

Подчерзевцев Виктор Павлович

доцент, к.т.н., руководитель 1-ой специализации

тел. 8-499-263-68-89 (ауд. 1003)

Литература:

1. Лекции
2. Гироскопические системы, т.2, «Элементы гироскопических приборов», под ред. Д.С. Пельпора, 1986г., Высшая школа,
3. Лукьянов Д.П., Распопов В. Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов, 2015.

Задачи гироскопических систем ориентации

1. Определение углового положения ЛА в выбранной системе координат
2. Использование в системах управления движущимися аппаратами
3. Использование в инерциальных системах (для стабилизации платформы с акселерометрами - в платформенных ИНС или для расчета проекций ускорений измеряемых акселерометрами в опорной системе координат - в БИНС)

В зависимости от конкретного назначения СО требования к ним лежат в широких пределах.

Например, точность СО для инерциальной навигации на море характеризуется величиной порядка 0,001 %/ч, в то время как для гироскопа крена телеуправляемой зенитной ракеты вполне допустимой является скорость дрейфа порядка 100°/ч.

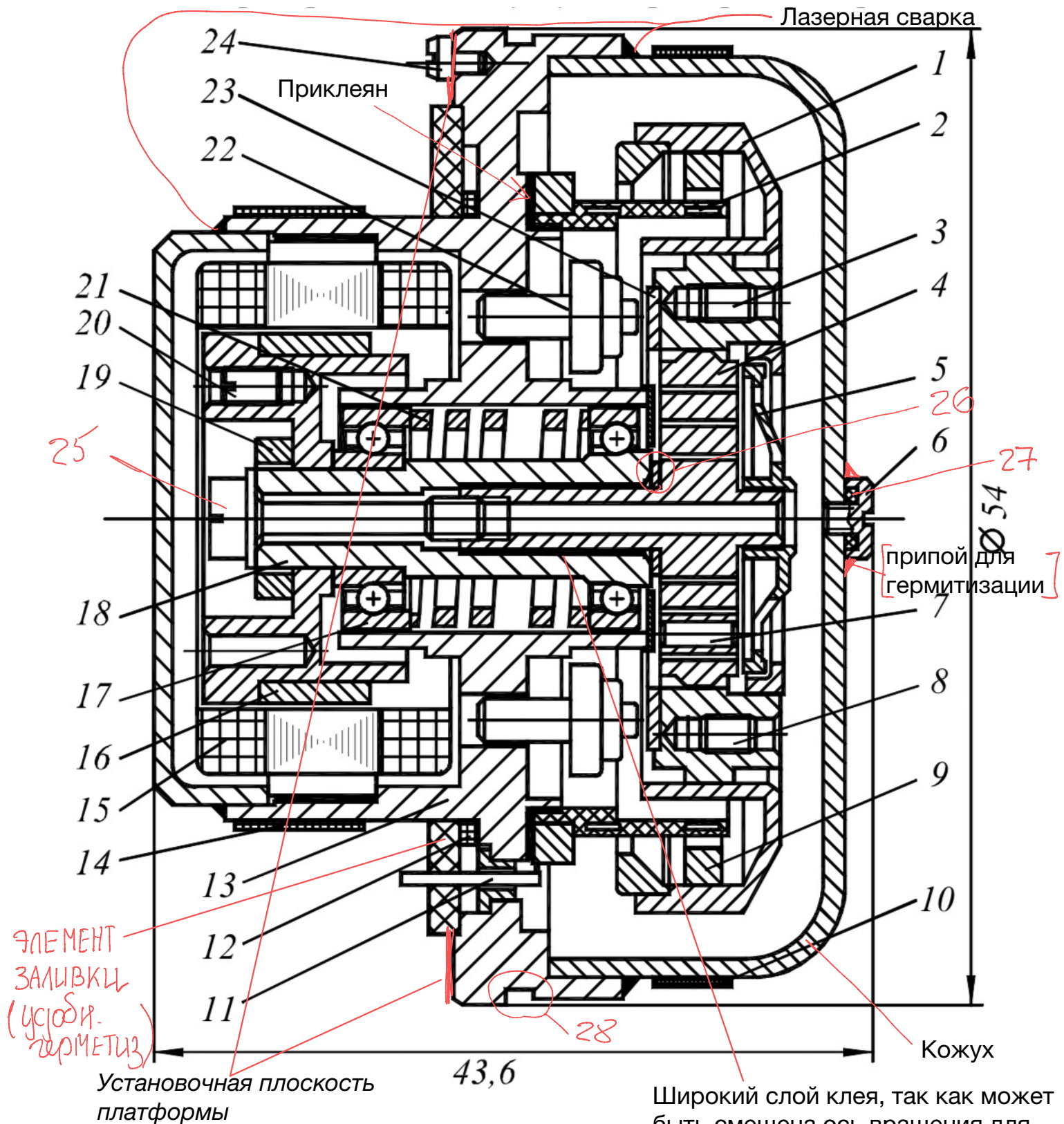
Измеряемые рабочие углы по отдельным координатам могут быть от нескольких градусов (курс и крен стабилизированного космического аппарата (КА), дифферент и крен корабля) до неограниченной величины по всем трем осям (высокоманевренный истребитель).

Аналогичным образом спектр частот, характеризующий угловое движение объекта вокруг его центра масс, может измеряться в пределах от тысячных долей герц до нескольких единиц и даже десятков, время готовности - от нескольких секунд до десятков часов, диапазон линейных перегрузок - от сотых долей (КА) до нескольких сотен.

Изобразить чувствительный элемент
Кинематическая схема гиростабилизатора
+ Определить возмущающие моменты

Темы лекций:

- датчики угловой скорости (ДУС) с механической или электрической пружиной,
- поплавковый интегрирующий гироскоп (ПИГ),
- гироскоп поплавковый астатический (ГПА),
- динамически настраиваемый гироскоп (ДНГ),
- шаровые гироскопы с газодинамическим, электростатическим и магнитным подвесами,
- балочный вибрационный гироскоп (БВГ),
- твердотельный волновой гироскоп (ТВГ),
- кольцевой волновой гироскоп (КВГ),
- микромеханические гироскопы (ММГ),
- лазерный гироскоп (ЛГ),
- волоконно-оптический гироскоп (ВОГ).



1 - ротор, маховик, **вращающийся элемент**

2 - статор ДМ (жестко приклеена обмотка ДМ)

3 - регулировочный элемент , предназначен для статической и динамической балансировки маховика

4 - упругий карданный подвес, он 2хкольцевой с параллельным соединением колец

5 - упругий упор для ограничения угла поворота маховика ГП , чтобы не было ударов при вращении при быстром движении маховика, а повороты малы

7 - нужен для динамической настройки ГП, он изменяет разносный момент инерции кольца или рамки карданов подвеса, он 2хкольцевой (находится в рамке или кольце)

Оси карданных подвесов развернуть на 90 градусов , **назначение** 2 карданных подвесов : используется для компенсации погрешности динамически настроенного ГП при угловых колебаниях на двойной частоте вращения вала вокруг осей чувствительности ГП. Для ГП при убирании 2ого подвеса будет возникать погрешность 1 угловая секунда 30 градусов в час

6 - элемент герметизации внутреннего объема ГП, окончательная герметизация обеспечивается внутренней пайкой

Последовательно герметизации исполнение внутреннего ГП обеспечивается установкой ГП в вакуумный хвост при открученном элемент 6, через зазор откачивается газ из внутреннего объема и заполняется гелием или водородом и закручивается, производится пайка

10, 14 - обмотка обогрева, состоит из 2х частей, чтобы обеспечивала равномерность тепла

11 - гермоввод, для подачи питания ДВ и ДУ, направление ДН, съем информации ДУ

12 - катушка термодатчика, плоская, медная катушка, которая приклеивается к ГП, работает в паре с системой термостатирования

16 - элемент роторной части гистерезисного двигателя, который обладает ... свойством

19 - гайка, обеспечивающая фиксацию ротора привода ГП на валу подшипниковых опор

20 - элемент динамической балансировки всей подвижной части

21 - пружина для выставки осевого натяга подшипниковой опоры (распирает внешние кольца)

22 - торцевой индуктивный датчик угла (чувствительная головка приближена к ротору,

23 - п-образная к МММ кольцо - **часть датчика угла**

24 - эксцентрик (обеспечивает точность фиксации ДМ относительно корпуса, так как обмотка является грубым элементом, обеспечивает точное соответствие ДМ и корпуса, из-за биения головки эксцентрика по посадочному маховику, она имеет движение вокруг маховика, это попадает в паз системы, этот паз из-за поведения головки может разворачивать корпус, в процессах биения может обеспечить более точную выставку корпуса

ГВК-6 является двухкольцевым, с параллельным соединением колец. Карданов подвес, маховик, привод (состоит из статора и ротора)

25 - винт, обеспечивающий жесткую фиксацию маховика с упругим подвесом относительно вала привода относительно кольца (или подшипниковой опоры)

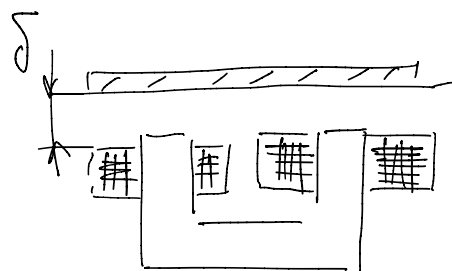
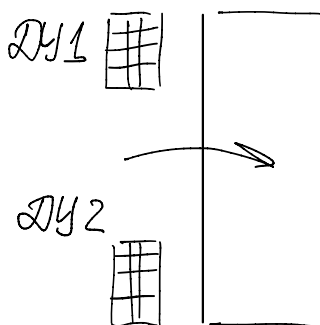
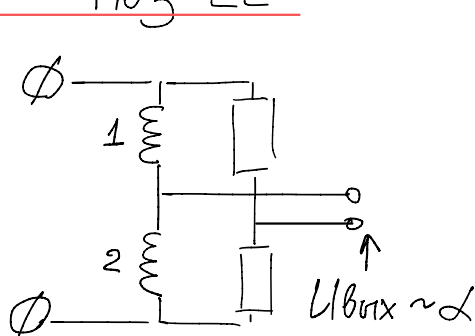
26 - для регулировки крутизны датчика угла, зазор между ДУ и ротором ДУ, величина зазора определяет крутизну

27 - резиновое уплотнительное кольцо для дополнительной герметизации, окончательная герметизация обеспечивается пайкой элемента

28 - Прорезь используется для фиксации приборов с помощью прижимных элементов

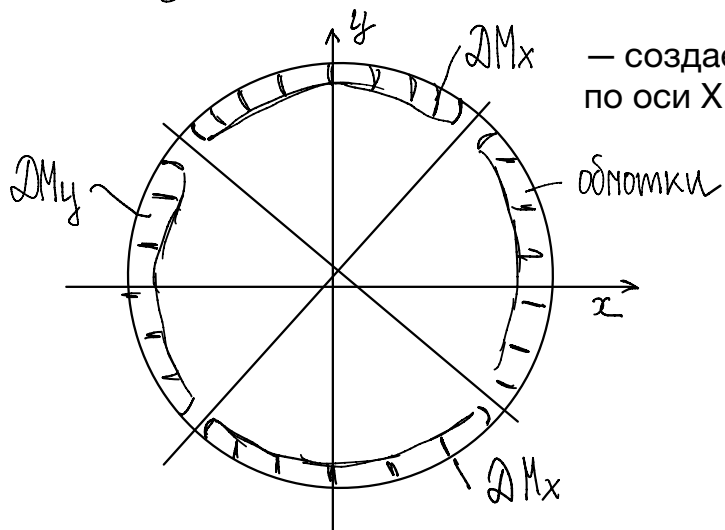
- Сборка под давление 5 мм рт ст (маленькое давление) - гелий, 30 мм рт ст - водород. Разряженная атмосфера, так как водород имеет высокую текучесть и очень малую вязкость
- Поворот корпусом или ротором задается нулевое положение
- **Рабочая температура система термостатирования ГП - 65 град до 75 град**
- **Как устанавливается прибор в платформу:** устанавливается только на корпус

1703 22 :



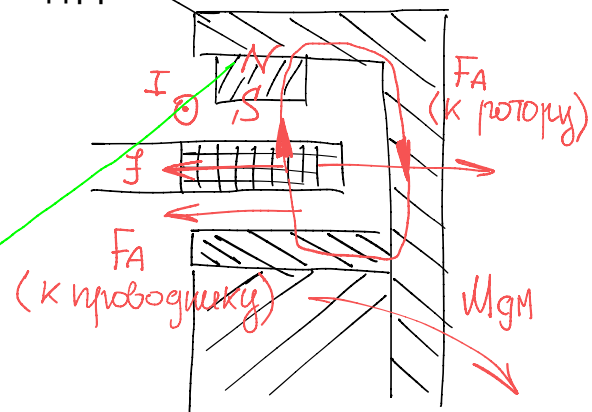
У одного увеличивается, у другого уменьшается, изменение напряжения
Измеряя индуктивность, измеряем угол поворота. **Мостовая схема**

ноз 5:



Магнитопровод ДМ (маховик)

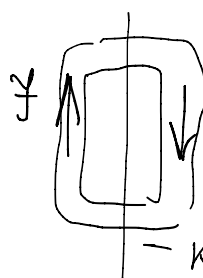
Постоянная кольцевого магнита



FA - сила Ампера, приложенная к ротору



— магн. кольцо



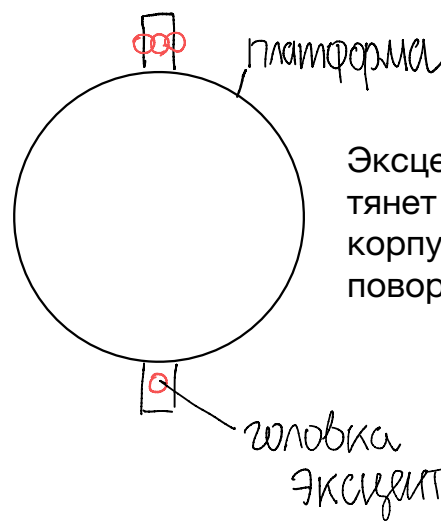
— корпус

* радиальное намагничивание

визу на катушку

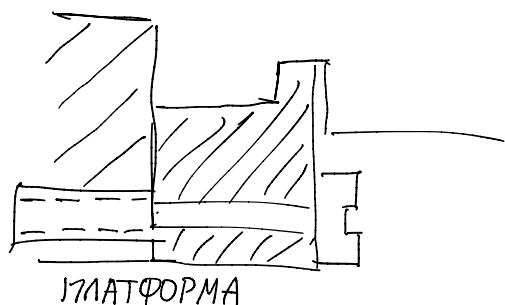
— момент через процессию разворот корпуса

ноз 24

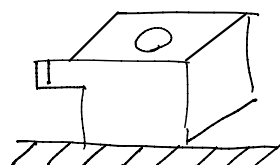


Эксцентрик тянет за собой корпус ГП при повороте

ноз 28



сухарик



- Герметичность обеспечивается установкой ГП в вакуумный пост при открученном элементе 6, откачивают внутренний газ, заполняется нужным газом, закручивается винт, резиновый элемент, спайка наружной поверхности элемента
- Устанавливается на установочную поверхность прибора, задают ориентацию относительно осей платформы
- Фиксируется прорезью (ноз. 28)

ГВК-16

6 - винт герметизации

7 - датчик угла

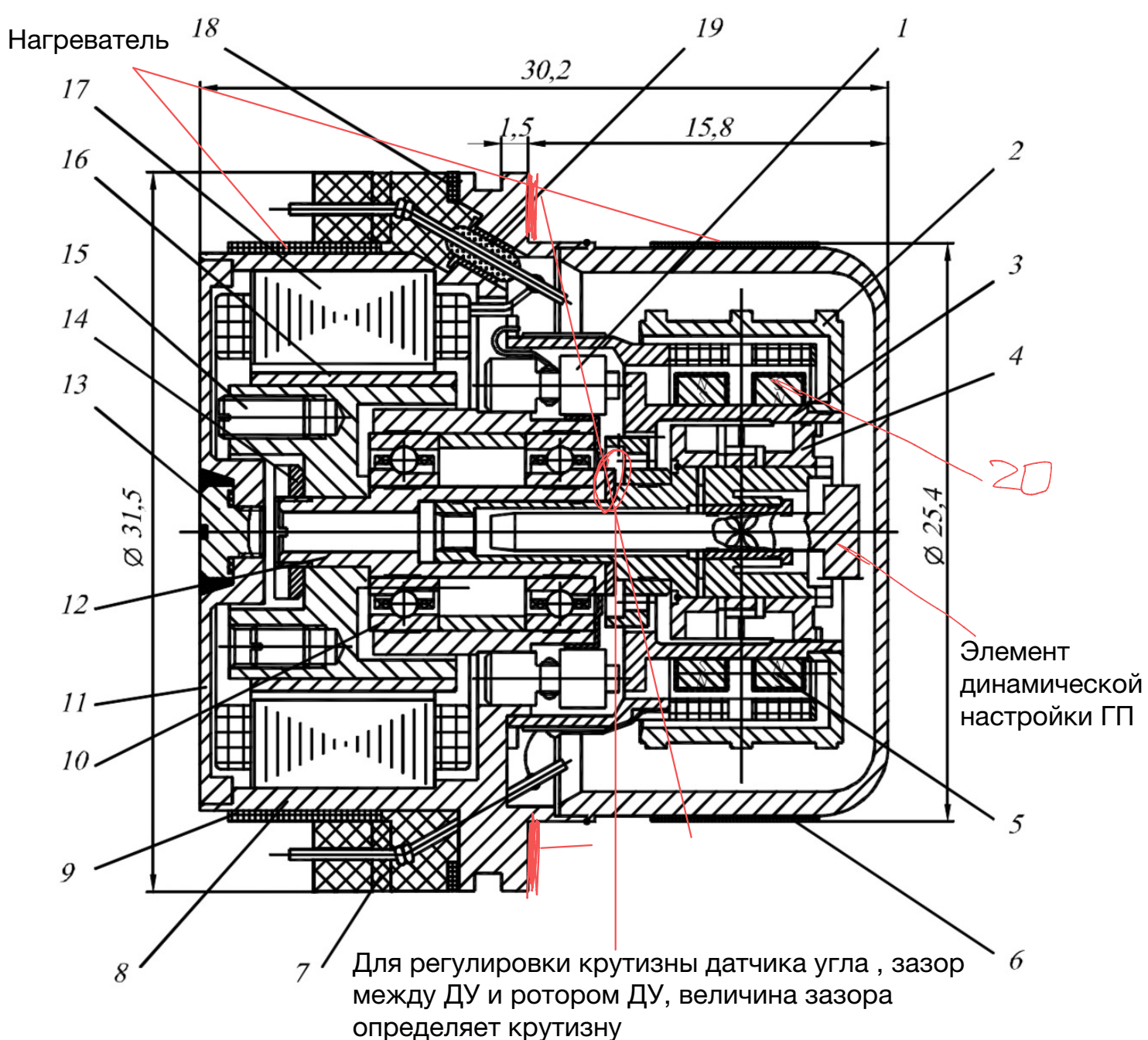
8 - маховик ГП

9 и 10 - элементы карданового подвеса

15 - регулирующий элемент

20 - магниты, намагниченные в разные стороны. Обеспечивают работоспособность обеих частей катушки и от этого создает момент в 2 раза больше, следовательно, большая скорость прецессии, следовательно, большая скорость ГП в режиме датчика угловой скорости

6 - винт для герметизации



Элемент динамической настройки ГП - необходим для уменьшения радиального момента кольца КР 2 кольцевых магнита обеспечивают работу 2х частей датчика М - момент увеличивается в 2 раза

момент $\uparrow \Rightarrow$ скорость процесса $\uparrow \Rightarrow$ большая управл $\uparrow \Rightarrow$
 \Rightarrow изнер. скорость \uparrow

- уменьшить маховик - обеспечить малый кинетический момент

$$\omega = M(H), \text{ если } H \downarrow \Rightarrow \omega \uparrow$$

Распорное кольцо используют для выставки натяга шарикоподшипниковой опоры

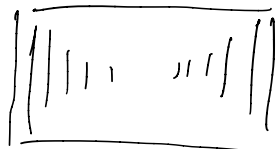
ГВК-16 используется однокольцевой карданный подвес

В ГВК-6 клей в жидком состоянии, пружина распирает шарикоподшипник, далее пружина не работает

В ГВК-16 вместо пружины распирает кольцо и вида обеспечивает пружинный натяг

— пайка нагревателя

В ГВК-6 прокладка между подвесом и торцевой опоры регулирует размер установки: для регулировки крутизны ДУ, регулирует величину зазора
 В ГВК-16 также имеется такой элемент: обеспечивает зазор между статором и ротором ДУ

 — изображение статора

МГ-4 : однокольцевой с упругим КП

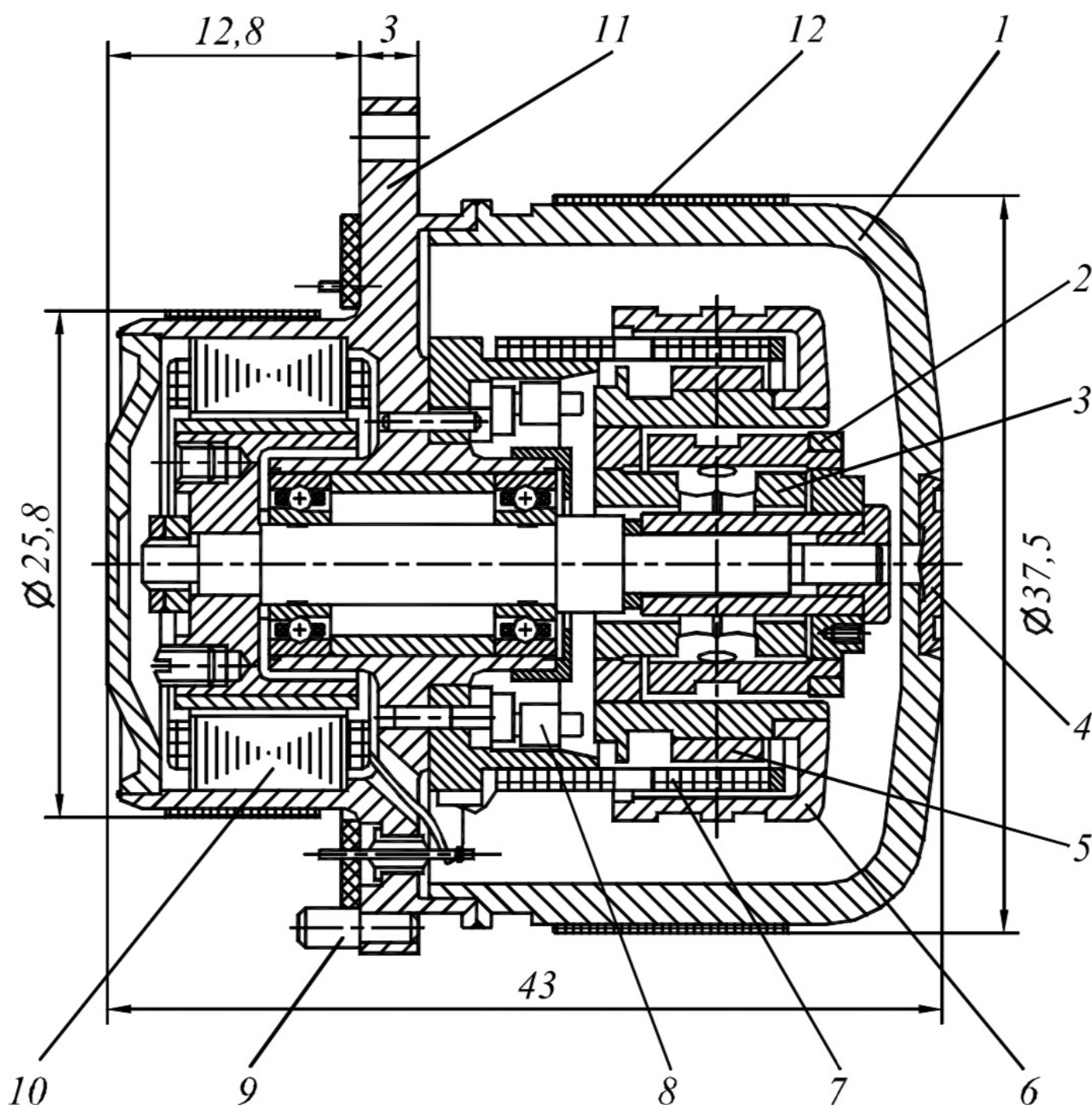
— ДНГ среднего класса точности

В качестве элемента вокруг оси вращения используют штифты (вместо эксцентриков)

Герметичность аналогично винтов

4 - винт для герметизации, запаян

7 - элемент, обеспечивающий ограничение угла поверхности маховика (15'), зазор между внутренней поверхностью и ГМ

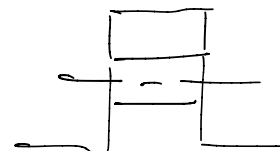


ГП имеет свою определенную скорость вращения (находит в паспорте)

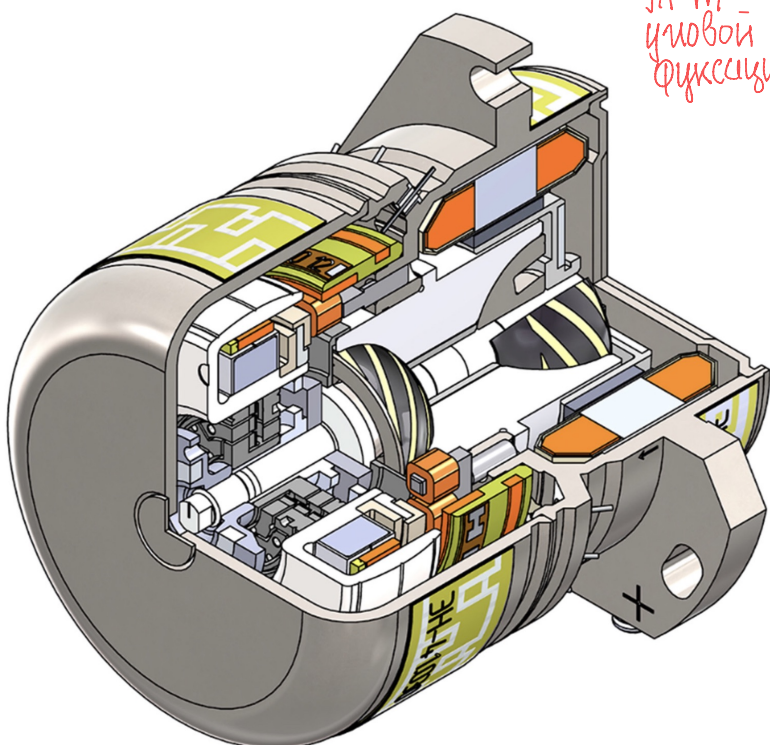
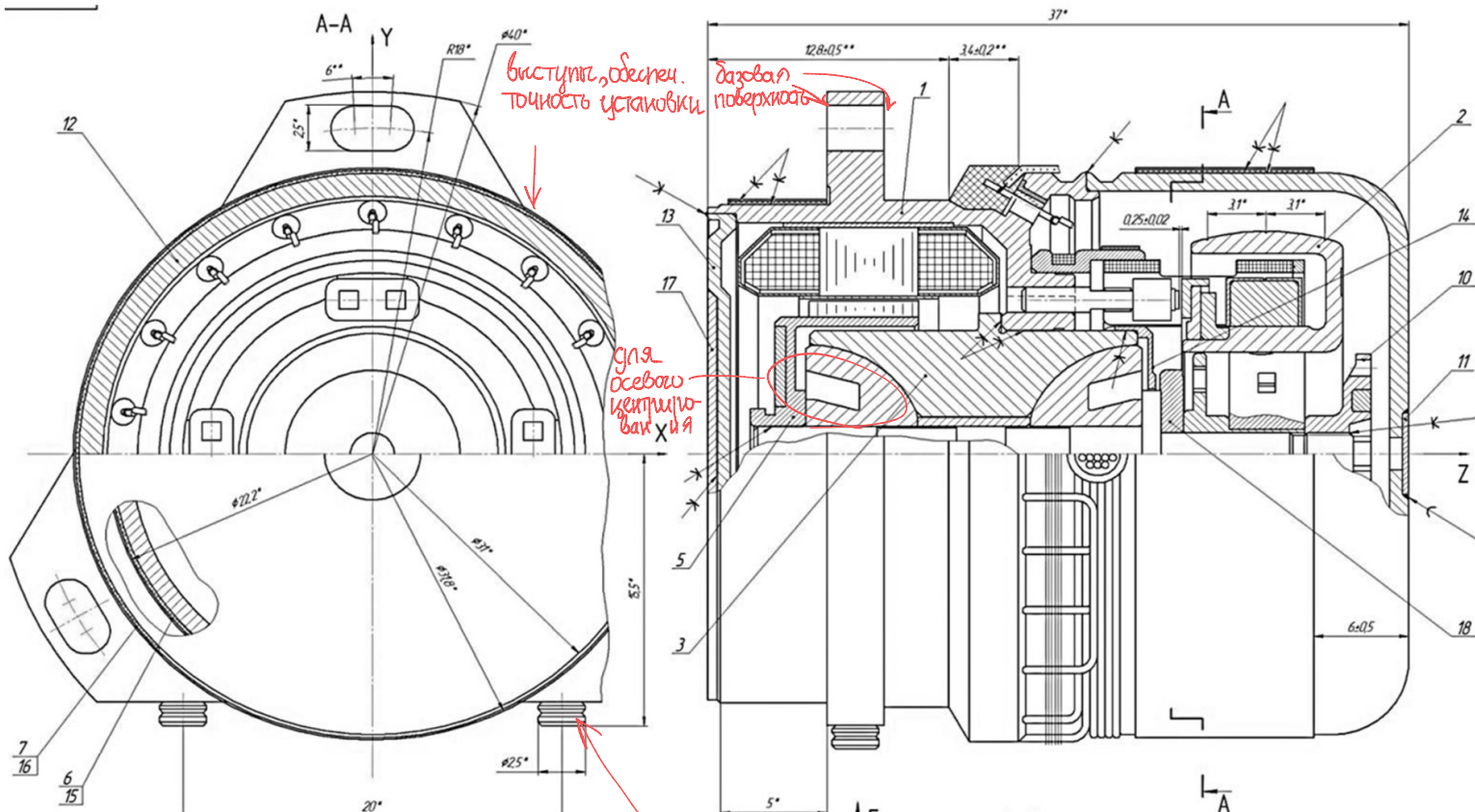
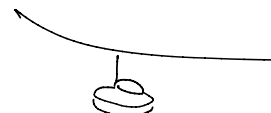
ДНГ - 2 (шаровая с ГДО)

