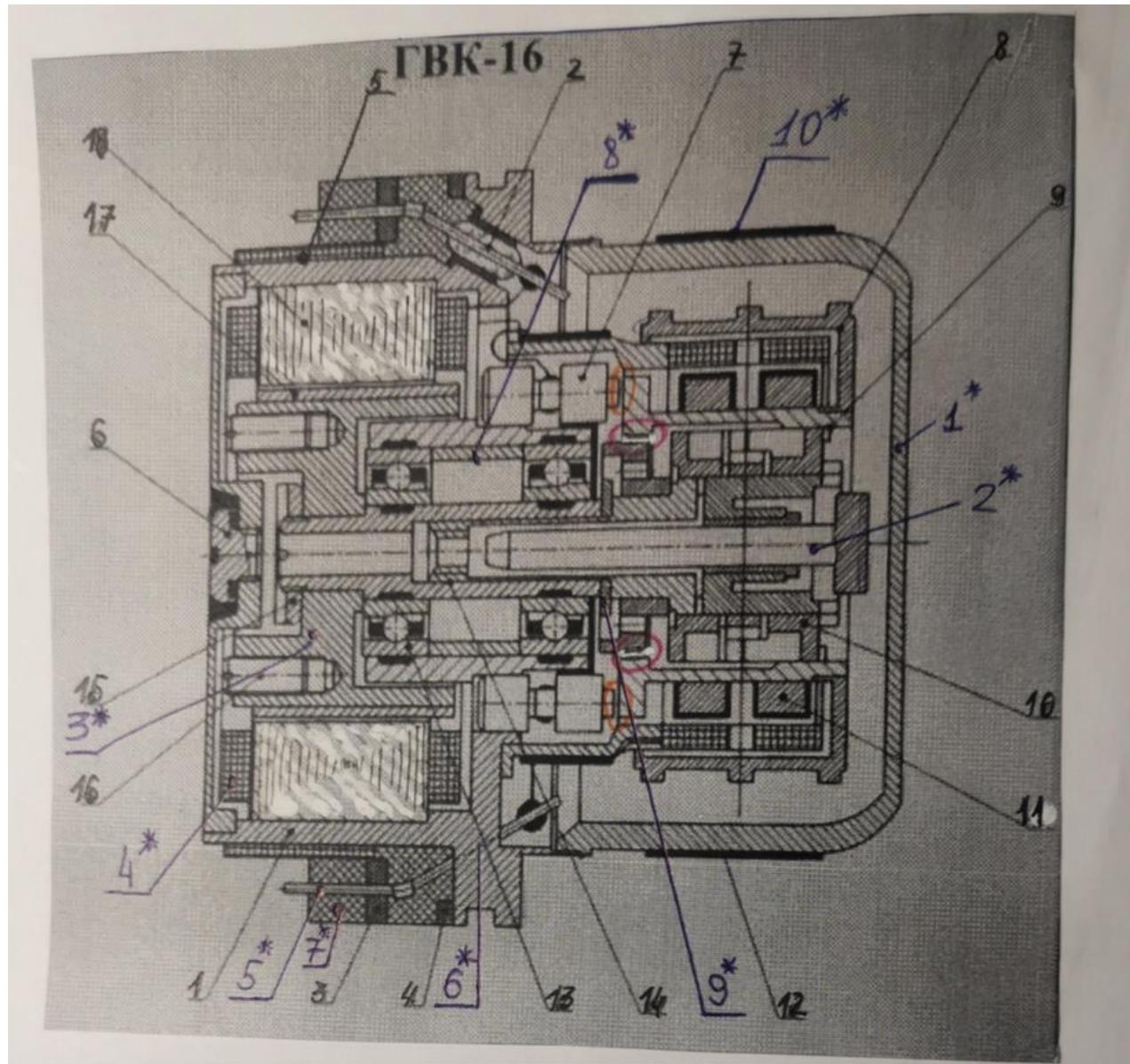
- зазор между маховиком и элементами, жестко связанными с валом (те, что ближе к осевой)

- уменьшить маховик - обеспечить малый кинетический момент

$$\omega = M(H), \text{ если } H \downarrow \Rightarrow \omega \uparrow$$



- железо статора (шихтованный материал, состоящий из тонких пластинок для исключения токов Фуко)



1\* - кожух гироскопа

8 – ротор гироскопа

Используется два магнита (позиция 11) для того, чтобы лучше управлять (для увеличения управляемого момента), также для увеличения управления стоит уменьшить кинетический момент

Чтобы обеспечить высокую динамику работы гироскопа необходимо обеспечить большой момент, который управлял бы гироскопом, поэтому в конструкции данного гироскопа используется два кольцевых магнита, что дает двое больше момента управления, чем у ГВК-6

16 – винты балансировки подвижной части

3\* - ротор привода

2\* - элемент, необходимый для динамической настройки

7 – датчик угла, который включается в мостовую схему и чувствует зазор между ротором и статором (изменение зазора меняет индуктивность, поэтому и датчики называются индуктивными)

18 – железо статора привода

4\* - обмотка статора привода

6\* - контакты токоподводов

3 – плата для установки резистивных элементов регулировочных

7\* - заливка для защиты платы и припаянных элементов

4 – термодатчик

8\* - втулка (используется для выставки натяга подшипников) вместо пружины, которая была у ГВК-6

9\* - шайба, используется для регулировки крутизны датчика угла посредством изменения зазора

15 – гайка для фиксации вращающейся части подшипникового узла и заодно фиксирует сбоку ротора с валом привода

5 – обмотки необходимы для стабилизации температуры

10\* - обмотка нагрева (и 5 для теплостабилизации)

## МГ-4

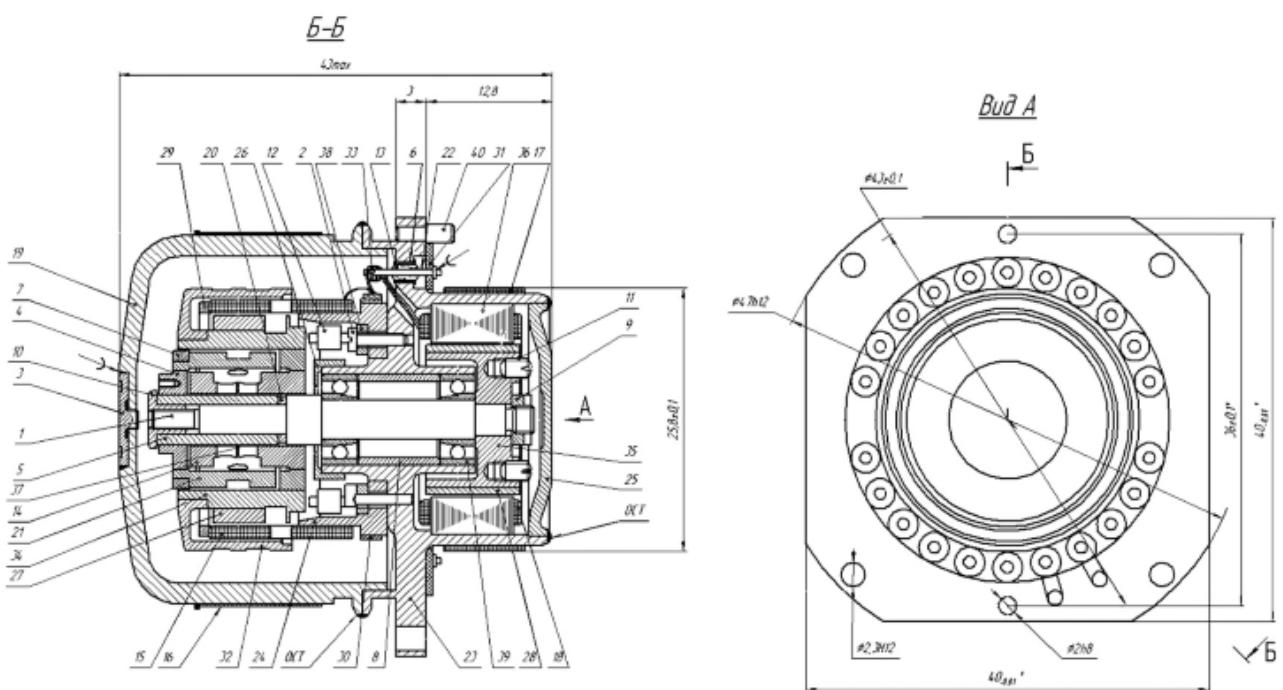
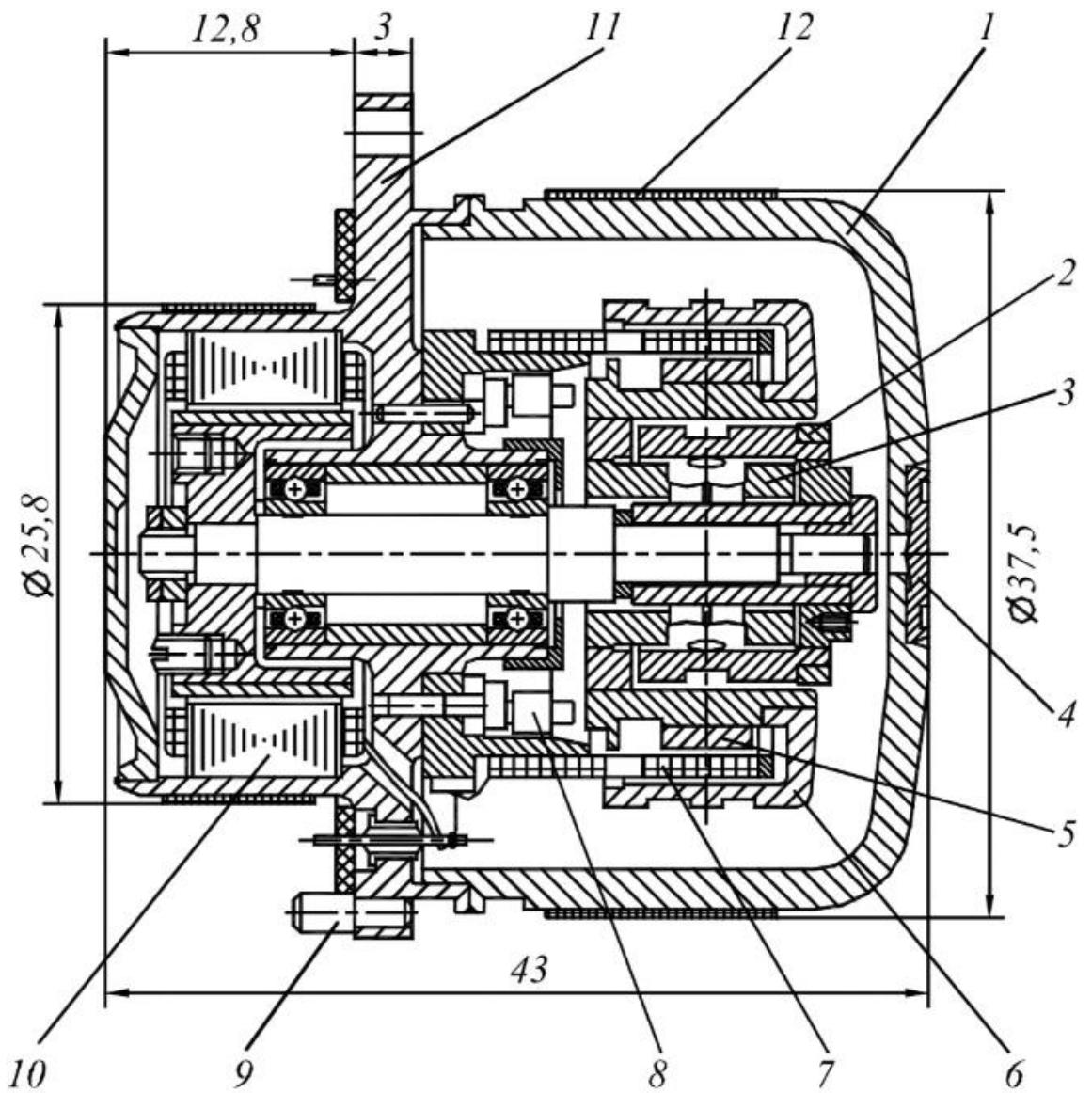
— ДНГ среднего класса точности

В качестве элемента вокруг оси вращения используют штифты ( вместо эксцентриков )

Герметичность аналогично винтов

4 - винт для герметизации, запаян

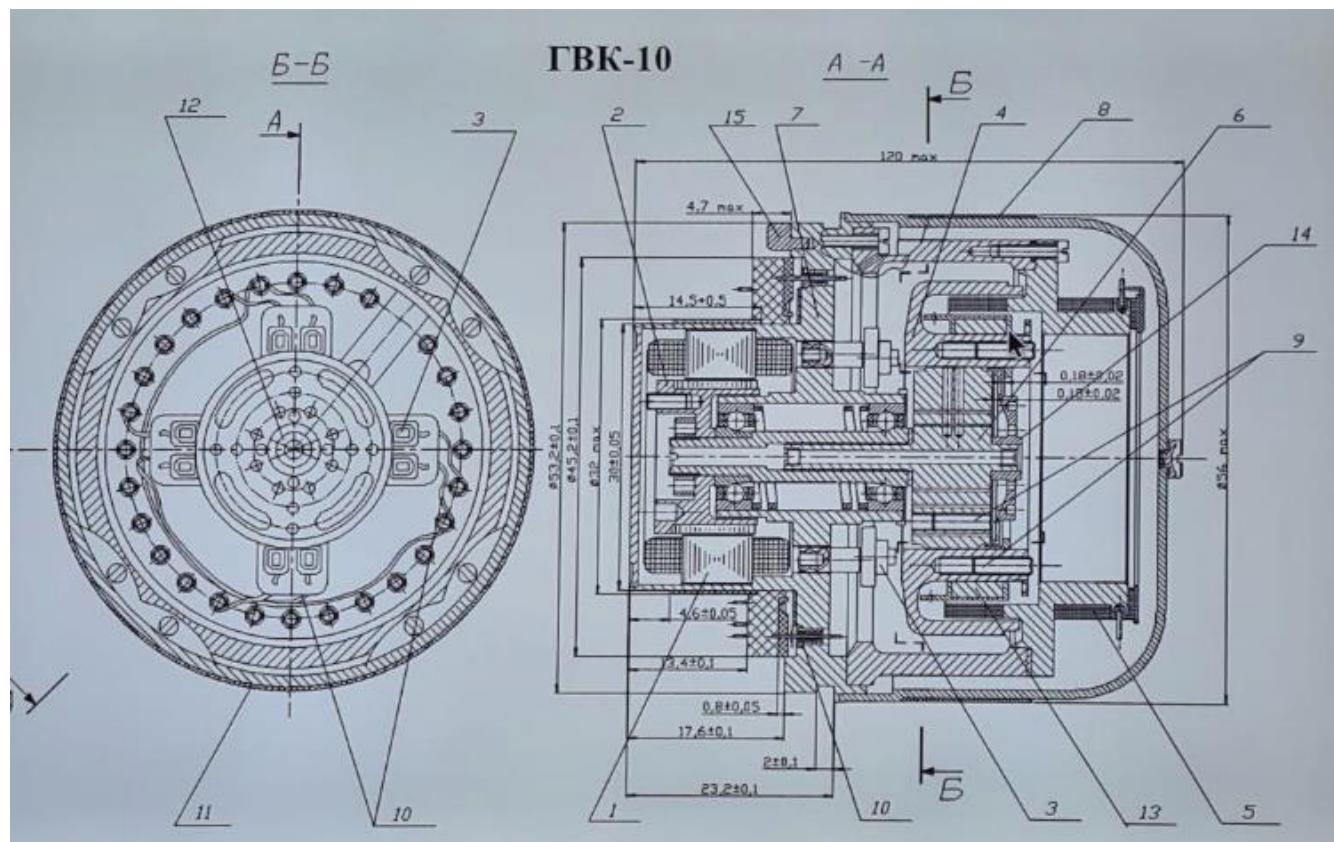
7 - элемент, обеспечивающий ограничение угла поверхности маховика ( 15' ), зазор между внутренней поверхностью и ГМ



ГВК-10

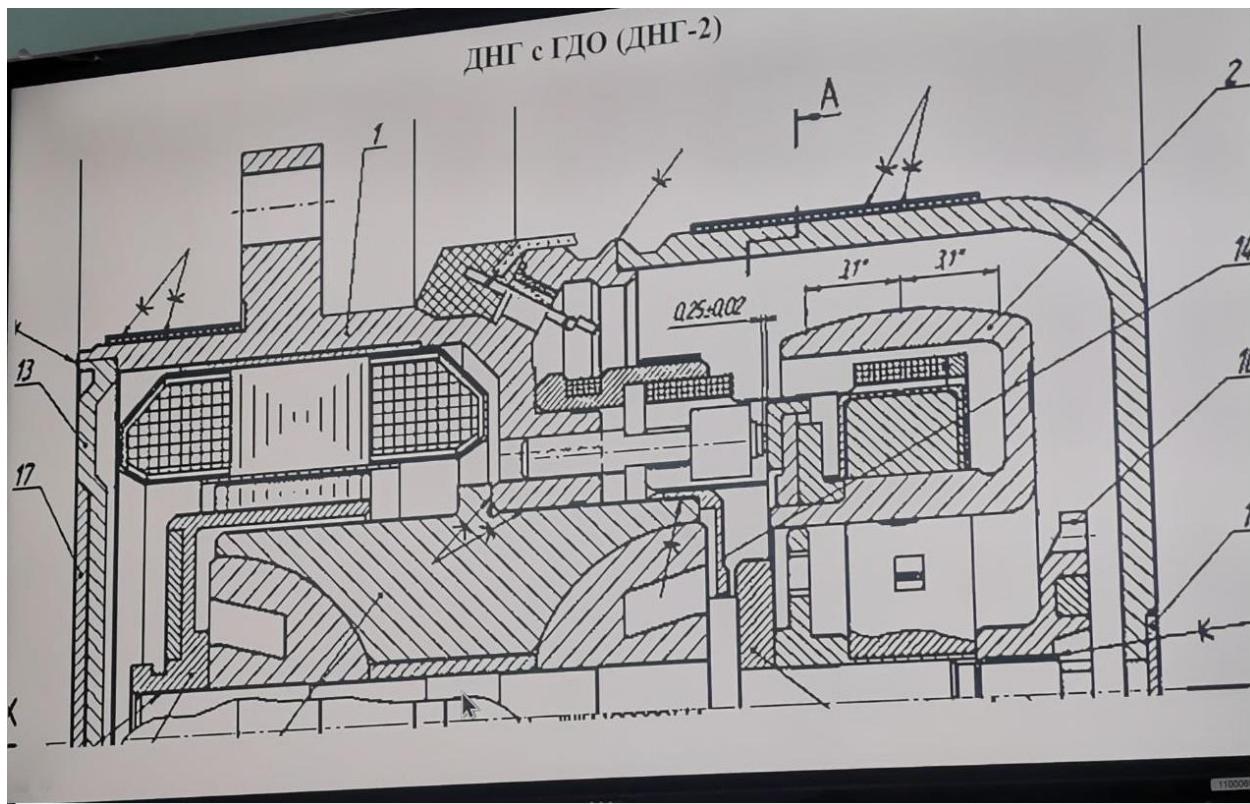
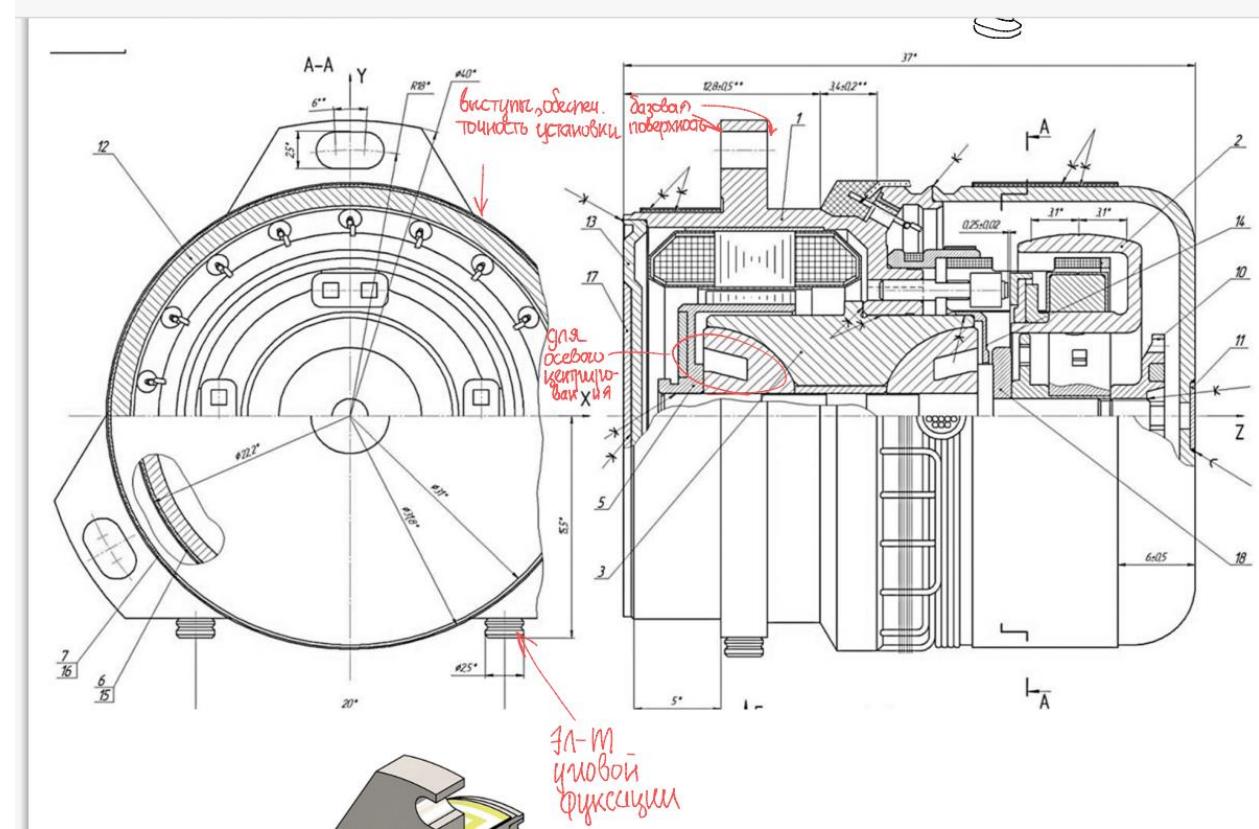
По отношению к ДУ маховик развернут

9 - винты , нужны для статической и динамической балансировки М, верхний для динамической настройки в рамке КП, из МММ , так как реагирует на водород плохо, чем обеспечивает защиту от среды



## Лекция 3

### ДНГ с ГДО(ДНГ-2)

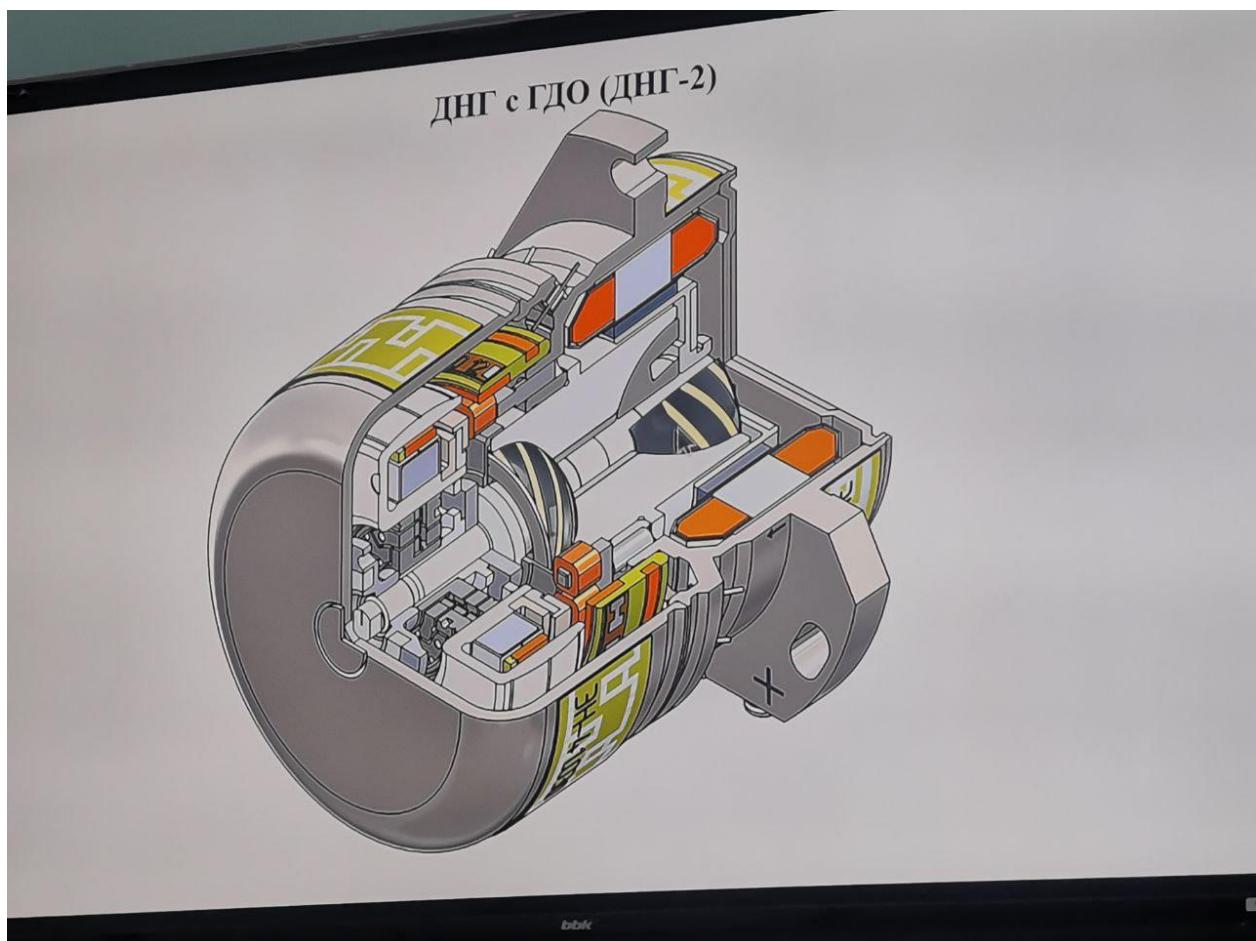


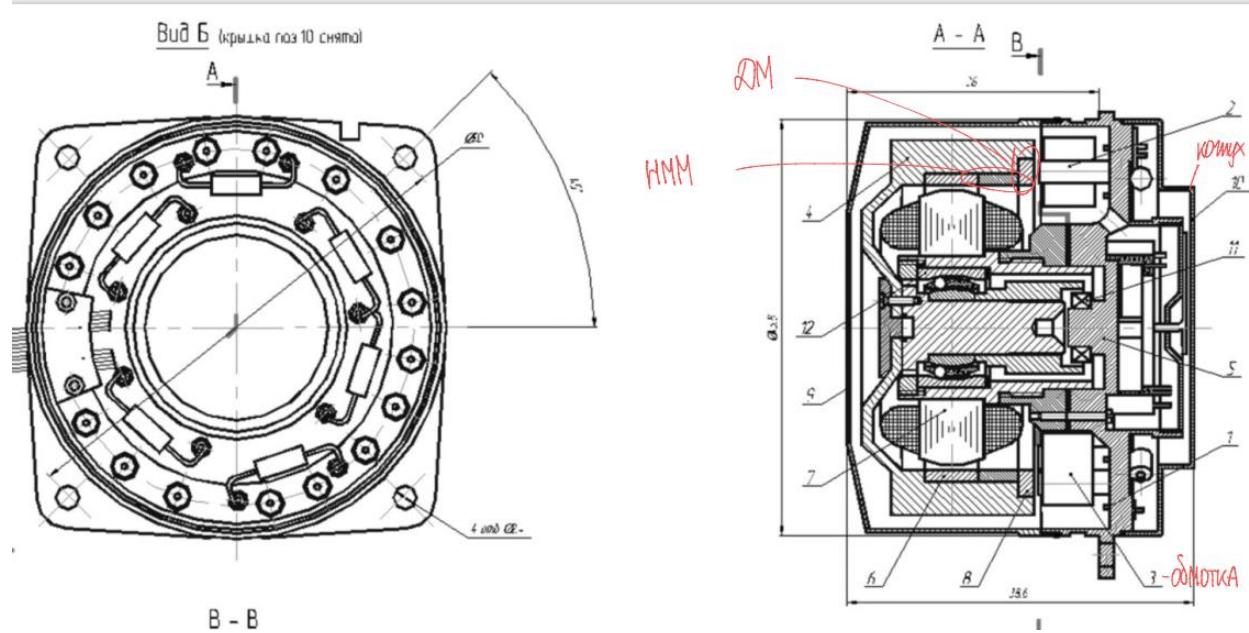
Особенности:

- Газодинамическая опора
- Автоколебания

- установочное плоскость х2

Точность ориентации обеспечивают выступы, в которые упираются элементы выставки оси симметрии корпуса ГП

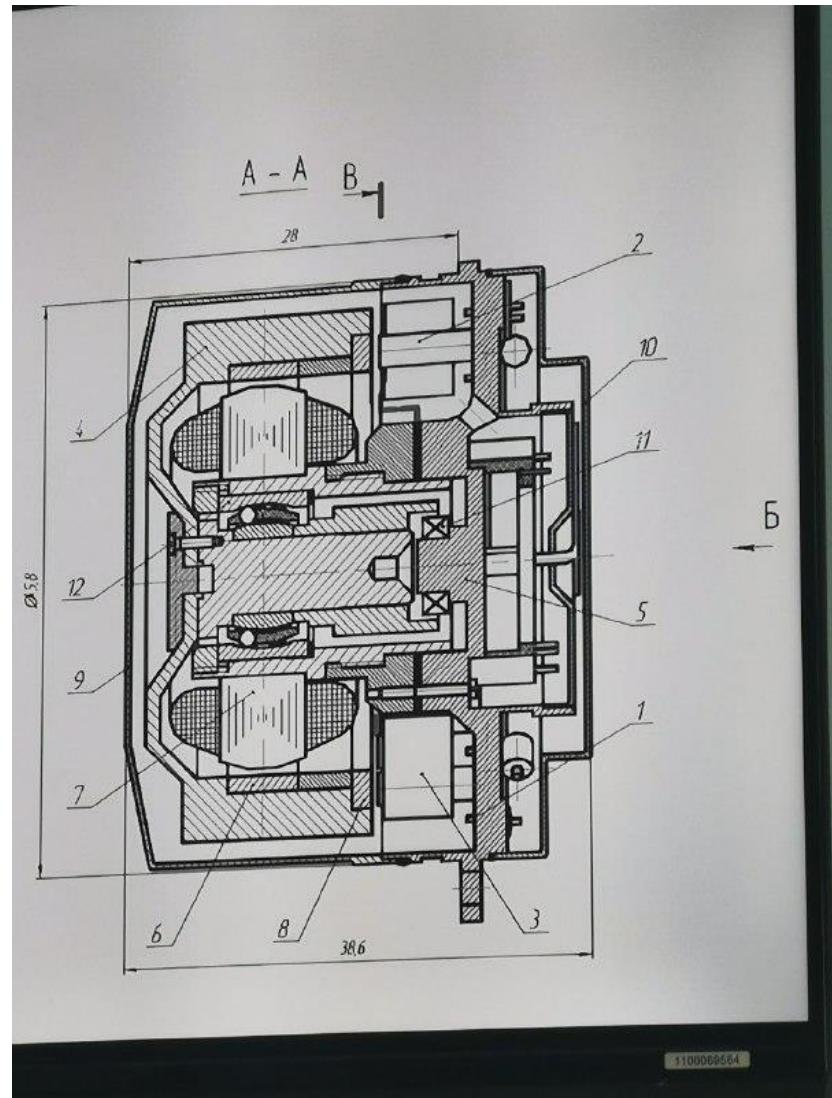




БГТУ имеет электромагнитные датчики

2 - Катушка электромагнита

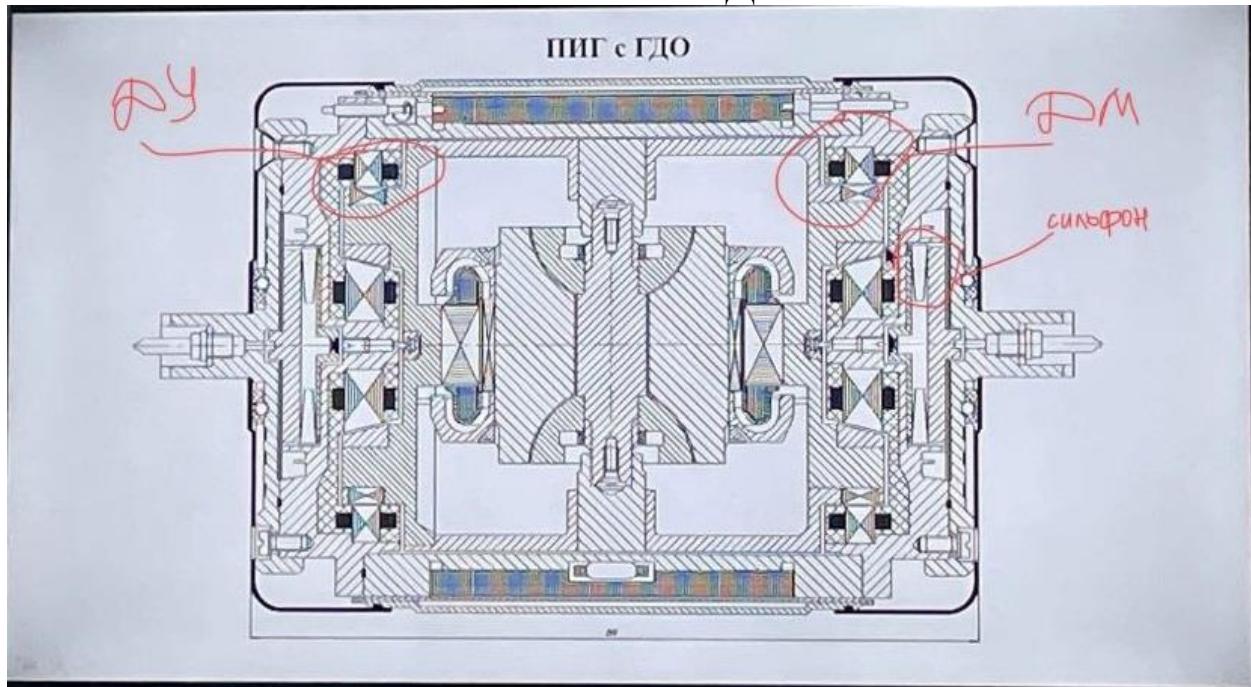
Когда через неё проходит ток через неподвижную часть Нелинейная зависимость тока, а квадратная

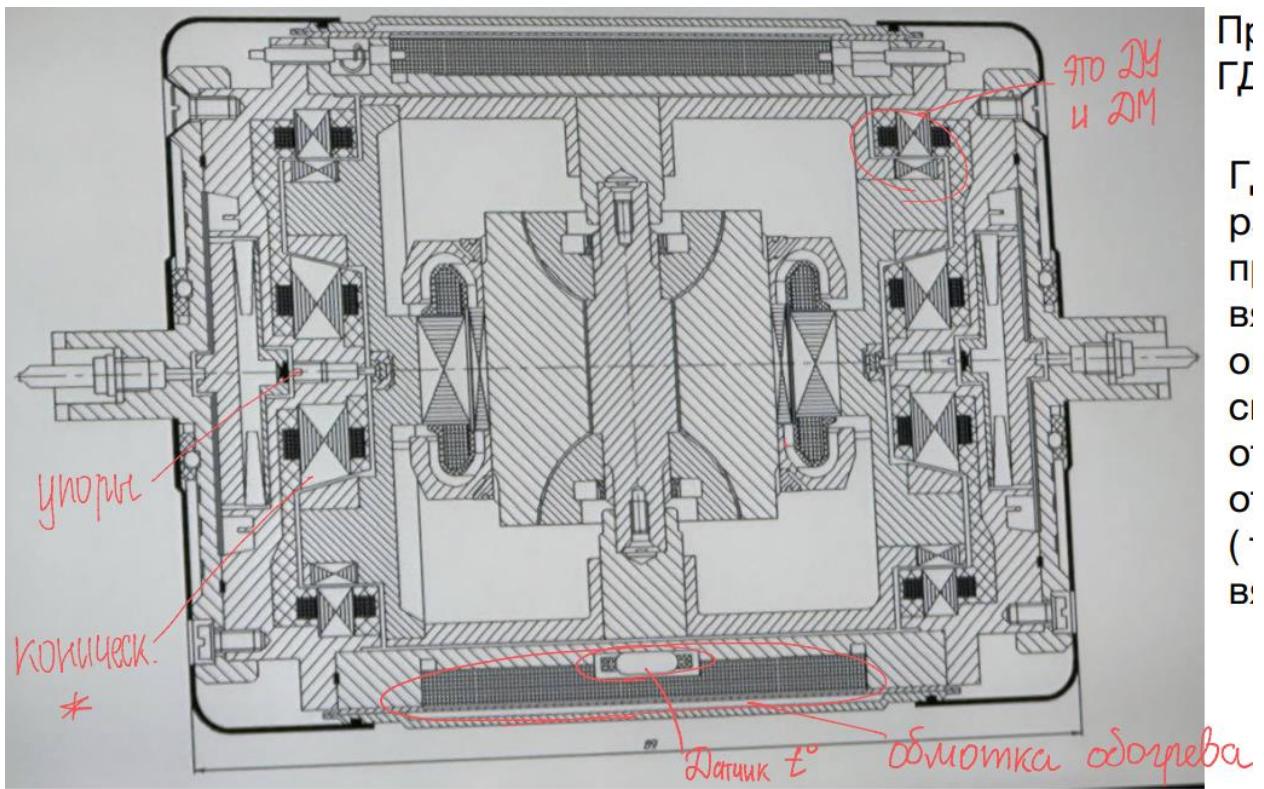


Для обеспечения линеаризации подаваемого тока и создаваемой силы/момента на подвижную часть применяется специальная магнитная система. Она подает два тока: ток подмагничивания и управляющий ток. Эти токи подаются через обмотки, поскольку катушка разделена на две части. Управляющий ток в катушке может либо уменьшать, либо увеличивать магнитный поток, что приводит к уменьшению или увеличению силы в одной из катушек. За счет разности сил создается момент.

- ДМ изготавливается из феррита, материала с низкой электрической проводимостью, что позволяет минимизировать токи Фуко.
- ДУ установлены с поворотом на 45 градусов относительно ДМ, что является важной особенностью, учитываемой в электрической схеме.
- Сумма сигналов с ДУ и разность сигналов позволяют снимать информацию об углах поворота, а также о системе координат (СК), повернутой на 45 градусов относительно СК, связанной с корпусом.
- Ограничительный шарикоподшипник (поз. 11) выполняет две функции: он ограничивает угол поворота подвижной части относительно осей КП.
- Кожух закрывает все гермовводы и выполняет функцию транспортной заглушки, защищая от попадания влаги и пыли.
- Используется гистерезисный двигатель.
- Крепление к платформе осуществляется винтами для надежной фиксации.
- Специальные пазы обеспечивают точную ориентацию ГП вокруг оси Z относительно платформы.

### ПИГ с ГДО





Ось вращения — вертикальная, она обеспечивает вращение.

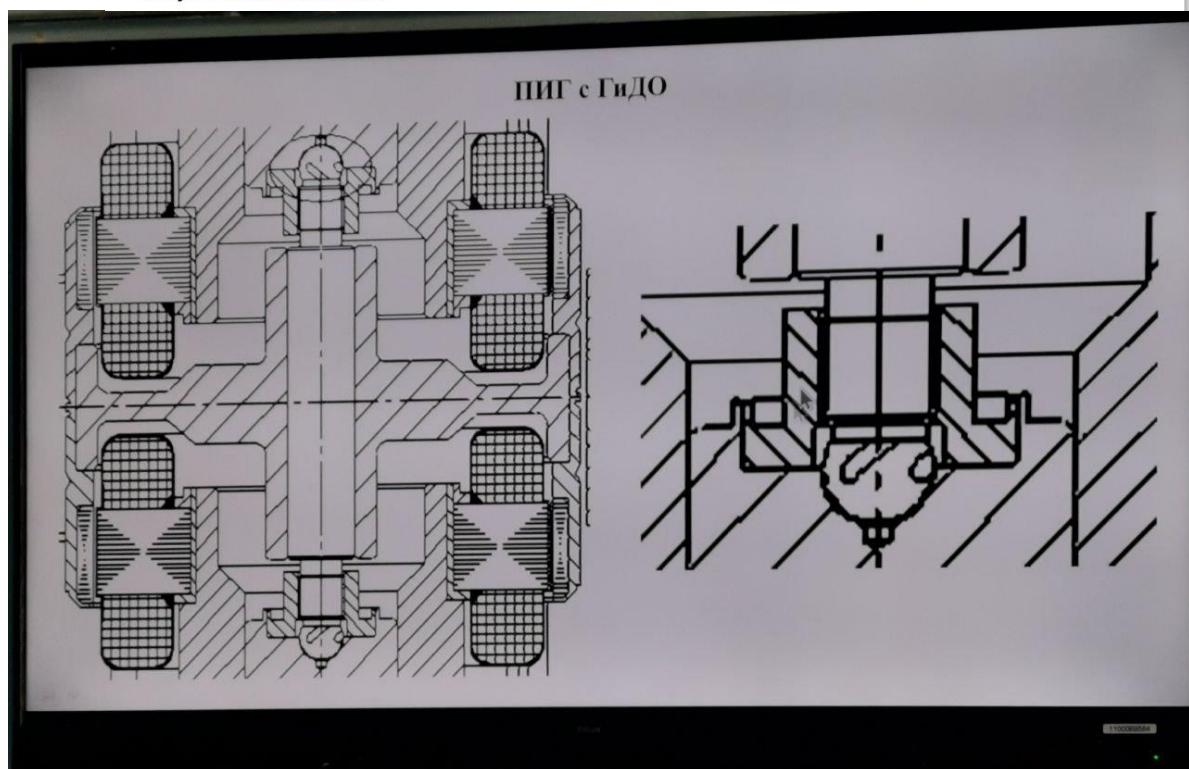
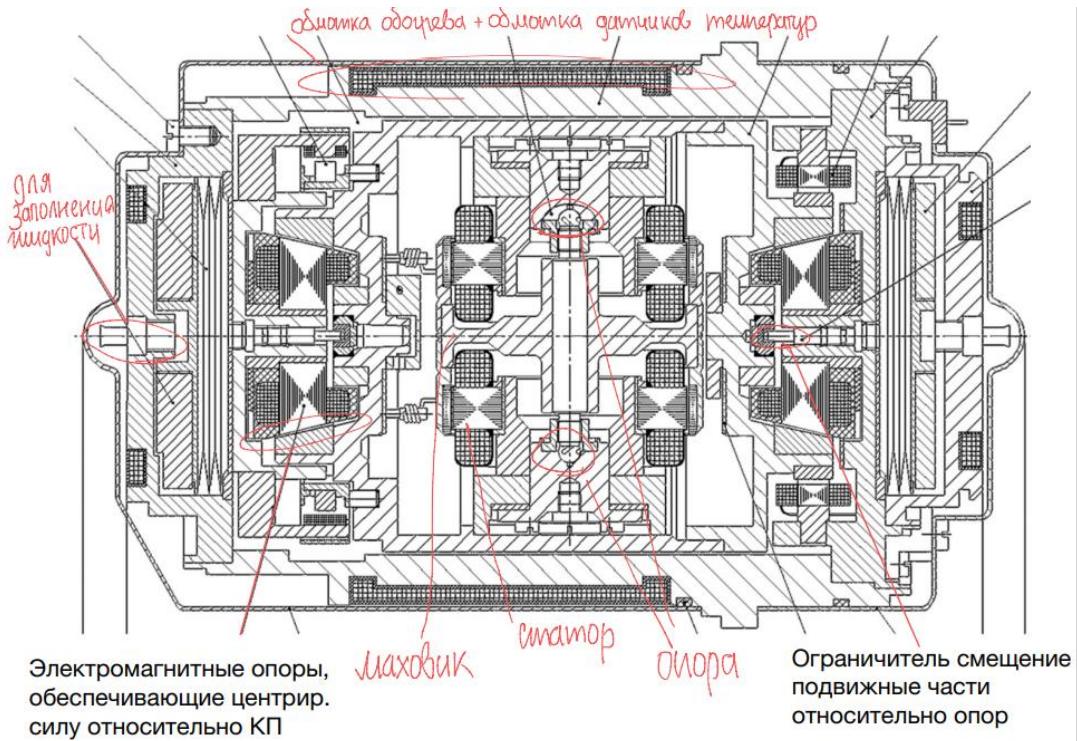
В системе используются электромагнитные опоры, которые могут быть резонансного или активного типа. Перемещение измеряется вдоль любой оси, и это напряжение подается на магниты системы, что позволяет обеспечить центрирование.

По сравнению с ГиДО имеет большие размеры, но при этом имеет свои преимущества:

- Вязкость, которая определяет подъемную силу опоры, мало зависит от температуры, в отличие от жидкостей, у которых вязкость существенно меняется при изменении температуры.
- Опоры неподвижны и связаны с поплавком, который удерживает врачающийся маховик ГМ.
- Используется электромагнитный подвес. Коническая поверхность применяется для центрирования поплавка относительно корпуса. Без нее центрирование происходило бы только в радиальном направлении (перпендикулярно поплавку).
- Ограничительные упоры здесь не являются полноценными опорами.
- В электромагнитном подвесе рабочий зазор составляет до 70 микрон, что является преимуществом, так как позволяет использовать большой зазор для жидкости, снижая моменты сопротивления. Это также повышает точность центрирования, поскольку частицы пыли не оказывают влияния на работу подвеса.

- Сильфоны необходимы для компенсации давления в несжимаемой жидкости и обезгаживания. Жидкость при изменении температуры создает высокие напряжения, что может нарушить герметичность прибора. Без сильфонов температурные изменения могут вывести прибор из строя.
- Шпенгели из меди используются для пайки и герметизации, а также для заполнения жидкостью гидроплатформы.
- ДМ и ДУ могут быть установлены вместе или раздельно.
- Обмотки для обогрева поддерживают постоянную температуру. Температурный датчик, выполненный в виде медной обмотки, включен в мостовую схему, а изменение напряжения пропорционально изменению температуры.
- Кожух служит для защиты.
- Гермоввод предназначен для подключения к ДМ, снятия напряжения с ДУ и подачи питания на статор ГД. На корпусе имеется выступ, жестко приваренный к жидкости: ось приварена ортогонально оси поплавка, что позволяет ей упираться в платформу и образовывать линию или точки при контакте. Штырь обеспечивает точную ориентацию вокруг оси поплавка. Для фиксации корпуса на платформе используется бандажная лента, которая прижимает корпус к трем точкам.
- Для заполнения поплавка жидкостью его разворачивают в почти вертикальное положение. Наполнение осуществляется из вакуумной камеры снизу. В процессе заполнения выполняются конические покачивания, чтобы жидкость равномерно распределилась по всем зазорам.

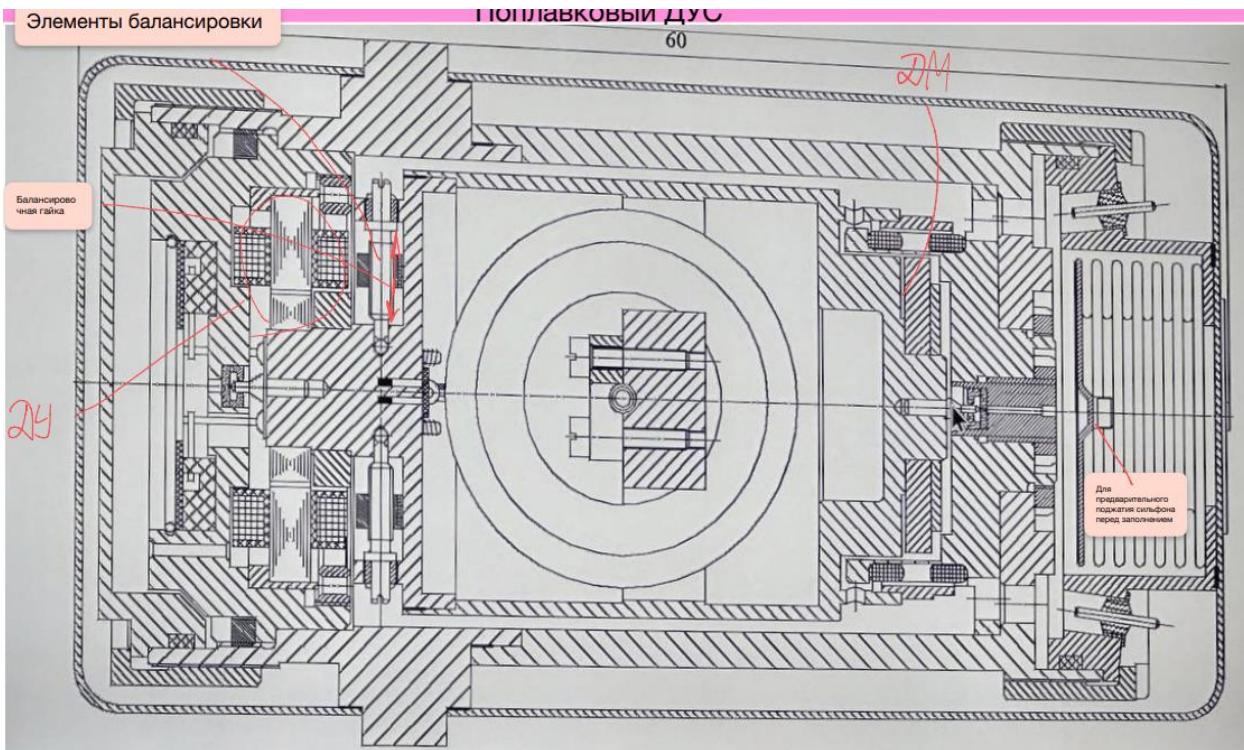
## ПИГ с ГиДО(с гидродинамической опорой)



Принцип работы такой же у ГиДО, как у ГДО  
ГиДО имеет макльегкие размеры, это его основное преимущество

## Лекция 4

### Поплавковый ДУС

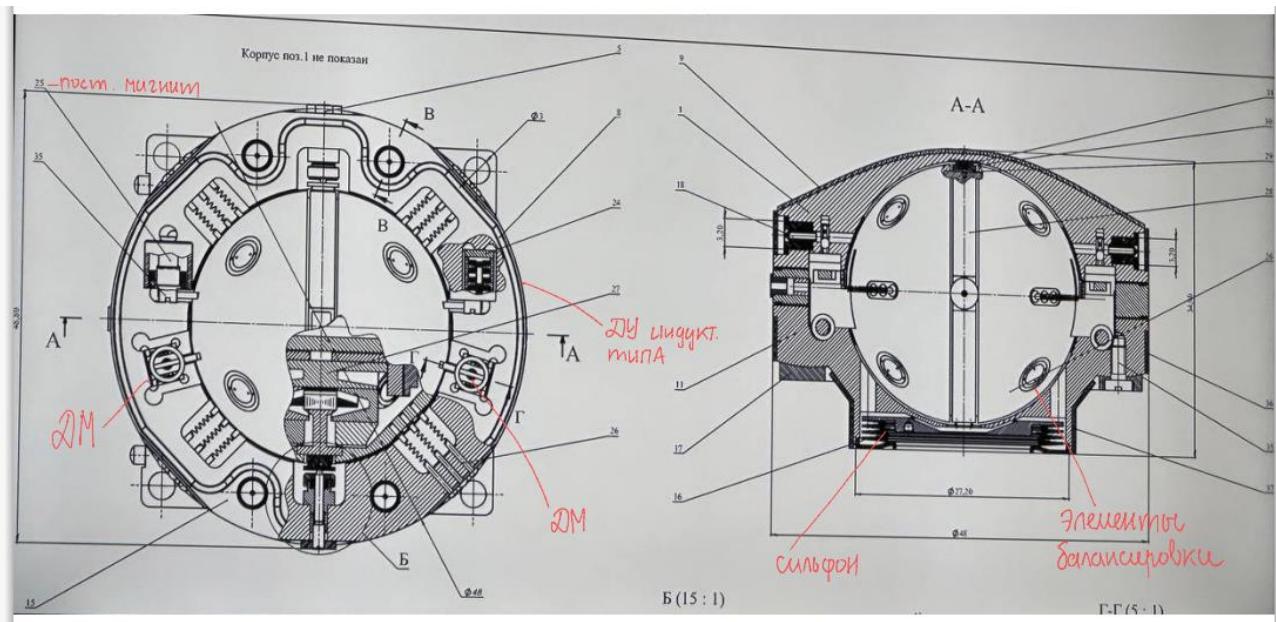


- Двухстепенной гироскопический прибор (ГП) имеет собственное вращение маховика и отдельную ось вращения маховика.
- Вместо электромагнитного подвеса используются каменные опоры, в конструкции которых задействованы цапфа малого диаметра и камни, обеспечивающие осевое и радиальное центрирование.
- Диаметр цапф варьируется от 0,2 до 0,4 мм. Опоры воспринимают лишь остаточный вес, который уравновешивается температурой и равен выталкивающей силе. Для изготовления опор применяют высокоуглеродистую сталь и драгоценные камни для обеспечения малого усилия.
- Недостаток конструкции в том, что сильфон установлен только с одной стороны (справа). При включении терmostатирования происходит значительное изменение температуры, и наличие одностороннего сильфона увеличивает давление на противоположной стороне.
- Радиальная балансировка поплавка осуществляется с помощью винта, который можно вращать отверткой вокруг оси вращения, при этом он зажат между шариком с одной стороны и корпусом с другой, что позволяет вращаться без смещения. Балансировочные гайки (4 штуки) перемещаются вдоль радиальной оси при вращении винта, что обеспечивает балансировку.
- Гермоввод используется как обычно.
- В центре сильфона установлена гайка с внутренней резьбой, жестко связанная с диафрагмой сильфона. Она нужна для предварительного поджатия сильфона перед заполнением. Для этого на наружную поверхность поплавка устанавливают шайбу,

в центральное отверстие которой вставляют гайку. Затем винт закручивается в гайку: его головка упирается в шайбу, подтягивая диафрагму сильфона от внутренней части к наружной. После заполнения винт откручивается, объем увеличивается, и сильфон обеспечивает постоянное избыточное давление, предотвращающее появление пузырьков. Появление пузырьков вызывает моменты вокруг оси поплавка и создает погрешность.