- газодинамический опора
- автоколебания
- установочное плоскость x2

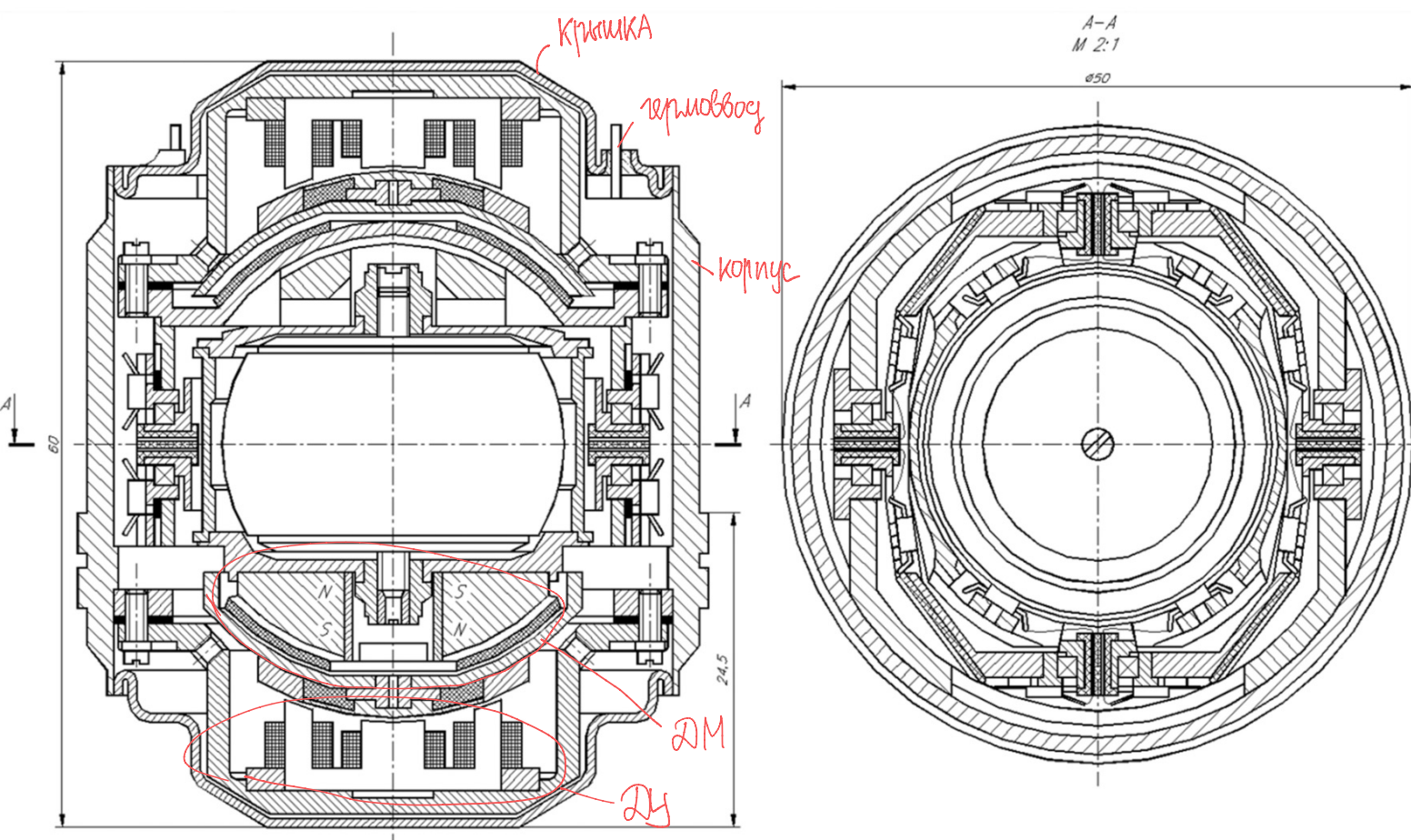
В данном ГП элемент герметичности - постинг (аналогично запахивается). В качестве установки используется



Точность ориентации обеспечивают выступы, в которые упираются элементы выставки оси симметрии корпуса ГП

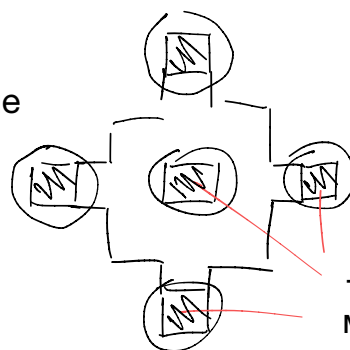


Малогабаритный 3хступенной ГП

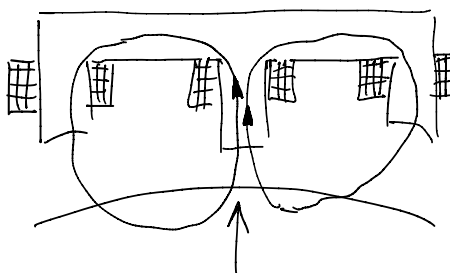
**Основные элементы:**

- ДУ, меняются зазоры ДУ пропорциональные величине углового поворота. Каждый из элементов 2хкоординатным ДУ

2 ДУ необходимо, чтобы скомпенсировать линейное смещение подвижной части и отличить от углового перемещения, по сути это датчики **линейного** перемещения



— МММ, образует магнитопровод обеспечивает магнитные потоки с помощью обмоток возбуждения



- ДМ

Герметизация кожуха с гермовводами обеспечивается заливкой лазерной сваркой

БГТУ

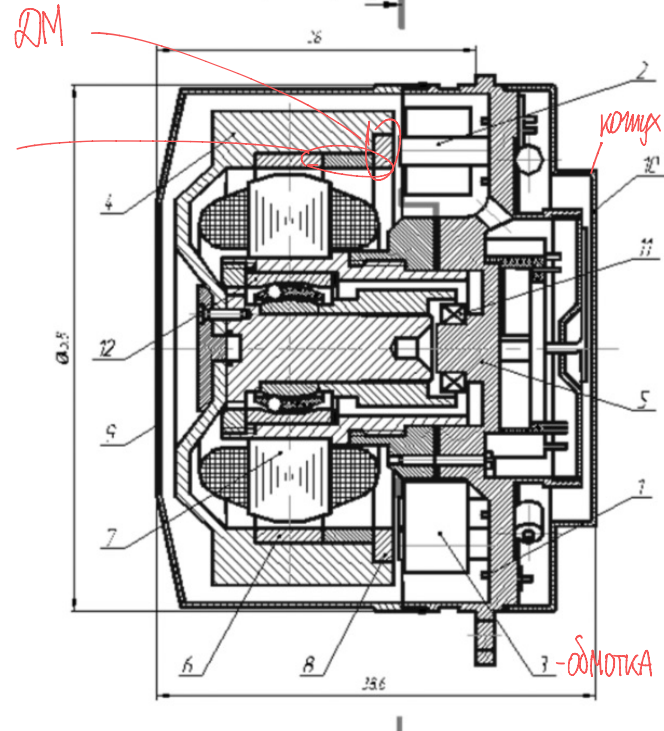
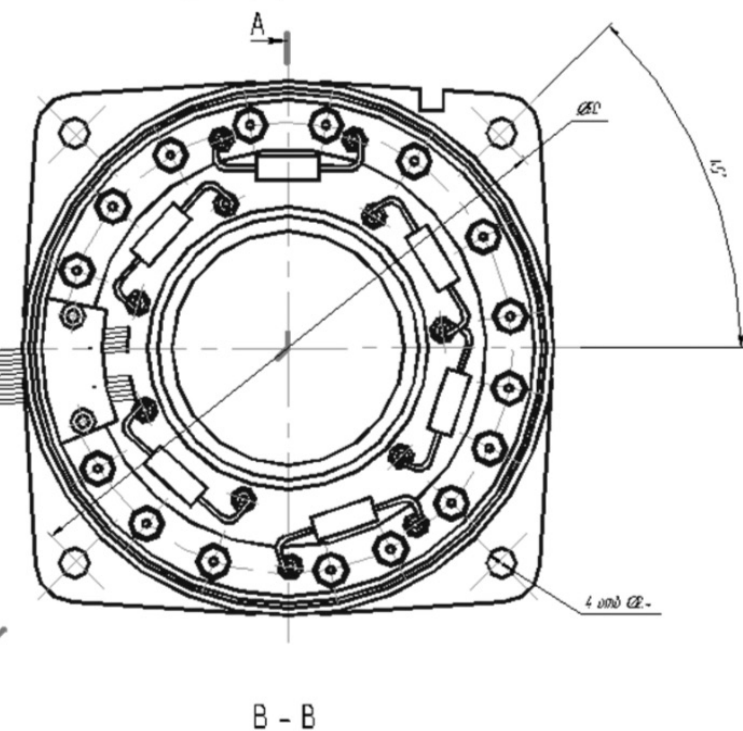
В отличие от прошлого у него электромагнитные датчики

2 - Катушка электромагнита

Когда через неё проходит ток через неподвижную часть

Нелинейная зависимость тока, а квадратная

Вид Б (крышка поз 10 снята)



Как обеспечить линейаризация подаваемого тока и силы/момента подаваемого на подвижную часть?

Обеспечивается специальным магнитным . Подает два тока: **ток подмагничивания** и **ток обмотки(управления)**, которые подаваться по обмоткам, так как **катушка разбивается на две** . Управляющий ток (управляющая катушка) либо уменьшает магнитного потока (или увеличивает). В одной сила уменьшает , в другой увеличивает . За счёт разности сил появляется момент

- **ДМ** делает из ферритта, не проводящий ток (маленькая электрическая проводимость) , для улучшения тока Фуко
- ДУ развернуты по отношению к ДМ на 45 град. - **особенность, которую учитывают в электрической схема**
- Сумма сигналов с ДУ и разность сигнала обеспечивает съем информации по углам поворота и СК, повернутой на 45 град и СК, связанной с корпусом
- Один и тот же ограничительный шарикоподшипник (**поз.11**) выполняет 2 функции, он обеспечивает ограничение угла поворот подвижной части относительно осей КП
- **Кожух** закрывает все гермовыводы, является транспортной заглушкой, чтобы не попадала влага и пыль
- Двигатель гистерезисного двигателя
- Крепится винтами, фиксация плоскости на платформе.
- Пазы для точной ориентации ГП вокруг оси Z (относительно платформы)

ПИГ с ГидО

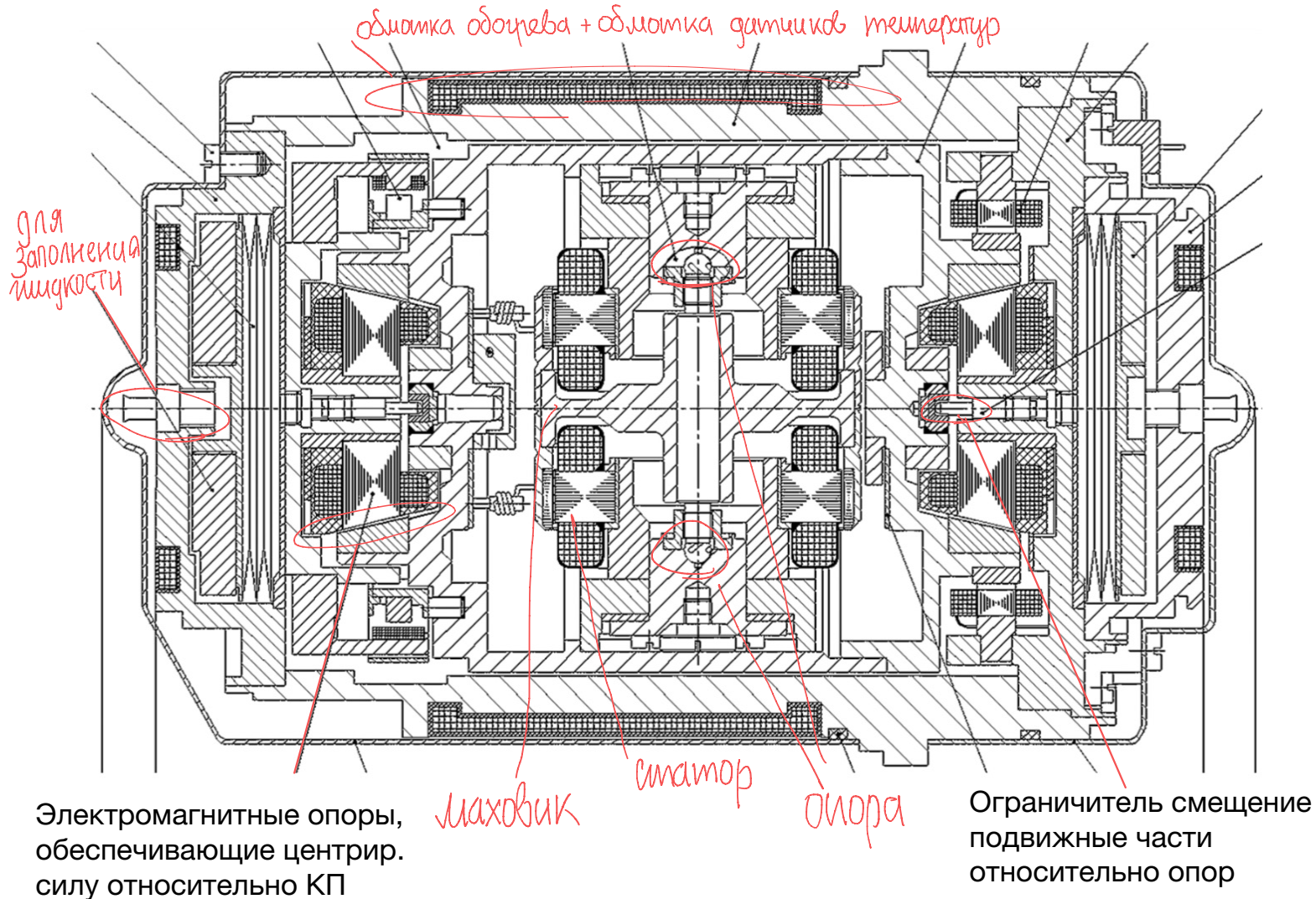
Особенность :

- ось вращения - вертикальная , обеспечивает вращение

Есть **электромагнитные опоры резонансного** типа или **активного** типа (измеряется перемещение вдоль любой оси, это напряжение переживается на магниты этой системы - обеспечивается центрирование)

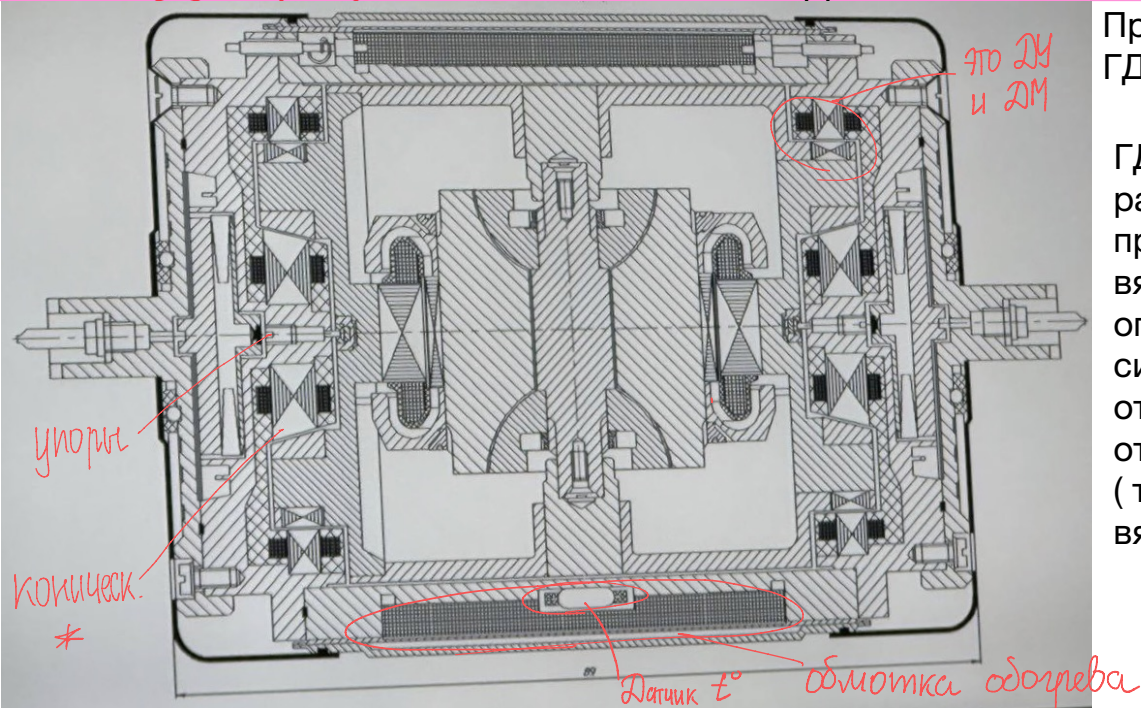
Конструктивно эти два типа опор - одинаковые , **отличие** только наличие контура обратной связи у активного подвеса

ГидО используют из-за маленьких размеров . Малые габариты связаны из-за вязкость жидкости на несколько порядков больше ГДО



(14) + (15)

ПИГ с ГДО



Принцип работы такой же у ГДО, как у ГиДО

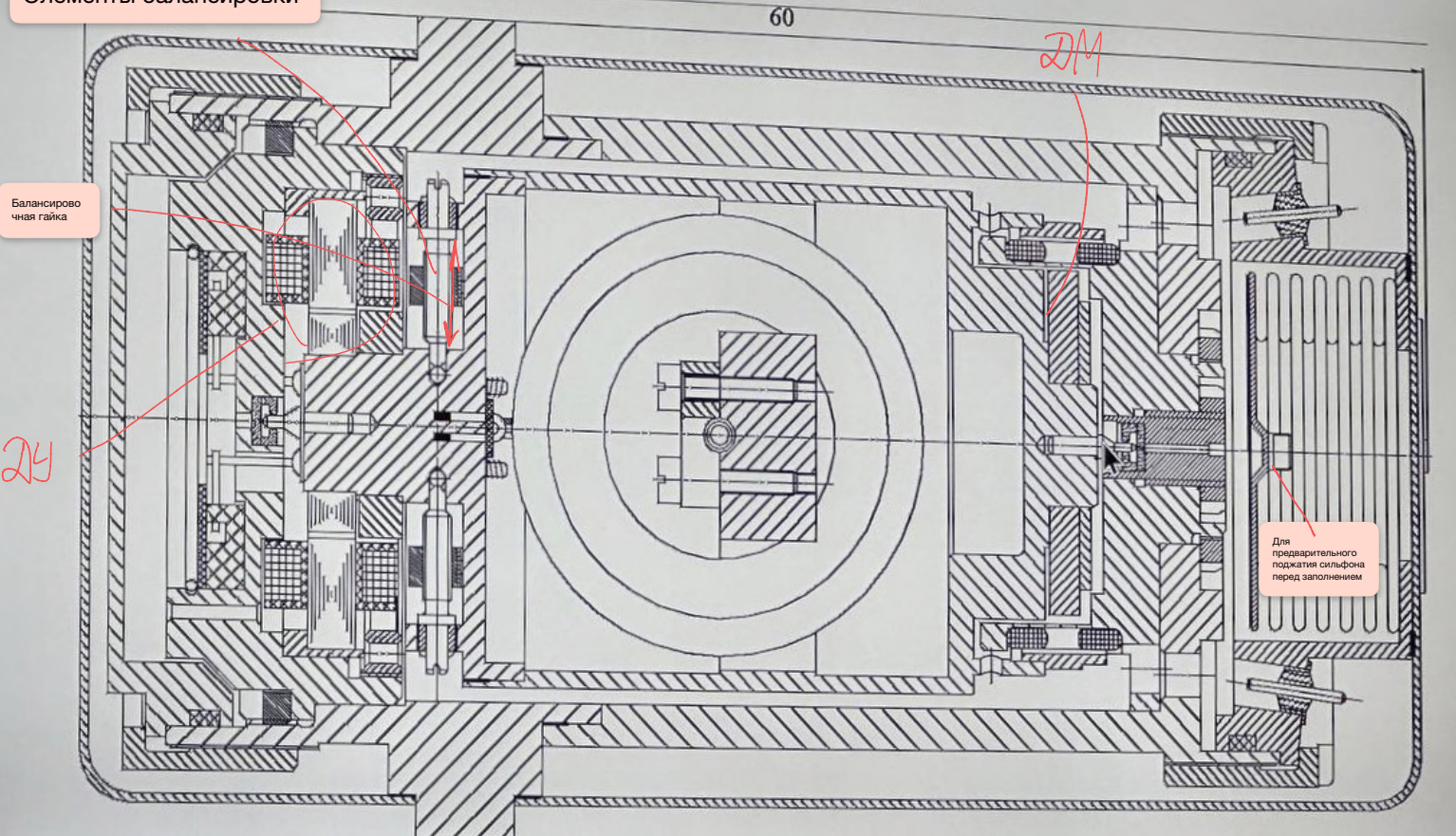
ГДО имеет большие размеры, но есть преимущество: вязкость, которая определяет подъемную силу опоры мало зависит от температуры, в отличие от жидкости (там существенно меняет вязкость от температуры)

- Опора неподвижные связаны с поплавком, вращающийся маховик ГМ
- ✱ Используют электромагнитный подвес, коническая поверхность используется для центрирования поплавка относительно корпуса . Иначе бы он центрировал только в радиальном направлении (перпендикуляр. поплавку)
- Упоры - ограничительные (это не ОПОРЫ)
- Электромагнитом подвесе рабочий зазор составляет до 70 микрон. - это **преимущество** электромагнитных опор + есть возможность для жидкости большой зазор снизить моменты сопротивления , так как не буду влиять частицы пыли на работу подвеса , **увеличивается точность центрирования**
- Наличие **сильфонов** , необходимо для жидкости, которая является несжимаемой. Обезгаживание. Жидкость в случае изменение температуры создает гигантские напряжения, прибор может нарушить герметизацию. Без **сильфонов** изменение температуры приведёт к выходу из строя прибора
- **Шпенгели** (из меди), происходит пайка для герметизации , нужен для заполнения жидкостью ГП
- ДМ и ДУ могут быть совмещенным, могут быть по раздельности
- Обмотки обогрева обеспечивают постоянную температуру, датчик температуры : медная обмотка который включается в мостовую схему, изменение напряжения пропорционально изменению температуры
- Кожух - для защиты
- Гермоввод для подачи на ДМ и снятия напряжения с ДУ, питание на статор ГД. На корпусной части имеется выступ, который жестко приварен к жидкости (ось приварена ортогонально к оси поверхности поплавкового прибора , она упирается в поверхность платформы) при контакте поверхность образует линию или точки, а штырь обеспечивает строгую ориентацию вокруг оси поплавка. **Как зафиксировать корпус на платформе**, используют бандажную ленту, который прижимает корпус к трём точкам
- Чтобы заполнить поплавок жидкостью , его разворачивают в почти вертикальное положение. Жидкость из вакуумной камеры заполняется снизу. При заполнение коническое покачивание - для того, чтобы жидкость попала во все зазоры.

Элементы балансировки

Поплавковый ДУС

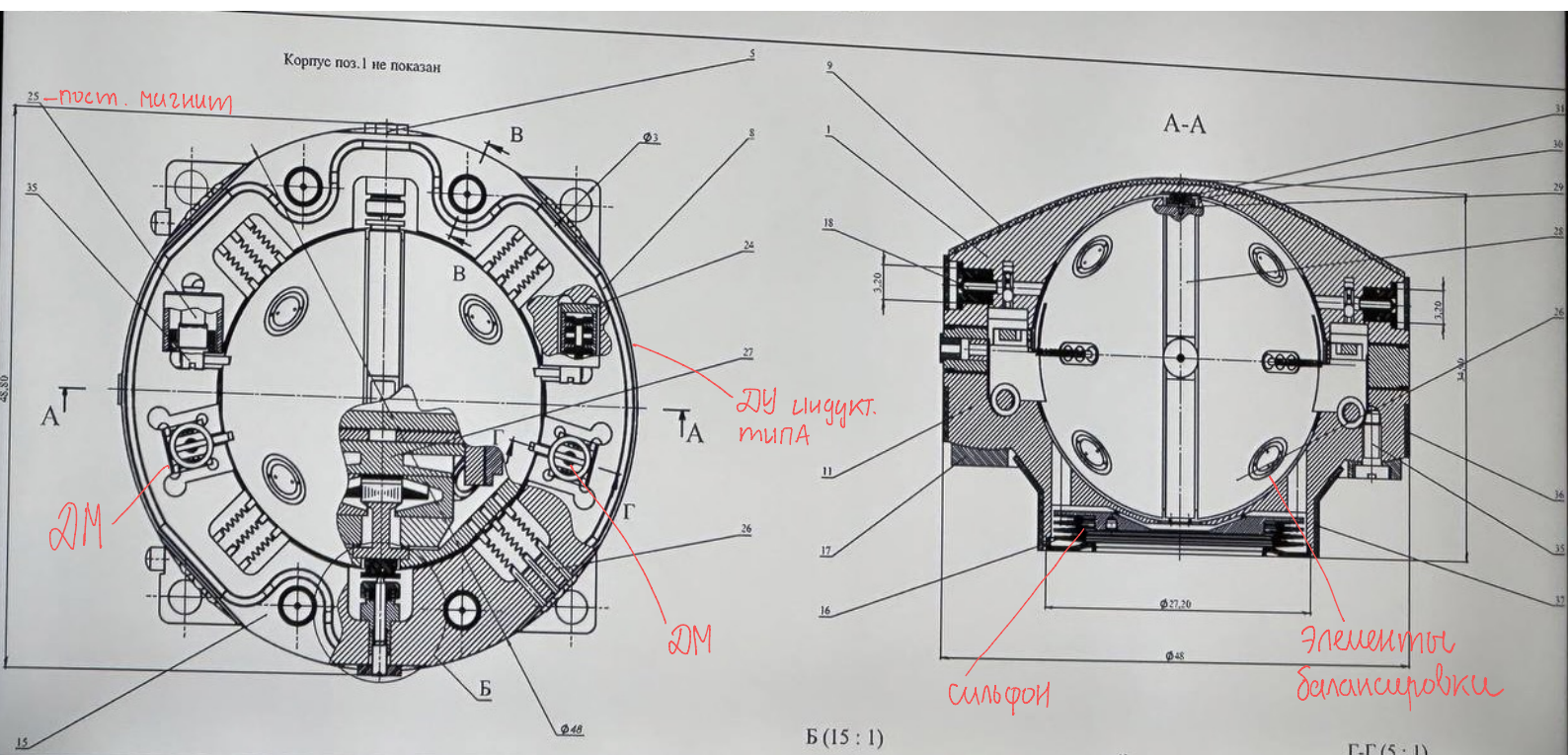
60



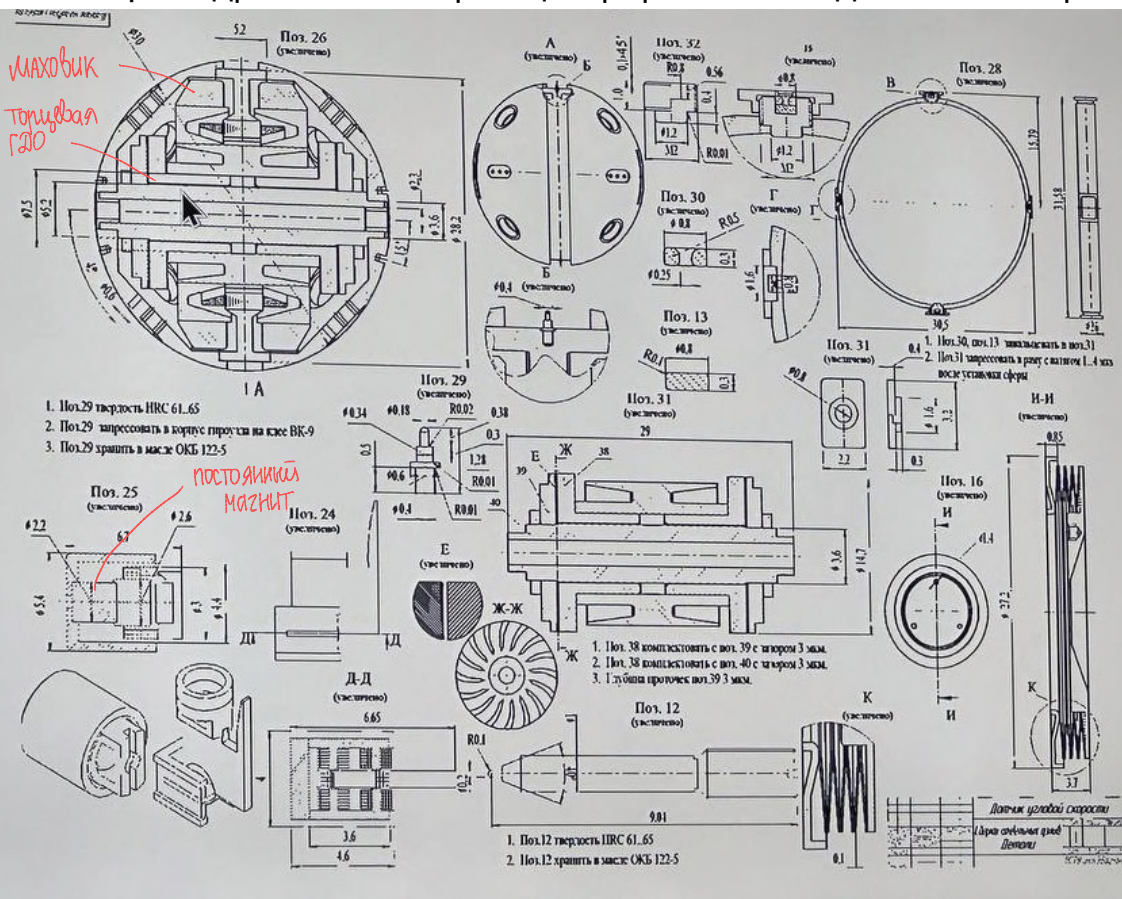
- 2хступенной ГП - собственное вращение маховика и ось вращения маховика
- Используют не электромагнитный подвес, а каменные опоры: цапфа малого диаметра и камни, обеспечивающие осевые и радиальное центрирования
- Диаметр цапф - 0,2 до 0,4 мм (опоры воспринимают только остаточный вес, подвигается температура и вес, который равен выталкивающей силы) - малые усиления : используют высокоуглеродистая сталь и драгоценные камни
- **Минус:** сильфон есть только с одной стороны (справа)(при включении термостатирования происходит гигантское измените температуры и наличие одностороннего сильфона будет увеличиваться давление с другой стороны)
- Элементы радиальной балансировки поплавок - винт может вращаться с помощью отвертки вокруг оси вращения витка (он зажат : с одной стороны шарик, с другой упирается в корпус) - вращается не перемещаясь .
- Балансировочная гайки перемещается вдоль радиальной оси при вращении винта - **обеспечивается балансировка**, 4 шт
- Гермоввод - как обычно
- В центре сильфона - **гайка** с внутренней резьбой частью жестко связана с диафрагмой сильфона. Нужен для обеспечения предварительного поджатия сильфона перед заполнением. Для обеспечения предварительного поджатия сильфона на наружную поверхность поплавок устанавливает шайба, в которой в центральное отверстие устанавливают гайку. Винт закручивают в гайку, так как головка винта упирается в шайбу обеспечивается подтягивание диафрагмы сильфона внутренней к наружной. По окончании заполнения винт откручивается. **Объем увеличивается. Сильфон обеспечивает постоянное избыточное давление**, для того, чтобы предотвратить появление пузырьков. Наличие пузырьков приводит к возникновению моментов вокруг оси поплавок, это **погрешность**
- Для фиксации и выставки по углу используют фланец (4хквадратный элемент) и пазы для точной ориентации
- Обогрева тут нет, чтоб учитывать влияние температуры