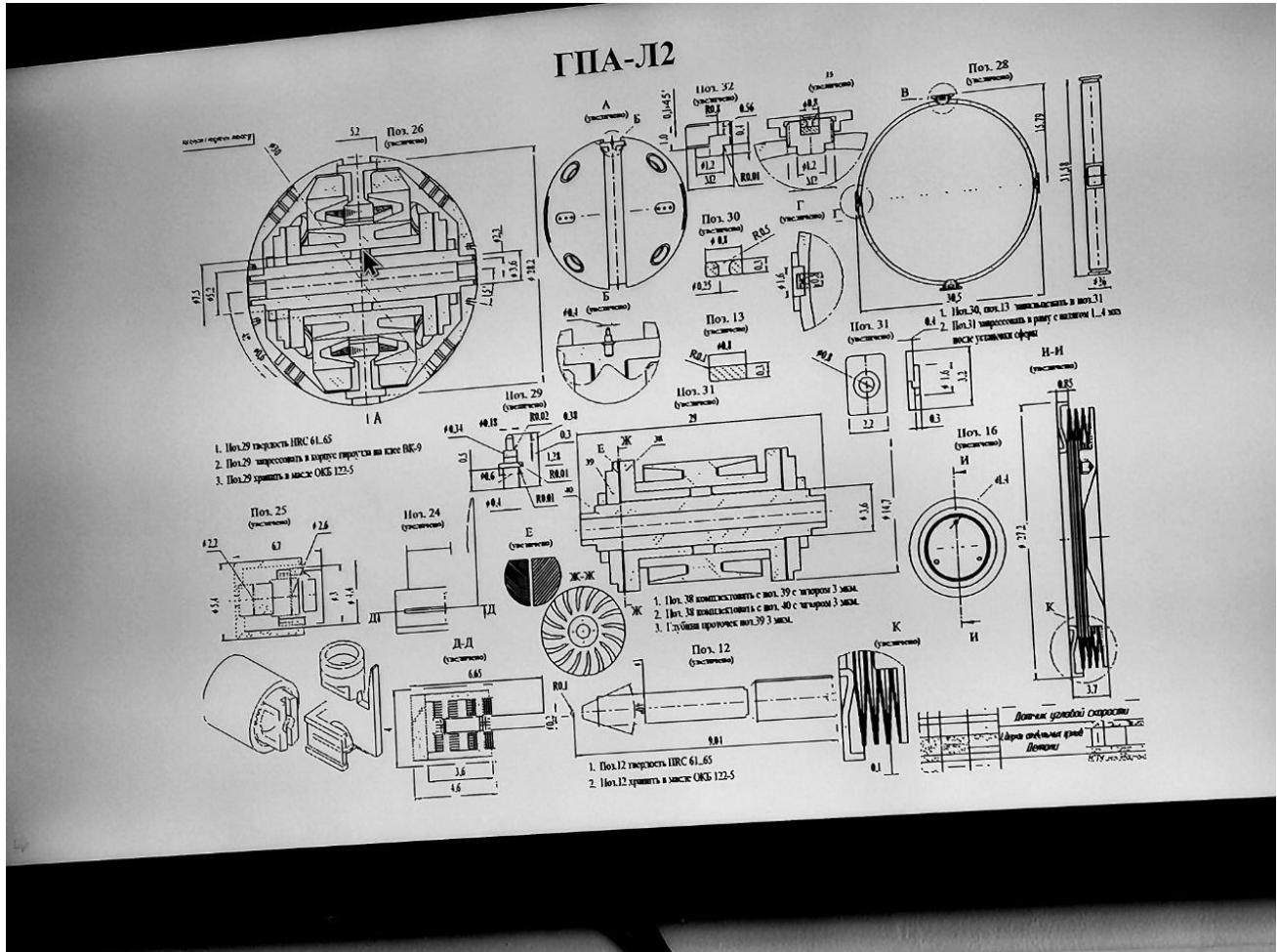
- Для фиксации и выставки угла используется фланец квадратной формы (четырехугольный) с пазами для точной ориентации.
- В этой конструкции отсутствует обогрев, чтобы учитывать воздействие температуры.

## ГПА-Л2

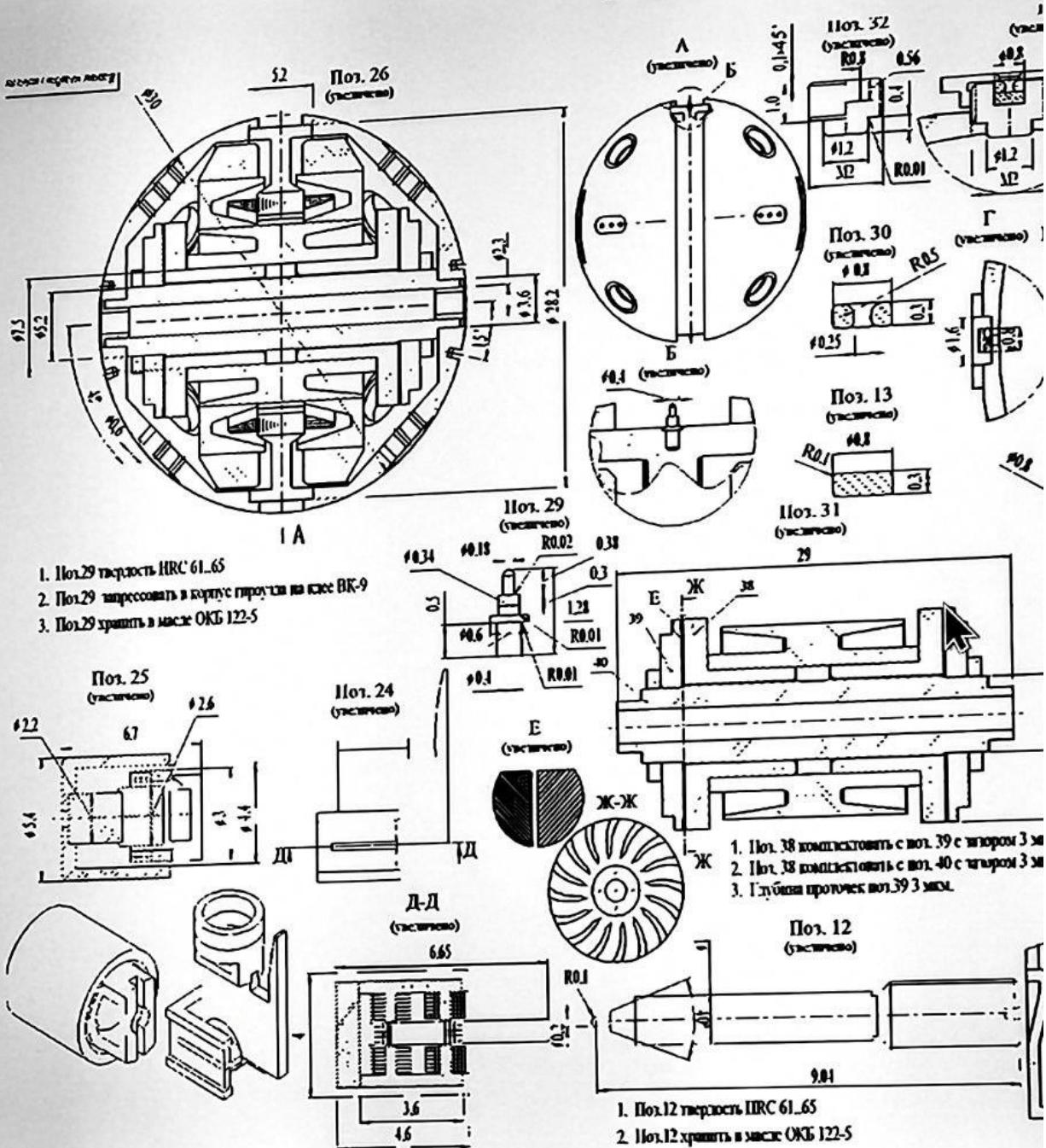


- Маховик обеспечивает собственное вращение.
- Сфера размещена в жидкости и обладает степенью свободы относительно рамки; ось вращения удерживается на обычной цапфе.
- В ГМ статорная часть и роторная часть расположены на гидродинамической опоре (ГДО).
- Пружинки используются как токоподводы, обеспечивая подачу питания на гиромотор (ГМ) от ДУ и ДМ, связанных с корпусом прибора.
- ДУ и ДМ индуктивного типа: они имеют обмотки возбуждения и обмотки съема.
- Сильфон является неотъемлемой частью всех поплавковых приборов.
- ДМ содержит постоянный магнит, который направляет индукцию и обеспечивает силу вдоль оси симметрии.
- Цилиндрическая опора используется для идеального центрирования.
- Торцевые гидродинамические опоры (ГДО) поддерживают центрирование.
- Статор гиромотора жестко закреплен на поплавке.

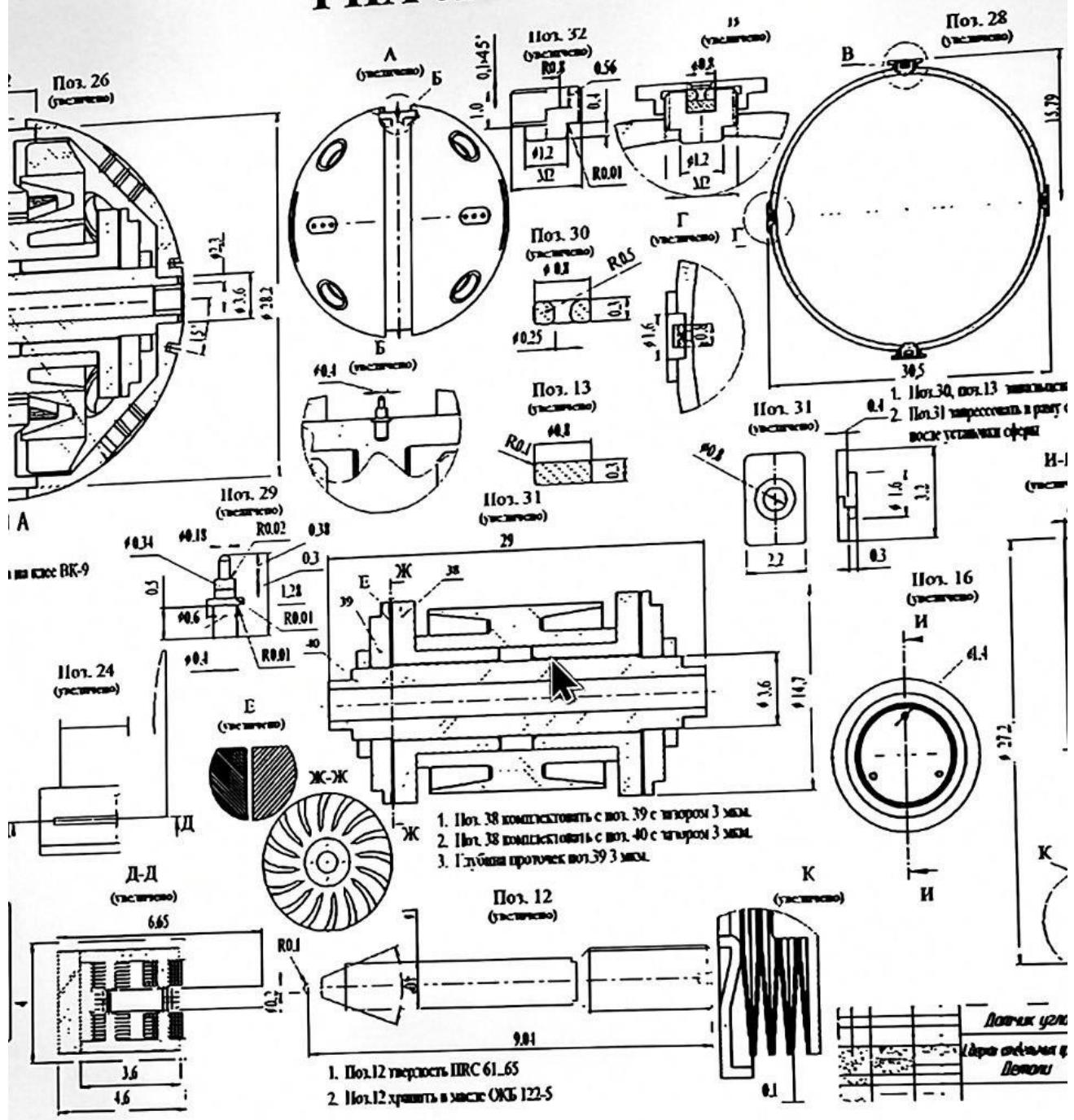
- Центральное отверстие ограничивает угол поворота платформы относительно корпуса; на корпусе имеются опоры, которые обеспечивают это ограничение.



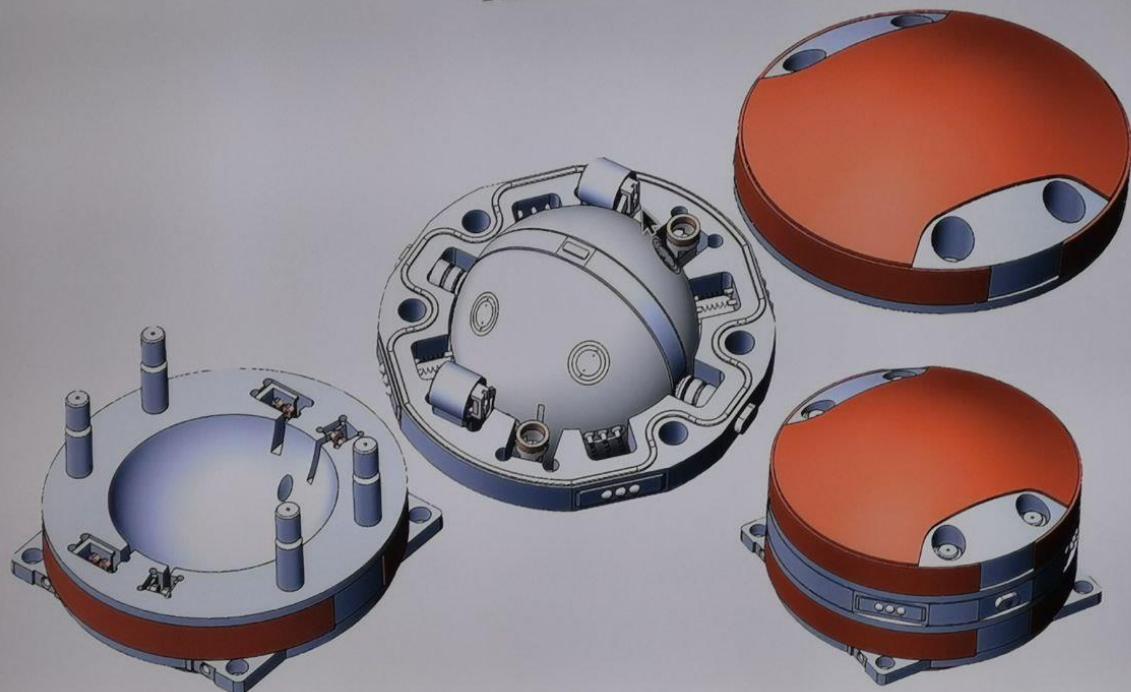
ГПА-Л2



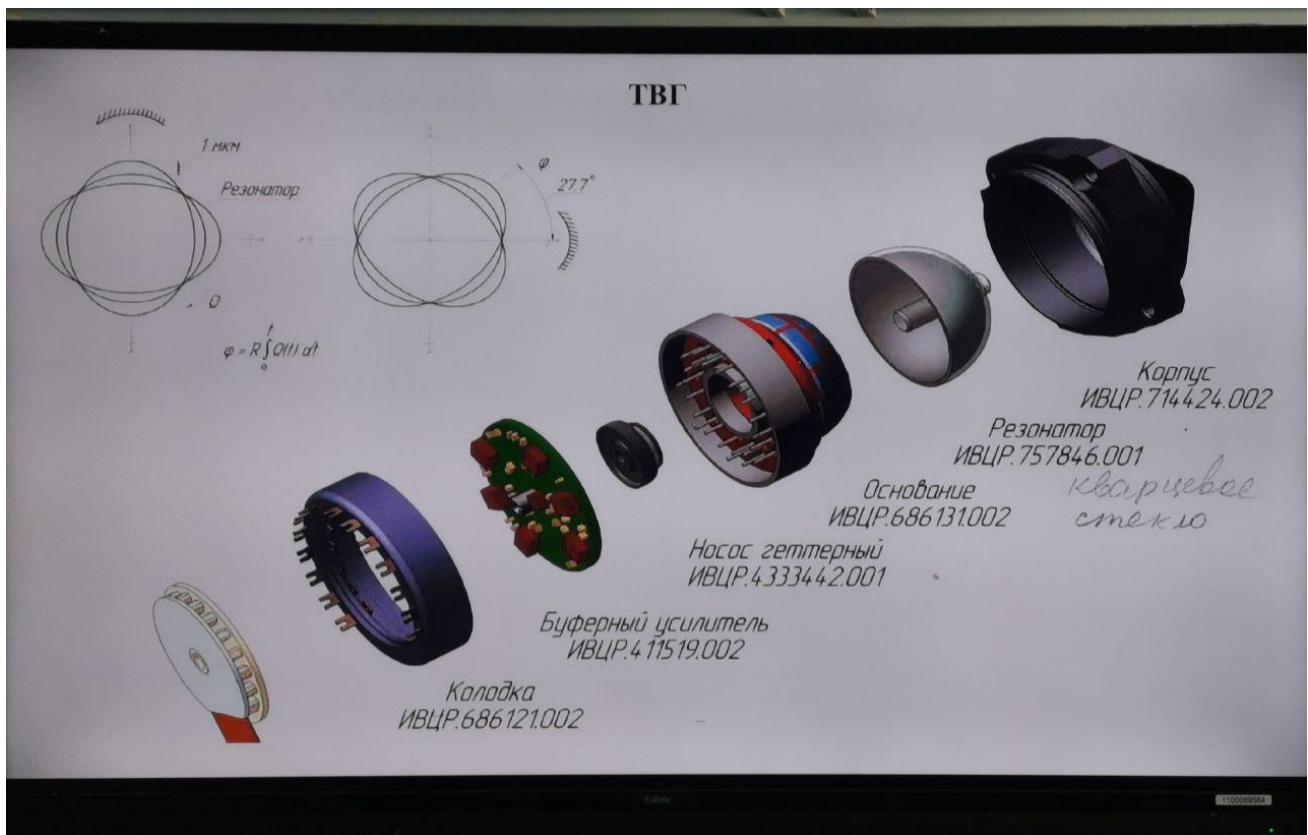
ГПА-Л2



ГПА-Л2



# ТВГ



В отличие от предыдущих конструкций, здесь роль кинетического момента, который обычно оставался неподвижным в инерциальном пространстве, выполняет диаграмма вибрационных колебаний резонатора. Эта диаграмма стремится сохранять свою ориентацию неизменной с определенным коэффициентом стабильности.

Система работает в двух режимах:

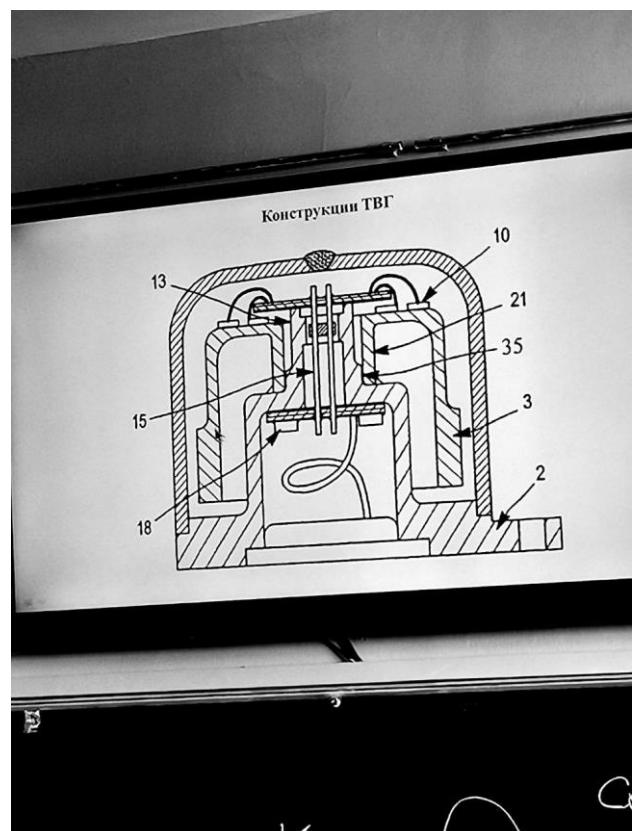
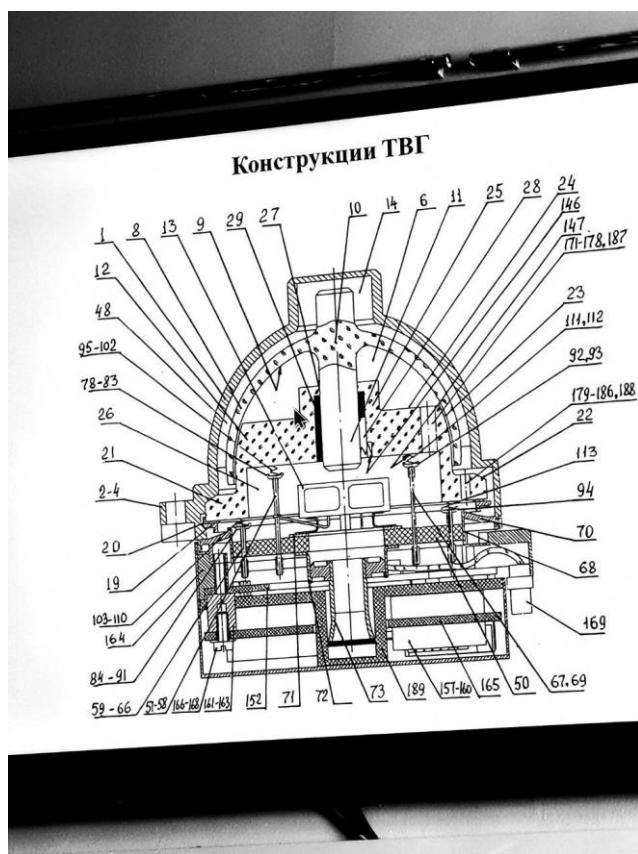
- 1. Интегрирующий режим** — в этом режиме диаграмма колебаний поверхности сохраняет ориентацию относительно инерциального пространства, несмотря на вращение корпуса.
- 2. ДУС** — в этом режиме диаграмма колебаний привязана строго к корпусу и движется вместе с ним.

Резонатор выполнен из плавленого кварца, его полусферическая поверхность покрыта проводящим материалом, обычно серебром.

Элементы съема информации расположены на основании датчика, включают в себя возбудитель и счетчик информации.

- Ответные части датчиков также подвергаются напылению, что вызывает появление электростатической силы между резонатором и основанием.
  - Вторая форма колебаний является рабочей.

- К вакууму предъявляются высокие требования, с уровнем разреженности около  $10^{-6}$  (мбар), поскольку любое отклонение может вызвать затухание колебаний, нестабильность и дрейф гироскопа из-за разворотов.
  - Для обеспечения точной ориентации на корпусе установлен фланец.
- Используется геттер, который поглощает отдельные молекулы газа из среды.
  - Частоты колебаний резонатора варьируются от 9 кГц до 30 кГц.
  - Размеры чувствительного элемента составляют от 60 мм до 9 мм.
  - Крепление осуществляется с высокой степенью фиксации.
- Материал подбирается таким образом, чтобы снизить стоимость изготовления.
- Датчик момента (ДМ) ТВГ в режиме ДУС легкий, поскольку нет повышенных требований к демпфированию.
  - Возбуждение резонаторов может быть достигнуто как с помощью электромагнитных сигналов, так и с помощью пьезоэлементов, которые также используются для сбора и обработки информации.

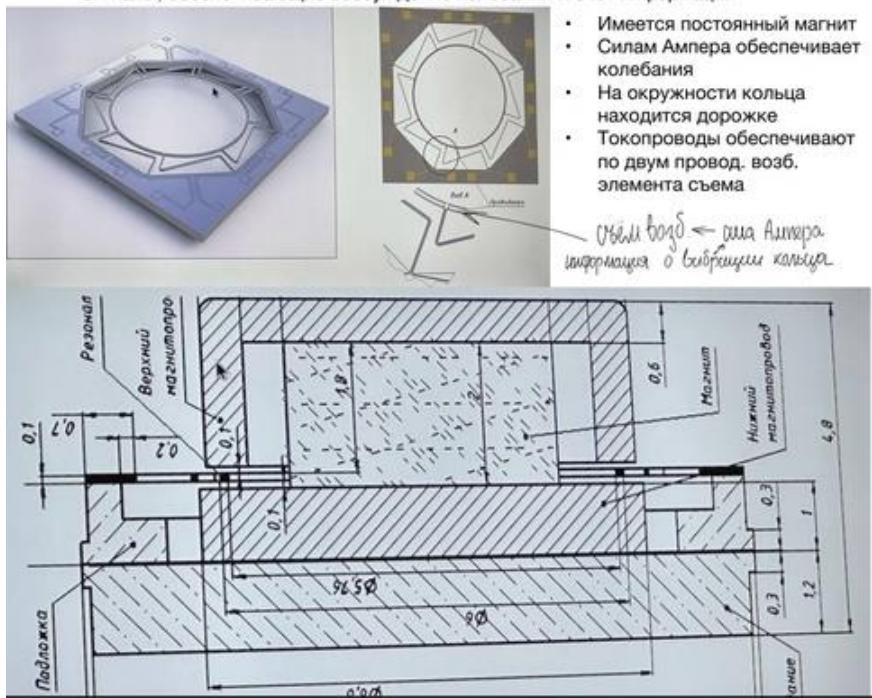


## Лекция 5 19.09

### Кольцевой микромеханический гироскоп (КММГ, КВГ)

КВГ - кольцевой волновой ГП

- Отличается от предыдущего формы
- Диаметр кольца 6 мм, толщина до 300 мкм
- Для возбуждения данной формы колебаний использует магнитоэлектрические сигналы, обеспечивающие возбуждение колебаний и счёт информации



Имеются возбужденные колебания резонатора. Кольцо возбуждает колебания аналогичные как в твердотельном волоконном гироскопе. Возбуждение колебаний резонатора (кольца) обеспечивается за счет сил Ампера, которые возникают при протекании токов по поверхности кольца.

Кольцо изготовлено из кремниевой пластины либо ионизированного травления, или ионно плазменного травления. При помощи травления обеспечивается возможность вибраций и движения диаграммы колебаний. Возбуждение происходит по второй форме колебаний. Съем производится в магнитоэлектрическом датчике за счет индуцирования ЭДС в проводниках- мера деформации упругого кольца. Этот датчик помогает измерить как угол отклонения корпуса относительно инерционного пространства, так и угловую скорость. Угловая скорость определяется в случае применения контура ОС.

Сигнал с ДУ формируется определенным образом и подается на исполнительные элементы (т.е ДМ).

Задача любого контура ОС:

-обеспечить исходное положение диаграммы колебаний неизменной относительно корпуса прибора.

Токи, появляющиеся в ДУ и ДМ, компенсирующие вращение диаграммы колебаний, пропорциональны внешнему воздействию, т.е. угловой скорости.

Магнит намагничивается в основном направлении. Силовые линии от магнита идут на магнитопровод, потом на ЧЭ, далее по магнитопроводу возвращаются в южный полюс.

Основание и подложка из стекла. С одной стороны- защита от токов, с другой- стабильность.

## Балочный вибрационный гироскоп (БВГ)

Именно балочный, тк принцип действия в изгибных колебаниях. В одной плоскости формируется колебания возбуждений, измеряя амплитуду и фазу вибраций в ортогональной плоскости,- получаем величину пропорциональную угловой скорости.

Пьезоэлементы накаливаются на плоскости ЧЭ

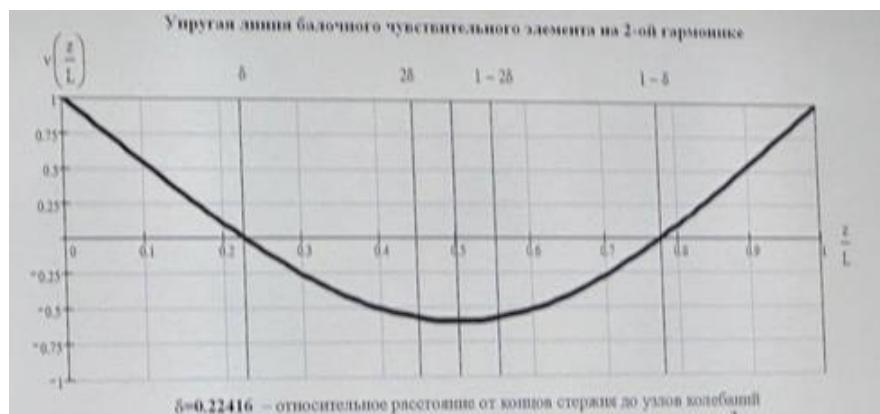
-силовые элементы (возбуждение)

-съемные

Деформация пьезоэлемента вызывает формирование ЭДС на плоскости пьезоэлемента- это прямой пьезоэффект. Создание силы путем подачи напряжения- это обратный пьезоэффект.

БВГ-1 предназначен для очень больших перегрузок, поэтому крепление по двум плоскостям. Предназначен для артиллеристских снарядов (до 30 000g).

Форма свободных колебаний балки:



Частота балки порядка 10кГц.

$\delta$  – относительное расстояние от концов стержня до узлов колебаний.

Точки балки в узлах колебаний балки (на расстоянии  $\delta$  от концов) неподвижны, поэтому в этих точках подвес.

Необходимы собственные свободные колебания.

Приведенное уравнение упругих линий, соответствующие второй форме собственных колебаний и собственной частоты.

$$\ddot{v}\left(\frac{z}{L}\right) = \frac{1}{2} \left[ \text{ch}\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \cos\left(\lambda \frac{z}{L}\right) - k \left( \text{sh}\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \sin\left(\lambda \frac{z}{L}\right) \right) \right]$$

→ || ↓ 19/70

– приведённое уравнение упругой линии соответствующее 2-ой форме собственных колебаний и собственные частоты

$$\omega_x = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_y}{\rho S}} \quad , \quad \omega_y = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_x}{\rho S}}$$

Достоинства:

-нет связи с корпусом, тк крепление в узлах.

-применение пьезоэлементов (тк расположены непосредственно на балке)

Недостатки:

-высокая чувствительность от температуры (меняется собственная сопротивляемость)

-наличие влаги сильно меняет характеристики пьезоэлемента, необходимо термостатировать и ампулировать.

Упругие элементы припаиваются в двух местах и разворачиваются в плоскости (для уменьшение жесткости).

Ампула вклеивается в корпус, она полностью герметизирована.

БВГ-500-ММГ вариант ЧЭ, который связан с тонкими проволоками (концы которой запаиваются в корпус).

Балка- металлическая (в котором высокостабильные характеристики: 42НХТЮ)- это в обычном, а в ММГ из двух пьезоэлементов: одна пластина поляризована в одном направлении, а другая- в другом.

Балка совершаает свободные колебания.

### **Микромеханический двухкомпонентный ДУС ММГ-1**

-колебания вокруг вертикальной оси

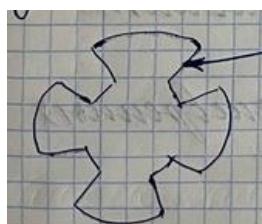
-реагирует на угловую скорость (ускорение Кориолиса) по ортогональной к оси вращения оси.

ЧЭ ММГ-1:

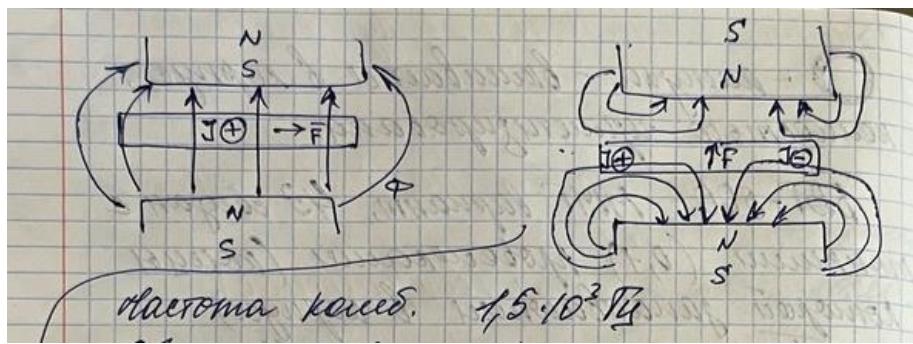
-изготавливаются по кремниевой технологии

-колебания возбуждаются в своей плоскости

Магнитоэлектрические ДМ заставляют колебаться.



Радиальные участки, по ним проходит ток. Напротив этих участков в корпусе устанавливают магниты, происходит возбуждение колебаний.



Такая схема (стесненное магнитное поле) формирует горизонтальное прохождение поля через ЧЭ.

Обратная связь по ДМ, их 4 штуки. Обмотки ДМ используют для формирования сил (или моментов) контура ОС для сохранения положения.

Микрофлекс:

В отличие от ДНГ компенсация упругих моментов со стороны карданова подвеса обеспечивается не динамическим моментом со стороны кольца, а специальными магнитами.

Уменьшая угловую жесткость торсионов- магниты притягивают ответную часть.

$300^0/\text{ч}$  –дрейф для маневренных (динамичных) объектов.

Особенности:

В сердцевине центральный стержень обеспечивает очень высокую жесткость в осевом направлении. Упругий подвес обеспечивает высокую жесткость в радиальном направлении (за счет крестообразной формы), малая угловая жесткость вокруг осей х и у для измерения по измерительным осям

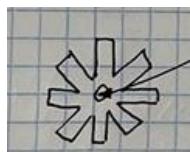
Упругие моменты компенсируются моментами четырех магнитов, находящихся на корпусе прибора.

### Конструкция лазерного гироскопа ЛГ

-измеряет угловую скорость

-информация содержится в разности частот (следовательно, увеличивает точность)

Особенность:



Подвес нужен для создания угловых колебаний в плоскости гироскопа.

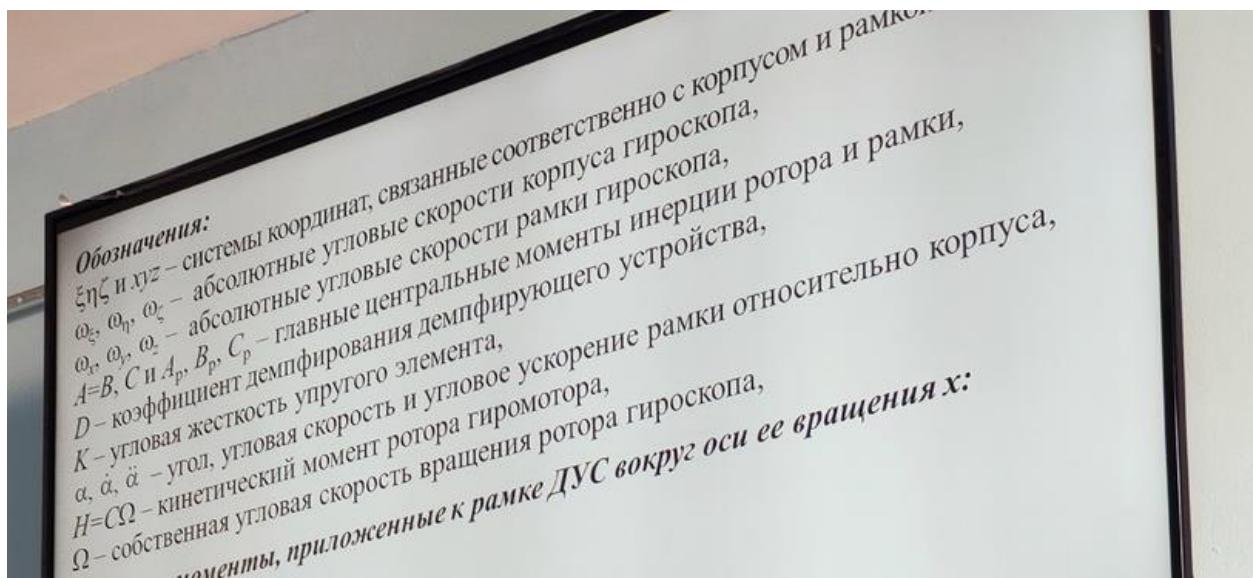
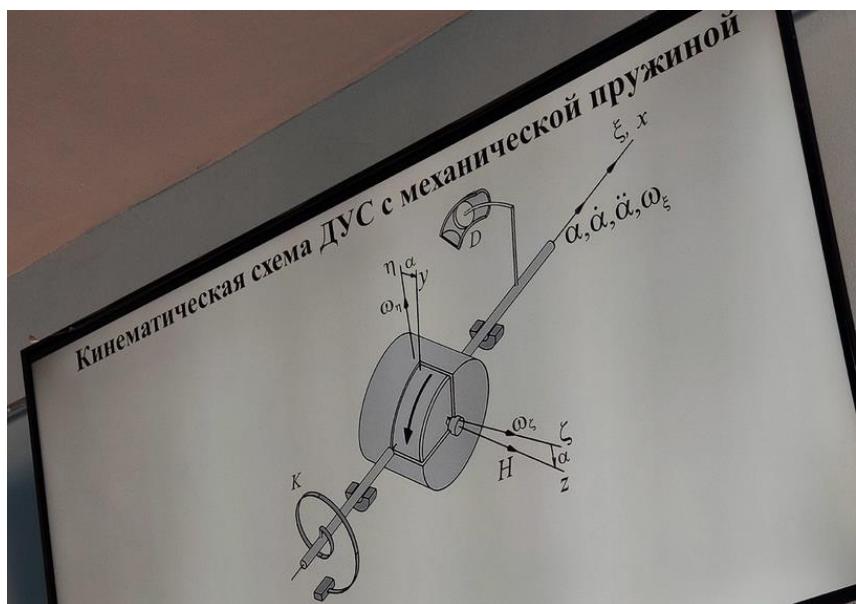
Частота колебаний порядка 300 Гц.

Недостаток- «громыхает» на частоте 300 Гц.

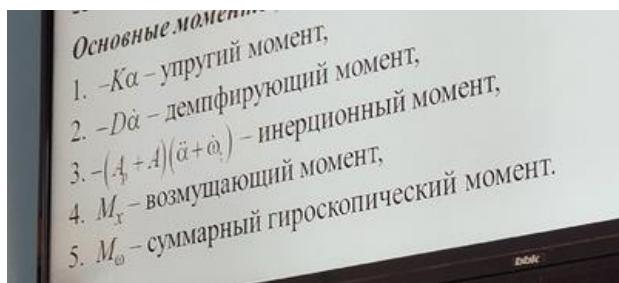
## Лекция 6 24.09

### ДУС с механической пружиной

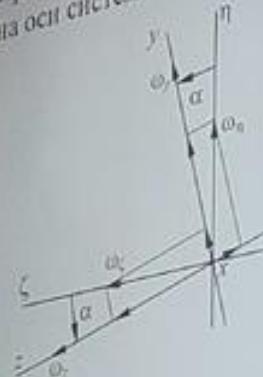
Кинематическая схема ДУС с механической пружиной:



Основные моменты приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения  $x$

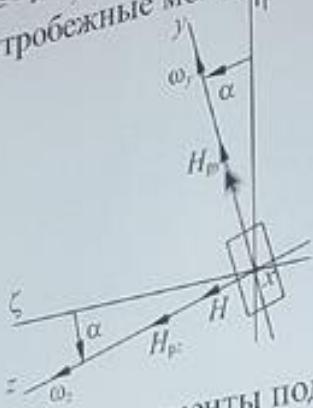


Проекции угловой скорости корпуса  
на оси систем координат



$$\begin{aligned}\omega_y &= \omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha \\ \omega_z &= -\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha\end{aligned}$$

- Гирокопические моменты:
1.  $M_r = -H\omega_y = -H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)$
  2. Центробежные моменты подвижной части



Кинетические моменты подвижной  
части (рамки) вокруг осей  $y$  и  $z$

$$H_{py} = (B_p + A)\omega_y = (B_p + A)(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)$$

$$H_{pz} = C_p \omega_z = C_p(-\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha)$$

Гирокопический (центробежный) момент подвижной части вокруг оси  $x$

$$M_{n\bar{o}} = H_{py}\omega_z - H_{pz}\omega_y = (B_p + A)\omega_y \omega_z - C_p \omega_z \omega_y = (B_p + A - C_p)\omega_y \omega_z$$

$$\omega_y \omega_z = (\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)(-\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha) =$$

$$= -\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2) \sin 2\alpha + \omega_\eta \omega_\zeta \cos 2\alpha$$

Центробежный момент

$$M_{n\bar{o}} = (B_p + A - C_p) \left( -\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2) \sin 2\alpha + \omega_\eta \omega_\zeta \cos 2\alpha \right)$$

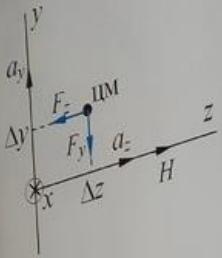
Суммарный гирокопический момент подвижной части вокруг оси  $x$

$$M_{\omega_x} = M_r + M_{n\bar{o}} = -H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha) + (B_p + A - C_p) \left( -\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2) \sin 2\alpha + \omega_\eta \omega_\zeta \cos 2\alpha \right)$$

Возмущающие моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения  $x$ :

## Возмущающие моменты, приложенные к рамке

6. Моменты от смещения ц.м. рамки и ротора вдоль осей  $z$  и  $y$ :



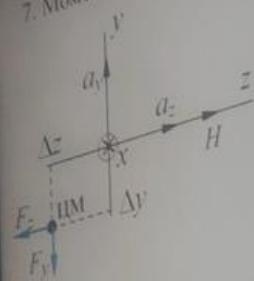
Инерционные силы, приложенные к центру масс подвижной части

$$F_y = -ma_y; \quad F_z = -ma_z$$

Моменты от смещения центра масс вдоль осей  $z$  и  $y$ :  
и инерционных сил равны

$$M_{\text{им}} = -F_y \cdot \Delta z + F_z \cdot \Delta y = m \cdot \Delta z \cdot a_y - m \cdot \Delta y \cdot a_z$$

Дополнительные моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения  $x$ :



## Дополнительные моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг

7. Моменты от неравножесткости

Инерционные силы, приложенные к центру масс  
рамки с гиромотором

$$F_y = -ma_y; \quad F_z = -ma_z$$

Упругие смещения центра масс под действием  
инерционных сил

$$\Delta y = \frac{F_y}{K_y} = -\frac{ma_y}{K_y}; \quad \Delta z = \frac{F_z}{K_z} = -\frac{ma_z}{K_z}$$

Т.о. момент от неравножесткости равен:

$$M_{\text{НЕР}} = F_z \Delta y - F_y \Delta z = m^2 \left( \frac{1}{K_y} - \frac{1}{K_z} \right) a_y a_z$$

8. Момент от трения в опорах:

$$M_{\text{тр}} = -f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha})$$

Таким образом уравнение движения ДУС с механической пружиной имеет вид:

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\phi}_z) - D\dot{\alpha} - K\alpha - H(\omega_n \cos \alpha + \omega_z \sin \alpha) + (B_p + A - C_p) \left( -\frac{1}{2} (\omega_n^2 - \omega_z^2) \sin 2\alpha + \omega_n \omega_z \cos 2\alpha \right) + m\Delta_2 a_\eta - m\Delta_3 a_z - m \left( \frac{1}{K_z} - \frac{1}{K_n} \right) a_n a_z - f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}) + M_x = 0 \quad (1)$$

Поскольку углы отклонения ротора не превышают нескольких градусов, то:  
 $\cos \alpha \approx 1 + o(\alpha^2), \sin \alpha \approx \alpha + o(\alpha^3)$   
и уравнение (1), будет иметь вид

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\phi}_z) + D\dot{\alpha} + \left( K + H\omega_z + (B_p + B - C_p)(\omega_n^2 - \omega_z^2) - \frac{1}{2} H\omega_n \left( 1 - 8 \frac{B_p + B - C_p}{H} \omega_z \right) \right) \alpha = -m\Delta_2 a_\eta + m\Delta_3 a_z + m \left( \frac{1}{K_z} - \frac{1}{K_n} \right) a_n a_z - H\omega_n + (B_p + B - C_p)\omega_n \omega_z - f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}) + M_x \quad (2)$$

Полагая конструкцию рамки гироскопа симметричной (т.е.  $B_p = C_p$ ) и ротор гиромотора симметричным относительно оси вращения (т.е.  $A=B$ ), из (2), получим

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\phi}_z) + D\dot{\alpha} + \left( K + H\omega_z + A(\omega_n^2 - \omega_z^2) - \frac{1}{2} H\omega_n \left( 1 - 8 \frac{A}{H} \omega_z \right) \right) \alpha = -H\omega_n \left( 1 - \frac{A}{H} \omega_z \right) + M_x \quad (3)$$

ДУС с механической пружиной и постоянных  
 $\omega_n, \omega_z = \text{const}$ , получим

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса

Полагая конструкцию рамки гироскопа симметричной (т.е.  $B_p = C_p$ ) и ротор гиромотора симметричным относительно оси вращения (т.е.  $A=B$ ), из (3), получим

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\phi}_z) + D\dot{\alpha} + \left( K + H\omega_z + A(\omega_n^2 - \omega_z^2) - \frac{1}{2} H\omega_n \left( 1 - 8 \frac{A}{H} \omega_z \right) \right) \alpha = -H\omega_n \left( 1 - \frac{A}{H} \omega_z \right) + M_x \quad (3)$$

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса, т.е. при  $\dot{\alpha}=0$  и  $\ddot{\alpha}=0$ ;  $\omega_z, \omega_n, \omega_c = \text{const}$ , получим

$$(K + H\omega_z + A(\omega_n^2 - \omega_z^2)) \alpha_0 = -H\omega_n + A\omega_z \omega_n + M_x$$

где  $\alpha_0$  – установившееся угловое отклонение рамки относительно корпуса, которое в первом приближении равно

$$\alpha_0 = \frac{-H\omega_n + M_x}{K + H\omega_z + A(\omega_n^2 - \omega_z^2)}$$

## Лекция 7 30.09

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса приближенное уравнение движения подвижной части:

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса приближенное уравнение движения подвижной части имеет вид

$$\left( K + H\omega_\zeta + A(\omega_n^2 - \omega_\zeta^2) - \frac{1}{2}H\omega_n\alpha_0 \right) \alpha_0 = -H\omega_n + A\omega_n\omega_\zeta + M_x \quad (1)$$

где  $\alpha_0$  – установившееся угловое отклонение рамки относительно корпуса, которое в первом приближении равно

$$\alpha_0 = \frac{-H\omega_n + A\omega_n\omega_\zeta + M_x}{K + H\omega_\zeta + A(\omega_n^2 - \omega_\zeta^2)}$$

Или приближенно

$$\alpha_0 = -\frac{H\omega_n}{K} + \frac{M_x}{K} + \frac{A}{K}\omega_\zeta\omega_n - \left( \frac{H\omega_\zeta}{K} + \frac{A}{K}(\omega_n^2 - \omega_\zeta^2) \right) \alpha_0$$

Напряжение с датчика угла ДУС, равно

$$U_{xy} = K_{xy} \alpha_0 = -\frac{K_{xy}}{K} H \omega_\eta + U_0 + \Delta U = \frac{1}{K_{DyC}^M} \omega_\eta + U_0 + \Delta U$$

где:  $K_{xy}$  – крутизна датчика угла

$$K_{DyC}^{xy} \left[ \frac{\text{o/c}}{\text{B}} \right] = -\frac{K}{K_{xy}} H$$

$U_0 = U_0^{xy} + \frac{K_{xy}}{K} M_x$  – нулевой сигнал ДУС, т.е. сигнал с ДУС при отсутствии угловой скорости корпуса, который определяется нулевым сигналом датчика угла и электроники и собственным дрейфом гироскопа от возмущающих моментов,

$$\Delta U = -\frac{K_{xy} H}{K} \omega_z \alpha + \frac{K_{xy}}{K} A \left( -(\omega_\eta^2 - \omega_z^2) \alpha + \omega_\eta \omega_z \right)$$

– статическая погрешность ДУС с механической пружиной, определяемая угловыми скоростями корпуса прибора по осям  $\eta$  и  $z$ , а также углом поворота подвижной части гироскопа.