ГПА-Л2

- поплавок астатический - Л 2
- 3хступенной



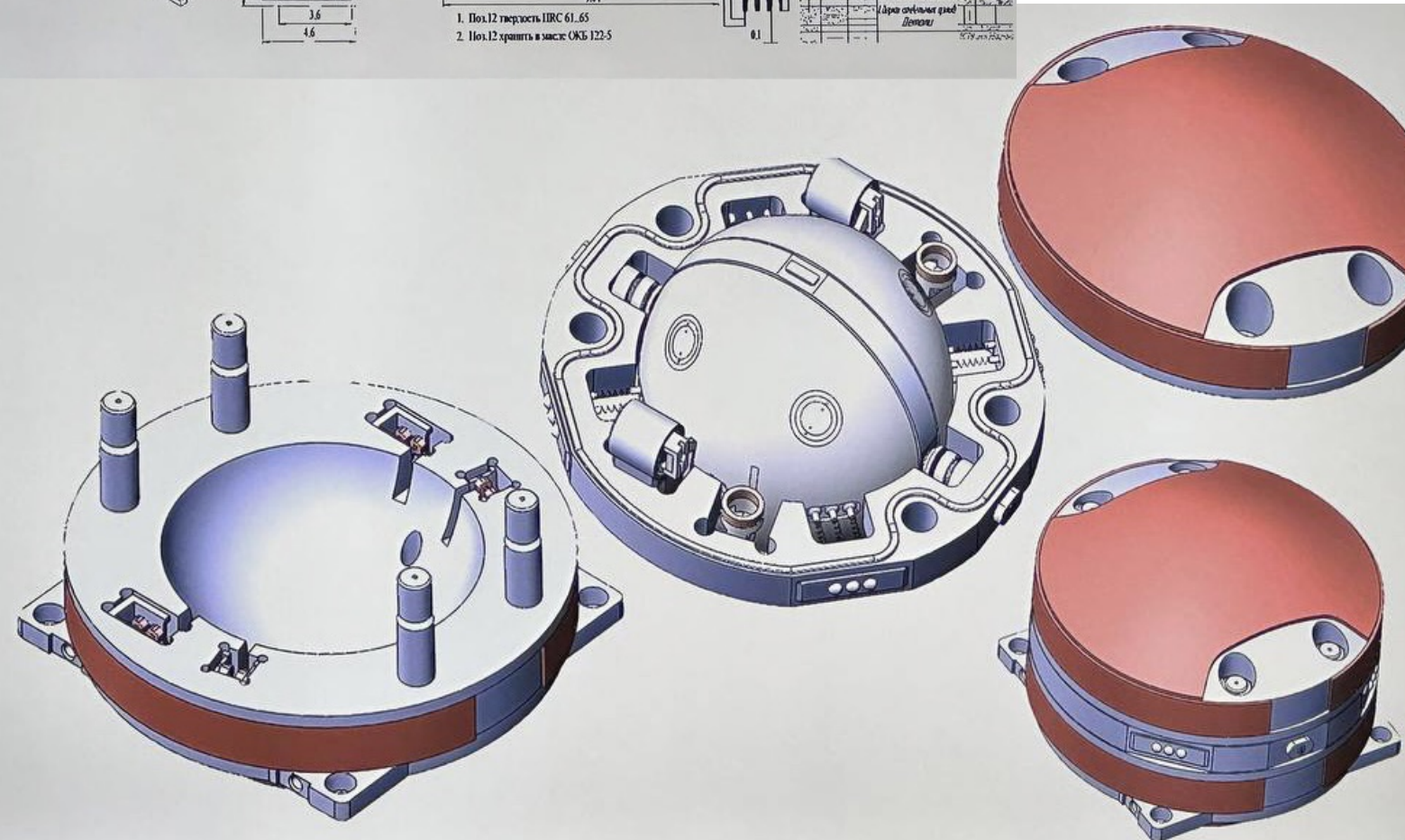
- маховик, обеспечивающий собственное вращение
- сфера находится в жидкости , имеет степень свободы относительно рамочки , ось вращения обычной цапфы
- В ГМ статорная часть и роторная на ГДО
- Пружинки - токоподводы , обеспечивают подачу питания на ГМ с ДУ и ДМ, связанные с корпусом прибора
- ДМ и ДУ индуктивного типа (обмотка возбуждения и обмотка съема)
- Присутствует сильфон (неотъемлемая часть все поплавковых приборов)
- ДМ имеет постоянный магнит , обеспечивающий направление индукции , обеспечивает силу вдоль оси симметрии
- Цилиндрическая опора - центрирование в идеальном направлении



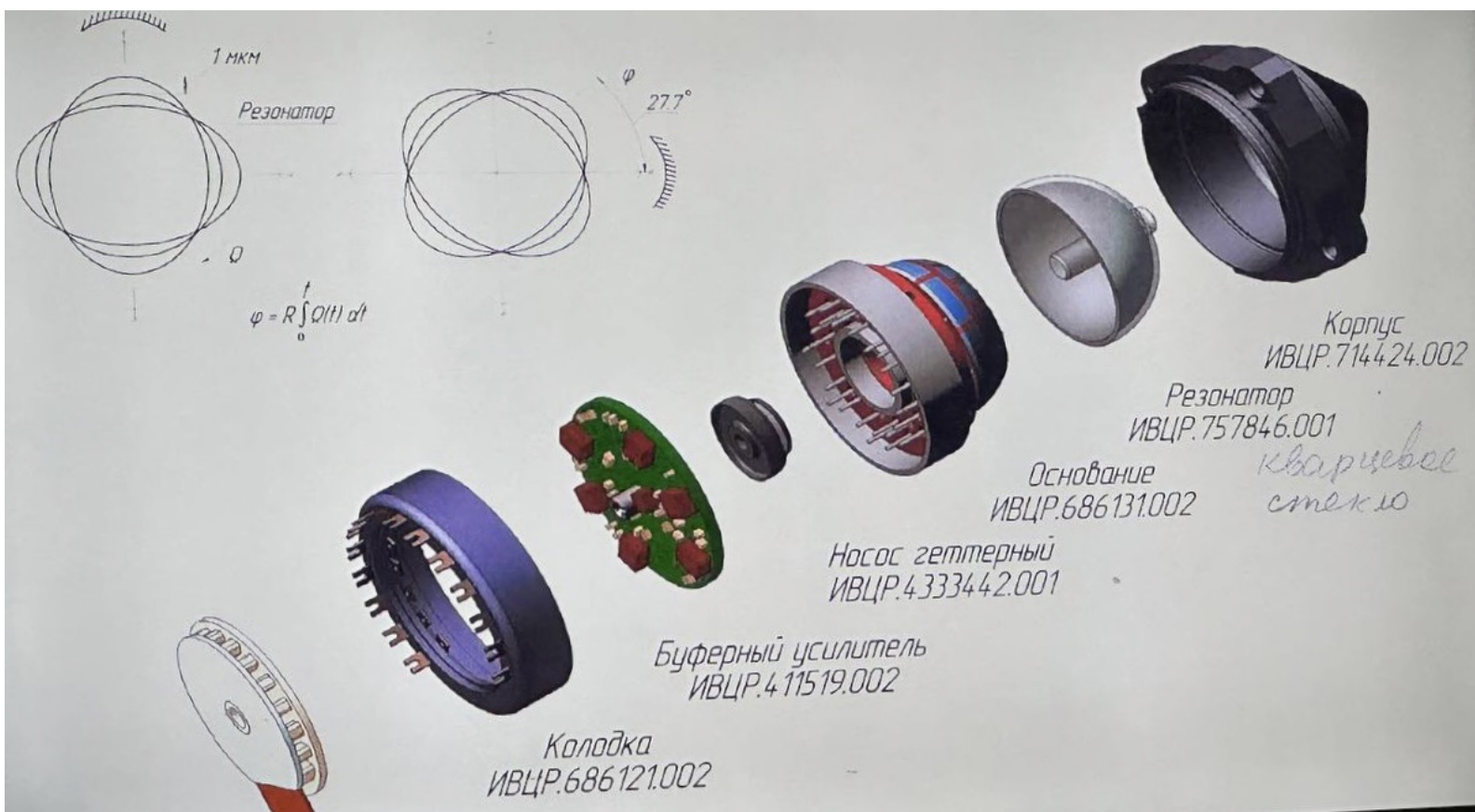
Торцевые ГДО обеспечивают центрирование

Статорная часть ГД жёстко связана с поплавком

Центральное отверстие обеспечивает ограничения угла поворота платформы относительно корпуса (имеются опоры на корпусе, которые обеспечивают ограничение)



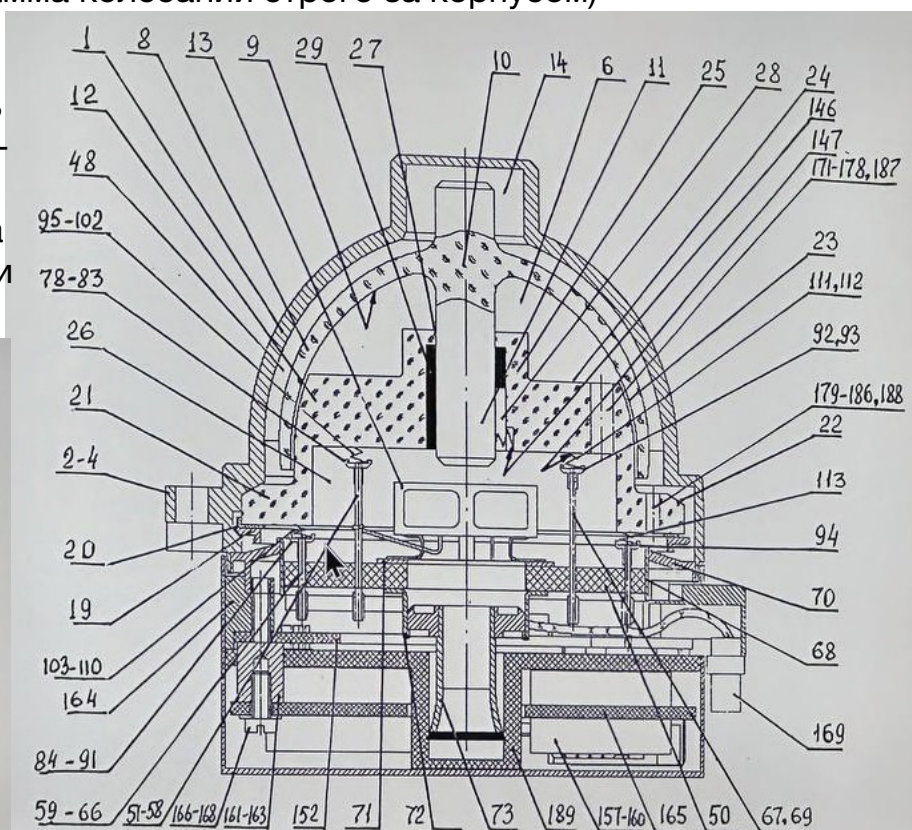
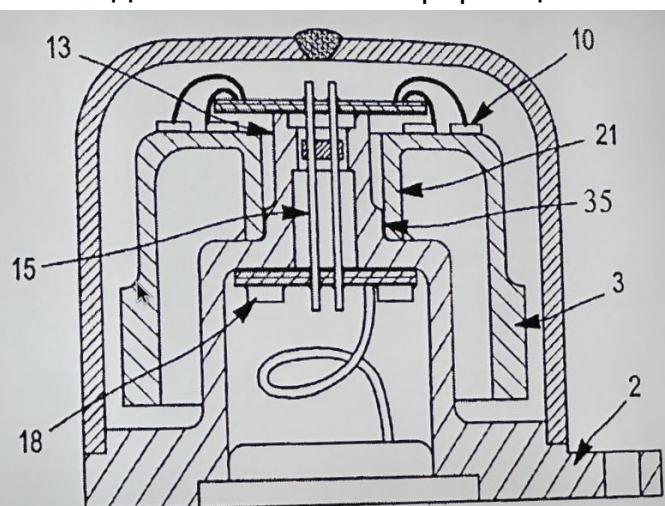
- Твердотельный и волновой ГП



В отличие от предыдущих конструкции, роль кинетического момента, который был неподвижен в инерциальном пространстве в данном случае выполнен роль диаграммы вибрационных колебаний резонатора (сохранять свою неподвижную ориентацию неизменной пытается сохранять с каким-то либо коэффициентом)

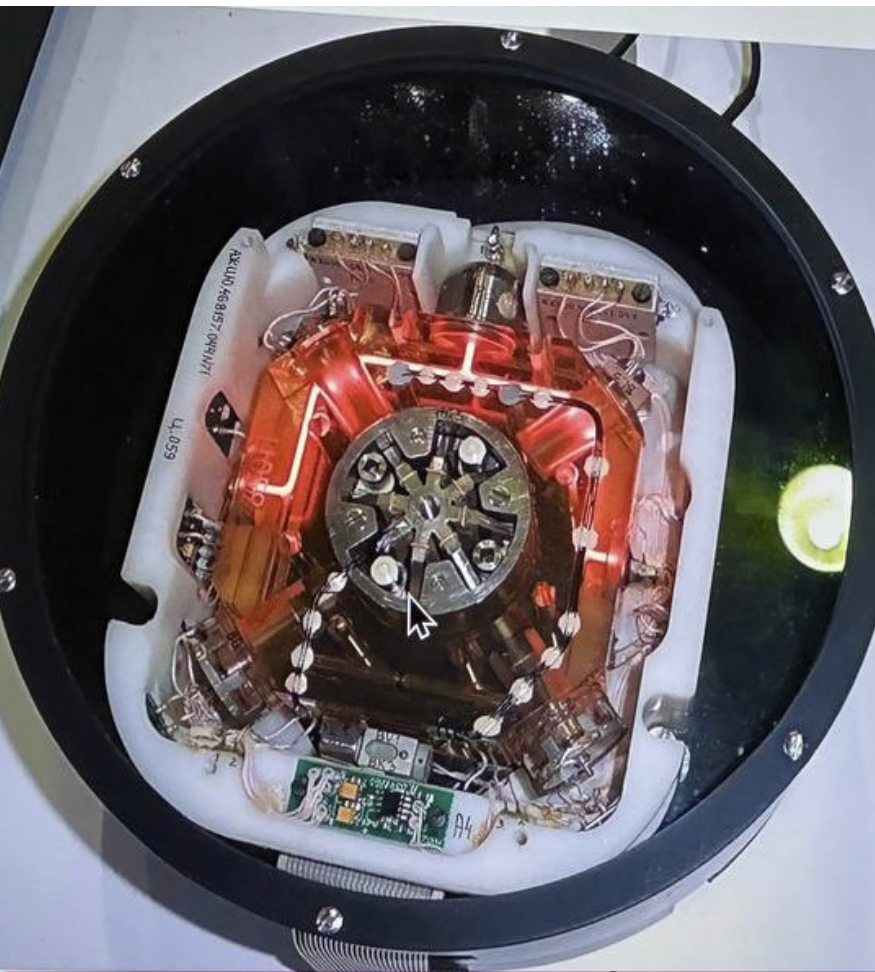
2 режима работы:

- Интегрирующий (диаграмму колебаний поверхности относительно вращающего корпуса, сохраняет ориентацию относительно инерциального пространство)
- ДУС (при этом режиме диаграмма колебаний строго за корпусом)
- Резонатор (изготавливают из плавленного кварца, поверхность покрыта проводным материалом - серебро) - полусферический
- Элементы съёма расположены на основании датчика возбуждения и датчик счётчик информации



ЛГ - лазерный ГП

— представляет собой бегущий по контуру луч, чтобы обеспечить разницу частот входного выходного сигнала



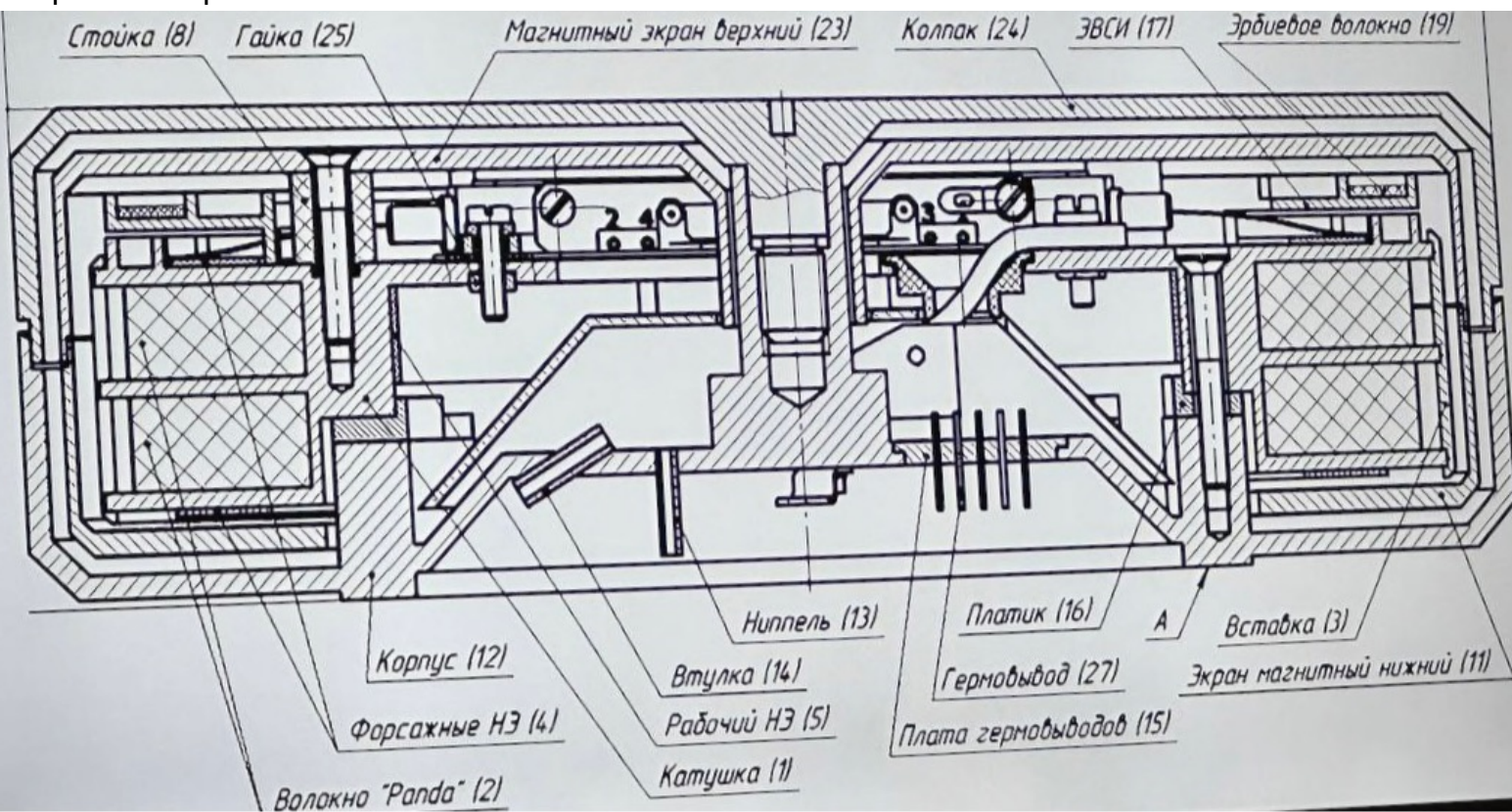
- В центре виброподставка. Из-за захвата оптических лучей при малых скоростях частоты пытаются совместить и нечувствительны к малым скоростям. Для этого выполняют вибро подставку, которые совершают автоколебания (до 300 Гц)
- Недостаток виброопоры наличия непрерывной механической вибрации, передающиеся на другие элементы
- - : Очень большое напряжение (3 кВ), необходимое для возбуждения контура, что приводит к тому, что оптические свойства газа начинают деградировать, то есть очень короткий режим
- + : выходная частота, хороший точные характеристики

ВОГ - волоконно-оптический ГП

— имеются катушки с оптическим волокном

+ : малые напряжение используется для формирования оптических лучей (= В), долговечность(может работать в непрерывном режиме)

- : высокая чувствительность к затуханию в оптических волокнах, сказывается на точностью; температурная чувствительность, приходится делать систему термостатирования



Особенность: закрепление элементов специальных в точках (в узлах), так как тогда крепление не изменяет собственные частоту ГП, частота балки стабильная и точная, собственные колебания не влияют на корпус , наличие развития системы связанного корпуса и балки, внешний момент, так как обеспечивается автономность, большие характеристики и большая точность

- Время готовности вычисляется секундами

ДУС ММГ - 1 (микро механический ДУС)

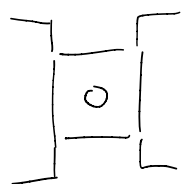
— измеряют угловой скорости вокруг двух осей

- Проводник обеспечивает раскачку упругих колебаний маятника и скрепления вокруг оси поверхности маятника

— возбуждение

— кольцевые — обмотки ДС

центр. часть :



— крепление к корпусу

— : высокая термическая чувствительность (поэтому создают систему термостатирования)

- Нет специальной газовой среды
- Нет вращающихся частей
- Время готовности ВОГ и ЛГ = 2-3 сек

БВГ-1 (балочной вибрационный ГП)

— Балка работает на изгиб, совмещенные с поперечными колебаниями.