Масштабный коэффициент, нулевой сигнал, статическая погрешность ДУС с механической пружиной:

Измеряемая с помощью ДУС величина угловой скорости определяется как

$$\omega_{izm} = K_{DyC}^M (U_{Dy} - U_0)$$

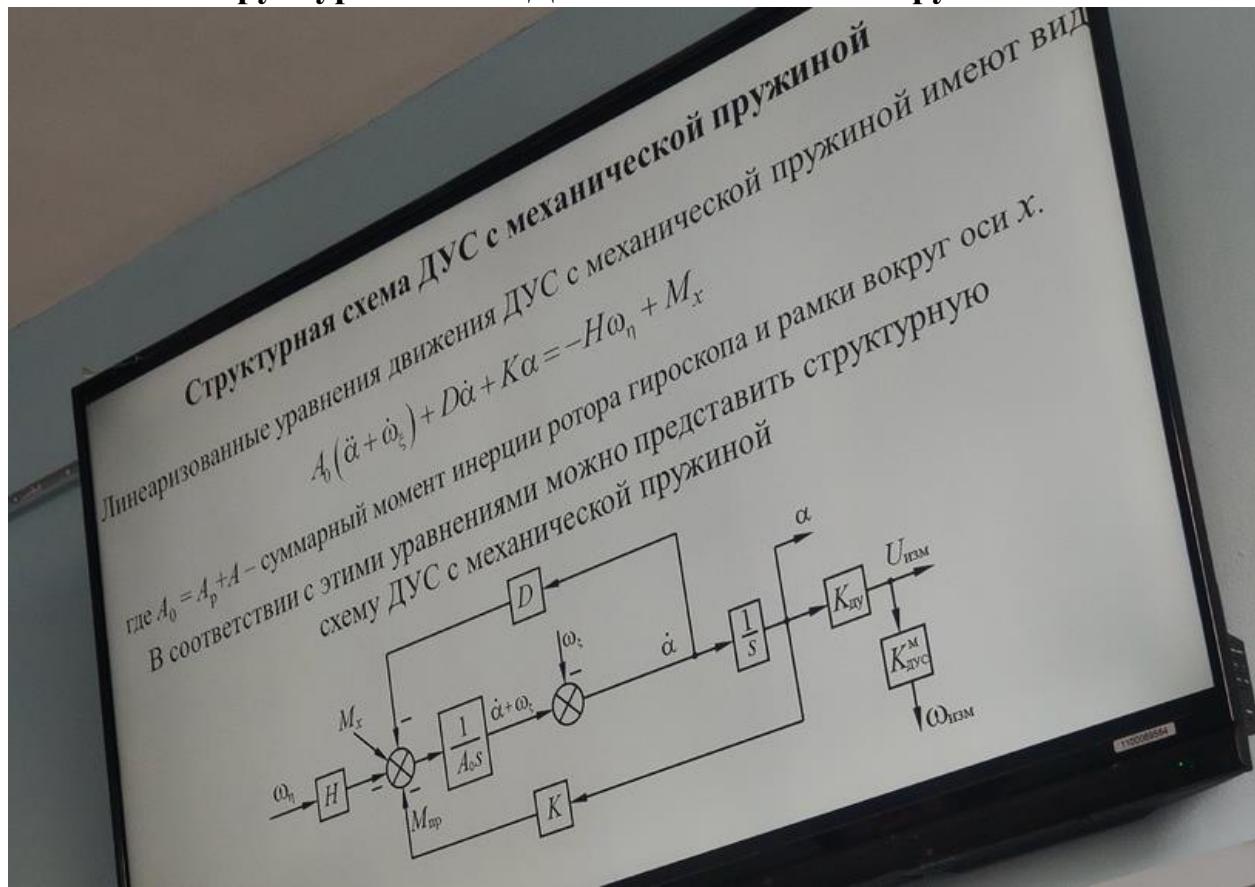
учитывать т.н. погрешности от перекрестной связи, т.е. погрешности ДУС от проекций угловых скоростей корпуса ортогональных измерительной оси прибора.

Поэтому измеряемое с датчика угла ДУС с механической пружиной напряжение имеет вид

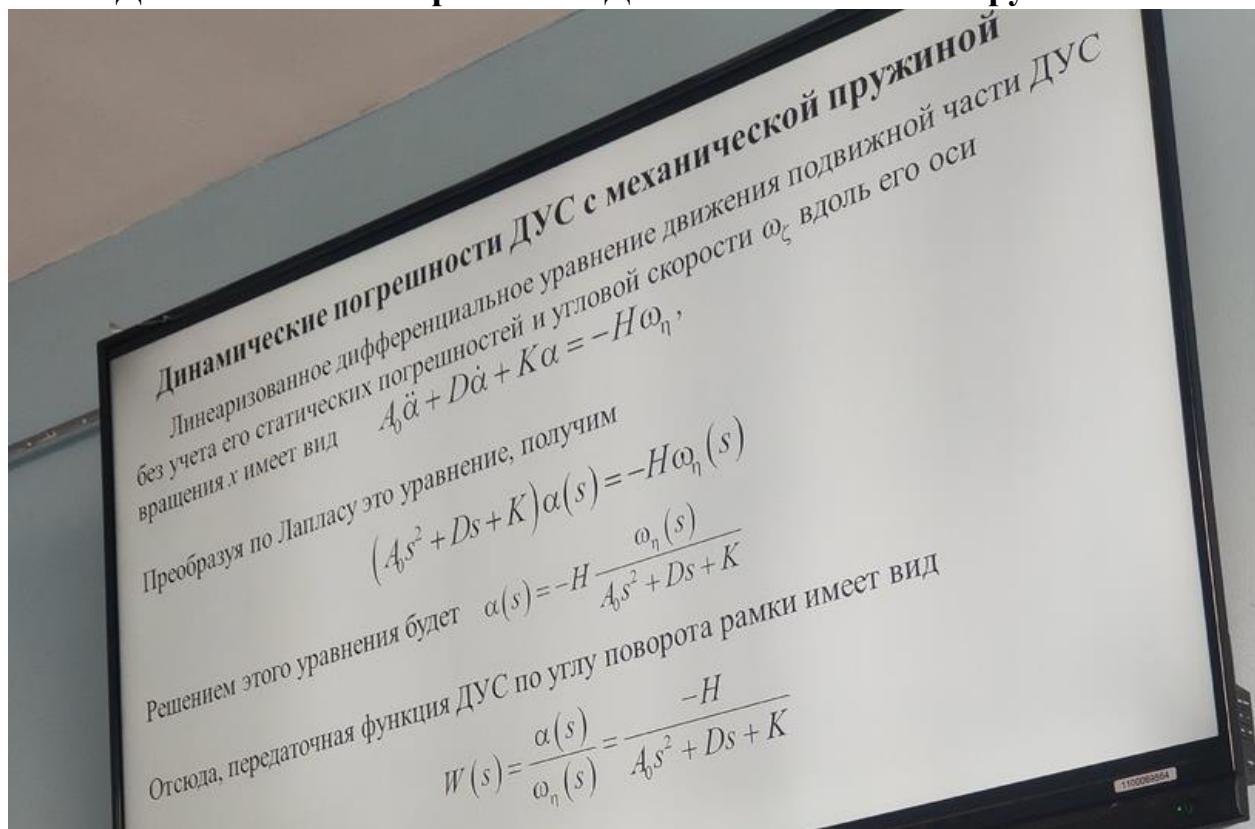
$$U_{Dy} = U_0 + a \omega_\eta + a_\xi \omega_\xi + a_\zeta \omega_\zeta ,$$

где  $a = \frac{1}{K_{DyC}^M}$ ,  $a_\xi$  и  $a_\zeta$  – коэффициенты перекрестной чувствительности ДУС.

## Структурная схема ДУС с механической пружиной:



## Динамическая погрешность ДУС с механической пружиной:



Соответственно передаточная функция по измеряемой угловой скорости имеет вид

$$W_{\phi}(s) = \frac{\omega_{\text{изм}}(s)}{\omega_{\eta}(s)} = \frac{K_{\text{двс}}^M U_{\text{двс}}(s)}{\omega_{\eta}(s)} = \frac{-K_{\text{двс}}^M K_{\text{дУ}} H}{A_0 s^2 + Ds + K} = \frac{1}{\frac{A_0}{K} s^2 + \frac{D}{K} s + 1} = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

где  $\xi$  – относительный коэффициент затухания,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{A_0}}$  – собственная круговая частота механической системы ДУС.

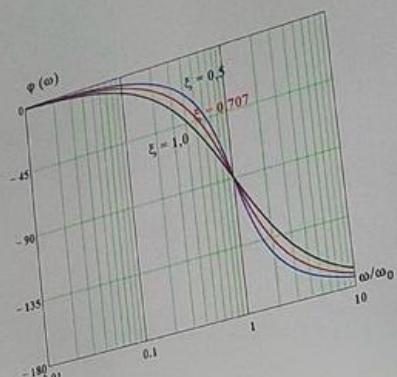
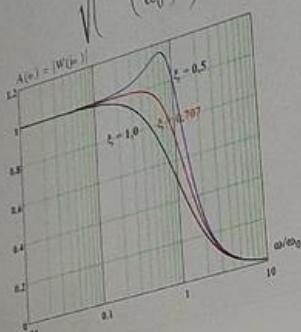
Подстановкой  $s \rightarrow j\omega$ , где  $j = \sqrt{-1}$  преобразуем полученную передаточную функцию в частотную область

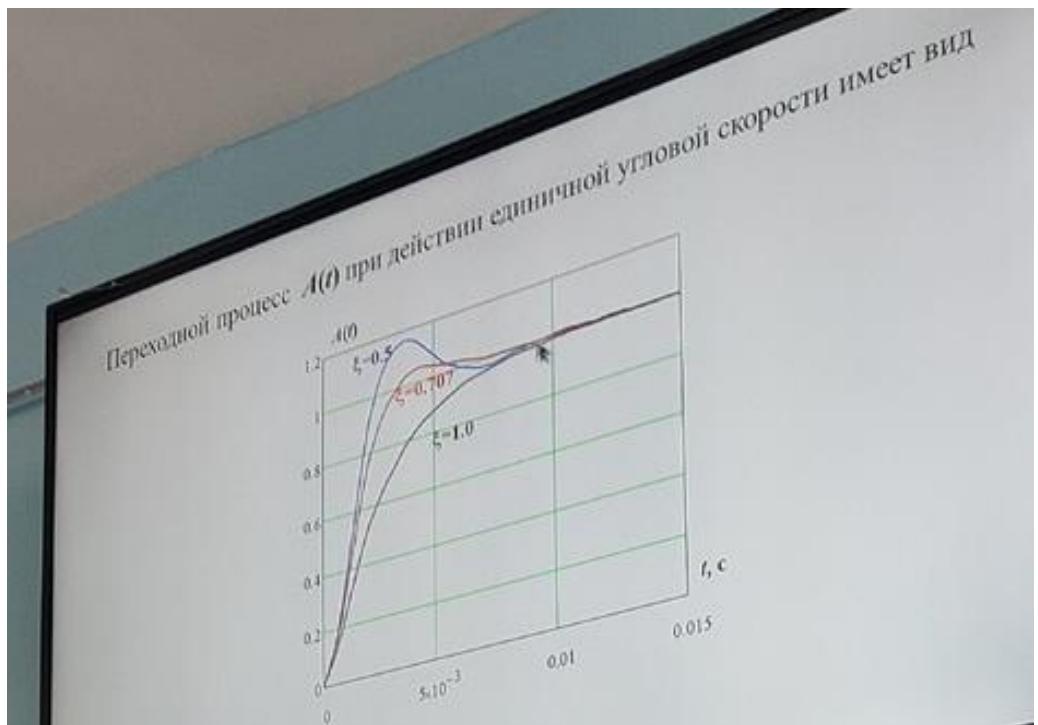
$$W(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Откуда получим амплитудно-частотную  $A(\omega)$  и фазо-частотную  $\varphi(\omega)$  характеристики передаточной функции ДУС с механической пружиной

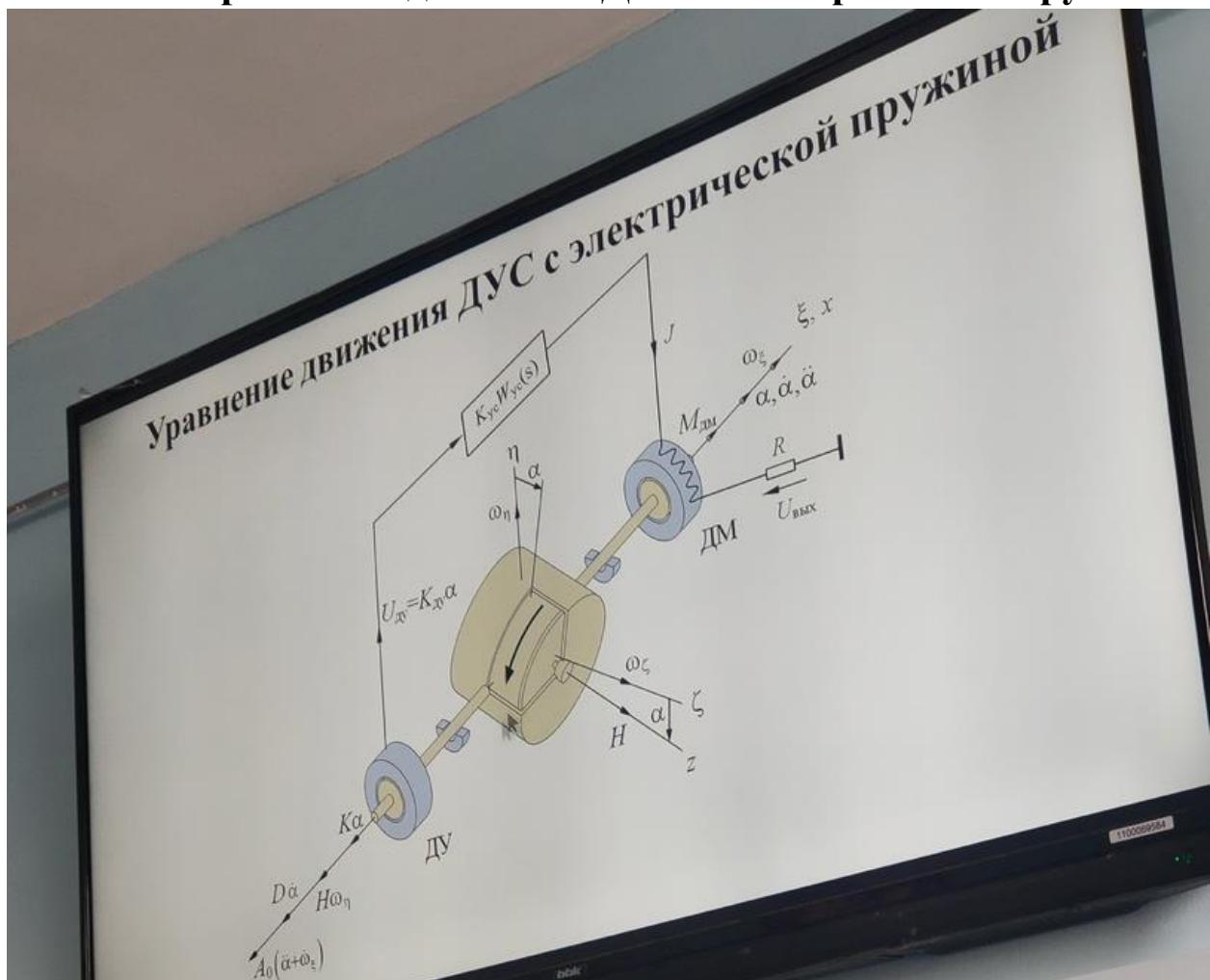
$$\varphi(\omega) = \arg(W(j\omega)) = -\arctg \left( \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)$$

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$





## Уравнения движения ДУС с электрической пружиной

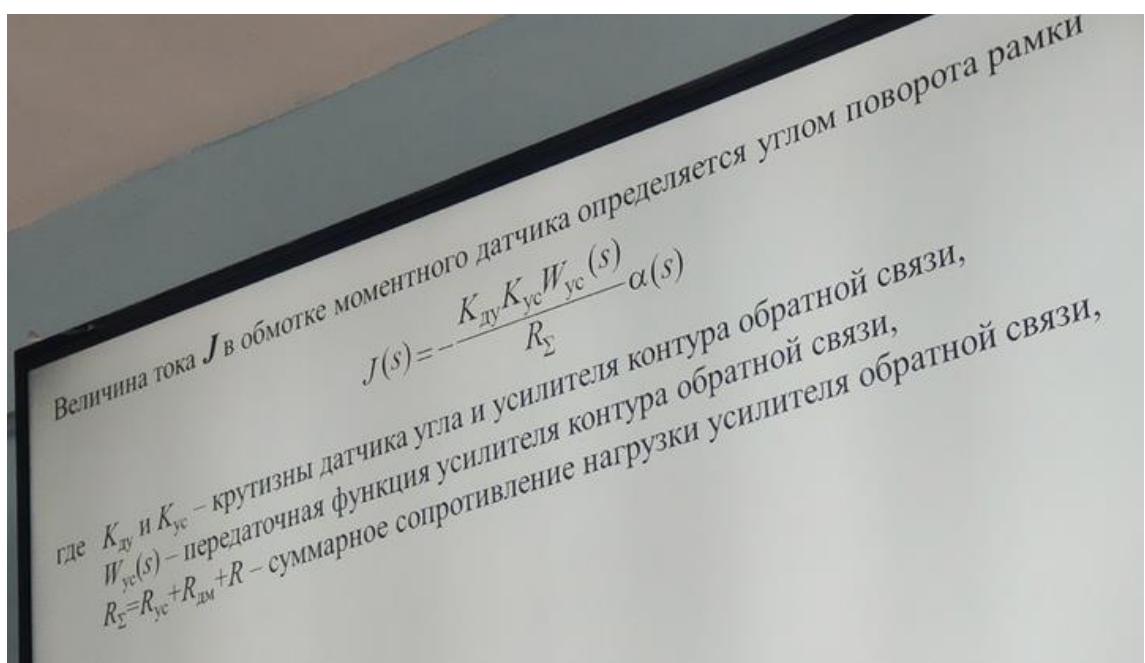
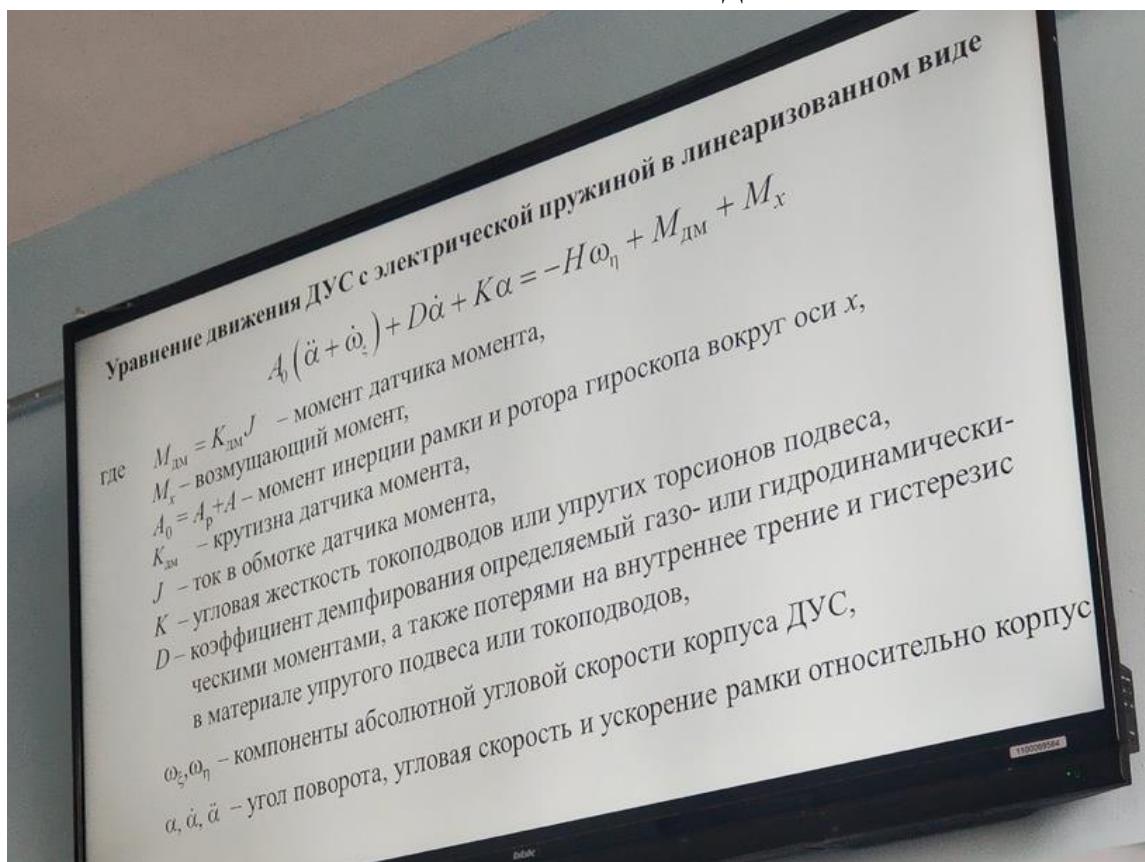


Задача ОС - обеспечить нулевое положение относительно корпуса.

Д-газодинамическое демпфирование (от газодинамических и гидродинамических моментов. А также от потерь на внутренние трение и гистерезиса в материале торсионов)

Увых-напряжение, являющееся измерительным и пропорциональным угловой скорости  
 R-измерительное сопротивление ДУСа очень точное и очень стабильное (тк определяет масштабный коэффициент)

## Уравнение движения ДУС с электрической пружиной в линеаризованном виде:



## Лекция 8 З.10

### Уравнения движения ДУС с электрической пружиной

#### Уравнение движения ДУС с электрической пружиной

Уравнение движения после преобразования по Лапласу, с учетом выражения

для тока в моментном датчике

$$J(s) = \frac{U_{yc}}{R_\Sigma} = \frac{U_{dy} K_{yc} W_{yc}(s)}{R_\Sigma} = -\frac{K_{dy} K_{yc} W_{yc}(s)}{R_\Sigma} \alpha(s)$$

имеет вид:

$$A_0 s(s\alpha(s) + \omega_\xi) + Ds\alpha(s) + (K + K_{oc} W_{yc}(s))\alpha(s) = -H\omega_n(s) + M_x(s)$$

где  $K_{oc} = \frac{1}{R_\Sigma} K_{dy} K_{yc} K_{dm}$  – крутизна контура обратной связи (электромеханическая жесткость ДУС)

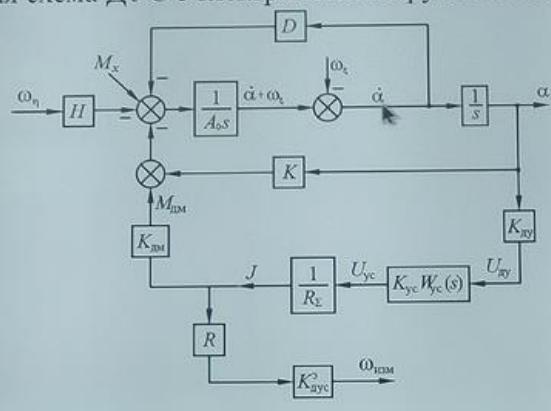
### Структурная схема ДУС с электрической пружиной

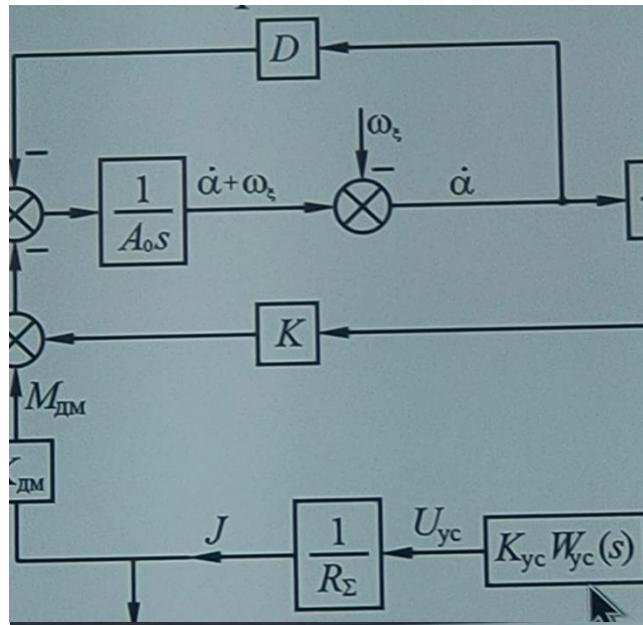
#### Структурная схема ДУС с электрической пружиной

В соответствии с уравнением движения:

$$A_0 s(s\alpha(s) + \omega_\xi) + Ds\alpha(s) + (K + K_{oc} W_{yc}(s))\alpha(s) = -H\omega_n(s) + M_x(s) \quad (1)$$

структурная схема ДУС с электрической пружиной имеет вид





Входная скорость формируется в виде кинетического момента

$K^3_{\text{дус}}$ - масштабный коэффициент ДУСа

Величина масштабного коэффициента определяется из условия равенства в установившемся режиме величины измеряемой угловой скорости к снимаемой

Из уравнения (1), получаем:

$$\alpha(s) = \frac{-H\omega_n(s) + M_x(s)}{A_0s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}}W_{\text{yc}}(s)}$$

Измеренное значение угловой скорости равно

$$\omega_{\text{изм}} = K^3_{\text{дус}} U = K^3_{\text{дус}} RJ = -K^3_{\text{дус}} R \frac{K_{\text{dy}} K_{\text{yc}} W_{\text{yc}}(s)}{R_\Sigma} \alpha(s) = -K^3_{\text{дус}} R \frac{K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}{K_{\text{дм}}} \alpha(s) = \\ = K^3_{\text{дус}} R \frac{K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}{K_{\text{дм}}} \cdot \frac{H\omega_n(s) - M_x(s)}{A_0s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}}W_{\text{yc}}(s)}$$

где  $K^3_{\text{дус}}$  – масштабный коэффициент ДУС с электрической пружиной  
Для установившегося движения и пропорциональной обратной связью  $W_{\text{yc}}(s)=1$

$$\omega_{\text{изм}} (\text{при } s \rightarrow 0) = K^3_{\text{дус}} \frac{RK_{\text{oc}}}{K_{\text{дм}}} \frac{H}{K + K_{\text{oc}}} \omega_n = (\text{при } K \ll K_{\text{oc}}) = K^3_{\text{дус}} \frac{RH}{K_{\text{дм}}} \omega_n$$

и, для обеспечения равенства  $\omega_{\text{изм}}=\omega_n$ , необходимо, чтобы:  $K^3_{\text{дус}} = \frac{K_{\text{дм}}}{RH}$

$$\text{тогда } \omega_{\text{изм}} = \frac{K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}{A_0s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}}W_{\text{yc}}(s)} \left( \omega_n(s) - \frac{M_x(s)}{H} \right)$$

Если сравнить полученное выражение масштабного коэффициента ДУС с электрической пружиной  $K^3_{\text{дус}} = \frac{K_{\text{дм}}}{RH}$  с выражением масштабного коэффициента для ДУС с механической пружиной  $K^M_{\text{дус}} = -\frac{K}{K_{\text{dy}}H}$ ,

то видим их существенную разницу, а именно:

масштабный коэффициент ДУС с электрической пружиной  $K^3_{\text{дус}}$  в отличие от  $K^M_{\text{дус}}$  не зависит от параметров усилителя контура обратной связи, датчика угла и угловой жесткости опоры

## Нестабильность масштабного коэффициента

Нестабильность  $K_{\text{дус}}^{\text{M}} = -\frac{K}{K_{\text{дус}} H}$  определяется  $\frac{\Delta K_{\text{дус}}^{\text{M}}}{K_{\text{дус}}^{\text{M}}} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta K_{\text{дус}}}{K_{\text{дус}}} - \frac{\Delta H}{H}$  нестабильностью жесткости пружины  $\Delta K$ , крутизны датчика угла  $\Delta K_{\text{дус}}$  и кинетического момента  $\Delta H$ , а нестабильность  $K_{\text{дус}}^{\text{O}} = \frac{K_{\text{дм}}}{RH}$  определяется  $\frac{\Delta K_{\text{дус}}^{\text{O}}}{K_{\text{дус}}^{\text{O}}} = \frac{\Delta K_{\text{дм}}}{K_{\text{дм}}} - \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta H}{H}$  нестабильностью:

- масштабного коэффициента датчика момента  $\Delta K_{\text{дм}}$ , который для магнитоэлектрических датчиков момента является высокостабильным параметром,
- измерительного сопротивления  $\Delta R$ , которое выбирают из ряда высокостабильных резисторов,
- кинетического момента  $\Delta H$ , высокую стабильность которого можно обеспечить применяя синхронные гиromоторы и кварцеванные источники их питания

Передаточная функция ДУС с электрической пружиной по входной угловой скорости, погрешность ДУС с электрической пружиной, угловая жесткость  $K$  токоподводов:

Ранее было получено выражение для измеряемой величины угловой скорости

$$\omega_{\text{изм}} = \frac{K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)} \left( \omega_{\eta}(s) - \frac{1}{H} M_x(s) \right)$$

Отсюда передаточная функция ДУС с электрической пружиной по входной угловой скорости имеет вид

$$W_{\omega_{\text{изм}}}(s) = \frac{\omega_{\text{изм}}(s)}{\omega_{\eta}(s)} = \frac{K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}} W_{\text{yc}}(s)}$$

Из этого соотношения видна погрешность ДУС с электрической пружиной в установившемся режиме связанная с наличием угловой жесткости  $K$  токоподводов или упругого подвеса  $\frac{\omega_{\text{изм}}}{\omega_{\eta}} = \frac{K_{\text{oc}}}{K + K_{\text{oc}}} = \frac{1}{1 + \frac{K}{K_{\text{oc}}}} \approx 1 - \frac{K}{K_{\text{oc}}}$ ,

для снижения которой необходимо снижать собственную угловую жесткость  $K$  или увеличивать крутизну контура обратной связи  $K_{\text{oc}}$ .

Другим способом снижения этой погрешности является применение интегрирующего звена  $\frac{1}{s}$  в контуре обратной связи, т.е.  $W_{\text{yc}}(s) = \frac{1}{Ts} W_0(s)$  тогда передаточная функция ДУС с электрической пружиной по входной угловой скорости будет иметь вид

$$W_{\omega_{\text{изм}}}(s) = \frac{\omega_{\text{изм}}(s)}{\omega_{\eta}(s)} = \frac{K_{\text{oc}} \frac{1}{Ts} W_0(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}} \frac{1}{Ts} W_0(s)} = \frac{K_{\text{oc}} W_0(s)}{(A_0 s^2 + Ds + K) Ts + K_{\text{oc}} W_0(s)}$$

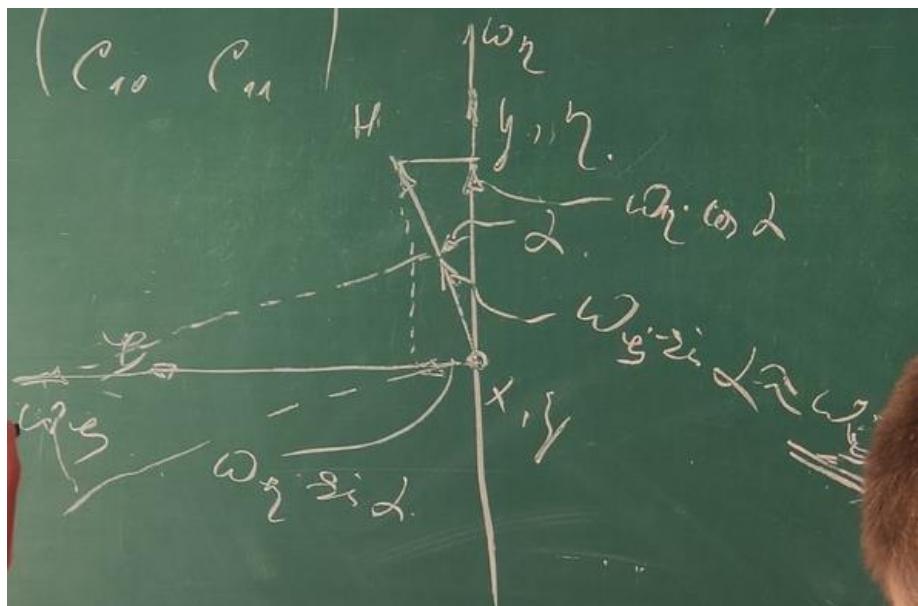
и для установившегося режима или медленно изменяющейся входной скорости

$$W_{\omega_{\text{изм}}}(s \rightarrow 0) = \frac{\omega_{\text{изм}}(s \rightarrow 0)}{\omega_{\eta}(s \rightarrow 0)} = \frac{K_{\text{oc}} W_0(s \rightarrow 0)}{K_{\text{oc}} W_0(s \rightarrow 0)} = 1$$

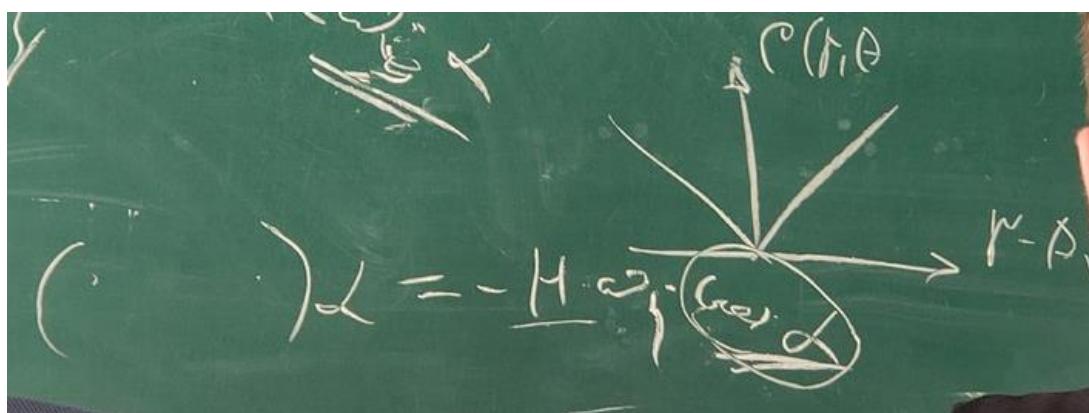
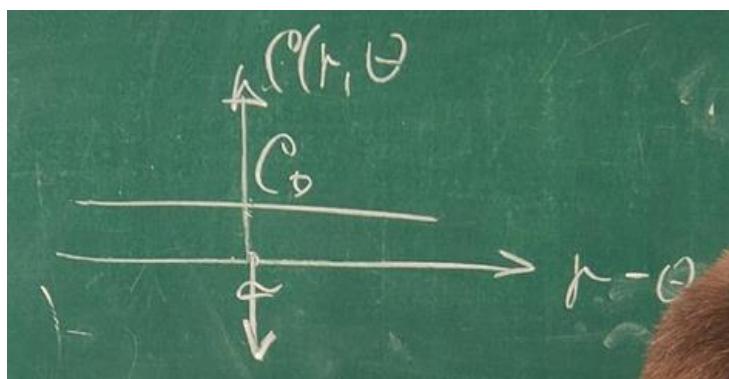
Кроме того, из соотношения для угла отклонения  $\alpha(s)$ , видно, что наличие интегрирующего звена приводит к отсутствию статической ошибки, т.к.

$$\alpha(s) = \frac{-H \omega_{\eta}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{oc}} \frac{1}{Ts} W_0(s)} = \frac{-Ts \cdot H \omega_{\eta}(s)}{(A_0 s^2 + Ds + K) Ts + K_{\text{oc}} W_0(s)} = (\text{при } s \rightarrow 0) = \frac{-Ts \cdot H \omega_{\eta}(s)}{K_{\text{oc}} W_0(s)} = 0$$

Наличие угла поворота подвижной части отрицательно влияет на характеристики ДУС из-за влияния перекрестной чувствительности



Еще на погрешность масштабного коэффициента (меняется коэффициент из-за угла поворота)



Отсутствие статической ошибки позволяет, казалось бы, использовать упругий подвес без каких-либо ограничений по его жесткости, но на самом деле жесткость подвеса является также источником погрешности ДУС через нулевой сигнал ДУ и электроники.

Действительно, пусть выходной сигнал с датчика угла имеет вид  $U_{\text{дуг}} = K_{\text{дуг}}\alpha + U_0$ , где  $U_0$  – нулевой сигнал датчика угла. В этом случае контур обратной связи ДУС будет обеспечивать угловое положение подвижной части в котором напряжение с датчика угла равно нулю, т.е.  $U_{\text{дуг}} = 0$ , или  $K_{\text{дуг}}\alpha + U_0 = 0$ , откуда  $\alpha = -\frac{U_0}{K_{\text{дуг}}}$ .

Таким образом, для компенсации нулевого сигнала  $U_0$  рамка гироскопа развернется на угол  $\alpha = -\frac{U_0}{K_{\text{дуг}}}$ , что вызовет упругий возмущающий момент  $M_{\text{упр}} = K\alpha$ , и соответствующую погрешность ДУС равную  $\omega_{\text{изм}} = \frac{M_{\text{упр}}}{H} = \frac{K}{H}\alpha = -\frac{K}{HK_{\text{дуг}}}U_0$

Эта погрешность является существенной для всех инерциальных чувствительных элементов: гироскопов и акселерометров на упругом подвесе, работающих в компенсационном режиме.

Кроме этой погрешности в ДУС с электрической пружиной имеют место все погрешности гироскопа, связанные с углом поворота: перекрестная чувствительность и от центробежных моментов. Также ДУС с электрической пружиной свойственны рассмотренные ранее применительно к ДУС с механической пружиной погрешности: от неравножесткости, несбалансированности, трения и тп.

## Лекция 9

### Преимущества ДУС с электрической пружиной

1. Высокие точностные характеристики из-за значительно более высокой стабильности масштабного коэффициента  $K_{\text{дус}}^3$ , в сравнении с масштабным коэффициентом  $K_{\text{дус}}^M$ .
2. Минимизация или исключение статической ошибки (установившегося угла поворота от входного воздействия), что способствует снижению:
  - погрешности измерения масштабного коэффициента
  - перекрестной чувствительности (к угловой скорости  $\omega_\zeta$ )
  - погрешности от центробежных моментов
3. Отсутствие влияния крутизны датчика угла, усилителя и контура обратной связи, изменения величины напряжения питания на величину измеряемой угловой скорости.
4. Наличие контура обратной связи обеспечивает простую возможность управления динамическими характеристиками (частотным диапазоном, величиной перерегулирования, временем переходного процесса) без изменений его конструкции.

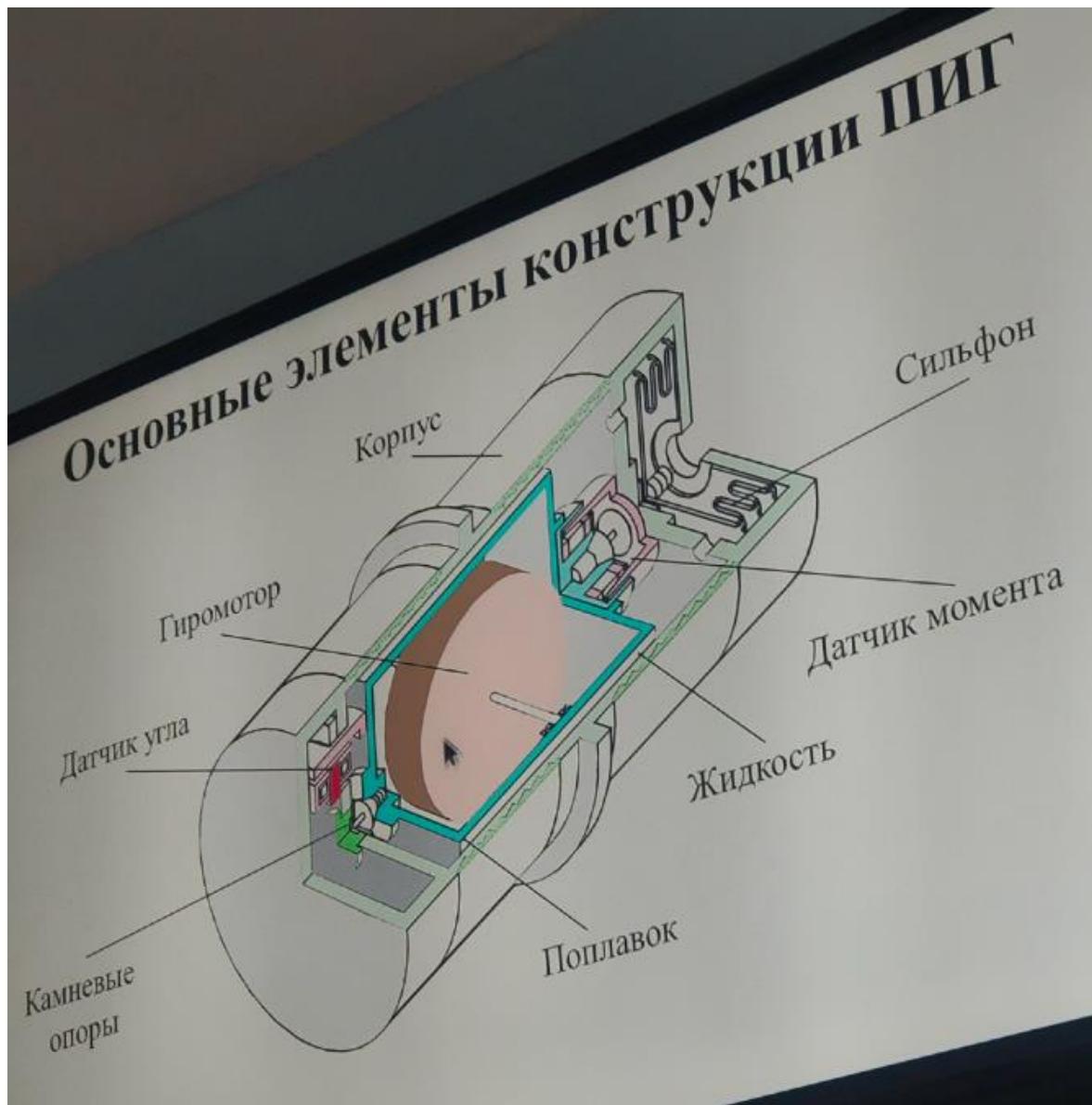
$$M_{\text{дм}} = K_{\text{дм}} J = H \omega$$

$$J = \frac{H}{K_{\text{дм}}} \omega$$

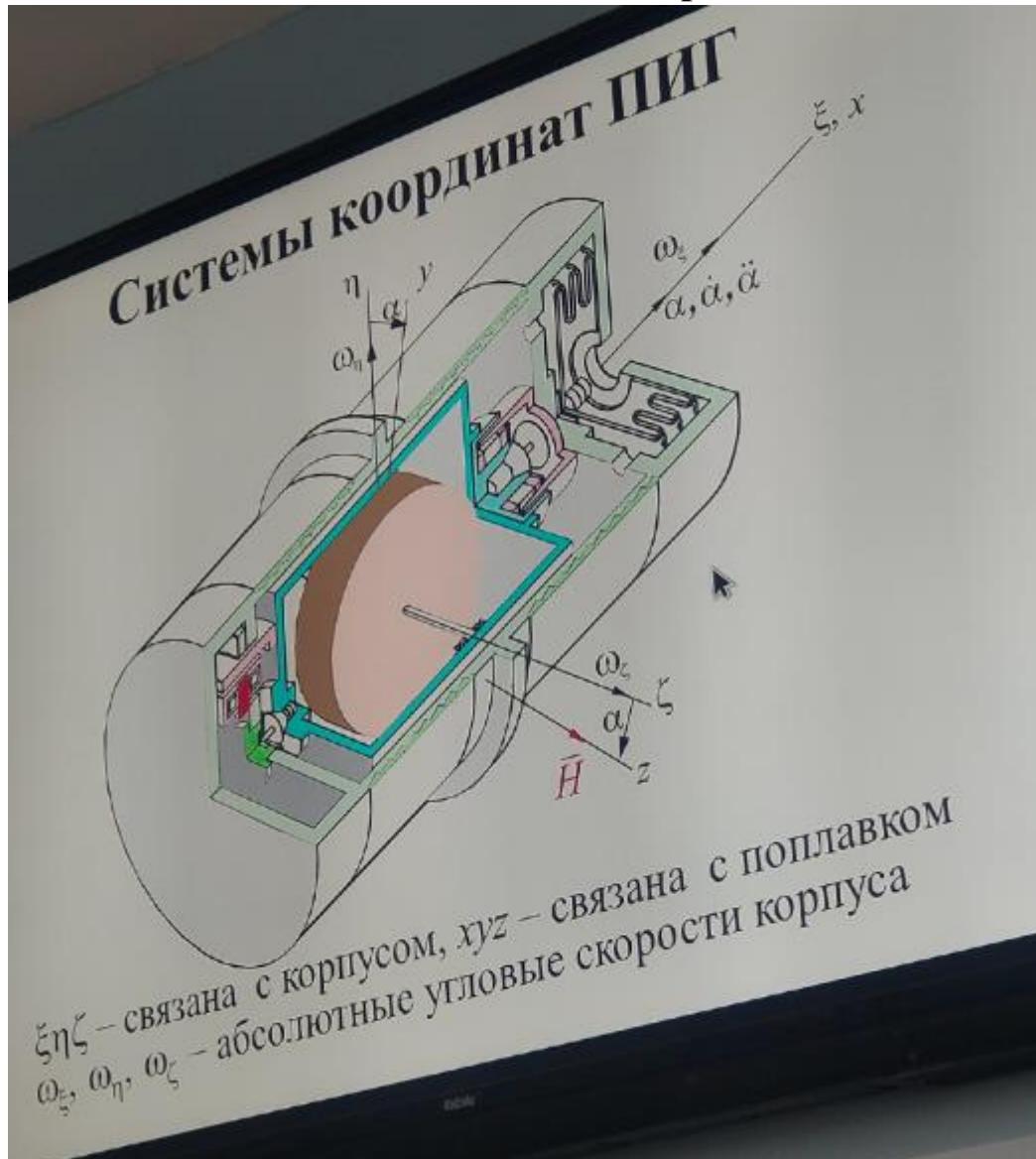
$$K \alpha = M_{\Gamma} = H \omega$$

$$\frac{U}{K_{\text{дм}}} = \alpha = \frac{H}{K} \omega$$

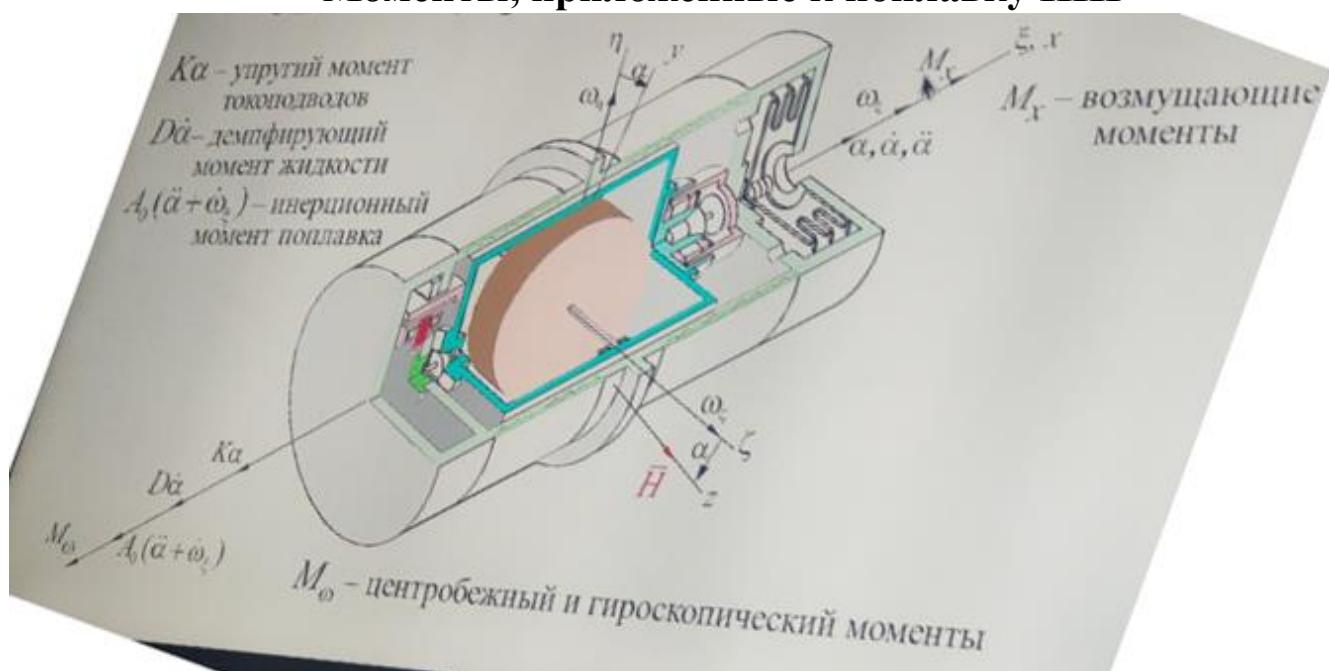
## Основные элементы конструкции ПИГ



## Системы координат ПИГ



## Моменты, приложенные к поплавку ПИГ



## Уравнения движения ПИГ

$$\begin{aligned}
 & -\left(A_p + A\right)\left(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\zeta\right) - D\dot{\alpha} - K\alpha - H\left(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha\right) + \\
 & + \left(B_p + A - C_p\right)\left(-\frac{1}{2}\left(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2\right) \sin 2\alpha + \omega_\eta \omega_\zeta \cos 2\alpha\right) + \\
 & + m\Delta_z a_\eta - m\Delta_\eta a_z - m\left(\frac{1}{K_\zeta} - \frac{1}{K_\eta}\right)a_\eta a_\zeta - f(F_1 + F_2)r \cdot \operatorname{sign}(\dot{\alpha}) + M_x = 0
 \end{aligned}$$

где:  $\Delta z$  и  $\Delta y$  – смещение центра масс рамки с ротором вдоль осей  $z$  и  $y$   
 $a_\zeta, a_\eta, a_\xi$  – проекции ускорения корпуса  
 $m$  – масса поплавка с ротором гиromотора,  
 $K_\zeta, K_\eta$  – линейные жесткости опор рамки вдоль осей  $\zeta$  и  $\eta$   
 $F_1$  и  $F_2$  – силы приложенные к опорам рамки  
 $r$  – радиус цапф опор поплавка  
 $f$  – коэффициент трения материалов в опорах рамки.