- При наличии скорости, управление перемещения элементов чувствительности к скорости из-за Кориолиса силы, колебания ортогональной плоскости, входные и выходные скорости используют для артиллерийских снарядов (выдерживают 300 В)

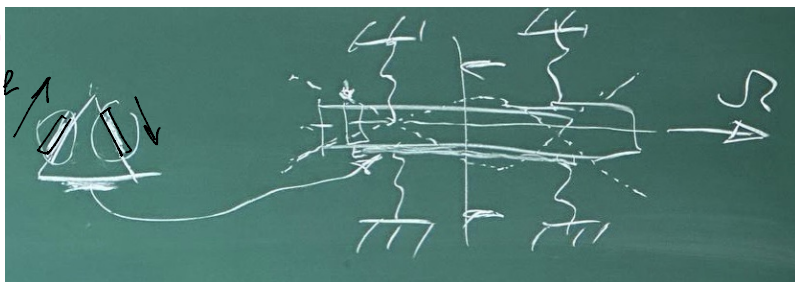
Конструкция элемента:

Δ - обеспечивает \mathcal{U}

\square - эл-ты обьема

$\mathcal{U}_1 - \mathcal{U}_2 \sim \text{выпр БВГ} //$

$\mathcal{U}_1 + \mathcal{U}_2 \leftarrow \text{автоколебания}$



С обмотками расположены магниты, обеспечивающие возбуждение собственных колебаний маятника

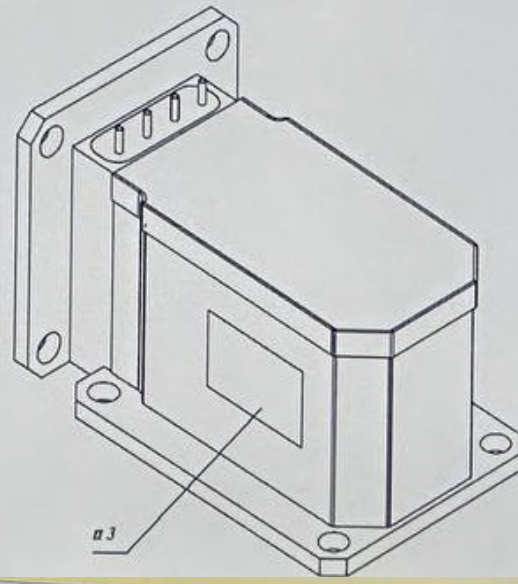
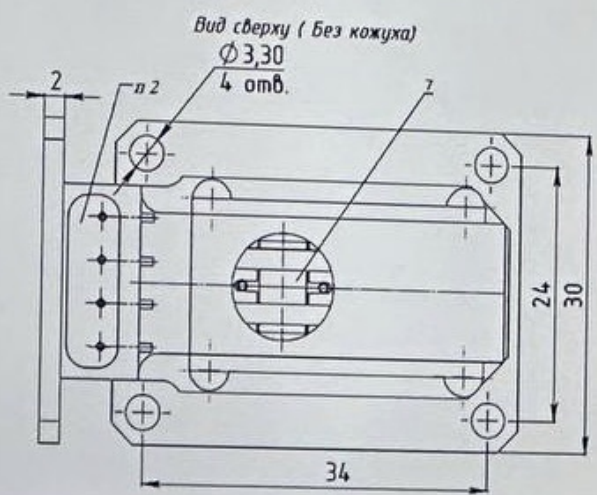
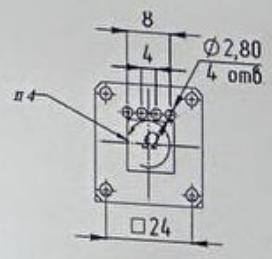
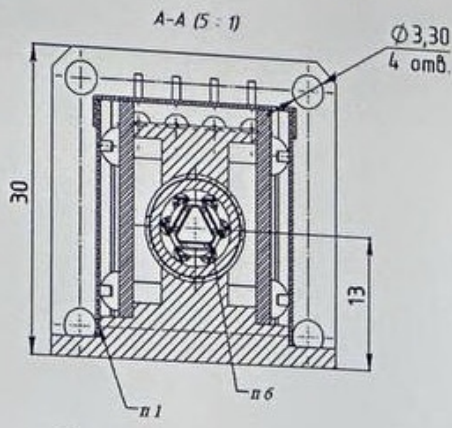
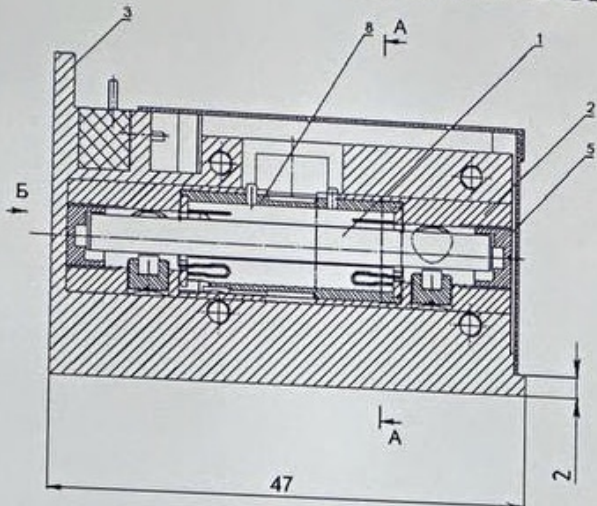
Магнитная система со специальными магнитами обеспечивает F_a , как датчик ОС $//$
 $\rightarrow // \updownarrow$

$$\mathcal{V}\left(\frac{z}{L}\right) = \frac{1}{2} \left[\text{ch}\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \cos\left(\left(\lambda \frac{z}{L}\right) - k \left(\text{sh}\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \sin\left(\lambda \frac{z}{L}\right) \right) \right]$$

— приведённое уравнения упругой линии соответствующее 2-ой форме собственных колебаний и собственные частоты

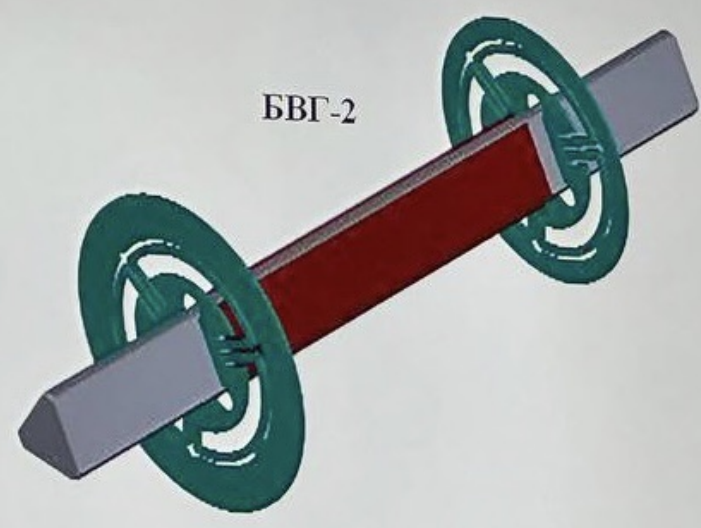
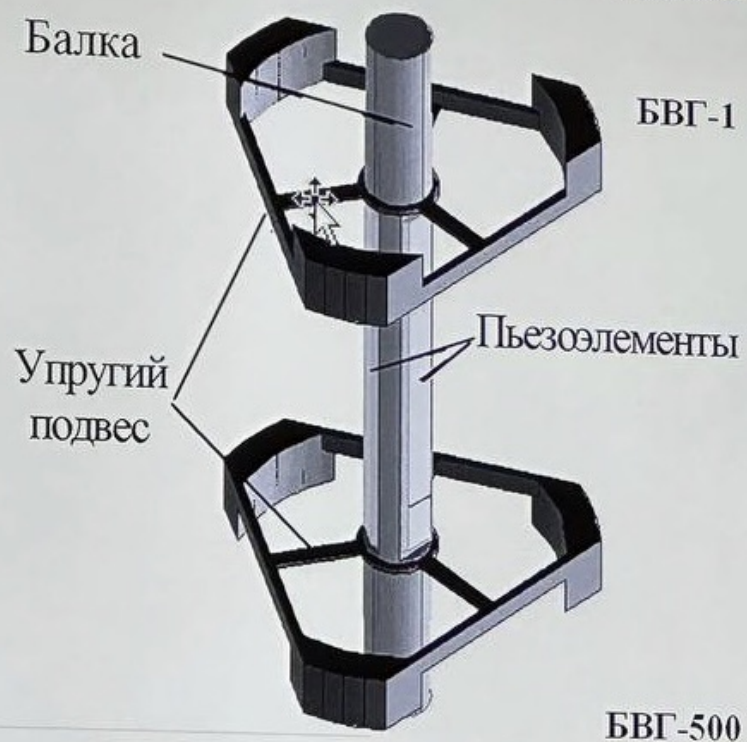
$$\omega_x = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_y}{\rho S}}, \quad \omega_y = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_x}{\rho S}}$$

Базовый вибрационный гироскоп БВГ-1

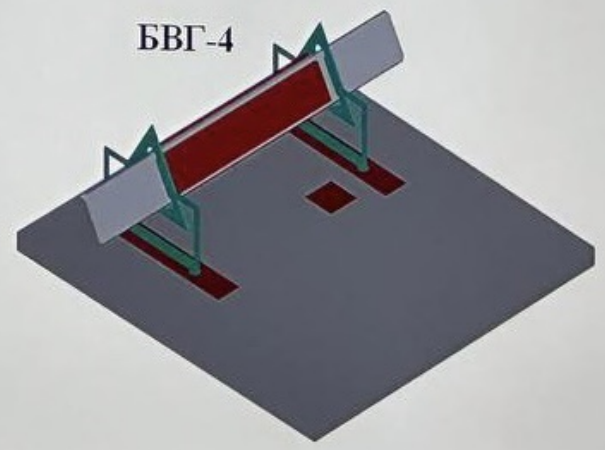
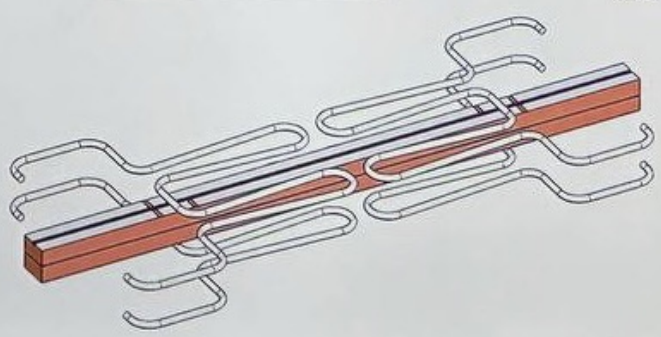


- 1 Клеить по периметру клеем ВТ - 25 - 200 обеспечить герметичность клеевого шва
- 2 Композит ПД - 20 ШЧО 026 301ТН
- 3 Маркировать краской БМ Т029 - 02 - 859 - 78 трифтом ПОЗ наименование изделия, заводской номер, год, месяц выпуска по ГОСТ 25486-82
- 4 Маркировать знак положения измерительной оси
- 5 Пьезоэлементы к балке клеить клеем ВТ - 25 - 200
- 6 Пятка припоем ПОС - 61

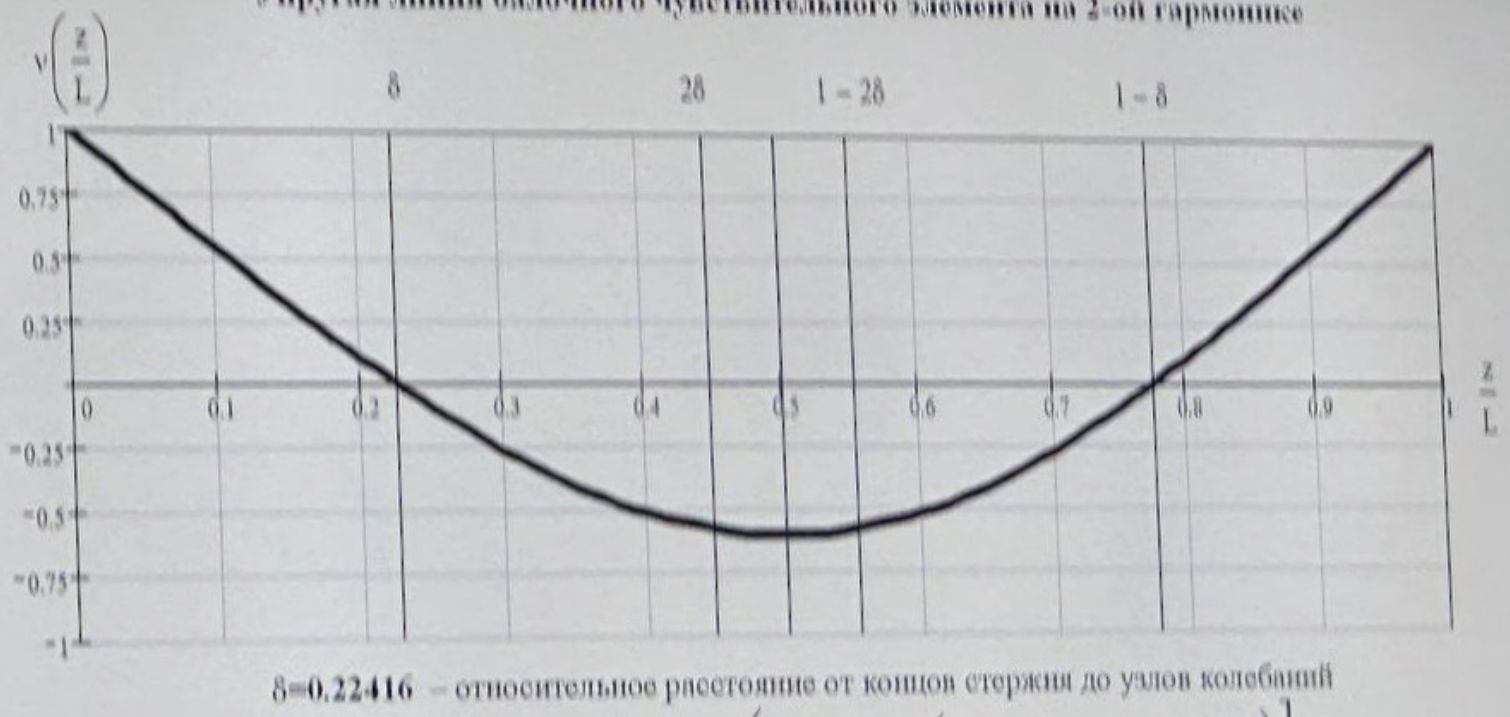
Чувствительные элементы в упругом подвесе



БВГ-500



Упругая линия балочного чувствительного элемента на 2-ой гармонике



16

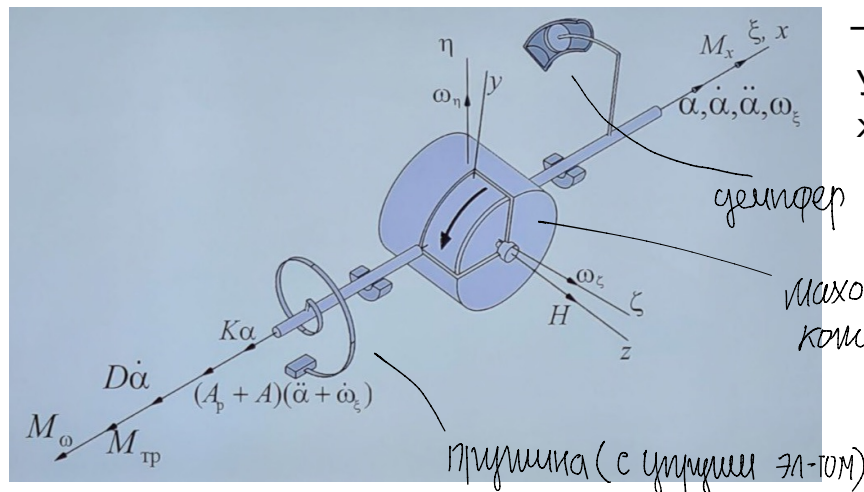
Уравнения движения ДУС с механической пружиной

— Обычный 2хстепенной ГП

Ускорение корпуса направлять желательно положительно

Кожух жестко связан с подвижной частью, ось вращается на подшипниках

Скорости и ускорение заданы в положительном направлении



$\xi\eta\zeta$ и XYZ - системы координат, связанные соответственно с корпусом и рамкой гироскопа (или с подвижной частью)

$\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ - абсолютные угловые скорости корпуса гироскопа,

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - абсолютные угловые скорости рамки гироскопа,

$A=B, C$ и A_p, B_p, C_p - главные центральные моменты инерции ротора и рамки,

D - коэффициент демпфирования демпфирующего устройства, (р-рамка)

K - угловая жесткость упругого элемента,

$\sqrt{\omega_z}$ - собственная угловая скорость вращения ротора гироскопа,

$H = [J\omega_z]$ - кинетический момент ротора гироскопа,
 маховик скорость ротора

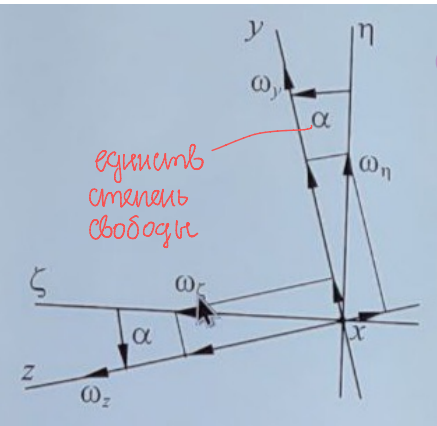
$\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ - угол, угловая скорость и угловое ускорение рамки (подвижной части) относительно корпуса,

Основные моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения x :

1. $\ominus (A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_\xi)$ - инерционный момент, (определяет абсолютно угловой ускорение подвижные части и ускорение корпуса умножается на момент инерции рамки и ротора ГП)
 (т.к. против оси x) (в противн. сторону $\ddot{\alpha}$)
2. $-D\dot{\alpha}$ - демпфирующий момент,
 (напр. в противн. сторону угла поворота)
3. $-K\alpha$ - упругий момент,

4. M_x - возмущающий момент (известн. моменты)

5. M_w - суммарный гироскопический момент (w - означает, что зависит от скоростей углового сдвига подвижн. частей)



Проекции угловой скорости корпуса на оси СК

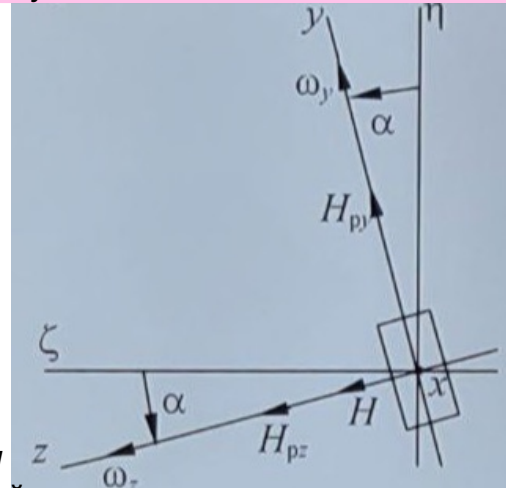
$$\omega_y = \omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha$$

$$\omega_z = -\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha$$

Гироскопические моменты:

$$1. M_r = -H\omega_y = -H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)$$

ось y - ось чувствительности



2. Центробежные моменты подвижной части

Кинетический момент это момент количества движения

Кинетические моменты подвижной части (рамки) вокруг осей y и z

$$H_{py} = (B_p + A)\omega_y = (B_p + A)(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha), H_{py} - \text{вектор кин. момента рамки}$$

$$H_{pz} = I_p \omega_z = I_p(-\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha), H_{pz} - \text{вектор кин. момента рамки}$$

B_p - момент инерции рамки

A - момент инерции ротора вокруг оси y

I_p - момент инерции рамки вокруг оси z

Гироскопический (центробежный) момент подвижной части вокруг оси x

$$M_{x\delta} = H_{py}\omega_z - H_{pz}\omega_y = (B_p + A)\omega_y\omega_z - I_p\omega_z\omega_y = (B_p + A - I_p)\omega_y\omega_z$$

$$\omega_y\omega_z = (\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha)(-\omega_\eta \sin \alpha + \omega_\zeta \cos \alpha) = -\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2)\sin 2\alpha + \omega_\eta\omega_\zeta \cos 2\alpha$$

Центробежный момент

$$M_{x\delta} = (B_p + A - I_p)\left(-\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2)\sin 2\alpha + \omega_\eta\omega_\zeta \cos 2\alpha\right)$$

Суммарный гироскопический момент подвижной части вокруг оси x

$$M_w = M_r + M_{x\delta} = -H(\omega_\eta \cos \alpha + \omega_\zeta \sin \alpha) + (B_p + A - I_p)\left(-\frac{1}{2}(\omega_\eta^2 - \omega_\zeta^2)\sin 2\alpha + \omega_\eta\omega_\zeta \cos 2\alpha\right)$$

Дополнительные моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения x:

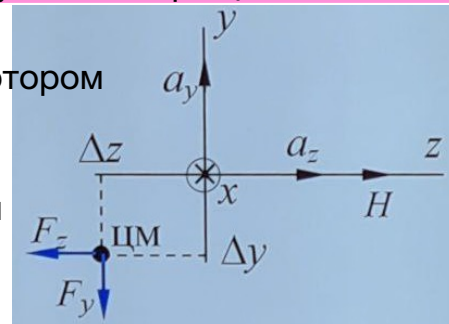
7. Моменты от неравножесткости

Инерционные силы, приложенные к центру масс рамки с гироскопом

$$F_y = -ma_y; F_z = -ma_z$$

Упругие смещения центра масс под действием инерционных сил

$$\Delta y = \frac{F_y}{K_y} = -\frac{ma_y}{K_y}; \Delta z = \frac{F_z}{K_z} = -\frac{ma_z}{K_z}$$



Т.о. момент от неравножесткости равен: $M_{nm} = F_z \Delta y - F_y \Delta z = m^2 \left(\frac{1}{k_y} - \frac{1}{k_z} \right) a_y a_z$

8. Момент от трения в опорах:

$$M_{тр} = -f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha})$$

Возмущающие моменты, приложенные к рамке ДУС вокруг оси ее вращения x:

6. Моменты от смещения ц. м. рамки и ротора вдоль осей z и y:
Инерционные силы, приложенные к центру масс подвижной части

$$F_y = -m a_y; \quad F_z = -m a_z$$

Моменты от смещения центра масс вдоль осей z и y: и инерционных сил равны

(если силы отриц. направл.)

$$M_{yM} = -F_y \cdot \Delta z + F_z \cdot \Delta y = m \cdot \Delta z \cdot a_y - m \cdot \Delta y \cdot a_z$$

При действии ускорений a_y и a_z , имеет место соответствующие моменты, которые определяются инерционными силами: массой подвижной части на ускорение

Таким образом уравнение движения ДУС с механической пружиной имеет вид:

$$-(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_{\xi}) - D\dot{\alpha} - K\alpha - H(\omega_{\eta} \cos \alpha + \omega_{\zeta} \sin \alpha) + (B_p + A - C_p) \left(-\frac{1}{2}(\omega_{\eta}^2 - \omega_{\zeta}^2) \sin 2\alpha + \omega_{\eta} \omega_{\zeta} \cos 2\alpha \right) - m \Delta z a_y - m \Delta y a_z - m \left(\frac{1}{k_{\zeta}} - \frac{1}{k_{\eta}} \right) a_y a_z - f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}) + M_x = 0$$

Поскольку углы отклонения ротора не превышают нескольких градусов, то:

(с учётом малости углов)

$\cos \alpha \approx 1 + O(\alpha^2)$, $\sin \alpha \approx \alpha + O(\alpha^3)$ и уравнение (1), будет иметь вид

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_{\xi}) + D\dot{\alpha} + (K + H\omega_{\zeta} + (B_p + B - C_p)(\omega_{\eta}^2 - \omega_{\zeta}^2) - \frac{1}{2}H\omega_{\eta}) \left(1 - 8 \frac{B_p + B - C_p}{H} \omega_{\zeta} \right) \alpha = -m \Delta z a_y + m \Delta y a_z + m \left(\frac{1}{k_{\zeta}} - \frac{1}{k_{\eta}} \right) a_y a_z - H\omega_{\eta} + (B_p + B - C_p)\omega_{\eta}\omega_{\zeta} - f(F_1 + F_2)r \cdot \text{sign}(\dot{\alpha}) + M_x$$

Полагая конструкцию рамки гироскопа симметричной (т.е. $B_p = C_p$) и ротор гиromотора симметричным относительно оси вращения (т.е. $A = B$), из (2), получим

$$(A_p + A)(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_{\xi}) + D\dot{\alpha} + (K + H\omega_{\zeta} + A(\omega_{\eta}^2 - \omega_{\zeta}^2) - \frac{1}{2}H\omega_{\eta} \left(1 - 8 \frac{A}{H} \omega_{\zeta} \right) \alpha) \alpha = -H\omega_{\eta} \left(1 - \frac{A}{H} \omega_{\zeta} \right) + M_x$$

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса, т.е. при

$$\dot{\alpha} = 0 \quad \text{и} \quad \ddot{\alpha} = 0;$$

$$\omega_{\xi}, \omega_{\eta}, \omega_{\zeta} = \text{const}$$

$$\left(K + H\omega_y + A(\omega_\eta^2 - \omega_y^2) - \frac{1}{2}H\omega_\eta\alpha_0 \right) \alpha_0 = -H\omega_\eta + Mx,$$

где α_0 - установившееся угловое отклонение рамки относительно корпуса, которое в первом приближении равно :

$$\alpha_0 = \frac{-H\omega_\eta + Mx}{K + H\omega_y + A(\omega_\eta^2 - \omega_y^2)} \quad \text{Отсюда, напряжение с датчика угла ДУС, равно}$$

$$U_{gy} = K_{gy} \alpha_0 = -\frac{K_{gy}H}{K} \omega_\eta + U_0 + \Delta U =$$

$$K_{gy} - \text{крутизна ДУ} \quad = \frac{1}{K_{gyc}} \omega_\eta + U_0 + \Delta U$$

$$K - \text{крутизна пружины}$$

(16) + (17)

Анализ уравнений ДУС с механической пружиной

Для установившегося движения ДУС с механической пружиной и постоянных угловых скоростях корпуса уравнение движения подвижной части имеет вид

ПТ момент от перекрестной связи

$$\left(K + H\omega_y + A(\omega_\eta^2 - \omega_y^2) - \frac{1}{2}H\omega_\eta\alpha_0 \right) \alpha_0 = -H\omega_\eta \left(1 - \frac{A}{K} \omega_y \right) + Mx = -H\omega_\eta + A\omega_\eta\omega_y + Mx$$

жесткость пружины

где α_0 - установившееся угловое отклонение рамки относительно корпуса, которое в первом приближении равно

$$\alpha_0 = \frac{-H\omega_\eta + A\omega_\eta\omega_y + Mx}{K + H\omega_y + A(\omega_\eta^2 - \omega_y^2)} \quad \text{Выражение (1) можно представить в виде}$$

$$-\frac{H\omega_\eta + A\omega_\eta\omega_y + Mx}{K + H\omega_y + A(\omega_\eta^2 - \omega_y^2)} \approx \left(-\frac{H\omega_\eta}{K} + \frac{A\omega_\eta\omega_y}{K} + \frac{Mx}{K} \right) \left(1 - \frac{H\omega_y}{K} - \frac{A}{K} (\omega_\eta^2 - \omega_y^2) \right)$$

$$\alpha_0 = \left(-\frac{H\omega_\eta}{K} + \frac{Mx}{K} + \frac{A}{K} \omega_y\omega_\eta \right) \left(1 - \frac{H\omega_y}{K} - \frac{A}{K} (\omega_\eta^2 - \omega_y^2) \right) = -\frac{H\omega_\eta}{K} + \frac{Mx}{K} +$$

$$+ \frac{A}{K} \omega_y\omega_\eta - \left(\frac{H\omega_y}{K} + \frac{A}{K} (\omega_\eta^2 - \omega_y^2) \right) \alpha_0$$

Напряжение с датчика угла ДУС, равно

Обратная величина от крутизны ДУС или масштабный коэффициент ДУС

$$U_{gy} = K_{gy} \alpha_0 = -\frac{K_{gy}H}{K} \omega_\eta + U_0 + \Delta U = \left[\frac{1}{K_{gyc}} \right] \omega_\eta + U_0 + \Delta U, \text{ где}$$

$U_0 = U_0^{gy} + \frac{K_{gy}}{K} Mx$ - нулевой сигнал ДУС, т.е. сигнал с ДУС при отсутствии угловой скорости корпуса, который определяется нулевым сигналом датчика угла и электроники и собственным дрейфом гироскопа от возмущающих моментов,

$$\Delta U = -\frac{K_{gy}H}{K} \omega_y\alpha_0 + \frac{K_{gy}}{K} A(-(\omega_\eta^2 - \omega_y^2)\alpha_0 + \omega_\eta\omega_y)$$

-статическая погрешность ДУС с механической пружиной, определяемая угловыми скоростями корпуса прибора по осям η и y , а также углом поворота подвижной части гироскопа.

$$K_{gyc}^M \left[\frac{\%}{\text{Б}} \right] = -\frac{K}{K_{gy}H}$$

- крутизна (масштабный коэффициент) ДУС с механической пружиной

Измеряемая с помощью ДУС величина угловой скорости определяется как

$$\omega_{изм} = K_{гус}^M (\omega_{гг} + \omega_0) \quad \text{— напряжение с ДУС}$$

Из-за неточности выставки гиросузда ДУС относительно корпуса, необходимо учитывать т.н. погрешности от перекрестной связи, т.е. погрешности ДУС от проекций угловых скоростей корпуса ортогональных измерительной оси прибора.

Поэтому измеряемое с датчика угла ДУС с механической пружиной напряжение имеет вид

$$U_{гг} = U_0 + \alpha \omega_x + a_{\xi} \omega_{\xi} + a_{\eta} \omega_{\eta} \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{K_{гус}^M}, a_{\xi} \text{ и } a_{\eta} \quad \text{— велич. обратная от } K_{гус}$$

- коэффициенты перекрестной чувствительности ДУС по осям.

Динамические погрешности ДУС с механической пружиной

Линеаризованное дифференциальное уравнение движения подвижной части ДУС без учета его статических погрешностей и угловой скорости ω_y вдоль его оси вращения маховика имеет вид

$$A_0 \ddot{\alpha} + D \dot{\alpha} + K \alpha = -H \omega_y$$

где $A_0 = A_p + A$ - суммарный момент инерции ротора гироскопа и рамки вокруг оси x.