### Приближенное уравнение движения ПИГ

Пренебрегая упругими моментами токоподводов, центробежным моментом, моментами от неравножесткости, трения, смещениями центра масс поплавка, полагая, что  $\omega_\zeta = 0$ ,  $\alpha \ll 1$ , получим уравнение движения ПИГ в следующем виде:

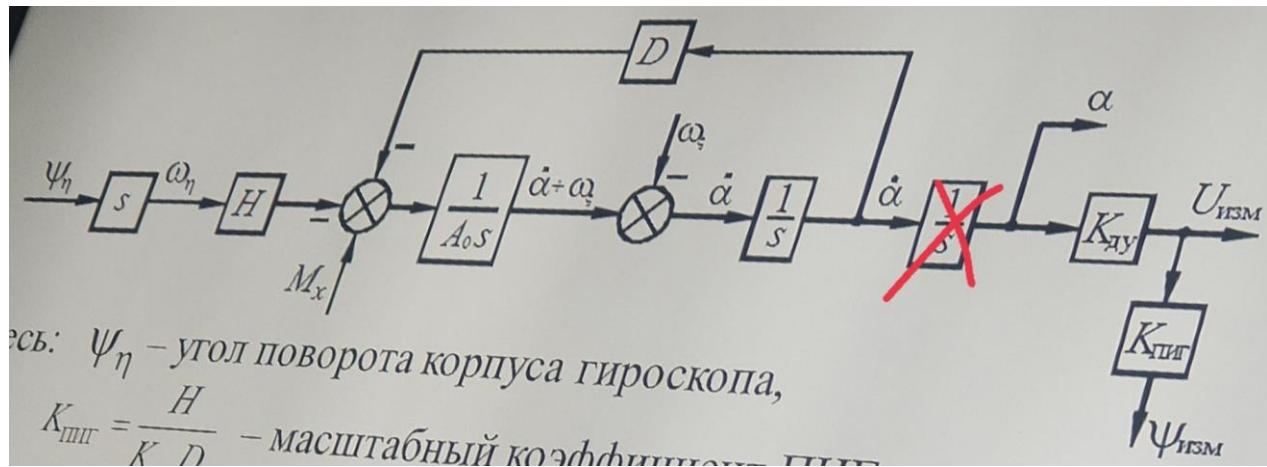
$$A\left(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\zeta\right) + D\dot{\alpha} = -H\omega_\eta + M_x \quad (1)$$

Или в операторном виде:

$$As\left(\dot{\alpha}(s) + \omega_\zeta(s)\right) + sD\alpha(s) = -H\omega_\eta(s) + M_x(s) \quad (2)$$

### Структурная схема ПИГ

Структурная схема ПИГ в соответствии с уравнением (2) и аналогичными схемами для ДУС будет иметь вид:



Здесь:  $\psi_\eta$  – угол поворота корпуса гироскопа,

$K_{\text{ПИГ}} = \frac{H}{K_{\text{д}y} D}$  – масштабный коэффициент ПИГ

Из уравнения (2) видно, что при  $\omega_\xi = 0$  и  $M_x = 0$

$$\alpha(s) = \frac{-H\omega_\eta(s)}{Ds(Ts + 1)} = -\frac{H}{D} \cdot \frac{\psi_\eta(s)}{Ts + 1}$$

где  $T = \frac{A}{D}$  – постоянная времени ПИГ

и для установившегося режима ( $s \rightarrow 0$ )  $\alpha \rightarrow -\frac{H}{D} \psi_\eta$

т.е. угол поворота  $\alpha$  подвижной части гироскопа пропорционален углу поворота основания  $\psi_\eta$  с масштабным коэффициентом  $k_i = \frac{H}{D}$

Полная реакция гироскопа на поворот основания  $\psi_\eta$ , определяется апериодическим звеном  $\frac{1}{Ts+1}$  с постоянной времени  $T = \frac{A}{D}$

Частотная характеристика ПИГ равна

$$W_\alpha(j\omega) = \frac{\alpha(j\omega)}{\psi_\eta(j\omega)} = -\frac{H}{D} \cdot \frac{1}{1 + jT\omega} = |W_\alpha(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

где:

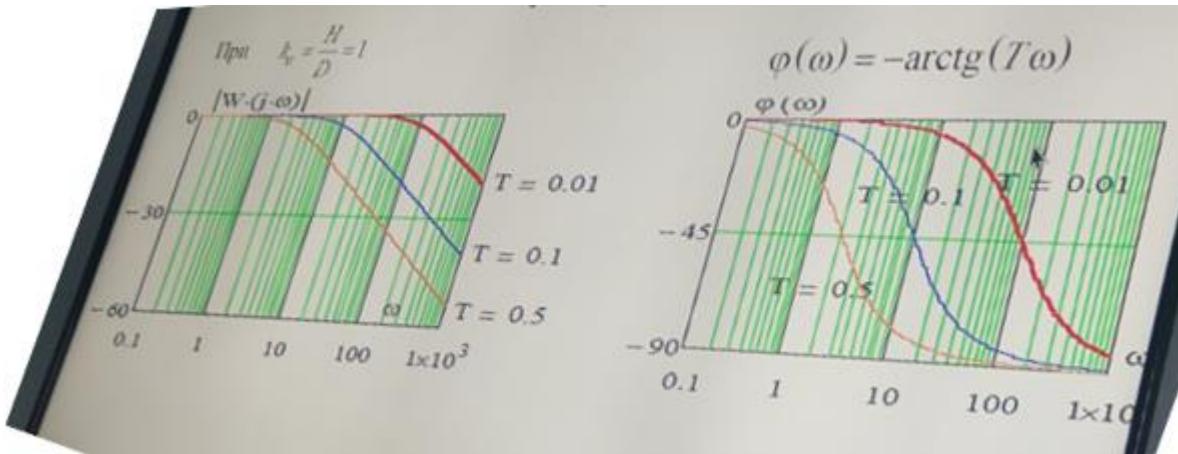
$$\varphi(\omega) = \arctg \left( \frac{\text{Im}(1 - jT\omega)}{\text{Re}(1 - jT\omega)} \right) = -\arctg(T\omega)$$

- фазочастотная характеристика

$$A(\omega) = \left| W_{\alpha}(j\omega) \right| = \left| \frac{H}{D} \cdot \frac{1}{1+jT\omega} \right| = \frac{H}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(T\omega)^2}}$$

- амплитудно-частотная характеристика ПИГ

На следующих рисунках изображены амплитудно- и фазочастотные характеристики ПИГ



### **Методика экспериментального определения амплитудно- и фазочастотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) систем автоматического регулирования с использованием контура обратной связи**

Уравнения движения систем автоматического регулирования, в том числе: ДУС, акселерометров и гиростабилизаторов, имеют вид

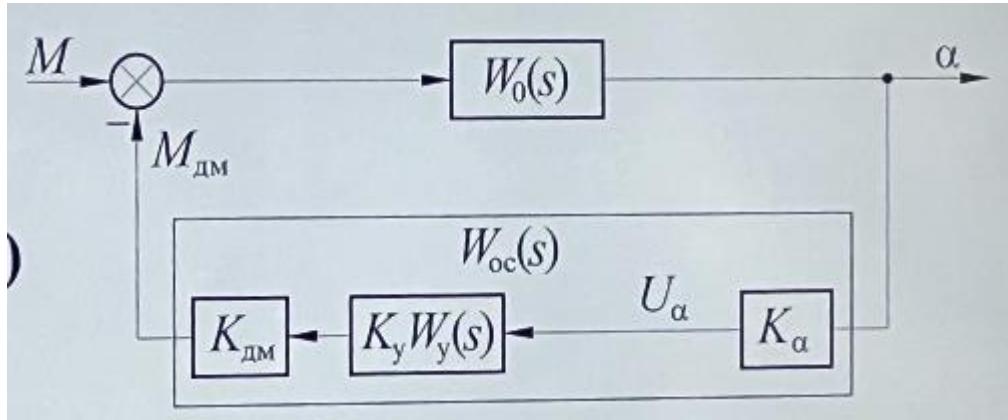
$$(Js^2 + Ds + C)\alpha(s) = M(s) - M_{DM}(s) = M_{\Sigma}(s),$$

откуда поворота  $\alpha(s)$  подвижной части и собственная передаточная функция  $W_0(s)$  этих систем определяются, соответственно, как

$$\alpha(s) = \frac{M_{\Sigma}(s)}{Js^2 + Ds + C} = W_0(s) \cdot M_{\Sigma}(s), \text{ где } W_0(s) = \frac{\alpha(s)}{M_{\Sigma}(s)} = \frac{1}{Js^2 + Ds + C}$$

## Лекция 10

### Структурные схемы систем $W_0(s)$ с обратной связью



**Уравнение движения:**

$$(Js^2 + Ds + C)\alpha(s) = \\ = M(s) - M_{\text{дм}}(s) = M_{\Sigma}(s)$$

$K_\alpha$  и  $U_\alpha$  – крутизна и напряжение с датчика угла после фазочувствительного выпрямителя

$K_{\text{дм}}$  – крутизна датчика момента

$K_y W_y(s)$  – коэффициент усиления и передаточная функция усилителя контура обратной связи

$W_{\text{oc}}(s) = K_\alpha K_{\text{дм}} K_y W_y(s)$  – передаточная функция контура обратной связи

$M_{\text{дм}}(s) = W_{\text{oc}}(s)\alpha(s)$  – момент, развиваемый датчиком момента

$\mathbf{M}$  – внешний момент, определяемый: гироскопическим моментом в ДУС, моментом маятниковой в акселерометре или возмущающим моментом в гиростабилизаторе.

Из уравнения движения и соответствующей структурной схемы следует, что:

$$\alpha(s) = W_0(s)M_{\Sigma}(s) = W_0(s)(M(s) - M_{\text{дм}}(s)) = W_0(s)(M(s) - \alpha(s)W_{\text{oc}}(s)),$$

где  $W_{\text{oc}}(s) = K_\alpha K_{\text{дм}} K_y W_y(s)$

$$\text{Откуда } \alpha(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_{\text{oc}}(s)W_0(s)} M(s), \quad U_\alpha(s) = K_\alpha \alpha(s) = \frac{K_\alpha W_0(s)}{1 + W_{\text{oc}}(s)W_0(s)} M(s)$$

$$\text{Т.к. } M_{\text{дм}}(s) = W_{\text{oc}}(s)\alpha(s) = \frac{W_{\text{oc}}(s)W_0(s)}{1 + W_{\text{oc}}(s)W_0(s)} M(s) = \frac{W_{\text{pa3}}(s)}{1 + W_{\text{pa3}}(s)} M(s) = W_{\text{3ам}}(s)M(s)$$

$$\text{где } W_{\text{3ам}}(s) = \frac{M_{\text{дм}}(s)}{M(s)} = \frac{W_{\text{pa3}}(s)}{1 + W_{\text{pa3}}(s)}$$

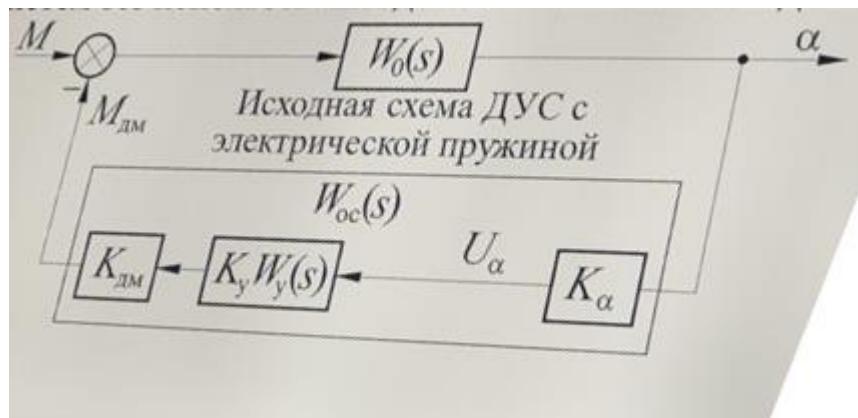
и  $W_{\text{раз}}(s) = W_{\text{oc}}(s)W_0(s)$  – передаточные функции систем с замкнутым и разомкнутым контуром обратной связи.

Важной частью экспериментальных исследований систем автоматического регулирования является определение частотных характеристик их передаточных функций с разомкнутым и замкнутым контуром:  $W_{\text{раз}}(s)$  и  $W_{\text{зам}}(s)$ .

Обычный метод экспериментального исследования частотных характеристик ДУС состоит в испытаниях на поворотных стендах, задающих угловые скорости, изменяющиеся по гармоническому закону на различных частотах, соответствующих частотным характеристикам объектов на которых устанавливают ДУС.

Особенностью ДУС с электрической пружиной, как и любой системе автоматического регулирования является возможность экспериментального определения амплитудных и фазочастотных характеристик этих систем без использования дополнительных стендов.

Для этого достаточно подавать напряжение смещения на входе усилителя обратной связи  $U_{\text{cm}}$ , как показано на структурной схеме:



Действительно, в этом случае момент, развивающийся датчиком момента равен:

$$M_{\text{DM}}(s) = \frac{W_{\text{oc}}(s)}{K_\alpha} (U_\alpha(s) + U_{\text{cm}}(s)) = W_{\text{oc}}(s)\alpha(s) + \frac{1}{K_\alpha} W_{\text{oc}}(s)U_{\text{cm}}(s)$$

Тогда  $\alpha(s) = W_0(s)(M(s) - M_{\text{DM}}(s)) = W_0(s) \left( M(s) - W_{\text{oc}}(s)\alpha(s) - \frac{1}{K_\alpha} W_{\text{oc}}(s)U_{\text{cm}}(s) \right)$

или  $\alpha(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_{\text{oc}}(s)W_0(s)} M(s) - \frac{1}{K_\alpha} \frac{W_{\text{oc}}(s)W_0(s)}{1 + W_{\text{oc}}(s)W_0(s)} U_{\text{cm}}(s) = \frac{W_{\text{зам}}(s)}{W_{\text{oc}}(s)} M(s) - \frac{1}{K_\alpha} W_{\text{зам}}(s)U_{\text{cm}}(s)$

При отсутствии внешних моментов (т.е. при  $M=0$ ), получим:

$$\alpha(s) = -\frac{1}{K_\alpha} W_{\text{зам}}(s)U_{\text{cm}}(s)$$

Т.е. можно отклонять подвижную систему введением напряжения смещения  $U_{\text{cm}}$  в контур обратной связи рассматриваемых систем.

Отсюда также следует, что  $U_\alpha(s) = K_\alpha \alpha(s) = -W_{\text{зам}}(s)U_{\text{cm}}(s)$ , и, следовательно,

$$\frac{U_\alpha(s)}{U_{CM}(s)} = -W_{3AM}(s) \quad \text{или} \quad W_{3AM}(j\omega) = -\frac{U_\alpha(j\omega)}{U_{CM}(j\omega)} \quad (1)$$

Т.о. передаточную функцию системы с замкнутым контуром обратной связи можно определить экспериментально задавая напряжение смещения  $U_{CM}$  в контур обратной связи, измеряя напряжение с датчика угла  $U_\alpha$  и вычисляя их отношение(1).

Если рассмотреть сумму:

$$U_{CM}(s) + U_\alpha(s) = U_{CM}(s) - W_{3AM}(s)U_{CM}(s) = (1 - W_{3AM}(s))U_{CM}(s)$$

то с учетом (1):  $\frac{U_\alpha(s)}{U_{CM}(s) + U_\alpha(s)} = -\frac{W_{3AM}(s)}{1 - W_{3AM}(s)} = -W_{Paz}(s)$  (2)

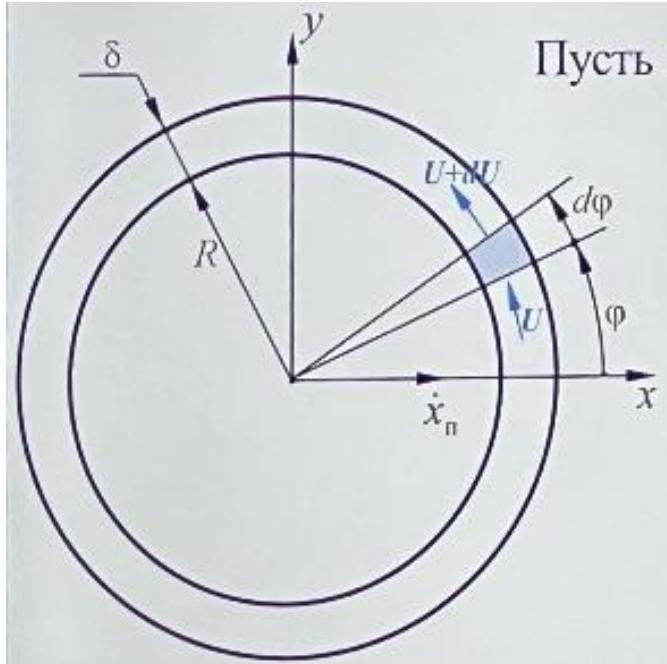
Таким образом, передаточную функцию **разомкнутого контура** обратной связи можно также определить экспериментально задавая напряжение смещения  $U_{CM}$  в контур обратной связи, измеряя напряжение с датчиками угла  $U_\alpha$  и производя в соответствии с (2) вычисления по формуле:

$$W_{Paz}(j\omega) = -\frac{U_\alpha(j\omega)}{U_{CM}(j\omega) - U_\alpha(j\omega)} \quad (3)$$

Можно также пересчитать  $W_{Paz}$  через  $W_{3AM}$  воспользовавшись соотношением (2) и определяющего их взаимосвязь).

### Динамическая реакция жидкости поплавкового прибора

#### 1. при радиальном движении поплавка



Пусть поплавок движется вдоль радиальной оси  $x$  со скоростью  $\dot{x}_n$ . Выделим на произвольном угле  $\varphi$  зазора между поплавком и корпусом элементарный объем жидкости, определяемый углом  $d\varphi$ . В силу очевидной симметрии движения жидкости в нижней и верхней частях зазора, скорость её движения будет в этих частях однородной: в верхней части против часовой стрелки, а в нижней по часовой стрелке.

Пусть сечение слоя жидкости определяемое углом  $\varphi$  движется в окружном направлении со средней по толщине зазора скоростью  $U$ , а в сечении  $\varphi + d\varphi$  со скоростью  $U + dU$ .

Изменение объема вытесняемой поплавком жидкости объемом  $dV = R d\varphi \delta L$  в единицу времени, вызванное деформацией этого объема в радиальном направлении, равно:

$$dQ_p = dS \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi = R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi$$

Изменение расхода жидкости в окружном направлении в зазоре от угла  $\varphi + d\varphi$ , до угла  $\varphi$ , равно

$$dQ_o = S_3 dU = \delta \cdot L \cdot dU.$$

Поскольку для выделенного объема жидкости изменение расхода жидкости в окружном направлении  $dQ_o$  строго равно изменению объема вытесняемой поплавком жидкости  $dQ_p$  из-за несжимаемости жидкости, то

$$dQ_o = dQ_p \rightarrow \delta \cdot L \cdot dU_{cp} = R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi,$$

откуда изменение средней скорости жидкости равно

$$dU = \frac{R}{\delta} \cdot \cos \varphi \cdot \dot{x}_n \cdot d\varphi$$

Интегрируя полученное выражение, получим среднюю величину окружной скорости жидкости

$$U = \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \dot{x}_n$$

Отсюда среднее значение ускорения жидкости равно

$$A = \dot{U} = \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n$$

Сила, вызывающая движение жидкости в зазоре с ускорением  $\mathbf{A}$  равна инерционной силе стороны выделенного объема  $dV$  жидкости, т.е.

$$dF_{\mathbb{K}} = dm_{\mathbb{K}} A_{cp} = dm_{\mathbb{K}} \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi}$$

И т.к.

$$dm_{\mathbb{K}} = \rho \cdot dV = \rho \cdot R \cdot d\varphi \cdot \delta \cdot L,$$

то

$$dF_{\mathbb{K}} = \rho \cdot R^2 L \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi} d\varphi$$

Давление вызывающее эту силу равно

$$dP = \frac{-dF_{\mathbb{K}}}{S_3} = -\rho \cdot \frac{R^2 L}{\delta \cdot L} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi} d\varphi = -\rho \cdot \frac{R^2}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi} d\varphi$$

Интегрируя полученное выражение, получим величину давления в зазоре

$$P = \rho \cdot \frac{R^2}{\delta} \cdot \cos \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi}$$

Элементарная сила, приложенная по нормали к поверхности поплавка равна

$$dF_x = -P \cdot dS \cdot \cos \varphi = -P \cdot R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \cos^2 \varphi = -\rho \cdot \frac{R^3}{\delta} L \cdot \cos^2 \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi} \cdot d\varphi$$

Интегрируя полученное выражение по всей поверхности поплавка, получим

$$F_x = -2 \int_0^{\pi} \rho \cdot \frac{R^3}{\delta} L \cdot \cos^2 \varphi \cdot \ddot{x}_{\Pi} \cdot d\varphi = -\pi \rho \cdot \frac{R^3}{\delta} L \cdot \ddot{x}_{\Pi}$$

Или, с учетом массы жидкости в зазоре

$$m_{\mathbb{K}} = \rho \cdot 2\pi \cdot R \cdot \delta \cdot L:$$

$$F_x = -\frac{m_{\mathbb{K}}}{\rho \cdot 2\pi R \cdot \delta \cdot L} \pi \rho \cdot \frac{R^3}{\delta} L \cdot \ddot{x}_{\Pi} = -\frac{m_{\mathbb{K}} R^2}{2 \delta^2} \cdot \ddot{x}_{\Pi} = -M_{np} \cdot \ddot{x}_{\Pi}$$

где

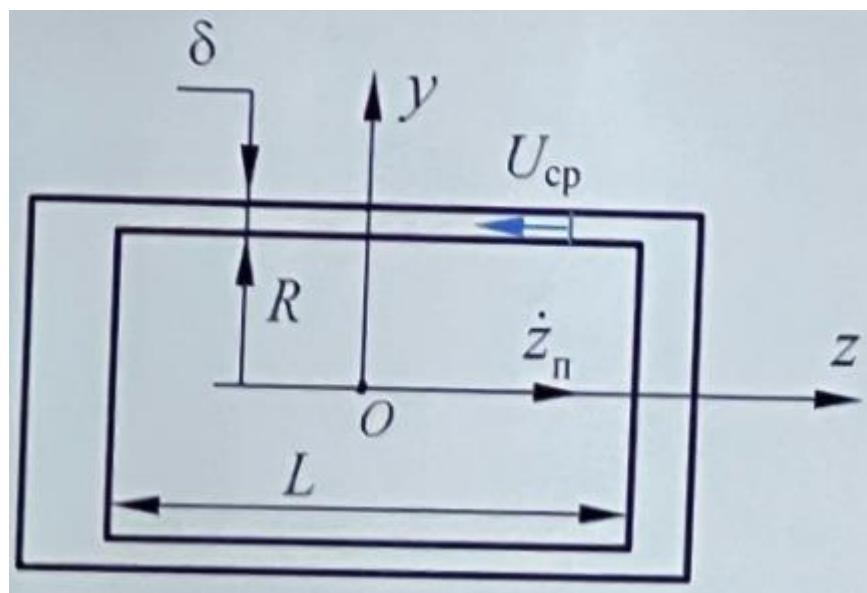
$$M_{\text{пр}} = \frac{R^2}{2\delta^2} m_{\text{ж}}$$

- присоединенная масса жидкости при радиальном движении поплавка и т.к.

$$\frac{\dot{R}^2}{2\delta^2} = \frac{40^2}{2 \cdot 0.2^2} = \frac{4^2 \cdot 10^2}{8 \cdot 0.1^2} = 2 \cdot 10^4,$$

то получили, что инерционная реакция жидкости, **препятствующая** движению поплавка, на несколько порядков (до 4 порядка) превышает реакцию собственной массы жидкости в зазоре.

## 2. при осевом движении поплавка



Пусть поплавок движется вдоль оси  $z$  со скоростью  $\dot{z}_{\pi}$ . Тогда изменение объема вытесняемой жидкости правым торцем поплавка в единицу времени равно

$$Q_{\pi} = S_{\pi} \cdot \dot{z}_{\pi} = \pi R^2 \cdot \dot{z}_{\pi}$$

Расход жидкости зазоре между поплавком и корпусом (изменение объема жидкости в единицу времени) равен

$$Q_{\text{ж}} = S_3 \cdot U = 2\pi R \delta \cdot U$$

где  $U$  – средняя осевая скорость жидкости в зазоре.

Поскольку  $Q_{\text{ж}}$  строго равен изменению объема вытесняемой поплавком жидкости  $Q_{\pi}$  между собой из-за несжимаемости жидкости, то

$$\mathcal{Q}_{\mathbb{K}} = \mathcal{Q}_{\Pi} \rightarrow 2\pi R \delta \cdot U = \pi R^2 \cdot \dot{z}_{\Pi}$$

откуда средняя скорость жидкости равна

$$U = \frac{R}{2\delta} \dot{z}_{\Pi}$$

а среднее ускорение равно

$$A = \dot{U} = \frac{R}{2\delta} \ddot{z}_{\Pi}$$

Сила, вызывающая движение жидкости в зазоре с ускорением  $A$  равна инерционной силе со стороны всего объема жидкости в зазоре, т.е.

$$F_{\mathbb{K}} = m_{\mathbb{K}} A = m_{\mathbb{K}} \frac{R}{2\delta} \ddot{z}_{\Pi}$$

Эта сила вызвана давлением в правом торце поплавка, определяемого движением поплавка с ускорением  $\ddot{z}_{\Pi}$ . Поскольку сила  $F_{\mathbb{K}}$  и давление  $P$  связаны соотношением

$$F_{\mathbb{K}} = S_{\mathbb{P}} P = 2\pi R \delta \cdot P,$$

то

$$F_{\mathbb{K}} = 2\pi R \delta \cdot P = m_{\mathbb{K}} \frac{R}{2\delta} \ddot{z}_{\Pi},$$

откуда, давление в правом торце поплавка, равно

$$P = m_{\mathbb{K}} \frac{1}{4\pi \delta^2} \ddot{z}_{\Pi}$$

Это давление создает силу, приложенную в правом торце поплавка равную

$$F = S_{\Pi} P = \pi R^2 m_{\mathbb{K}} \frac{1}{4\pi \delta^2} \ddot{z}_{\Pi} = \frac{R^2}{4\delta^2} m_{\mathbb{K}} \ddot{z}_{\Pi}$$

Аналогичная сила приложена к левому торцу поплавка и т.о. суммарная сила приложенная к поплавку равна

$$F_{\Sigma} = 2F = \frac{R^2}{2\delta^2} m_{ж} \ddot{z}_{п} = M_{пр} \ddot{z}_{п}$$

где

$$M_{пр} = \frac{R^2}{2\delta^2} m_{ж}$$

- присоединенная масса жидкости при осевом движении поплавка.

Т.о. присоединенная масса жидкости и соответствующая ей инерционная реакция, для осевого и радиального движения поплавка равны и значительно превышают собственную массу жидкости в зазоре.