Преобразуя по Лапласу это уравнение, получим $(A_0 s^2 + Ds + K) \alpha(s) = -H \omega_y(s)$

Решением этого уравнения будет

$$\alpha(s) = -H \frac{\omega_y(s)}{A_0 s^2 + Ds + K}$$

Отсюда, передаточная функция ДУС по углу поворота рамки имеет вид

Угол поворота подвижной части

$$\text{Входная угловая скорость } \omega(s) \rightarrow W(s) = \frac{\alpha(s)}{\omega_y(s)} = \frac{-H}{A_0 s^2 + Ds + K}$$

Соответственно передаточная функция по измеряемой угловой скорости имеет вид

$$\begin{aligned} W_{\omega}(s) &= \frac{\omega_{изм}(s)}{\omega_{\xi}(s)} = \frac{K_{гус}^M U_{гг}(s)}{\omega_{\xi}(s)} = \frac{K_{гус}^M K_{гг} \alpha(s)}{\omega_{\xi}(s)} = \frac{-K_{гус}^M K_{гг} H}{A_0 s^2 + Ds + K} = \frac{1}{\frac{A_0}{K} s^2 + \frac{D}{K} s + 1} = \\ &= \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad \text{где } \xi \text{ — относительный коэффициент затухания,} \end{aligned}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{A_0}} \quad \text{— собственная круговая частота механической системы ДУС.}$$

Подстановкой $s \rightarrow j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$ преобразуем полученную передаточную

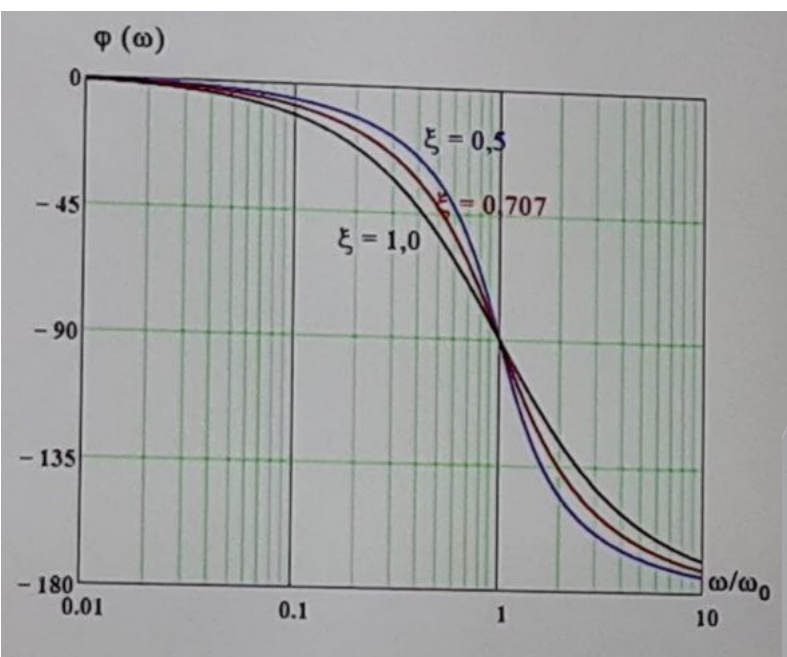
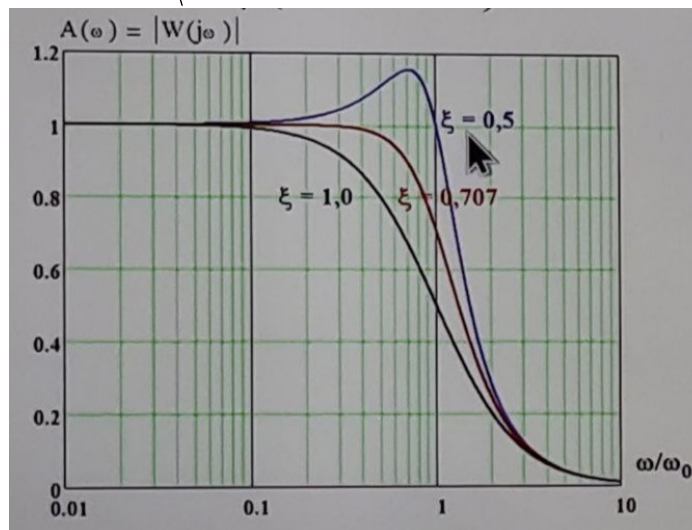
преобразуем полученную передаточную

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0}}$$

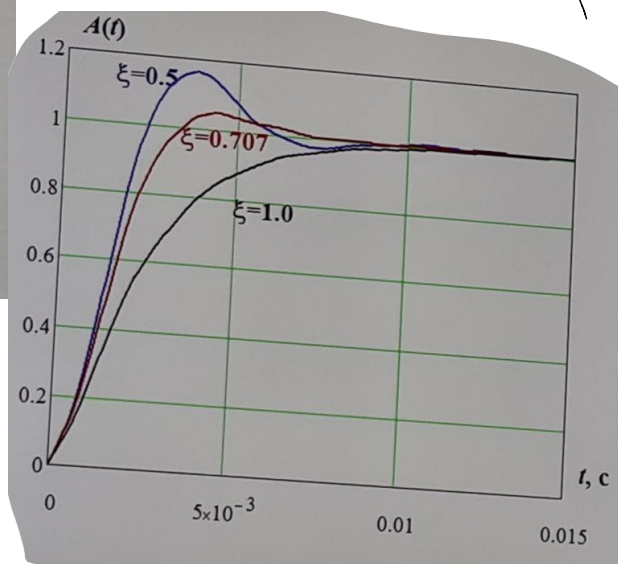
Откуда получим амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазо-частотную $\Phi(\omega)$ характеристики передаточной функции ДУС с механической пружиной

Фазовая характеристика показывает насколько фаза входного сигнала отличается от выходного (если на 180, то ничего не измеряет, если на 90 не допустимым)

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$



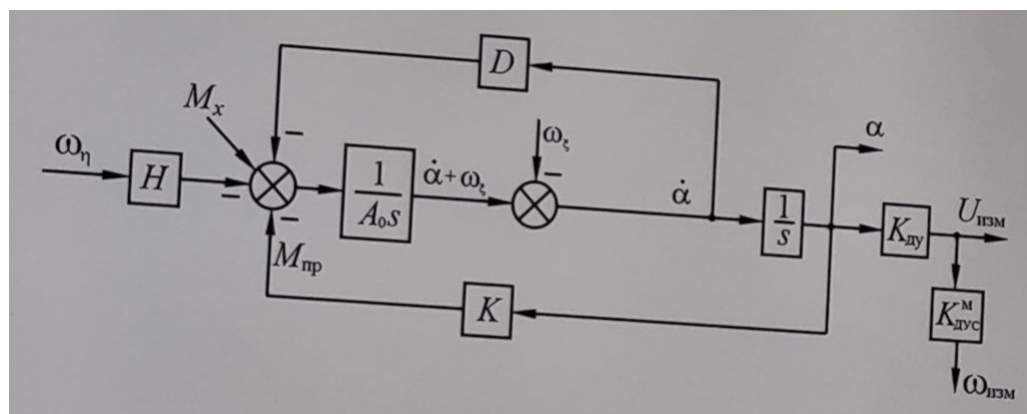
$$\varphi(\omega) = \arg(W(j\omega)) = -\arctg\left(\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)$$



Переходной процесс $A(t)$ при действии единичной угловой скорости имеет вид

Структурная схема ДУС с механической пружиной в соответствии с уравнением его движения

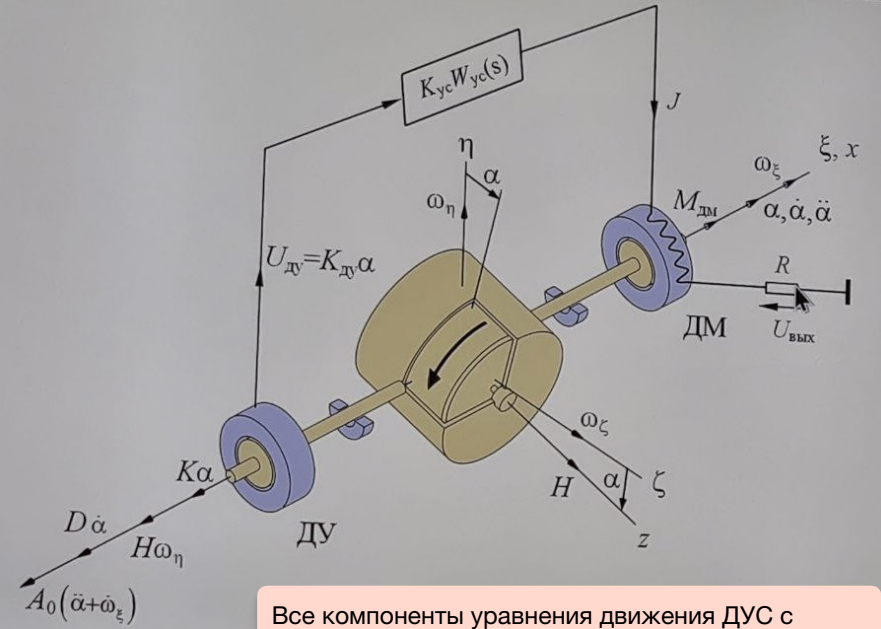
$$A_0(\ddot{\alpha} + \dot{\alpha}\xi) + D\dot{\alpha} + K\alpha = -M\omega_\eta + Mx$$



Уравнение движения ДУС с электрической пружиной

Уравнение движения ДУС с электрической пружиной в линеаризованном виде

Сигнал берётся с измерительного резистора в виде выходного напряжения



Все компоненты уравнения движения ДУС с механической пружиной должны быть полностью включены (моменты центробежные)

Измеряем ток в цепи моментного датчика, напряжение равно току. Выходное сопротивление измеряет величину тока

$$A_0(\ddot{\alpha} + \ddot{\omega}_\xi) + D\dot{\alpha} + K\alpha = -H\omega_\eta + M_{gm} + M_x$$

где $M_{gm} = K_{gm}J$ - момент датчика момента,

M_x - возмущающий момент,

$A_0 = A_p + A$ - момент инерции рамки и ротора гироскопа вокруг оси x ,

J - ток в обмотке датчика момента,

K_{gm} - крутизна датчика момента,

K - угловая жесткость токоподводов или упругих торсионов подвеса,

D - коэффициент демпфирования определяемый газо- или гидродинамическими моментами, а также потерями на внутреннее трение и гистерезис в материале упругого подвеса или токоподводов,

ω_ξ, ω_η - компоненты абсолютной угловой скорости корпуса ДУС,

$\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ - угол поворота, угловая скорость и ускорение рамки относительно корпус

Величина тока J в обмотке моментного датчика определяется углом поворота рамки, формируется по сигналам датчика угла

$$J(s) = -\frac{K_{\gamma} K_{yc} W_{yc}(s)}{R_{\Sigma}} \alpha$$

В этой структурной схеме в отличие от прошлой есть связь между ДУ и ДМ, и измерительный резистор

K_{γ} и K_{yc} - крутизны датчика угла и усилителя контура обратной связи,

$W_{yc}(s)$ - передаточная функция усилителя контура обратной связи,

$R_{\Sigma} = R_{yc} + R_{gm} + R$ - суммарное сопротивление нагрузки усилителя обратной связи,

R_{yc}, R_{gm} и R - выходное сопротивление усилителя обратной связи, сопротивление обмотки датчика момента и измерительное

сопротивление - соответственно.

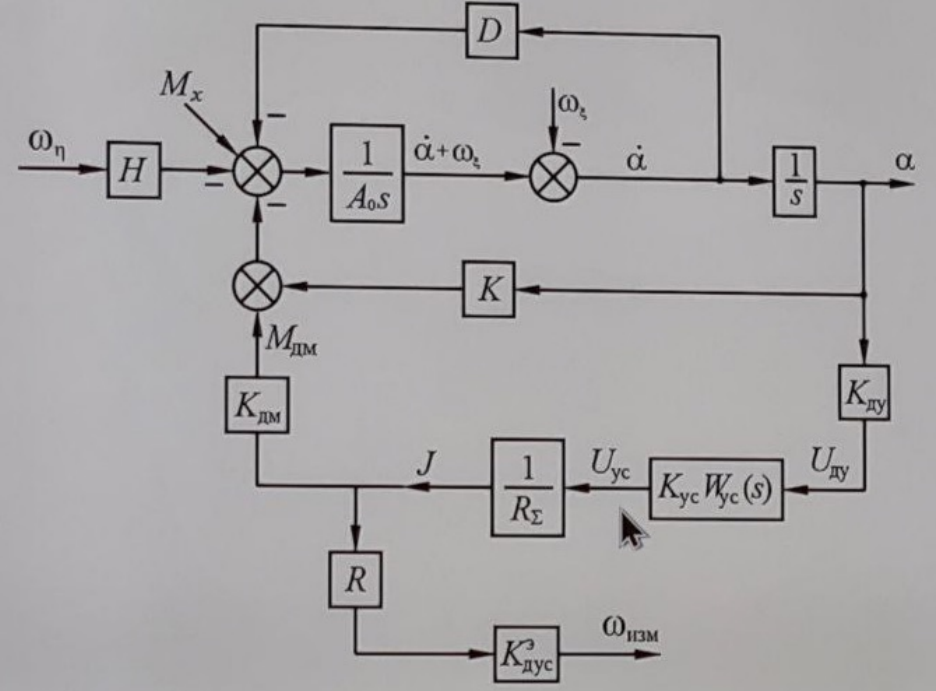
Уравнение движения после преобразования по Лапласу, пренебрегая перекрестной угловой скоростью ($\omega_{\xi} = 0$) имеет вид

$$A_0 s(s\alpha(s) + \omega_\xi) + Ds\alpha(s) + (K + K_{oc} W_{yc}(s))\alpha(s) = -H\omega_\eta(s) + M_x(s)$$

где $K_{oc} = \frac{1}{R_{\Sigma}} K_{\gamma} K_{yc} K_{gm}$ - крутизна контура обратной связи (электромеханическая жесткость ДУС)

Структурная схема ДУС с электрической пружиной в соответствии с уравнением его движения

$$A_0 s(s\alpha(s) + \omega_\xi) + Ds\alpha(s) + (K + K_{oc} W_{yc}(s))\alpha(s) = -H\omega_\eta(s) + M_x(s) \quad (1)$$



Из уравнения (1), получаем

$$\alpha(s) = - \frac{M}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{oc} W_{yc}(s)} \omega_\eta(s) + \frac{M_x(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{oc} W_{yc}(s)}$$

общий оператор системы

Измеренное значение угловой скорости равно

$$\omega_{изм} = K_{гyc}^3 U = K_{гyc}^3 R J =$$

$$= -K_{гyc}^3 \frac{R}{R_\Sigma} K_{гy} K_{yc} W_{yc}(s) \alpha(s) =$$

$$= -K_{гyc}^3 \frac{R K_{oc}}{K_{gm}} W_{yc}(s) \alpha(s) = K_{гyc}^3 \frac{R K_{oc}}{K_{gm}} W_{yc}(s) \frac{M}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{oc} W_{yc}(s)} \omega_\eta(s) - K_{гyc}^3 \frac{R K_{oc}}{K_{gm}} W_{yc}(s) \cdot$$

• $\frac{M_x(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{oc} W_{yc}(s)}$, где $K_{гyc}^3$ - масштабный коэффициент ДУС с электрической пружиной

Для установившегося движения и пропорциональной обратной связи

$$\omega_{изм} (\text{при } s \rightarrow 0) = K_{гyc}^3 \cdot \frac{R K_{oc}}{K_{gm}} \frac{M}{K + K_{oc}} \omega_\eta = (\text{при } K \ll K_{oc}) = K_{гyc}^3 \frac{R M}{K_{gm}} \omega_\eta$$

и, для обеспечения равенства $\omega_{изм} = \omega_\eta$ необходимо, чтобы $K_{гyc}^3 = \frac{K_{gm}}{R M}$

Если сравнить полученное выражение масштабного коэффициента ДУС с электрической пружиной с выражением масштабного коэффициента для ДУС с механической пружиной

$$K_{гyc}^M = -\frac{K}{K_{гy} M} \text{ то видим их существенную разницу, а именно:}$$

$K_{гyc}^3 = \frac{K_{gm}}{R M}$ в отличие от $K_{гyc}^M$ не зависит от параметров усилителя контура обратной связи, датчика угла и угловой жесткости опоры

Нестабильность $K_{гyc}^M$ определяется $\frac{\Delta K_{гyc}^M}{K_{гyc}^M} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta K_{гy}}{K_{гy}} - \frac{\Delta M}{M}$

нестабильностью жесткости пружины, крутизны датчика угла и кинетического момента, а нестабильность $K_{гyc}^3$ определяется

$$\frac{\Delta K_{гyc}^3}{K_{гyc}^3} = \frac{\Delta K_{gm}}{K_{gm}} - \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta M}{M}$$

нестабильностью:

- масштабного коэффициента датчика момента, который для магнитоэлектрических датчиков момента является высокостабильным параметром,
- измерительного сопротивления, которое выбирают из ряда высокостабильных резисторов (чтобы сопротивление было постоянно, у резистора в условиях эксплуатации должна быть большая мощность)
- кинетического момента, высокую стабильность которого можно обеспечить применяя синхронные гиromоторы и кварцованные источники их питания

путем выведения в КОС интегрирующих звеньев позволяет исключить статическую ошибку прибора (угол поворота подвижной части)

Используют кварц, так как обладает хорошей стабильностью собственной частоты, 10^9

В чём преимущество ? Все инерциальные чувствительные элементы (ГП) используют КОС и методика измерения выходного тока в качестве выходного параметра (ток). Наличие КОС в ДУС с электрической пружиной позволяет путём введения в КОС интегрирующих звеньев исключить статическую ошибку прибора (угол поворота подвижной части) . Высокая точность

(18) Ранее было получено выражение для измеряемой величины угловой скорости

$$W_{\text{изм}} = \frac{K_{\text{ос}} W_{\text{yc}}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{ос}} W_{\text{yc}}(s)} \left(W_{\eta}(s) - \frac{1}{H} M_x(s) \right)$$

Отсюда передаточная функция ДУС с электрической пружиной по входной угловой скорости имеет вид

Передаточная функция = отношение измеренной угловой скорости к входной угловой скорости, которую мы измеряем

$$W_{W_{\text{изм}}}(s) = \frac{W_{\text{изм}}(s)}{W_{\eta}(s)} = \frac{K_{\text{ос}} W_{\text{yc}}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{ос}} W_{\text{yc}}(s)}$$

Из этого соотношения видна погрешность ДУС с электрической пружиной в установившемся режиме связанная с наличием угловой жесткости K токоподводов или упругого подвеса ($s \rightarrow 0$)

$$\frac{W_{\text{изм}}}{W_{\eta}} = \frac{K_{\text{ос}}}{K + K_{\text{ос}}} = \frac{1}{1 + \frac{K}{K_{\text{ос}}}} \approx 1 - \frac{K}{K_{\text{ос}}}$$

для снижения которой необходимо снижать собственную угловую жесткость K или увеличивать крутизну контура обратной связи $K_{\text{ос}}$

Другим способом снижения этой погрешности является применение интегрирующего звена $1/s$ в контуре обратной связи, т.е. $W_{\text{yc}}(s) = \frac{1}{Ts} W_0(s)$

тогда передаточная функция ДУС с электрической пружиной по входной угловой скорости будет иметь вид

$$W_{W_{\text{изм}}}(s) = \frac{W_{\text{изм}}(s)}{W_{\eta}(s)} = \frac{K_{\text{ос}} \frac{1}{Ts} W_0(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{ос}} \frac{1}{Ts} W_0(s)} = \frac{K_{\text{ос}} W_0(s)}{(A_0 s^2 + Ds + K) Ts + K_{\text{ос}} W_0(s)}$$

и для установившегося режима или медленно меняющейся входной скорости

$$W_{W_{\text{изм}}}(s \rightarrow 0) = \frac{W_{\text{изм}}(s \rightarrow 0)}{W_{\eta}(s \rightarrow 0)} = \frac{K_{\text{ос}} W_0(s \rightarrow 0)}{K_{\text{ос}} W_0(s \rightarrow 0)} = 1$$

Это означает, перед. функция строго равна входной угловой скорости, отсутствует влияние угловой жесткости подвижной части (**K не влияет**)

Кроме того, из соотношения для угла отклонения $\angle(s)$, видно, что наличие интегрирующего звена приводит к отсутствию статической ошибки, т.к.

угол поворота подвижной части

$$\angle(s) = \frac{-H W_{\eta}(s)}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{ос}} \frac{1}{Ts} W_0(s)} = \frac{-Ts \cdot H W_{\eta}(s)}{(A_0 s^2 + Ds + K) Ts + K_{\text{ос}} W_0(s)} = \left(\lim_{s \rightarrow 0} \right) = 0$$

что существенно повышает точность ДУС, т.к. исключаются все погрешности связанные с конечным значением угла поворота рамки прибора

Отсутствие статической ошибки позволяет, казалось бы, использовать упругий подвес без каких либо ограничений по его жесткости, но на самом деле жесткость подвеса является также источником погрешности ДУС через нулевой сигнал датчика угла и электроники.

• Это используют для всех прецизионных элементов

НАЗВАН. ХАРАКТЕРИСТИК	ТИП	РАЗМЕР- НОСТЬ	10Д-20Б1	15Д-32		45Д-50М	45Д-45		45Д-20Б	60Д-50	
				016-2 А ВАР.	016-1 Б ВАР.		1 КЛ.	2 КЛ.			
1. НАПРЯЖ. ПИТАНИЯ	В	У0	36	36	36	36	36	36	36	36	У0
2. ЧАСТОТА	Гц	1000	400	1000	400	400	400	1000	1000	400	1000
3. ПОТРЕБЛ. ТУК	мкА	140	150	150	50	50	150	100	100	50	50
4. ДИАПАЗОН ЛИНЕЙНОСТИ	ГРАД	±5	±6	±6	±40	±40	±40	±30	±30	±60	±60
5. КРУТИЗНА ВЫХ. НАПР.	$\frac{U}{\text{мм}}$	$1,3 \pm 0,26$	57 ± 7	$83,3 \pm 8,33$	4,6	$16,7 \pm 0,25$	$16,7 \pm 0,82$	$6,4 \pm 1,1$	$3,0 \pm 0,30$	$3,33 \pm 0,222$	$3,33 \pm 0,222$
6. ОТНОШЕНИЕ ОСТАТОЧНОГО СИГНАЛА К КРУТИЗНЕ	мВ	2,25	0,7	0,6	6,5	3,6	3,6	3,9	3,9	7,5	7,5
7. ПОГРЕШНОСТИ ЛИНЕЙНОСТИ	%	±1,5	±1,5	±1,5	±1,0	±1,0	±1,0	±1,5	±1,5	±1,0	±1,0
8. ФАЗОВЫЙ СДВИГ	ГРАД	50 ± 10	15 ± 7	10 ± 5	30 ± 10	7 ± 5	17 ± 5	7 ± 5	7 ± 5	3 ± 5	3 ± 5
9. СОПРОТИВЛ. НАГРУЗКИ	КОМ	0,5	5	5	20	10	10	10	10	5	5
10. ИЗМ. КОЭФФИЦИЕНТА ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИ ИЗМ. t° НА 40°C	%	7	5	2	5	2,5	2,5	2,5	2,5	3	1,5
11. ИЗМ. ФАЗЫ	от угла ротора в ДИАПАЗ. ДИИ-ТУ	ГРАД	2	3	2	0,6	-	2,5	-	-	-
	при изм t° на 40°C	ГРАД	7	3,5	4	4	-	3	-	-	-
12. РЕАКТИВНЫЙ МОМЕНТ (в ДИАПАЗОНЕ $\pm 5^\circ$)	Г.СМ	0,07	2	1	0,015	-	-	0,1	0,1	0,015	0,015
13. ВЕС	Г	15	60	60	60	125	125	20	20	70	70
14. ГАБАРИТЫ	мм	$\phi 20 \times 8,5$	$\phi 32 \times 16,5$	-	$\phi 50 \times 9,7$	$\phi 47 \times 17$	$\phi 20 \times 14,8$	$\phi 50 \times 12$	$\phi 20 \times 14,8$	$\phi 50 \times 12$	$\phi 50 \times 12$

Действительно, пусть выходной сигнал с датчика угла имеет вид $U_{gy} = K_{gy} \alpha + U_0$,

U_0 - нулевой сигнал датчика угла или электроники.

В этом случае контур обратной связи ДУС будет обеспечивать угловое положение подвижной части в котором напряжение с датчика угла равно 0, т.е. $U_{gy} = 0$ или

$$K_{gy} \alpha + U_0 = 0, \text{ отсюда } \alpha = -\frac{U_0}{K_{gy}} \quad \text{угол поворота рамки}$$

Таким образом, для компенсации нулевого сигнала U_0 рамка гироскопа развернется на угол $\alpha = -\frac{U_0}{K_{gy}}$ что вызовет упругий возмущающий момент $M_{упр} = K \alpha$

и соответствующую погрешность ДУС равную $\omega_{зм} = \frac{\sqrt{M_{упр}}}{H} = \frac{K}{H} \alpha = -\frac{K}{H K_{gy}} U_0$

Эта погрешность является существенной для всех инерциальных чувствительных элементов: гироскопов и акселерометров на упругом подвесе, работающих в компенсационном режиме.

Кроме этой погрешности в ДУС с электрической пружиной возникают все погрешности гироскопа, связанные с углом поворота: перекрестная чувствительность и от центробежных моментов. Также ДУС с электрической пружиной свойственны рассмотренные ранее применительно к ДУС с механической пружиной погрешности: от неравножесткости, несбалансированности, трения и т.п.

Методика экспериментального определения амплитудно- и фазочастотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) систем автоматического регулирования с использованием контура обратной связи

Уравнения движения систем автоматического регулирования, в том числе: ДУС, акселерометров и гиросtabilизаторов, имеют вид

$$(\underbrace{Js^2}_{\text{инерцион}} + \underbrace{Ds}_{\text{демпф}} + \underbrace{C}_{\text{упругий}}) \alpha(s) = \underbrace{M(s)}_{\text{момент ДС ДМ}} - \underbrace{M_{gm}(s)}_{\text{угол поворота}} = M_{\Sigma}(s)$$

откуда угол поворота $\alpha(s)$ подвижной части и собственная передаточная функция $W_0(s)$ этих систем определяются, соответственно, как

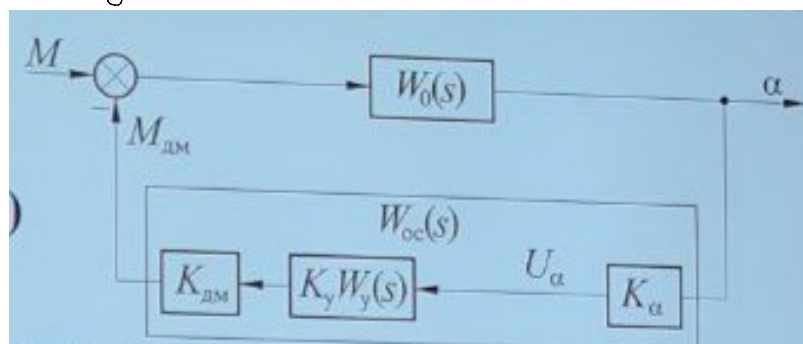
$$\alpha(s) = \frac{M_{\Sigma}(s)}{Js^2 + Ds + C} = \underbrace{W_0(s)}_{\text{собственная передаточная ф-я системы}} \cdot M_{\Sigma}(s), \text{ где } W_0(s) = \frac{\alpha(s)}{M_{\Sigma}(s)} = \frac{1}{Js^2 + Ds + C}$$

Структурные схемы этих систем с контуром обратной связи, представлены на следующем рисунке

Структурные схемы систем $W_0(s)$ с обратной связью

Уравнение движения:

$$(Js^2 + Ds + C) \alpha(s) = M(s) - M_{gm}(s) = M_{\Sigma}(s)$$



K_α и U_α - крутизна и напряжение с датчика угла после фазочувствительного выпрямителя

Фазочувствительный элемент - чувствует отличие фазы входного сигнала по отношению к опорному движению, определяет направление

K_{gm} - крутизна датчика момента

$K_y W_y(s)$ - коэффициент усиления и передаточная функция усилителя контура обратной связи

$W_{oc}(s) = K_\alpha K_{gm} K_y W_y(s)$ - передаточная функция контура обратной связи

$M_{gm}(s) = W_{oc}(s) \alpha(s)$ - момент, развиваемый датчиком момента

M - внешний момент, определяемый: гироскопическим моментом в ДУС, моментом маятниковости в акселерометре или возмущающим моментом в гиросtabilизаторе,

Из уравнения движения и соответствующей структурной схемы следует, что

$$\alpha(s) = W_0(s) M(s) = W_0(s) (M(s) - M_{gm}(s)) = W_0(s) (M(s) - \alpha(s) W_{oc}(s)),$$

где $W_{oc}(s) = K_\alpha K_y K_{gm} W_y(s)$ — *перекр. ф-я ОС*

откуда $\alpha(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_{oc}(s) W_0(s)} M(s)$, $U_\alpha(s) = K_\alpha \alpha(s) = \frac{K_\alpha W_0(s)}{1 + W_{oc}(s) W_0(s)} M(s)$

т.к. $M_{gm}(s) = W_{oc}(s) \alpha(s) = \frac{W_{oc}(s) W_0(s)}{1 + W_{oc}(s) W_0(s)} M(s) = \frac{W_{раз}(s)}{1 + W_{раз}(s)} M(s) = W_{зам}(s) M(s)$

где $W_{зам}(s) = \frac{M_{gm}(s)}{M(s)} = \frac{W_{раз}(s)}{1 + W_{раз}(s)}$ и $W_{раз}(s) = W_{oc}(s) W_0(s)$ —

- передаточные функции систем с замкнутым и разомкнутым контуром обратной связи

Важной частью экспериментальных исследований систем автоматического регулирования является определение частотных характеристик их передаточных функций с разомкнутым и замкнутым контуром: $W_{раз}(s)$ и $W_{зам}(s)$

Обычный метод экспериментального исследования частотных характеристик ДУС состоит в испытаниях на поворотных стендах, задающих угловые скорости изменяющиеся по гармоническому закону на различных частотах, соответствующих частотным характеристикам объектов на которых устанавливаются ДУС.

Особенностью ДУС с электрической пружиной, как и любой системы автоматического регулирования является возможность экспериментального определения амплитудных и фазочастотных характеристик этих систем без использования дополнительных стендов

подачей напряжения смещения $U_{см}$, как показано на структурной схеме

В отличие от прошлой схемы вводим сумматор, $U_{см}$ для определения частотных характеристик для следящей системы



Действительно, в этом случае момент развиваемый датчиком момента равен

$$M_{gm}(s) = \frac{W_{oc}(s)}{K_{\alpha}} (U_{\alpha}(s) + U_{cm}(s)) = W_{oc}(s)\alpha(s) + \frac{1}{K_{\alpha}} W_{oc}(s)U_{cm}(s)$$

тогда

$$\alpha(s) = \left(M(s) - M_{gm}(s) \right) W_0(s) = \left(M(s) - W_{oc}(s)\alpha(s) - \frac{1}{K_{\alpha}} W_{oc}(s)U_{cm}(s) \right) W_0(s)$$

$$\text{или } \alpha(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_{oc}(s)W_0(s)} M(s) - \frac{1}{K_{\alpha}} \cdot \frac{W_{oc}(s)W_0(s)}{1 + W_{oc}(s)W_0(s)} U_{cm}(s) = \frac{W_{зам}(s)}{W_{oc}(s)} M(s) - \frac{1}{K_{\alpha}} W_{зам}(s) U_{cm}(s)$$

При отсутствии внешних моментов (т.е. при $M=0$), получим:

$$\alpha(s) = -\frac{1}{K_{\alpha}} W_{зам}(s) U_{cm}(s)$$

Т.е. можно отклонять подвижную систему введением напряжения смещения U_{cm} контур обратной связи рассматриваемых систем

$$U_{\alpha}(s) = K_{\alpha} \alpha(s) = -W_{зам}(s) U_{cm}(s), \text{ т.о. } \frac{U_{\alpha}(s)}{U_{cm}(s)} = -W_{зам}(s)$$

Т.о. передаточную функцию системы с замкнутым контуром обратной связи можно определить экспериментально задавая напряжение смещения в контур обратной связи, измеряя напряжение с датчика угла и вычисляя их отношение.