## Лекция 11

### Калибровка ДУС

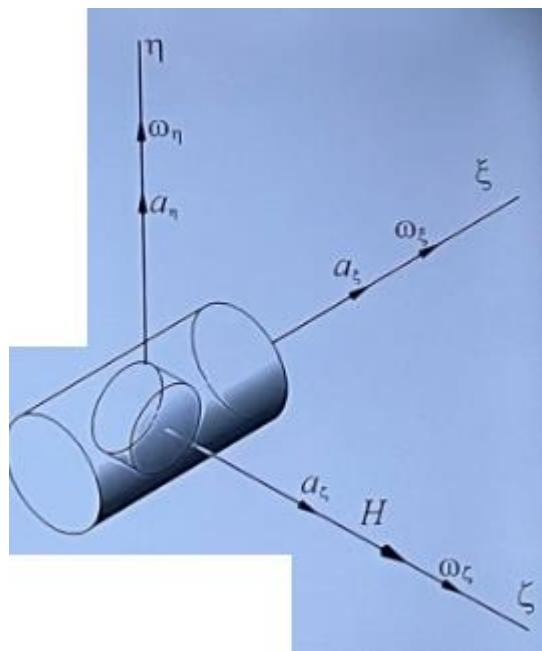
Калибровка ДУС производится для определения и паспортизации его параметров:

- масштабного коэффициента,
- нулевого сигнала,
- перекрестной чувствительности,
- чувствительности к действующим ускорениям и вибрации,
- температурной чувствительности.

Модель выходного сигнала одноосного ДУС может быть записана в виде:

$$U = U_0 + \frac{1}{K_{\text{дус}}} \omega_\eta + k_\xi \omega_\xi + k_\zeta \omega_\zeta + h_\eta a_\eta + h_\xi a_\xi + h_\zeta a_\zeta + q(T^\circ C)$$

где:  $k_i$  – коэффициенты перекрестной чувствительности к угловым скоростям,  
 $h_i$  – коэффициенты чувствительности к ускорениям,  
 $q$  – коэффициент температурной чувствительности.



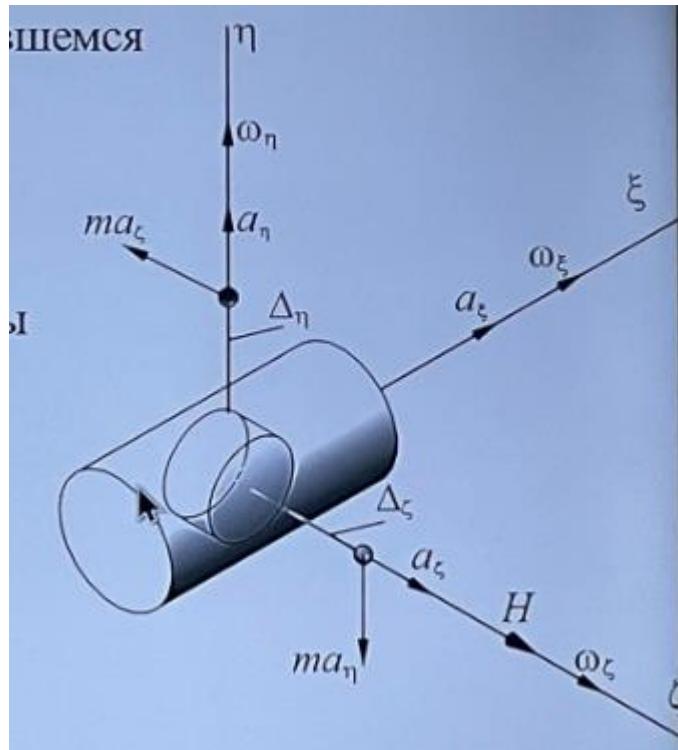
Определение нулевого сигнала, масштабного коэффициента и коэффициентов перекрёстной чувствительности проводится:

- либо на поворотном столе последовательно устанавливая корпус прибора осьми  $\eta$ ,  $\xi$  и  $\zeta$  вдоль оси вращения стола,
- либо на неподвижном основании путем изменения ориентации корпуса прибора относительно вектора угловой скорости Земли.

Определение коэффициентов чувствительности к ускорениям, проводится путем изменения ориентации корпуса прибора относительно плоскости горизонта, т.е. относительно вектора ускорения свободного падения.

Определение коэффициентов температурной чувствительности проводится в термокамере, где измеряются параметры прибора при изменении температуры корпуса.

### Математическая модель сигнала ДУС при калибровке



Т.к. измеряемая величина угловой скорости ДУС в установившемся режиме равна:

$$\omega_{\text{изм}} = \omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x = K_{\text{дус}} (U - U_0)$$

то при движении корпуса ДУС с постоянными угловыми скоростями и ускорениями возникают моменты от смещения центра масс подвижной части и от неравножесткости её опоры

$$M_x = m\Delta_{\zeta}a_{\eta} - m\Delta_{\eta}a_{\zeta} + m^2 \left( \frac{1}{K_{\eta}} - \frac{1}{K_{\zeta}} \right) a_{\eta}a_{\zeta}$$

а также гироскопические моменты.

Математическая модель выходного сигнала ДУС при этом имеет вид:

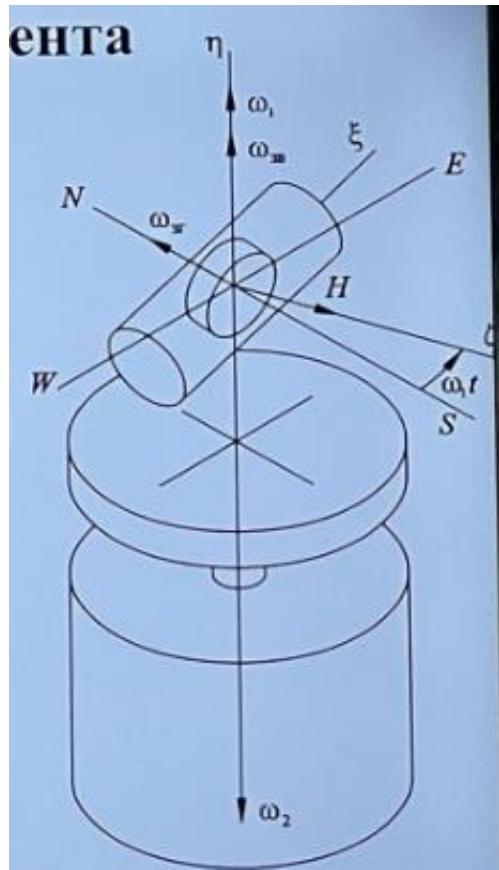
$$U = U_0 + \frac{1}{K_{\text{дус}}} (\omega_\eta - h_\eta a_\eta + h_\zeta a_\zeta - h_{\eta\zeta} a_\eta a_\zeta)$$

где

$$h_\eta = \frac{m\ddot{\Delta}_\zeta}{H}; \quad h_\zeta = -\frac{m\dot{\Delta}_\eta}{H}; \quad h_{\eta\zeta} = \frac{m^2}{H} \left( \frac{1}{K_\eta} - \frac{1}{K_\zeta} \right)$$

Одной из задач калибровки является определение этих коэффициентов модели ДУС

## Методика определения масштабного коэффициента и нулевого сигнала ДУС



Калибровка ДУС для определения его масштабного коэффициента производится на поворотном стенде, как показано на рисунке.

Блок устанавливается осью чувствительности  $\eta$  вдоль оси вращения платформы стенда и при вращении платформы с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  производится измерение выходных напряжений  $U_1$  и  $U_2$ :

$$U_1 = U_0 + \frac{1}{K_{\text{дус}}} (\omega_1 + \omega_{3B} - h_\eta g); \quad U_2 = U_0 + \frac{1}{K_{\text{дус}}} (\omega_2 + \omega_{3B} - h_\eta g)$$

Из измеренных значений  $U_1$  и  $U_2$  находим величину масштабного коэффициента  $K_{\text{дус}}$  и нулевого сигнала  $U_0$ :

$$K_{\text{дус}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{U_1 - U_2}; \quad U_0 = \frac{1}{2} \left( U_1 + U_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2(\omega_{3B} - h_\eta g)}{K_{\text{дус}}} \right),$$

или  $U_0 = \frac{1}{2} \left( U_1 + U_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2(\omega_{3B} - h_\eta g)}{\omega_1 - \omega_2} (U_1 - U_2) \right) = \frac{U_2 \omega_1 - U_1 \omega_2 - 2(\omega_{3B} - h_\eta g)(U_1 - U_2)}{\omega_1 - \omega_2}$

## Лекция 12

### Уравнения движения динамически настраиваемого гироскопа (ДНГ)

На рисунке представлена схема ДНГ, где вал привода, на котором закреплен ротор гироскопа с помощью упругого карданного подвеса, вращается относительно корпуса с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ , т.е.  $\boldsymbol{\varphi} = \Omega t$ .

Системы координат  $x_0y_0z_0$ ,  $x_1y_1z_1$  и  $xyz$ , связанны соотносительно другом, получаемые последовательными поворотами на углы  $\varphi$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ .

Преобразования систем координат относительно друг друга могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{cases} x_0 = \xi \cdot \cos \varphi + \eta \cdot \sin \varphi \\ y_0 = -\xi \cdot \sin \varphi + \eta \cdot \cos \varphi \\ z_0 = \zeta \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = x_0 \\ y_1 = y_0 \cdot \cos \alpha + z_0 \cdot \sin \alpha \\ z_1 = -y_0 \cdot \sin \alpha + z_0 \cdot \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} x = x_1 \cdot \cos \beta - z_1 \cdot \sin \beta \\ y = y_1 \\ z = x_1 \cdot \sin \beta + z_1 \cdot \cos \beta \end{cases}$$

Или в векторно-матричной форме:

$$\bar{\xi} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \varphi_m \cdot \bar{\xi}, \quad \bar{x}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \alpha_m \cdot \bar{x}_0, \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \beta_m \cdot \bar{x}_1$$

где:  $\varphi_m = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\alpha_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

и  $\beta_m = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$  – матрицы соответствующих поворотов

С учетом малости углов поворота  $\alpha$  и  $\beta$  (т.е.  $\alpha, \beta \ll 1$ ), можно записать:

$$\alpha_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \quad \beta_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Векторы абсолютных угловых скоростей  $\bar{\omega}_\xi$  корпуса ДНГ, вала  $\bar{\omega}_0$ , рамки  $\bar{\omega}_1$  и ротора  $\bar{\omega}$  могут быть представлены в виде:

$$\bar{\omega}_\xi = \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{\omega}_0 = \begin{pmatrix} \omega_{x_0} \\ \omega_{y_0} \\ \omega_{z_0} \end{pmatrix} = \varphi_m \cdot \bar{\omega}_\xi + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_\xi \cos \varphi + \omega_\eta \sin \varphi \\ -\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi \\ \Omega \end{pmatrix}$$

**Движение динамически настраиваемого**

$$\bar{\omega}_1 = \begin{pmatrix} \omega_{x_1} \\ \omega_{y_1} \\ \omega_{z_1} \end{pmatrix} = \alpha_m \cdot \bar{\omega}_0 + \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \cos \varphi + \omega_\eta \sin \varphi \\ -\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi \\ \Omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \omega_\xi \cos \varphi + \omega_\eta \sin \varphi + \dot{\alpha} \\ -\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi + \alpha \Omega \\ \Omega \end{pmatrix}$$

$$\bar{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \beta_m \cdot \bar{\omega}_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \cos \varphi + \omega_\eta \sin \varphi + \dot{\alpha} \\ -\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi + \alpha \Omega \\ \Omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \omega_\xi \cos \varphi + \omega_\eta \sin \varphi + \dot{\alpha} - \beta \Omega \\ -\omega_\xi \sin \varphi + \omega_\eta \cos \varphi + \dot{\beta} + \alpha \Omega \\ \Omega \end{pmatrix}$$

### Необобщенное уравнение Эйлера

Необобщенное уравнение Эйлера, определяющее угловое движение вокруг оси  $x_1$  в системе координат связанной с рамкой, имеет вид:

координат связанных

$$A_1 \dot{\omega}_{x_1} + (C_1 - B_1) \omega_{y_1} \omega_{z_1} = M_{x_1} = -K_x \alpha - D_{x_1} \dot{\alpha} + M_{Tx} + M_{Bx}$$

$M_{py} = -K_y \beta$  – момент, приложенный к маховику гироскопа со стороны рамки вокруг оси  $y$

$K_y$  – угловая жесткость торсионов карданного подвеса вокруг оси  $y$

$D_x$  и  $D_y$  – коэффициенты демпфирования, определяемые газодинамическими силами, внутренним трением и гистерезисом торсионов

$M_{px} = -M_{mx}$  – момент, приложенный к маховику гироскопа со стороны рамки вокруг оси  $x$

$M_{\text{дм}x}$  и  $M_{\text{дм}y}$  – моменты, приложенные к маховику гироскопа со стороны датчика момента

$M_{\text{в}x}$  и  $M_{\text{в}y}$  – возмущающие моменты, приложенные к ротору гироскопа

Полученные соотношения (1) и (2) и представляют собой необобщенные уравнения Эйлера, описывающие движение рамки и маховика ДНГ

### Условие динамической настройки

Пусть  $\omega_\xi = \omega_\eta = 0, D_x = D_y = 0, M_{\text{в}x} = M_{\text{в}y} = 0, M_{\text{дм}x} = M_{\text{дм}y} = 0$ ,

тогда уравнения движения рамки и маховика гироскопа примут вид

$$\text{для рамки: } A_1 \ddot{\alpha} + (C_1 - B_1) \Omega^2 \alpha = -K_x \alpha + M_{\text{м}x}$$

$$\begin{cases} A \ddot{\alpha} + (C - A - B) \Omega \dot{\beta} + (C - B) \Omega^2 \alpha = M_{\text{px}} = -M_{\text{м}x} \\ B \ddot{\beta} - (C - A - B) \Omega \dot{\alpha} + (C - A) \Omega^2 \beta = M_{\text{py}} = -K_y \beta \end{cases}$$

для маховика:

Из этих уравнений видно, что моменты, приложенные к ротору гироскопа со стороны рамки вокруг осей  $x$  и  $y$  во вращающейся системе координат  $xyz$ , определяются соотношениями:

$$\begin{cases} M_{\text{px}} = -M_{\text{м}x} = -A_1 \ddot{\alpha} - (C_1 - B_1) \Omega^2 \alpha - K_x \alpha \\ M_{\text{py}} = -K_y \beta \end{cases}$$

В неподвижной системе координат  $\xi\eta\zeta$ , связанной с корпусом эти моменты преобразуются к виду:

$$\begin{cases} M_\xi^P = M_{\text{px}} \cdot \cos \Omega t - M_{\text{py}} \cdot \sin \Omega t \\ M_\eta^P = M_{\text{px}} \cdot \sin \Omega t + M_{\text{py}} \cdot \cos \Omega t \end{cases}$$

или в комплексном виде  $M^P = M_p e^{j\Omega t}$ ,

где  $M_p = M_{\text{px}} + jM_{\text{py}}$  – момент, приложенный к ротору во вращающейся системе координат и в неподвижной:  $M^P = M_\xi^P + jM_\eta^P$ .

Откуда:

$$\begin{aligned} M^P &= M_p e^{j\Omega t} = (M_{\text{px}} + jM_{\text{py}}) e^{j\Omega t} = \\ &= -\left( A_1 \ddot{\alpha} + ((C_1 - B_1) \Omega^2 + K_x) \alpha + jK_y \beta \right) e^{j\Omega t} \end{aligned}$$

Связь между углами поворотов ротора  $\psi_x$  и  $\psi_y$  в неподвижной системе координат (относительно корпуса) и углами поворота ротора в подвижной системе  $\theta_x = \alpha$  и  $\theta_y = \beta$ , связанной с вращающимся ротором, имеет вид:

$$\theta_x = \alpha = \psi_x \cos \Omega t + \psi_y \sin \Omega t, \quad \theta_y = \beta = -\psi_x \sin \Omega t + \psi_y \cos \Omega t.$$

Или в комплексном виде  $\psi = \theta^{j\Omega t}$ , где  $\psi = \psi_x + j\psi_y$ ,

$$\theta = \theta_x + j\theta_y = \alpha + j\beta, \text{ откуда } \theta = \psi e^{-j\Omega t}.$$

Из этих соотношений, следует также:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= (\dot{\psi} - j\Omega\psi) e^{-j\Omega t}, \quad \dot{\bar{\theta}} = (\dot{\bar{\psi}} + j\Omega\bar{\psi}) e^{j\Omega t}, \quad \ddot{\theta} = (\ddot{\psi} + 2j\Omega\dot{\psi} - \Omega^2\psi) e^{-j\Omega t} \\ \ddot{\bar{\theta}} &= (\ddot{\bar{\psi}} + 2j\Omega\dot{\bar{\psi}} - \Omega^2\bar{\psi}) e^{j\Omega t} \\ \alpha &= \frac{1}{2}(\theta - \bar{\theta}) = \frac{1}{2}(\psi e^{-j\Omega t} + \bar{\psi} e^{j\Omega t}), \quad \beta = -\frac{1}{2}j(\theta - \bar{\theta}) = -\frac{1}{2}j(\psi e^{-j\Omega t} - \bar{\psi} e^{j\Omega t}) \\ \ddot{a} &= \frac{1}{2}(\ddot{\theta} + \ddot{\bar{\theta}}) = \frac{1}{2}\left((\ddot{\psi} - 2j\Omega\dot{\psi} - \Omega^2\psi) e^{-j\Omega t} + (\ddot{\bar{\psi}} + 2j\Omega\dot{\bar{\psi}} - \Omega^2\bar{\psi}) e^{j\Omega t}\right) \end{aligned}$$

Момент, приложенный к ротору в системе координат  $\xi\eta\zeta$  корпуса, с учетом предыдущих соотношений, преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} M^p &= -\left(A\ddot{a} + ((C_i - B_i)\Omega^2 + K_r)a + jK_r\beta\right)e^{j\Omega t} = \\ &= \left(\frac{1}{2}A(\ddot{\psi} - 2j\Omega\dot{\psi}) + \left(\frac{1}{2}(K_x + K_y) - \frac{1}{2}(A_i + B_i - C_i)\Omega^2\right)\psi + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2}A(\ddot{\bar{\psi}} + 2j\Omega\dot{\bar{\psi}}) + \left(\frac{1}{2}(K_x - K_y) - \frac{1}{2}(A_i + B_i - C_i)\Omega^2\right)\bar{\psi}\right)e^{2j\Omega t}\right) \end{aligned}$$

И, в частности, при  $\psi = const$

$$M^p = -\left(\frac{1}{2}(K_x + K_y) - \frac{1}{2}(A_i + B_i - C_i)\Omega^2\right)\psi - \left(\frac{1}{2}(K_x - K_y) - \frac{1}{2}(A_i + B_i - C_i)\Omega^2\right)\bar{\psi}e^{2j\Omega t}$$

Т.е. на ротор со стороны рамки действуют моменты пропорциональные углу  $\psi$  поворота ротора относительно корпуса:

- **постоянные моменты:**

$$M_1^P = \frac{1}{2}(K_x + K_y)\psi - \text{упругий момент со стороны торсионов}$$

$$M_2^P = \frac{1}{2}(A_1 + B_1 - C_1)\Omega^2\psi - \text{антиупругий момент со стороны рамки подвеса}$$

- **момент на двойной частоте вращения**

$$M_3^P = -\left(\frac{1}{2}(K_x - K_y)\frac{1}{2}(A_1 + B_1 - C_1)\Omega^2\right)\bar{\psi}e^{2j\Omega t}$$

Для исключения постоянного момента действующего на ротор гироскопа при отклонении на угол  $\psi$  относительно корпуса, получим известное **условие динамической настройки ДНГ:**

$$\Delta k = K - J_1\Omega^2 = 0 \quad (1)$$

где  $K = \frac{1}{2}(K_x + K_y)$  – средняя угловая жёсткость подвеса

$J_1 = \frac{1}{2}(A_1 + B_1 - C_1)$  – разностный момент инерции рамки

$\Delta k$  – остаточная (некомпенсированная) жесткость подвеса, когда **при отклонении ротора относительно корпуса на постоянный угол к нему не приложен постоянный момент**, из-за того, что **упругие моменты торсионов подвеса компенсируются динамическими моментами кольца карданного подвеса**.

### Момент на двойной частоте вращения вала привода

При выполнении условия динамической настройки  $\Delta k = 0$  момент на двойной частоте вращения становится равным:

$$\begin{aligned} M^P &= -\left(\frac{1}{2}(K_x - K_y) - \frac{1}{2}(A_1 + B_1 - C_1)\Omega^2\right)\bar{\psi}e^{2j\Omega t} \\ &= -\left(\frac{1}{2}(K_x - K_y) - \frac{1}{2}(K_x - K_y)\right)\bar{\psi}e^{2j\Omega t} = -K_y\bar{\psi}e^{2j\Omega t} \end{aligned} \quad (2)$$

Именно этот момент является источником погрешности гироскопа с однокольцевым карданным подвесом при угловых колебаниях корпуса или вала вокруг осей  $x$  или  $y$  с двойной частотой вращения ротора гироскопа.

Пусть вектор угловых колебаний корпуса на двойной частоте вращения вала лежит в плоскости  $\xi\eta$ , т.е. его можно записать в виде:

$$\psi = \psi_0 \cos 2\Omega t = \frac{1}{2}\psi_0(e^{2j\Omega t} + e^{-2j\Omega t}) \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в (2), получим:

$$M^P = K_y \frac{I}{2} \psi_0 (e^{2j\Omega_f} + e^{-2j\Omega_f}) e^{2j\Omega_f} = K_y \frac{I}{2} \psi_0 (e^{4j\Omega_f} + 1)$$

где имеется постоянная составляющая этого момента:

$$M^P = \frac{I}{2} K_y \psi_0$$

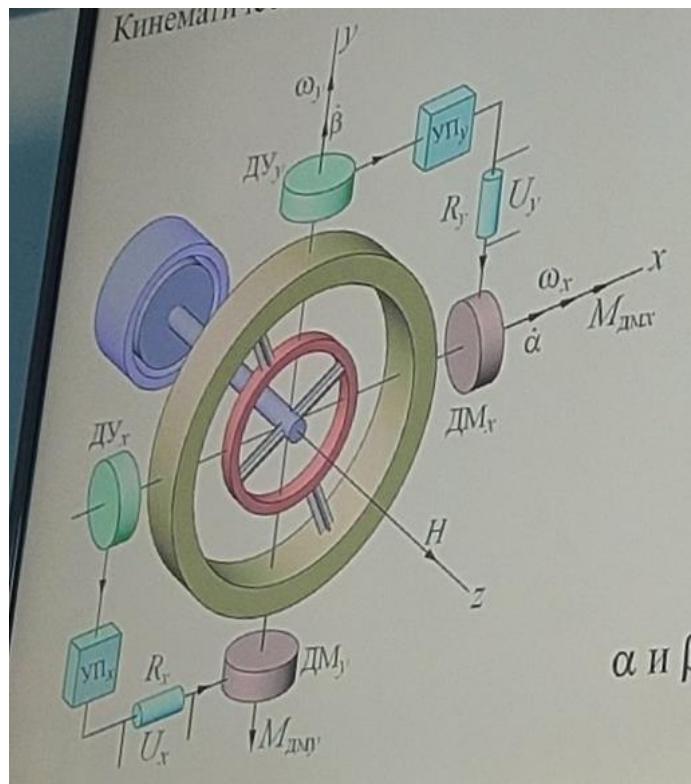
вызывающая соответствующий дрейф ДНГ от колебаний на двойной частоте вращения:

$$\omega = \frac{M^P}{H} = \frac{K_y}{2H} \psi_0$$

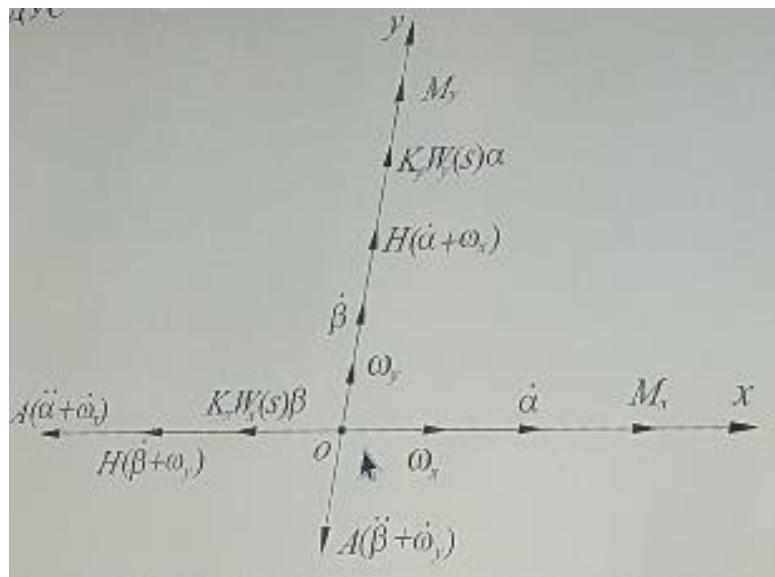
Этот дрейф представляет собой серьёзную погрешность однокольцевого ДНГ, из-за чего появились конструкции ДНГ с двойным, тройным и более колец карданного подвеса в которых этот дрейф отсутствует.

### Уравнения движения ДНГ в режиме ДУС

Кинематическая схема ДНГ в режиме ДУС:



Моменты, приложенные к ротору гироскопа:



$\alpha$  и  $\beta$  – углы поворота ротора относительно корпуса вокруг осей  $x$  и  $y$  корпуса

При выполнении динамической настройки уравнения движения ротора ДНГ в режиме датчика угловой скорости (ДУС) имеют вид:

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_r) + H(\dot{\beta} + \omega_r) = M_x^D + M_x^B \\ A(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_y) - H(\dot{\alpha} + \omega_r) = M_y^D + M_y^B \end{cases}$$

Моменты, развивающиеся датчиками моментов:

$$\begin{aligned} M_x^D &= J_x k_x^D = -k_\beta k_x' k_x^D W_x(s) \beta = -k_x W_x(s) \beta \\ M_y^D &= J_y k_y^D = k_\alpha k_y' k_y^D W_y(s) \alpha = k_y W_y(s) \alpha \end{aligned}$$

Уравнения движения ДНГ в режиме ДУС с учетом моментов ДМ:

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_r) + H(\dot{\beta} + \omega_r) = -k_x W_x(s) \beta + M_x \\ A(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_y) - H(\dot{\alpha} + \omega_r) = k_y W_y(s) \alpha + M_y \end{cases}$$

## Структурная схема ДНГ в режиме ДУС