Если рассмотреть сумму $U_{cm}(s) + U_{\alpha}(s) = U_{cm}(s) - W_{зам}(s) U_{cm}(s) = (1 - W_{зам}(s)) U_{cm}(s)$

$$\text{то } \frac{U_{\alpha}(s)}{U_{cm}(s) + U_{\alpha}(s)} = -\frac{W_{зам}(s)}{1 - W_{зам}(s)} = -W_{раз}(s)$$

напряж. ДЧ на опред. частоте

И то. передаточную функцию с разомкнутым контуром обратной связи можно определить экспериментально, задавая напряжение смещения в контур обратной связи, измеряя напряжение с датчика угла и производя вычисления по полученной формуле (либо можно воспользоваться полученной ранее передаточной функцией для замкнутого контура и пересчитать ее для разомкнутого контура учитывая их взаимосвязь)

19

Преимущества ДУС с электрической пружиной

- Высокие точностные характеристики из-за значительно более высокой стабильности масштабного коэффициента $K_{дус}$, в сравнении с масштабным коэффициентом $K_{дус}^M$
- Минимизация или исключение статической ошибки (установившегося угла поворота от входного воздействия), что способствует снижению:
 - погрешности измерения масштабного коэффициента
 - перекрестной чувствительности (к угловой скорости 00 г)
 - погрешности от центробежных моментов
- Отсутствие влияния крутизны датчика угла, усилителя и контура обратной связи, изменения величины напряжения питания на величину измеряемой угловой скорости
- Возможность управления динамическими характеристиками (частотным диапазоном, величиной перерегулирования, временем переходного процесса) без изменения его конструкции

Измеряемые угловые скорости ДУС

- с механической пружиной

$\Delta \eta, \Delta \xi$ - смещение в.п. подвижной части ДУС

$$W_{\text{изм}}(s) = K_{\text{гус}}^M U_{\text{гус}}(s) = K_{\text{гус}}^M K_{\text{гус}} \Delta(s) =$$

$$= \frac{-K_{\text{гус}}^M K_{\text{гус}} H}{A_0 s^2 + Ds + K} \left(\omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x \right) = \frac{K_{\text{гус}}}{A_0 s^2 + Ds + K} \left(\omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x \right)$$

или в установившемся режиме

$$W_{\text{изм}} = \omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x$$

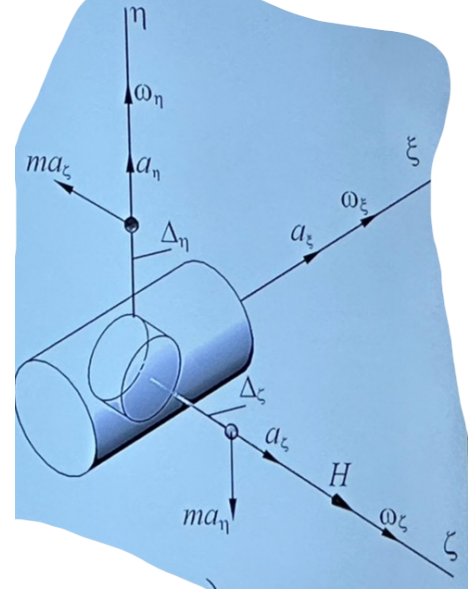
- с электрической пружиной

$$W_{\text{изм}}(s) = K_{\text{гус}}^{\text{э}} U(s) = K_{\text{гус}}^{\text{э}} R J(s) = -K_{\text{гус}}^{\text{э}} R \frac{K_{\text{гус}} K_{\text{ус}} W_{\text{ус}}(s)}{R_{\Sigma}} \Delta(s) =$$

$$= \frac{\overbrace{K_{\text{ос}} W_{\text{ус}}(s)}^{\text{механизм}}}{A_0 s^2 + Ds + K + K_{\text{ос}} W_{\text{ус}}(s)} \left(\omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x \right)$$

Калибровка происходит в
установившемся режиме:
(Т.к. $s \rightarrow 0$)

$$W_{\text{изм}} = \frac{K_{\text{ос}} W_{\text{ус}}(s \rightarrow 0)}{K + K_{\text{ос}} W_{\text{ус}}(s \rightarrow 0)} \left(\omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x \right)$$



Калибровка ДУС

Калибровка ДУС производится для определения и пас-портизации его масштабного коэффициента, нулевого сигнала, перекрестной чувствительности, чувствительности к действующим ускорениям и вибрации, температурной чувствительности. Модель выходного сигнала одноосного ДУС может быть записана в виде

$$U = U_0 + \frac{1}{K_{\text{гус}}} \left(\omega_{\eta} + k_{\xi} \omega_{\xi} + k_{\zeta} \omega_{\zeta} + h_{\eta} a_{\eta} + h_{\xi} a_{\xi} + h_{\zeta} a_{\zeta} + q(T^{\circ}\text{C}) \right)$$

Входная скорость по оси чувствительности
крутизна ДУС

k_i - коэффициенты перекрестной чувствительности к угловым скоростям,

U_0 - сигнал с ДУ, с усилителя, с утечки и тд. (при отсутствии внешних воздействий и угловых скоростей)

h_i - коэффициенты чувствительности к ускорениям,

q - коэффициент температурной чувствительности

При t может изменяться жесткость K (зависит от геометрии прибора, чем меняется линейно от t)

Определение коэффициентов модели выходного сигнала ДУС проводится либо на поворотном столе последовательно устанавливая корпус прибора осями η , ξ и ζ вдоль оси вращения стола, либо на неподвижном основании путем изменения ориентации корпуса прибора относительно вектора угловой скорости Земли и вектора ускорения свободного падения, и в термокамере при изменении температуры корпуса прибора

Математическая модель выходного сигнала ДУС при калибровке

Т.к. измеряемая величина угловой скорости ДУС в установившемся режиме равна

$$W_{\text{изм}} = \omega_{\eta} - \frac{1}{H} M_x = K_{\text{гус}} (U - U_0)$$

то при движении корпуса ДУС с постоянными ускорениями и угловыми скоростями величина возмущающих моментов от смещения центра масс подвижной части и от неравножесткости её опоры равны

$$M_x = m \Delta_{\xi} a_{\eta} - m \Delta_{\eta} a_{\xi} + m^2 \left(\frac{1}{k_{\eta}} - \frac{1}{k_{\xi}} \right) a_{\eta} a_{\xi}$$

момент от смещения ц.м. по оси η *момент от смещения ц.м. по оси ξ* *момент от неравножесткости*

И т.о. математическая модель выходного сигнала ДУС может быть представлена в виде
Одной из задач калибровки - определение этих коэффициентов модели ДУС

$$U = U_0 + \frac{1}{K_{гус}} (\omega_{\eta} - h_{\eta} a_{\eta} + h_{\xi} a_{\xi} - h_{\eta \xi} a_{\eta} a_{\xi})$$

Методика определения масштабного коэффициента и нулевого сигнала ДУС

ω_1 и ω_2 имеют разные знаки для достоверного результата
 Калибровка ДУС для определения его масштабного коэффициента производится на поворотном стенде, как показано на рисунке.

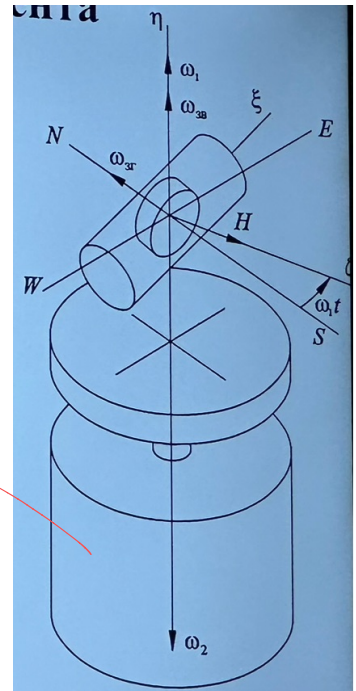
Блок устанавливается осью чувствительности η вдоль оси вращения платформы стенда и при вращении платформы с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 производится измерение выходных напряжений U_1 и U_2 :

$$U_1 = U_0 + \frac{1}{K_{гус}} (\omega_1 + \omega_{зв} - h_{\eta} a_{\eta});$$

$$U_2 = U_0 + \frac{1}{K_{гус}} (\omega_2 + \omega_{зв} - h_{\eta} a_{\eta})$$

*ЗВ - земля вертикальная
 ЗГ - земля горизонтальная*

Из измеренных значений напряжений U_1 и U_2 находим величину масштабного коэффициента $K_{дус}$ и нулевого сигнала U_0



$$K_{гус} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{U_1 - U_2} \quad U_0 = \frac{1}{2} \left(U_1 + U_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2(\omega_{зв} - h_{\eta} a_{\eta})}{K_{гус}} \right) \quad \text{или}$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \left(U_1 + U_2 - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 2(\omega_{зв} - h_{\eta} a_{\eta})}{\omega_1 - \omega_2} (U_1 - U_2) \right) = \frac{U_2 \omega_1 - U_1 \omega_2 - 2(\omega_{зв} - h_{\eta} a_{\eta})(U_1 - U_2)}{\omega_1 - \omega_2}$$

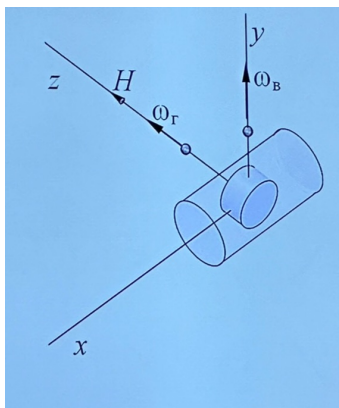
$h_{\eta} a_{\eta}$ - смещение ц.м. вдоль изм. осей

Разница направления U_1 и U_2 определяет разницу ω_1 и ω_2 (из U_1 вычитаем U_2)

$$K_{гус} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{U_1 - U_2} \quad \text{вместо } K_{дус} \text{ подставим } \frac{\omega_1 - \omega_2}{U_1 - U_2}$$

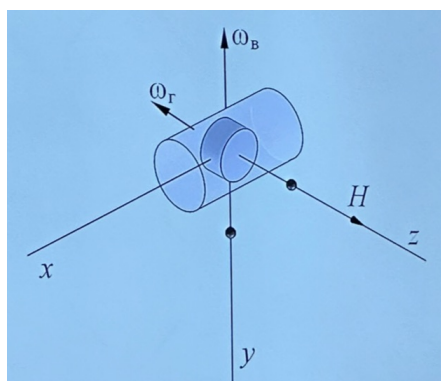
$h_{\eta} a_{\eta}$ - неизв. \Rightarrow не можем сразу сказать чему $+ U_0$

Методика определения коэффициентов математической модели выходного сигнала ДУС



$$U_1 = U_0 + \frac{1}{K_{гус}} (\omega_{\beta} - h_{\eta} a_{\eta})$$

β - вертикаль
 γ - горизонт



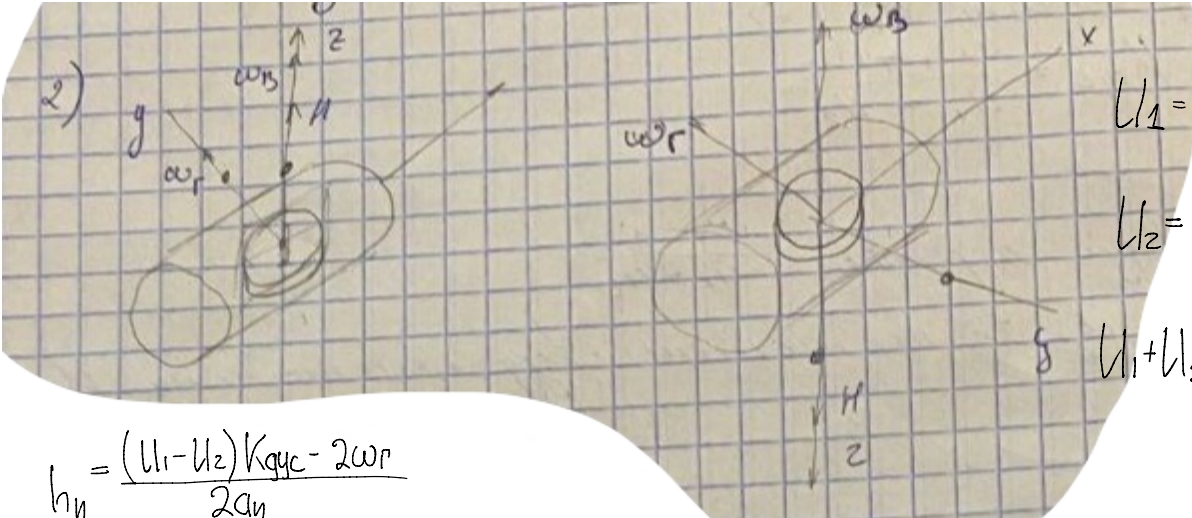
$$U_2 = U_0 + \frac{1}{K_{гус}} (-\omega_{\beta} + h_{\eta} a_{\eta})$$

$$h_{\eta} = \frac{m_{\Delta \eta}}{H}$$

$$U_1 + U_2 = 2U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

$$U_1 - U_2 = 2(\omega_B - h_{\eta} \alpha_{\eta}) \cdot \frac{1}{K_{gyc}} \Rightarrow h_{\eta} = \left(-\frac{(U_1 - U_2) K_{gyc}}{2} + \omega_B \right) / \alpha_{\eta} =$$

$$= \frac{(U_2 - U_1) K_{gyc} + 2\omega_B}{2\alpha_{\eta}}$$



$$U_1 = U_0 + (\omega_r + h_{\eta} \alpha_{\eta}) \cdot \frac{1}{K_{gyc}}$$

$$U_2 = U_0 + (-\omega_r - h_{\eta} \alpha_{\eta}) \cdot \frac{1}{K_{gyc}}$$

$$U_1 + U_2 = 2U_0 \Rightarrow U_0 = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

$$h_{\eta} = \frac{(U_1 - U_2) K_{gyc} - 2\omega_r}{2\alpha_{\eta}}$$

$$U_1 = U_0 + \frac{1}{K_{gyc}} (+\omega_r)$$

$$U_2 = U_0 + \frac{1}{K_{gyc}} (-\omega_r)$$

$$U_0 = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

$$K_{gyc} = \frac{-\omega_r}{U_2 - U_0} = \frac{-2\omega_r}{2U_0 - U_1 - U_2} = \frac{-2\omega_r}{U_2 - U_1}$$

Влияние угла поворота на погрешность измерения масштабного коэффициента ДУС

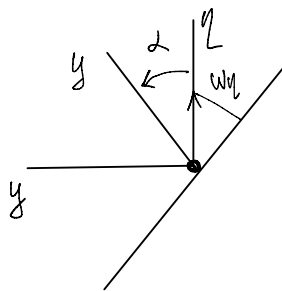
Точное выражение напряжения с ДУС при масштабе

$$U = U_0 + \frac{1}{K_{gyc}} \omega_{\eta} \cos \alpha \Rightarrow K_{gyc} = \frac{\omega_{\eta}}{U - U_0} \cos \alpha \approx \frac{\omega_{\eta}}{U - U_0} \left(1 - \frac{1}{2} \alpha^2 \right) =$$

$$= K_{gyc}^0 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha^2 \right)$$

относительная погрешность

$$\frac{K_{gyc}^0 - K_{gyc}}{K_{gyc}^0} = -\frac{1}{2} \alpha^2$$

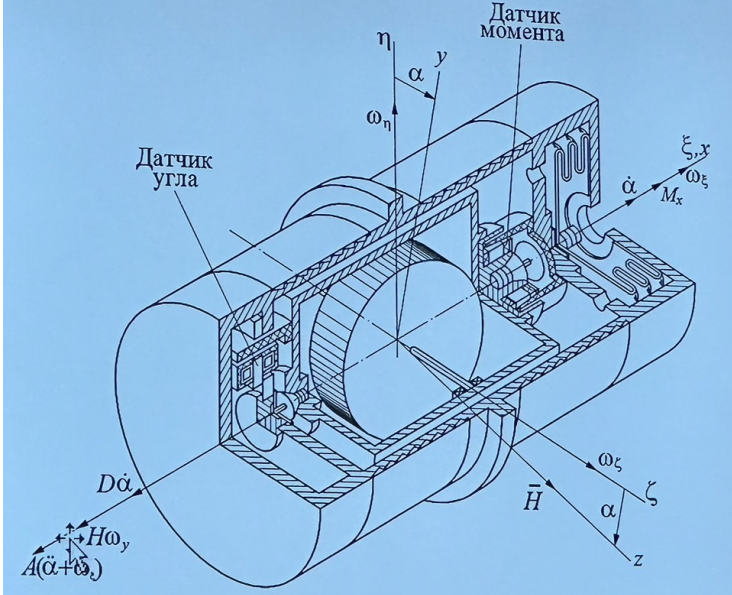


Уравнение движения подвижной части ПИГ

Приближенное уравнение движения подвижной части гироскопа вокруг оси x имеет вид:

$$A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_x) + D\dot{\alpha} + H\omega_y = M_x, \text{ где } \omega_y = \omega_{\eta} \cos \alpha + \omega_g \sin \alpha$$

(против абс. укл.) \Rightarrow инерц. момент гироскопа π



Кинематическая схема ПИГ

И т.о. гироскопический момент $H\omega_y$, можно рассматривать как внешний момент вокруг оси x гироскопа.

При $\omega_y = 0$, $\omega_{\xi} = 0$ и $\alpha \ll 1$:

$$A\ddot{\alpha} + D\dot{\alpha} = -H\omega_y + M_x$$

или $A\ddot{\alpha} + D\dot{\alpha} = -H\left(\omega_y - \frac{M_x}{H}\right) = -H(\omega_y - \Delta\omega_y)$

$\Delta\omega_y$ - погрешность ПИГ, воспринимаемая как дрейф гироскопа под действием возмущающего момента M_x .

Решением уравнения (3) в операторном виде будет

$$\alpha = -\frac{H}{As+D} \cdot \frac{\omega_y - \Delta\omega_y}{s} = -\frac{H}{As+D} (\psi_y - \Delta\psi_y) = -\frac{H}{D} \cdot \frac{1}{Ts+1} (\psi_y - \Delta\psi_y); T = \frac{A}{D}$$

$\Delta\psi_y$ - погрешность ПИГ от внешнего момента воспринимаемая как погрешность при измерении угла поворота основания ψ_y , и для установившегося режима (т.е. $s \rightarrow 0$)

$\alpha \rightarrow -\frac{H}{D} \psi_y$ т.е. угол поворота «альфа» подвижной части ГП пропорционален углу поворота основания ψ_y с максимальным коэффициентом $h_y = H/D$

Полная реакция ГП на поворот основания ψ_y определяется апериодическим звеном $\frac{1}{Ts+1}$

с постоянной времени $T=A/D$, зависящий от отношения момента инерции подвижной части ГП к коэффициенту демпфирования.

Так как частотная характеристика ПИГ равна

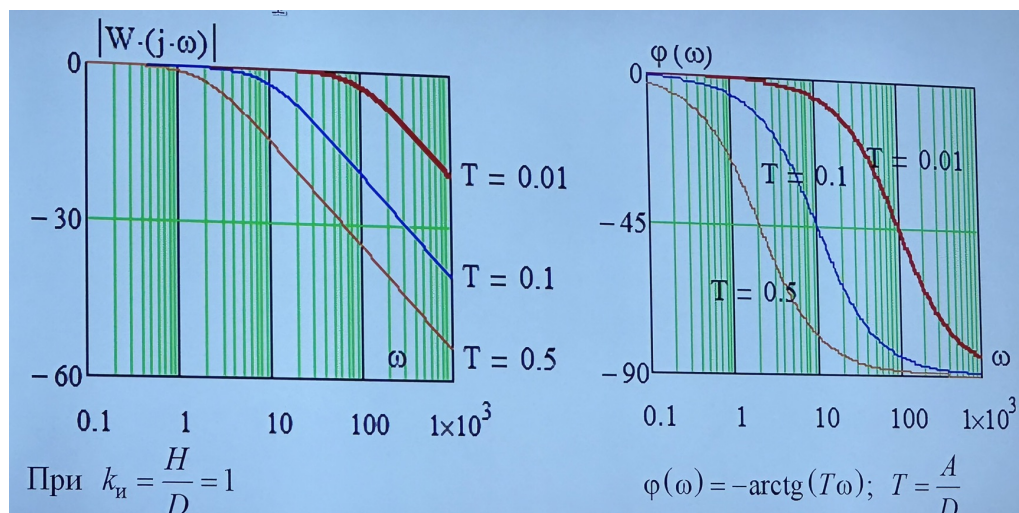
$$W(j\omega) = -\frac{H}{D} \cdot \frac{1}{1+jT\omega} = |W_\alpha(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

где $\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{\text{Im}(1-jT\omega)}{\text{Re}(1-jT\omega)}\right) = -\arctg(T\omega) - \varphi_{\text{ЧХ}}$

Амплитудно-частотная характеристика ПИГ по углу поворота имеет вид

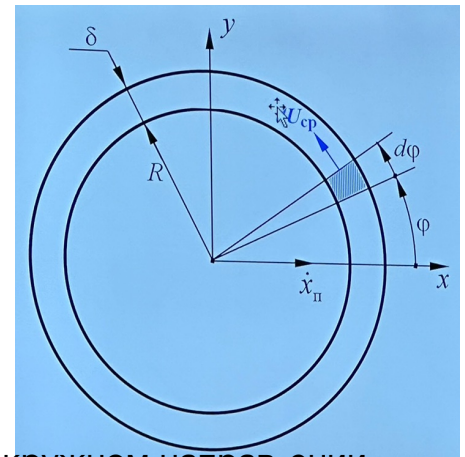
$$A(\omega) = |W_\alpha(j\omega)| = \left| \frac{H}{D} \cdot \frac{1}{1+jT\omega} \right| = \frac{H}{D} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(T\omega)^2}}$$

На следующих рисунках изображены амплитудно- и фазочастотные характеристики ПИГ.



1. При радиальном движении поплавок

Пусть поплавок движется вдоль радиальной оси x со скоростью \dot{x}_n . Выделим в произвольном угле φ зазора между поплавком и корпусом элементарный объем жидкости, определяемый углом $d\varphi$. В силу очевидной симметрии движения жидкости в нижней и верхней частях зазора, скорость движения жидкости будет однонаправленной: в верхней части против часовой стрелки, а в нижней по часовой стрелке



Сечение слоя жидкости определяемое углом φ движется в окружном направлении со средней по толщине зазора скоростью U_{cp} , а в сечении $\varphi + d\varphi$ со скоростью $U_{cp} + dU_{cp}$

Изменение объема вытесняемой поплавком жидкости объемом $dV = R d\varphi \cdot \delta \cdot L$

За единицу времени, вызванное деформацией этого объема в радиальном направлении, равно

$$dQ_p = dV \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi = R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi$$

Изменение расхода жидкости в окружном направлении в зазоре от угла $\varphi + d\varphi$, до угла φ :

$$dQ_o = S_3 dU_{cp} = \delta \cdot L \cdot dU_{cp}$$

Поскольку для выделенного объема жидкости изменение расхода жидкости в окружном направлении dQ_o строго равно изменению объема вытесняемой поплавком жидкости dQ_p из-за несжимаемости жидкости, то

$$dQ_o = dQ_p \rightarrow \delta \cdot L \cdot dU_{cp} = R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \dot{x}_n \cdot \cos \varphi$$

откуда изменение средней скорости жидкости равно

$$dU_{cp} = \frac{R}{\delta} \cdot \cos \varphi \cdot \dot{x}_n \cdot d\varphi$$

Интегрируя полученное выражение, получим среднее значение окружной скорости жидкости

$$U_{cp} = \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \dot{x}_n \quad \text{Отсюда ускорение жидкости равно} \quad A_{cp} = \dot{U}_{cp} = \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n$$

Сила, вызывающая движение жидкости в зазоре с ускорением A_{cp} равна инерционной силе со стороны выделенного объема жидкости, т.е.

$$dF_m = -dm_* A_{cp} = -dm_* \frac{R}{\delta} \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n$$

$$\text{и. м.к.} \quad dm_* = \rho dV = \rho R d\varphi \cdot \delta \cdot L, \text{ то } dF_* = -\rho \cdot R^2 \cdot L \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n d\varphi$$

Давление вызывающее эту силу равно $dp = \frac{dF_*}{S_3} = -\rho \frac{R^2 L}{\delta L} \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n d\varphi = -\rho \frac{R^2}{\delta} \sin \varphi \cdot \ddot{x}_n d\varphi$

Интегрируя полученное выражение, получим величину давления в зазоре

$$p = \rho \frac{R^2}{\delta} \cdot \cos \varphi \cdot \ddot{x}_n$$

$$dF_x = -P \cdot dS \cdot \cos\varphi = -P \cdot R \cdot d\varphi \cdot L \cdot \cos^2\varphi = -P \frac{R^3}{8} L \cdot \cos^2\varphi \cdot \ddot{\chi} n \cdot d\varphi$$
$$F_x = -2 \int_0^\pi \int_0^{\frac{R^3}{\delta}} L \cdot \cos^2 \varphi \cdot \ddot{\chi}_1 \cdot d\varphi = -\pi \rho \frac{R^3}{\delta} \cdot L \cdot \ddot{\chi}_1 \text{ или, с учетом массы жидкости}$$

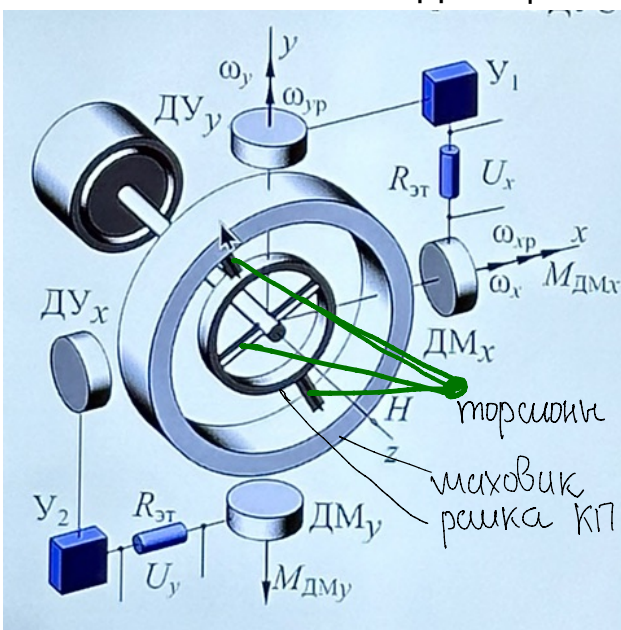
$$F_x = - \frac{m_m}{\rho \cdot 2\pi R \cdot \delta \cdot L} \pi \rho \frac{R^3}{\delta} L \cdot \ddot{X}_n = - \frac{m_m}{2} \frac{R^2}{\delta^2} \cdot \ddot{X}_n = - \sqrt{m_p} \ddot{X}_n$$

где $M_{np} = \frac{R^2}{2\sigma^2} m_m$ - присоединенная масса жидкости $\left(\frac{R^2}{2\sigma^2} = \frac{40^2}{2 \cdot 0,2^2} = \frac{4^2 \cdot 10^2}{8 \cdot 0,1^2} = 2 \cdot 10^4 \right)$

Раз ускорение есть, значит есть динамическая реакция, **следовательно**, возникает присоединенная масса

110

Кинематическая схема ДНГ в режиме ДУС



α и β - углы поворота ротора относительно корпуса
вокруг осей x и y корпуса

Рамка КП обеспечивает степень свободы вокруг осей ортогональных осей собственного вращения

Угол поворота ротора на упругих торсионах КП находятся в пределах от 15 до 30 угловых минут

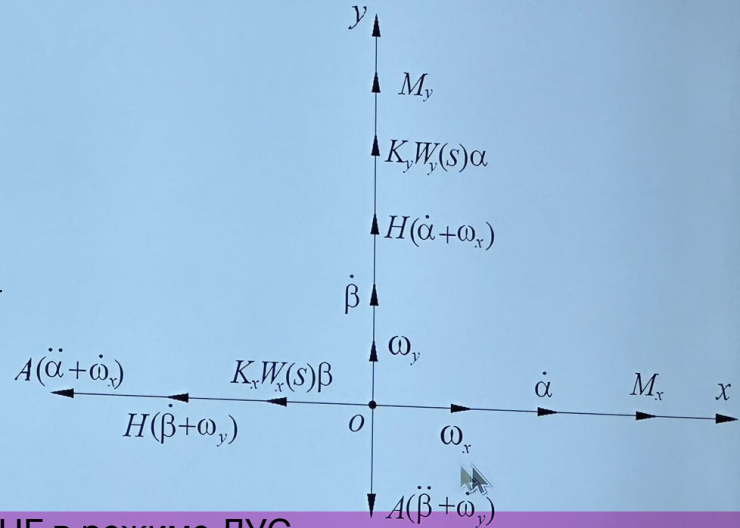
($\approx \frac{1}{4}$ до $\frac{1}{2}$ радиуса)

Для обеспечения режима ДУС сигналы с ДУ ГП после усиления и формирования поступает на ДМ, который развивает момент, который обеспечивает прецессию в сторону, противоположную углу поворота ротора

Моменты, приложенные к ротору гироскопа

$$K_y W_y(s) \alpha, K_x W_x(s) \beta - \text{maximal DM}$$

$H(\dot{\alpha} + \omega_x)$, $H(\dot{\beta} + \omega_y)$ — гири момент
 M_y, M_x — возмущ. момент
 $A(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_y)$, $A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_x)$ — инерц. момент



Уравнения движения ДНГ в режиме ДУС

При выполнении условия динамической настройки уравнение движения ротора ДНГ при работе ДНГ в режиме датчика угловой скорости

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_x) + H(\dot{\beta} + \omega_y) = M_x^{gm} + M_x^B \\ A(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_y) - H(\dot{\alpha} + \omega_x) = M_y^{dm} + M_y^B \end{cases}$$

Моменты развиваемые датчиками моментов

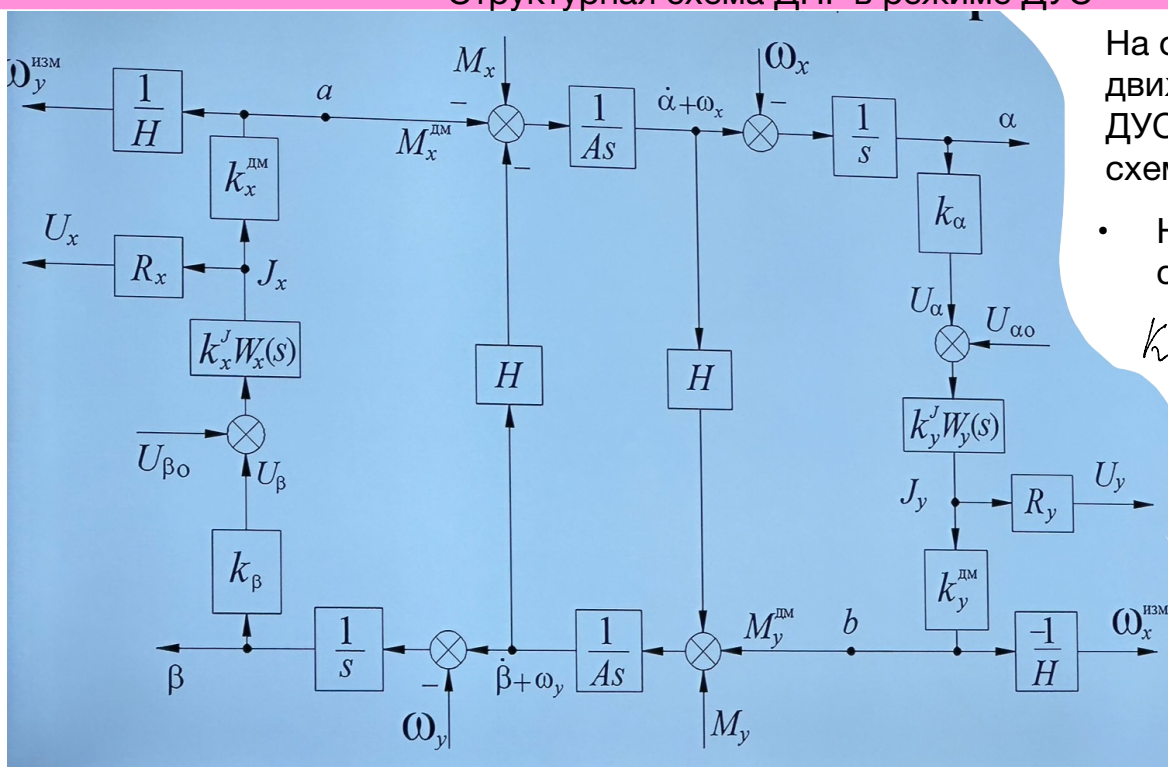
$$M_x^{gm} = J_x k_x^{gm} = -k_p k_x' k_x^{gm} \omega_x(s) \beta = -k_x \omega_x(s) \beta$$

$$M_y^{dm} = J_y k_y^{dm} = k_2 k_y' k_y^{dm} \omega_y(s) \alpha = k_y \omega_y(s) \alpha$$

Уравнения движения ДНГ в режиме ДУС, с учетом моментов ДМ

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_x) + H(\dot{\beta} + \omega_y) = -k_x \omega_x(s) \beta + M_x \\ A(\ddot{\beta} + \dot{\omega}_y) - H(\dot{\alpha} + \omega_x) = k_y \omega_y(s) \alpha + M_y \end{cases}$$

Структурная схема ДНГ в режиме ДУС



На основе уравнения движения ДНГ в режиме ДУС можно составить схему:

- Начинаем с сумматоров M_x и M_y

k_2 — крутизна ДУ

k_2 — нулевой сигнал с ДУ

k_2 усилит k_y

$\dot{\beta} + \omega_y$ — скорость ротора, котор. создаёт H

Система уравнений движения ДНГ в режиме ДУС, с учетом моментов обратной связи развиваемых моментными датчиками, в операторной форме, имеет вид

$$\begin{cases} As^2 \alpha(s) + (Hs + k_x W_x(s)) \beta(s) = -As W_x(s) - H W_y(s) + M_x(s) \\ As^2 \beta(s) - (Hs + k_y W_y(s)) \alpha(s) = H W_x(s) - As W_y(s) + M_y(s) \end{cases}$$

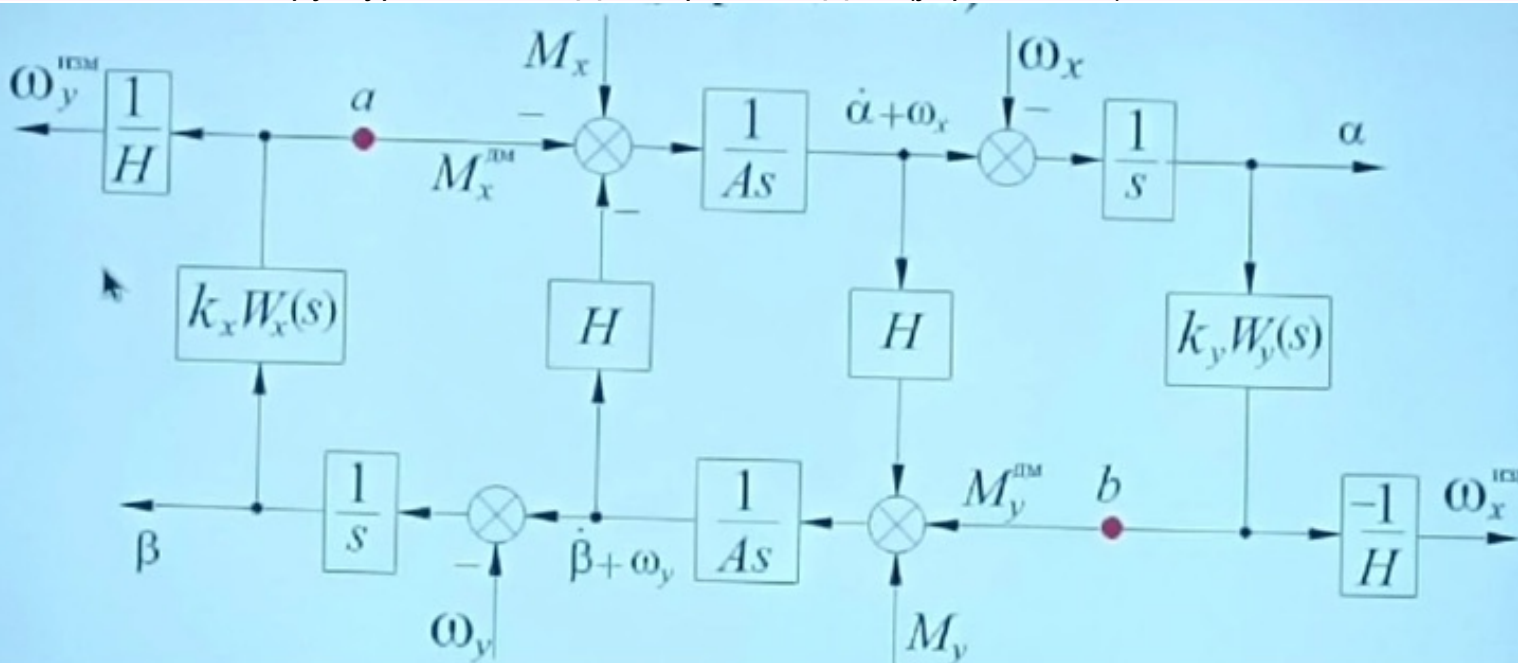
Для формирования параметров контура обратной связи по моментам, создаваемым датчиками момента, положим $W_x=W_y=0$, тогда система уравнений (1) преобразуется

$$\begin{cases} As^2 \alpha(s) + (Hs + k_x W_x(s)) \beta(s) = M_x(s) \\ As^2 \beta(s) - (Hs + k_y W_y(s)) \alpha(s) = M_y(s) \end{cases}$$

- в линейной части моменты, связанные с собственным движением ГП
- в правой - возмущающие моменты

α и $\beta \rightarrow \alpha(s), \beta(s)$ - от операторов Лапласа

Структурная схема ДНГ в режиме ДУС (упрощенная)



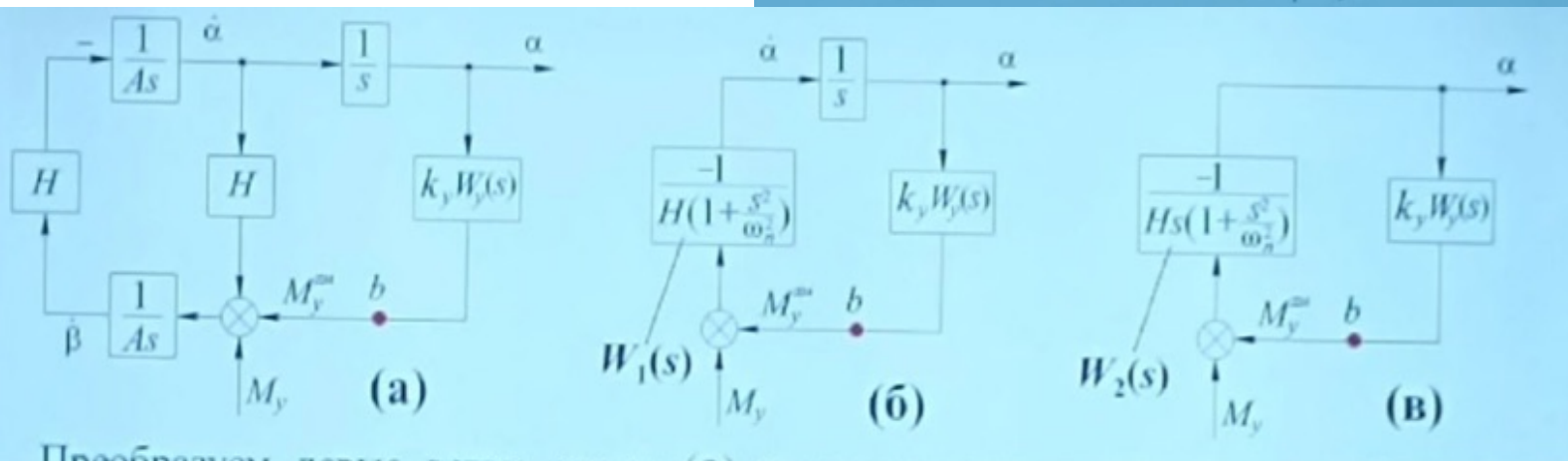
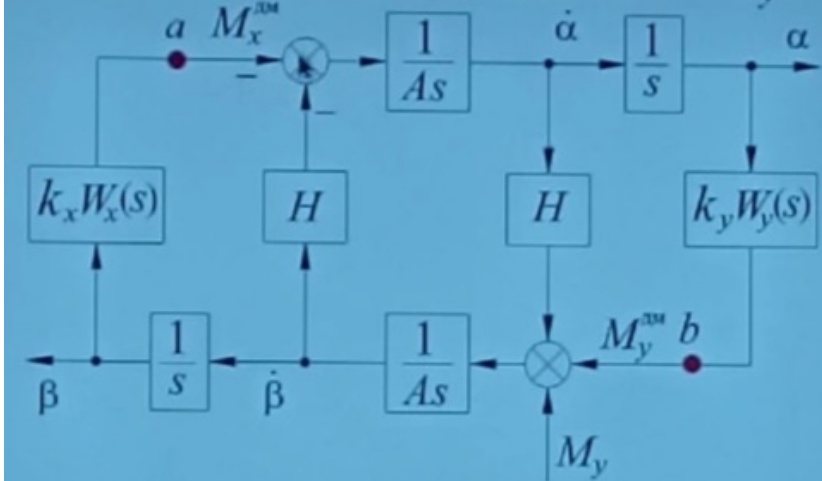
И в случае отсутствия угловых скоростей корпуса: $W_x=W_y=0$, а также полагая $M_x=0$ эта структурная схема преобразуется к следующему виду:

Структурная схема ДНГ-ДУС при формировании Му.дм. по моменту M_y

Полученная структурная схема является многоконтурной с перекрестными обратными связями, что не позволяет в полной мере использовать возможности аппарата теории автоматического регулирования, хорошо разработанными для одноконтурных систем.

Убрали лишнее в
3 контура с перекрестной ОС ,
многоконтурность не позволяет
воспользоваться аппаратами для
одноконтурных связей ,
трансформируем в одноконтурный

1. Разорвём в точке А



Преобразуем левые ветви схемы (а) в соответствии с методами преобразования структурных схем к виду (б) и далее к виду (в)

$$W_1(s) = \frac{\ddot{\alpha}(s)}{M_{y^{\text{am}}}(s)} = \frac{\frac{-H}{A^2 s^2}}{1 + \frac{H^2}{A^2 s^2}} = \frac{-1}{H \left(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2}\right)}$$

$$W_2(s) = \frac{\alpha(s)}{M_{y^{\text{am}}}(s)} = \frac{-1}{Hs \left(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2}\right)}, \text{ где } \omega_n = \frac{H}{A} - \text{нугационная частота}$$

$$\omega_n = \frac{H}{A} - \text{нугационная частота} \quad / \quad W_2(s) \text{ — свободный ГП}$$

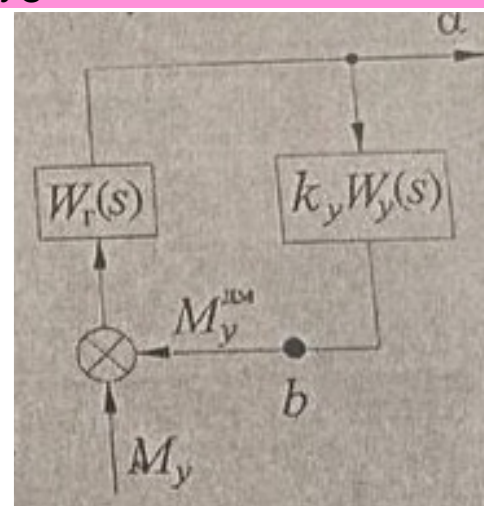
Получаем $W_2(s)$, охватывающую обратной связью по y

Если разомкнем последнюю схему в т.В, то получаем свободный ГП:

Формирование контура обратной связи ДНГ-ДУС

Передаточная функция $W_2(s)$ есть не что иное, как передаточная функция свободного гироскопа $W_g(s)$, из которой видно, что при отсутствии обратной связи движение ротора гироскопа соответствует свойствам свободного гироскопа, т.е. имеет место, как прецессионное, так и нугационное движение.

Таким образом, из сложной многоконтурной системы с перекрестными обратными связями мы получили одноконтурную систему автоматического регулирования, в которой передаточная функция



$$W_r(s) = \frac{-1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})} \quad \text{охвачена обратной связью} \quad W_{oc}(s) = k_y W_y(s)$$

Передаточная функция системы, разомкнутой в точке b, имеет вид

$$W_{раз}(s) = \frac{W_y^{зм}(s)}{W_y(s)} = W_r(s) \cdot k_y W_y(s) = \frac{-1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})} k_y W_y(s)$$

Получаемая система позволяет использовать все возможности САУ для одноконтурной системы

$$W_r = k_y W_y(s) = W_{раз}(s)$$

то в логарифм. виде не равна 0, это сумма W-функц., т.е. АЧХ и ФЧХ регулируется этими функциями

Передаточная функция системы замкнутой в точке b, имеет вид

$$W_{зам}(s) = \frac{W_y^{зм}(s)}{W_y(s)} = \frac{W_{раз}(s)}{1 - W_{раз}(s)} = \frac{W_r(s) k_y W_y(s)}{1 - W_r(s) k_y W_y(s)} = \frac{\frac{-1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})} k_y W_y(s)}{1 - \frac{-1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})} k_y W_y(s)} =$$

$$= \frac{-1}{1 + \left(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2}\right) \frac{Hs}{k_y W_y(s)}}$$

Откуда следует, что в установившемся режиме $W_{зам}(s \rightarrow 0) = -1$ или $M_{удм.} = -M_y$, что и требуется для компенсационного режима.

Передаточная функция по ушу этой замкнутой системы, имеет вид:

$$W_{зам}(s) = \frac{W_r(s)}{1 - W_r(s) W_{oc}(s)} = \frac{\frac{-1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})}}{1 + \frac{1}{Hs(1 + \frac{s^2}{\omega_n^2})} k_y W_y(s)} =$$

Задача САУ: $-M_y(s) = M_{удм.}$ в том частном диапазоне, в котором работает система, компенсационный внешний момент

$\alpha(s)$ - угол поворота ротора ГГ

$M_y(s)$ - внешний момент

И, следовательно, под действием внешнего момента ротор гироскопа поворачивается на угол:

$$\alpha(s) = \frac{-1}{1 + \frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{k_y W_y(s)}{Hs}} \cdot \frac{M_y(s)}{Hs}$$

В установившемся режиме при использовании пропорциональной обратной связи имеет место статическая ошибка, определяемая крутизной контура обратной связи K_y :

$$\alpha(s \rightarrow 0) = \frac{-M_y}{k_y W_y(0)}$$

Передаточная функция усилителя контура обратной связи ДНГ в режиме ДУС для исключения статической ошибки, как правило, имеет интегрирующее звено и записывается в виде

$$k W(s) = k \frac{(T_1 s + 1)}{T_1 s (T_2 s + 1)^2}$$

форсирующее звено $\frac{1}{T_1 s + 1}$ — апериод. звено
 $T_1 s$ — интегр. звено

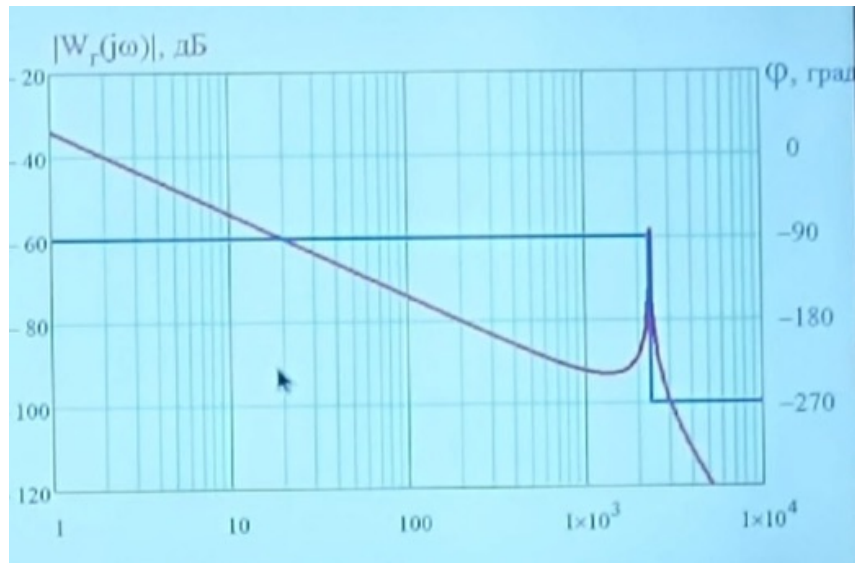
Для ДНГ типа МГ-4 с параметрами $H=50 \text{ сН}\cdot\text{см}\cdot\text{с}$, $\omega_n = 1570 \text{ 1/с}$, $W_n = 2336 \text{ 1/с}$,
 графики собственных амплитудных характеристик

$$A(\omega) = |W_r(j\omega)| = \left| \frac{1}{jH\omega \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)} \right|$$

и фазочастотных характеристик

$$\varphi(\omega) = \arg \left(\frac{1}{jH\omega \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)} \right)$$

показаны на рисунке.



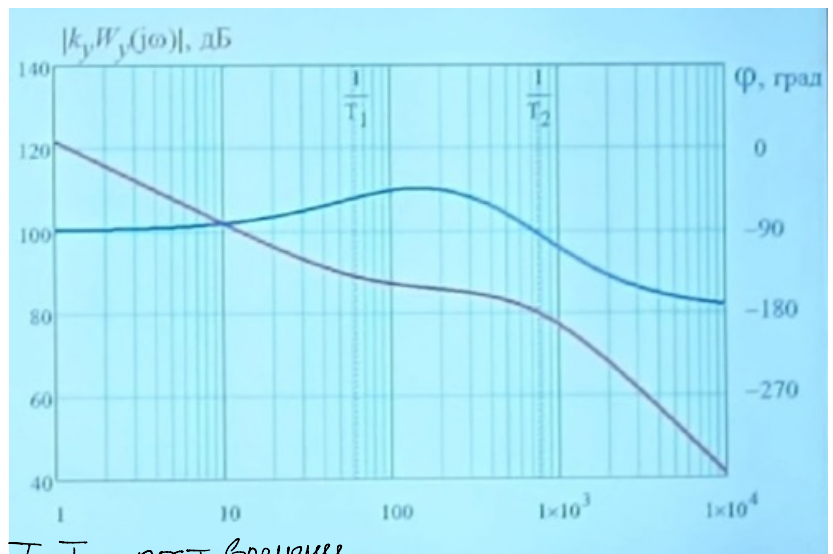
АЧХ в идеале стремится к ∞ , но этого не происходит из-за добротности системы

Для ДНГ типа МГ-4 с параметрами
 усилителя контура обратной связи:
 $T_1=0.016 \text{ с}$, $T_2=0.0013 \text{ с}$, $k=19500$,
 графики амплитудных характери-стик
 усилителя

$$A(\omega) = |k_y W_y(j\omega)| = \left| \frac{k (jT_1\omega + 1)}{jT_1\omega (jT_2\omega + 1)^2} \right|$$

$$\varphi(\omega) = \arg \left(\frac{jT_1\omega + 1}{jT_1\omega (jT_2\omega + 1)^2} \right)$$

показаны на данном рисунке.



T_1, T_2 — пост. времени
 k — коэф. усилителя

На следующем рисунке представлены характеристики разомкнутой передаточной функции для ДНГ типа МГ-4 амплитудной

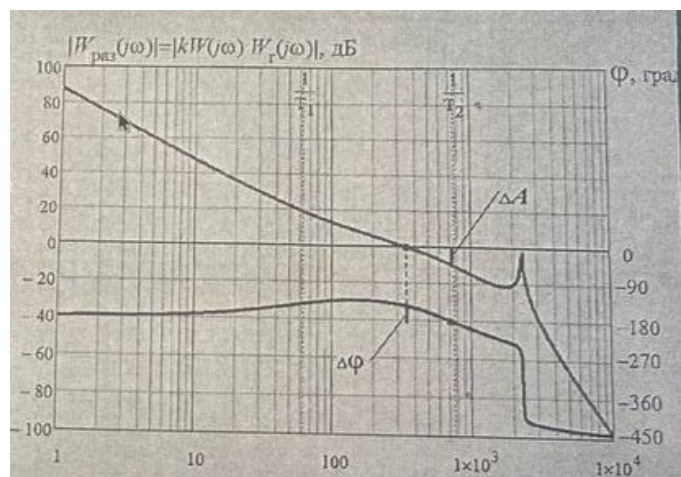
$$A(\omega) = |W_{раз}(j\omega)| = |k_y W_y(j\omega) \cdot W_r(j\omega)|$$

и фазовой

$$\varphi(\omega) = \arg(k_y W_y(j\omega) \cdot W_r(j\omega))$$

Из графиков видно, что КОС имеет
 достаточные по величине запасы по
 фазе и амплитуде равные
 соответственно

$$\Delta\varphi = 34,3^\circ \quad \text{и} \quad \Delta A = 9,2 \text{ дБ}$$



$W_r(j\omega)$ – собственная ПФ ГП

$K_{wy}(j\omega)$ – ПФ ОС

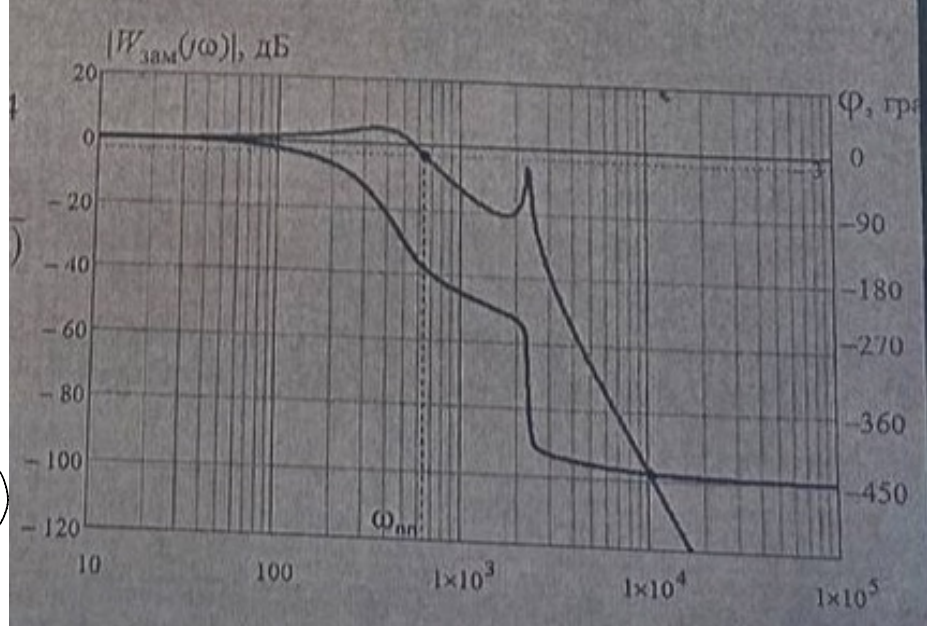
На данном слайде представлены характеристики замкнутой переда-точной функции для ДНГ пипа МГ-4 амплитудной

$$A(\omega) = |W_{зам}(j\omega)| = \frac{W_r(j\omega) K_y W_y(j\omega)}{1 - W_r(j\omega) K_y W_y(j\omega)}$$

и фазовой

$$\varphi(\omega) = \arg \left(\frac{W_r(j\omega) K_y W_y(j\omega)}{1 - W_r(j\omega) K_y W_y(j\omega)} \right)$$

$$\omega_{нп} = 628 \text{ рад/с} \quad \text{или} \quad 100 \text{ Гц}$$

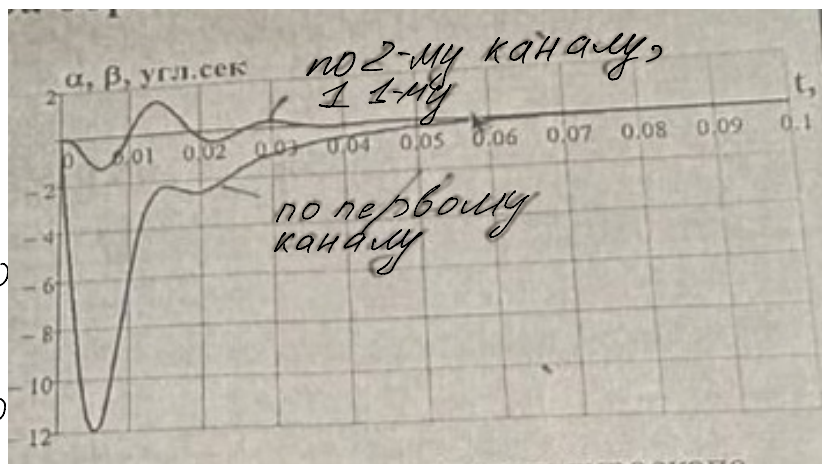


Из графика АЧХ видно, что ДНГ-ДУС имеет полосу пропускания частот

Переходные процессы при воздействии входной угловой скорости $W_x = 1$ град/с по углам альфа и бета можно рассчитать по формулам

$$\alpha(t) = \frac{z}{\pi} \int_{\omega=0}^{\omega_{max}} \operatorname{Re} \left[\frac{\alpha(\omega)}{W_x} \right] \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$

$$\beta(t) = \frac{z}{\pi} \int_{\omega=0}^{\omega_{max}} \operatorname{Re} \left[\frac{\beta(\omega)}{W_x} \right] \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$

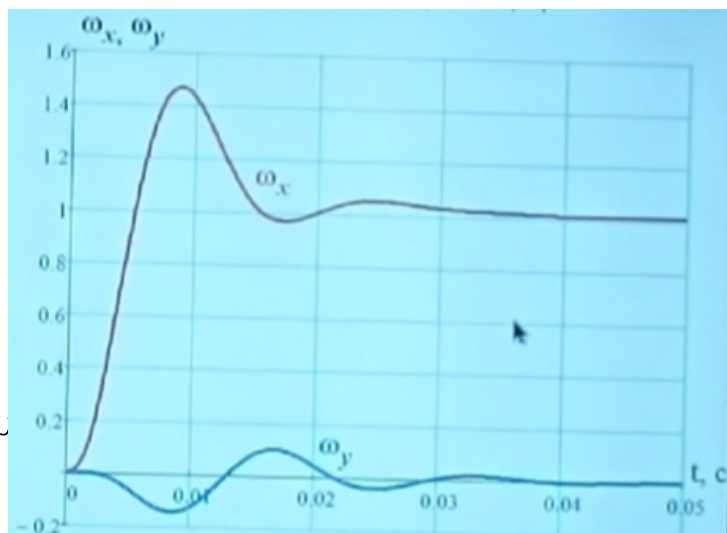


Из графика угловых движений ротора гироскопа, видно наличие реакции гироскопа по ортогональному каналу, а также отсутствие статической ошибки по окончании переходного процесса, что объясняется наличием интеграла в контуре обратной связи

Переходные процессы при воздействии входной угловой скорости $W_x = 1$ град/с по измеряемым угловым скоростям $W_{x.изм}$ и $W_{y.изм}$ можно рассчитать по формулам

$$W_{x.изм}(t) = \frac{z}{\pi} \int_{\omega=0}^{\omega_{max}} \operatorname{Re} \left[\frac{W_{x.изм}(\omega)}{W_x} \right] \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$

$$W_{y.изм}(t) = \frac{z}{\pi} \int_{\omega=0}^{\omega_{max}} \operatorname{Re} \left[\frac{W_{y.изм}(\omega)}{W_x} \right] \frac{\sin(\omega t)}{\omega} d\omega$$



Из графика переходного процесса по измеряемым угловым скоростям, видно наличие реакции гироскопа по ортогональному каналу, а также равенство установившейся измеряемой угловой скорости и входной скорости по каналу x

Поэтому приведем эту систему к одноконтурной, для чего разомкнем её в точке а, тогда схема примет вид (а)

Для более точного построения $W_{замк}$ и W разомк систем, очевидно, что важно учитывать влияние ветви, которую мы разомкнули в т А

Как? Т к ветви в Н и с $\frac{1}{s} \cdot K_x W_x(s)$ параллельны друг другу, в последних расчетах к Н добавляется $\frac{K_x W_x(s)}{s}$ - звено $\frac{K_x W_x(s)}{s}$ *звено*
 даём в сумме $H + \frac{K_x W_x}{s}$ А остальное преобразование по выше написанной схеме

Погрешность АЧХ и ФЧХ для уточненной ПФ включенной к разомкнутой ранее цепи необходимо построить на тех же характеристиках, что и без разомкнутой.

Окажется, что различные АЧХ и ФЧХ уточненной системы без ОС незначительны. Имеет место не некоторое смещение запаса по амплитуде и фазе, которую можно учесть и сделать более точное формирование

Возмущающие моменты ДНГ

- в данном ГП нет момента трения, т к КП упругий
- центробежных нет, т к нет доп. момента, необходимо учитывать из-за несимметричности (симметричный ГП относительно осей инерцион.)
- неравножесткости нет

Газодинамические моменты

Ротор ГП вращается в газовой среде (водородное, гелевое заполнение или смесь)

Для чего заполнение?

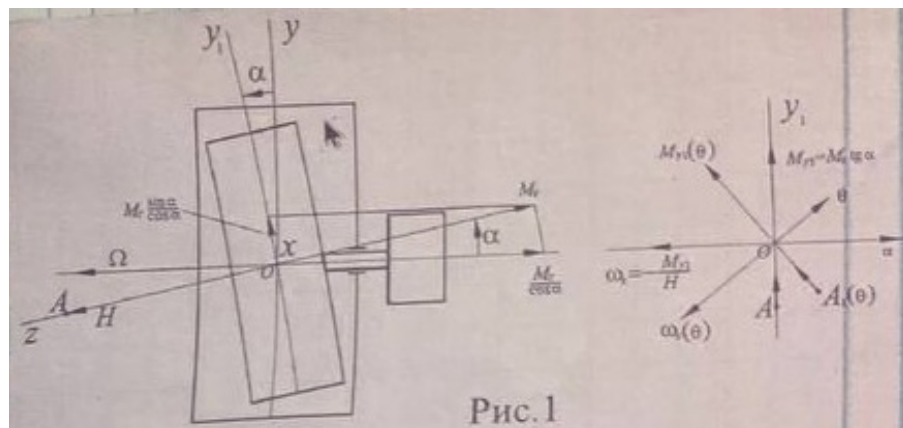
- обеспечить работоспособность ШП (смазка испаряется без заполнения)
- для повышения тепловой однородности внутреннего объёма ГП

Очевидно, что это среда необходима для функции ГДО, если в ГП также имеются

Оценим влияние газодинамического момента сопротивления вращению ротора на дрейф ДНГ. Как показано на рис.1, газодинамический момент M_g сопротивления вращению ротора направлен противоположно собственной угловой скорости ротора и ее проекция на ось у связанной с ротором, при повороте ротора на угол α вокруг оси х, равна

$$M_{y1} = M_p \cdot \tan \alpha \approx M_p \cdot \alpha$$

Апекс гироскопа при таком повороте смещается из исходного нулевого положения в точку А. Дрейф гироскопа, вызываемый газодинамическим моментом будет равен



$$\omega_x = -\frac{M_{y1}}{H} = -\frac{M_p}{H} \tan \alpha \approx -\frac{M_p}{H} \alpha$$

O_y, O_z — оси, связанные с корпусом

$M_{\text{гд}}$ — газодинамический момент сопротивления вращению

$\uparrow \downarrow \Omega$ — собственная скорость вращения

$$H, M \cdot \text{tg} \alpha \Rightarrow \omega_x \frac{\sqrt{Mr}}{H} \alpha$$

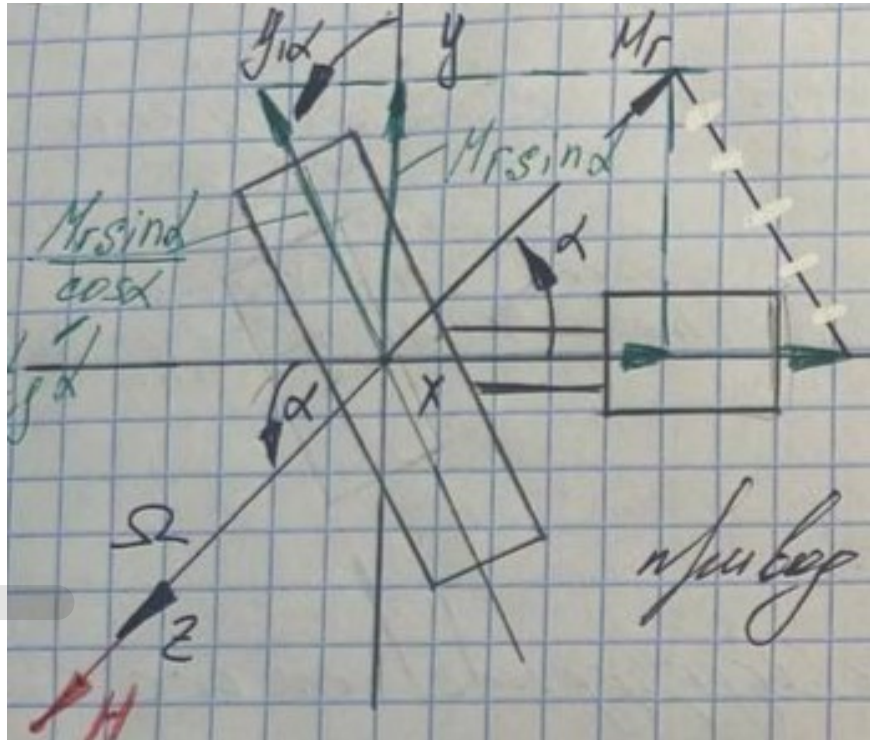
Проекция на аффинную СК

(косоугольная)

У1 - ось погрешности

X - ось двигателя

Двигатель парирует возбуждение



Газодинамические моменты

То под действием этого момента гироскоп будет совершать прецессионное движение в сторону центра, т.е. в сторону противоположную отклонению ротора от исходного нулевого положения со скоростью пропорциональной угловому отклонению ротора, и, следовательно, газодинамическое сопротивление вращению ротора гироскопа создает «центрирующий» эффект

Поскольку $\omega_X = \mathcal{L}$

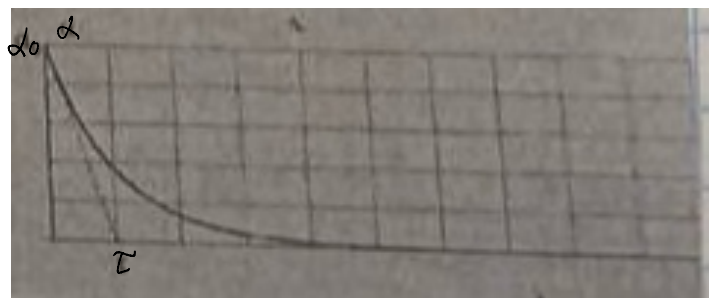
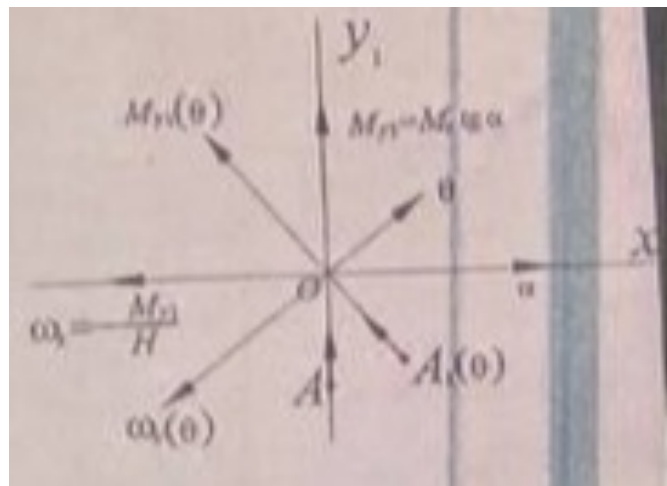
то полученные уравнения дрейфа тироскопа, можно переписать в виде следующего

уравнения: $Z + \frac{Mg}{H} Z = Z + \frac{Z}{T} = 0$

решением, которого является $\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{t}{T}}$

α_0 — начальный угол отклонения рогора гироскопа,

$$\tau = \frac{H}{M_r} - \text{постоянная времени ДНГ.}$$



Те. апекс гироскопа при действии газодинамического момента сопротивления вращению ротора экспоненциально стремится к нулевому положению при его отклонении на произвольный угол α

a_x, a_y, a_z - ускорения
 L, β - углы поворота вокруг Ox и Oy соотв.
 $m \Delta z a_x, m \Delta z a_y$ - момент от смещения ц.м.

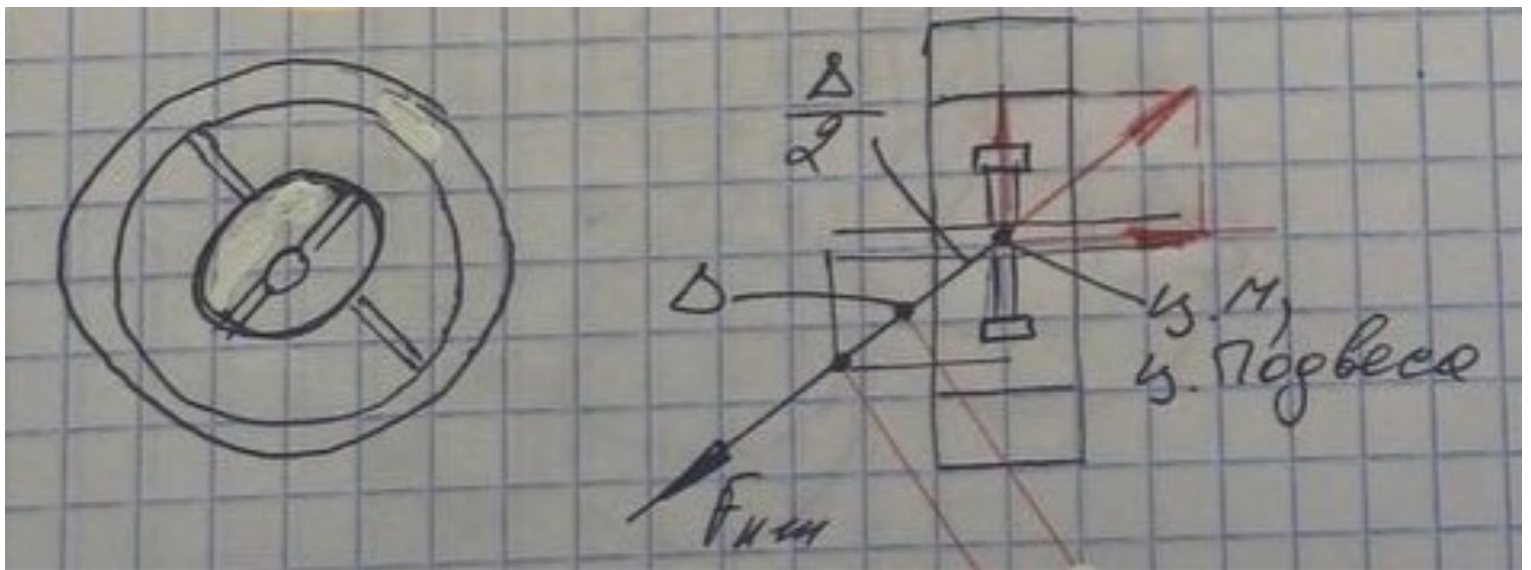
источники возмущ. моментов

При постройке ДНГ приводит к \mathcal{J} , при которых упругие моменты подвеса упругого компенсируют инерционные моменты

$$K_{\text{нм}} = \frac{m^2}{2} \left(\frac{1}{K_z} - \frac{1}{K_p} \right) - \text{ошибка}$$

Откуда $1/2$: КП упругий, он смещен с инерционным моментом, т.е. мы считаем, что на $1/2$ смещение общей величины смещены (смещения центра масс и центра подвеса), смещены и моменты

Квадратурные - повернутые на 90 град. к общепринятым величинам.



Если мы говорим о балансировке

Мкв. направлен вдоль линии действия либо ускорения, либо инерционной силы, перпендикулярной смещению ц.м., дрейф вдоль Oy



Причины квадратурных моментов:

- дефференты изготовления упругих элементов КП - технологические факторы
- конструктивные факторы - такова конструкция, что она при действии внешнего момента вызывают кв. момент

Конструктивные факторы определяет и статикой подвеса (геометрией), либо динамикой (наличие вращения)

компоненты (меняющиеся)

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

дифференциал

$$dA = da_1 + \dots + da_n$$

$$\Delta A = \sqrt{\sum_1^n \Delta a_i^2}$$

погрешность

абсолютная погрешность

$$B = \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot \dots}{c_1 \cdot c_2 \cdot \dots}$$

$$\ln B = \sum_1^n \ln b_i - \sum_1^n \ln c_i$$

$$d(\ln B) = \frac{dB}{B} = \frac{db_1}{b_1} + \frac{db_2}{b_2} - \frac{dc_1}{c_1} - \dots$$

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{\Delta b_1}{b_1} + \frac{\Delta b_2}{b_2} + \dots - \frac{\Delta c_1}{c_1} - \dots$$

(2 часть) Компоненты возмущающих моментов ДНГ Упругие моменты упругого КП

На следующем рисунке представлены основные возмущающие моменты динамически настраиваемого гироскопа:

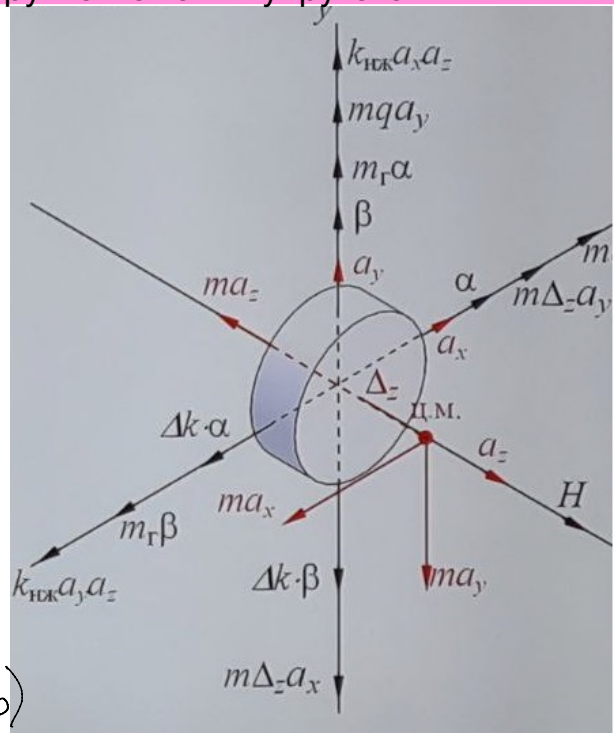
- от угловых отклонений «альфа» и «бета» ротора гироскопа относительно корпуса:

- $M_{r\alpha}$ и $M_{r\beta}$ - газодинамические моменты, определяемые касательными и нормальными силами по всей поверхности ротора гироскопа,

- $\Delta k\alpha$ и $\Delta k\beta$ - упругие моменты от остаточной (нескомпенсированной при динамической настройке) угловой жесткости $\Delta k = 0,5(K_x + K_y) - 0,5(A_1 + B_1 - C_1)\Omega^2$ подвеса, угловая скорость

- от линейных ускорений a_x , a_y , и a_z ,

- $m\Delta z\dot{C}_1x$ и $m\Delta z\dot{C}_1y$ - моменты от смещения ц.м. ротора вдоль оси вращения z (m - масса ротора),
- $k_{нж}a_z\dot{C}_1x$ и $k_{нж}a_z\dot{C}_1y$ - моменты от неравножесткости упругого карданного подвеса $k_{нж} = 0,5m^2(1/K_z - 1/K_p)$
- K_z и K_p - осевая и радиальная жесткость подвеса),
- mqa_x и mqa_y - квадратурные моменты упругого подвеса (q - коэффициент определяется конструктивными и технологическими факторами),



Δk - остаточная жесткость

K_x, K_y - угловые жесткости торсионов по Ox и Oy к.п.

Деформация может быть при любом случае даже если он равножесткий (симметричный), но момента возникать не будет, если жесткости по осям управления одинаковые

X, Y, Z - к.п., связ. с корпусом (с ротором в случае нулевого отклонения относительно корпуса)

Возмущающего моментами будет ускорение a_x, a_y, a_z

Смещение ц.м. вдоль оси Z . При ускорении A_y сила направлен противоположно ускорению. Момент по оси X . Момент будет создавать дрейф по оси Y . $= \omega_g a_y$

(аналогично при $a_x \rightarrow \omega_g a_x$)

ОУ - ось вращения

дрейф = % , $\frac{1}{\text{сек}}$ Дрейф старается привести угол поворота к нулю

— ω_{x0}, ω_{y0} — постоянные составляющие дрейфа ГП, обусловлено неточностью ориентации ротора относительно контура (**из-за этого возникает и газодинамические моменты**)

— $\omega_{gmy}, \omega_{gmx}$ — скорость прецессии гироскопа обусловленная токами в обмотках моментных датчиков

ω_{xk}, ω_{yk} — корнуге

Основные компоненты дрейфа включают в себя

$$\omega_x = -\omega_r \alpha + \omega_{\Delta k} \beta + \omega_g a_x - \omega_{kv} a_y - \omega_{nm} a_x a_z + \omega_{mx} + \omega_{x0}$$

$$\omega_y = -\omega_r \beta - \omega_r \alpha + \omega_{kv} a_x + \omega_g a_y - \omega_{nm} a_y a_z + \omega_{my} + \omega_{y0}$$

где:

$$\omega_r = \frac{M_r}{H}$$

компонента газодинамического момента

$$\omega_{\Delta k} = \frac{\Delta k}{H}$$

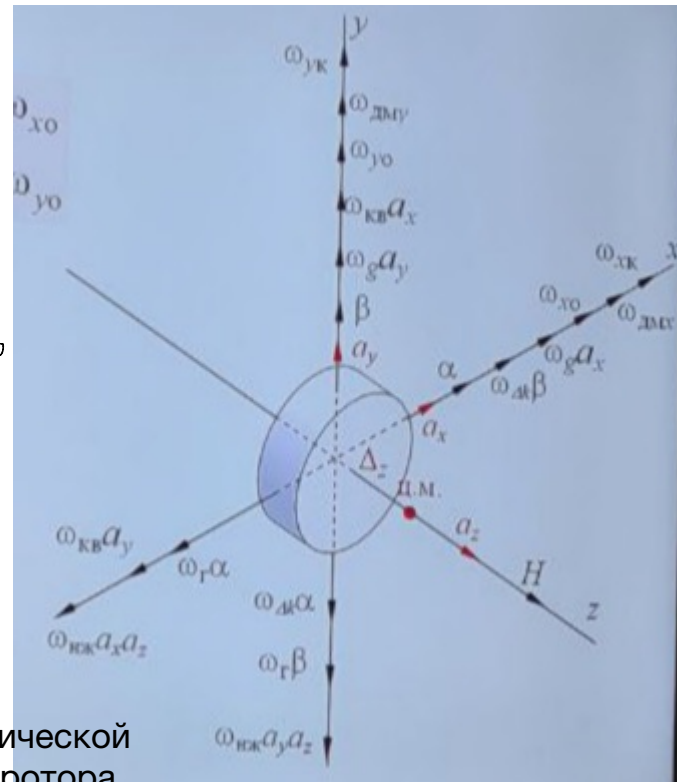
коэф. динамической настройки

$$\omega_g = \frac{M_{\Delta z}}{H}$$

смещение момента

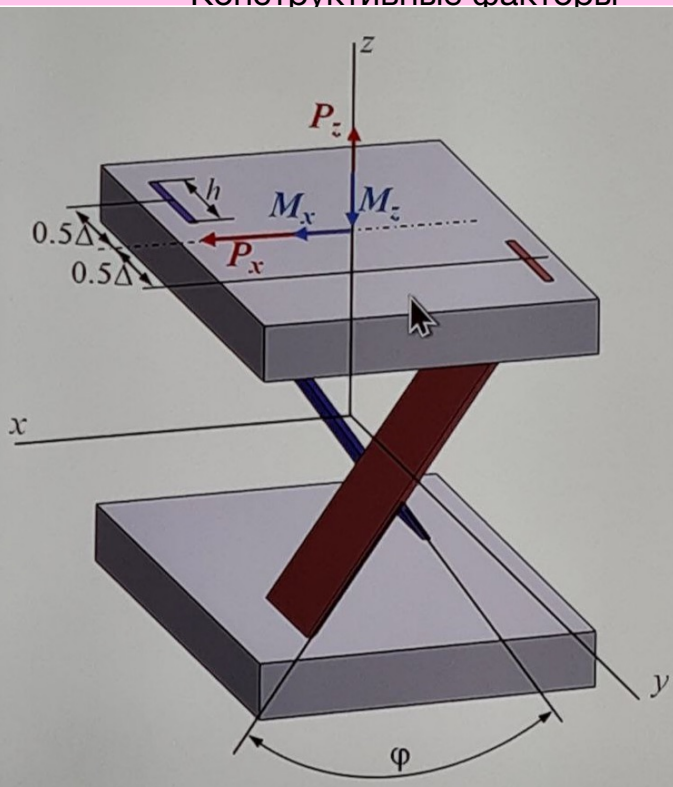
$$\omega_{kv} = \frac{mg}{H}$$

$\omega_{nm} = \frac{K_{nm}}{H}$ — коэффициенты дрейфа от газодинамических моментов, динамической расстройки, смещения центра масс ротора вдоль оси вращения, квадратурных моментов и неравножесткости КП



Квадратурные моменты ДНГ

Конструктивные факторы



Недостаток квадратурных моментов:

- не устраняется никакими регулировками (Для КП они представляют некую **const**)

Величина квадратурных дрейфа сопоставима с величиной дрейфа от смещения ц.м.

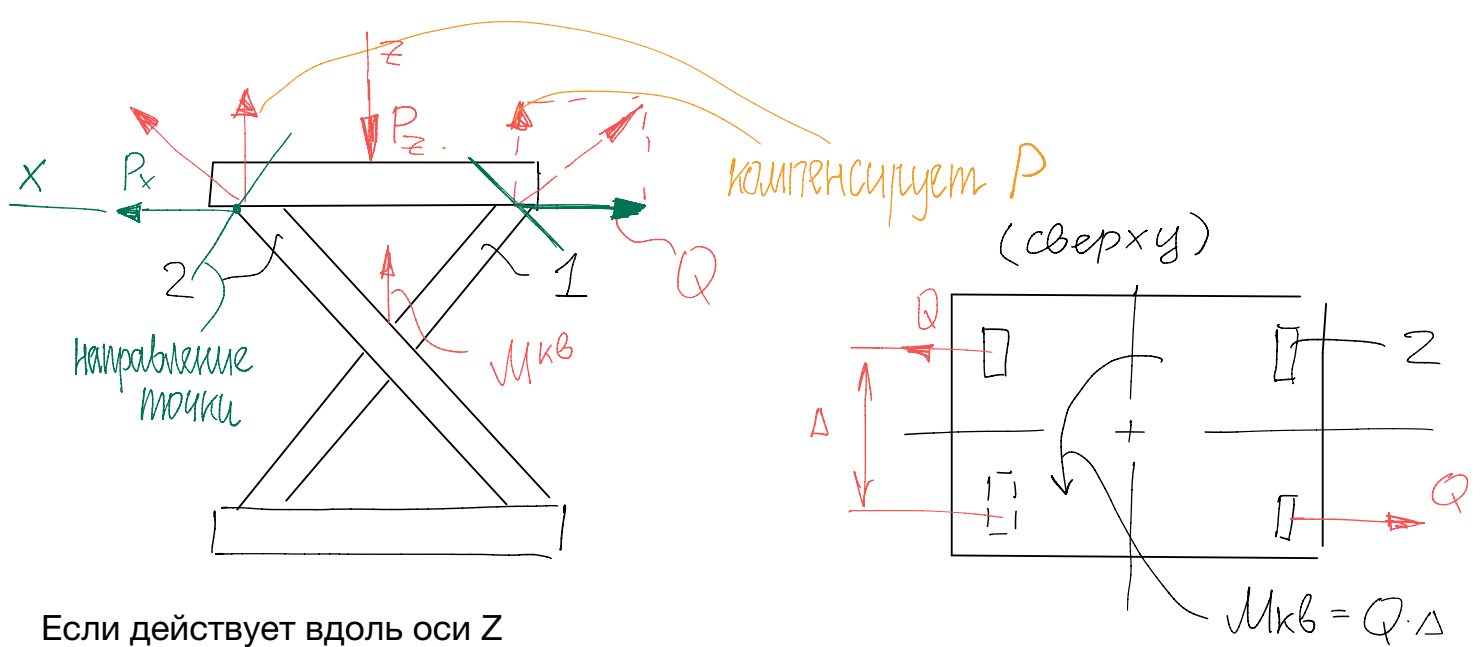
Они зависят от ускорения

Здесь представлена специальная конструкция, которая и вызывает эти моменты

Вектор M_{kv} расположен вдоль линии действия силы, приложенной к опоре

Если перенести опоры, то это будет совсем другой случай

Чтобы избавиться от такого момента, можно установить слева и справа опоры. Они будут компенсироваться со стороны другой



Если действует вдоль оси Z

$$M_z = -\frac{1}{4} \Delta \left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right) \frac{\sin 2\varphi}{\cos^2 \varphi + \frac{h^2}{L^2} \sin^2 \varphi} \cdot P_z$$

φ - угол перекрестка

$$M_x = \frac{1}{4} \Delta \left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right) \frac{\sin 2\varphi}{\sin^2 \varphi + \frac{h^2}{L^2} \cos^2 \varphi} \cdot P_x$$

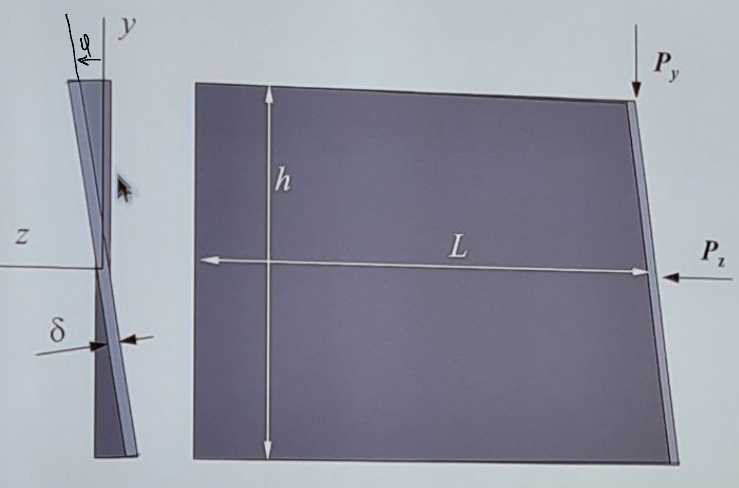
L - длина опор

h - ширина опоры

Δ - толщина опоры

Используют в ДУС

Технологические факторы



Имеется упругая пластина

$$M_z = \frac{P_z h^2}{12L} \angle \quad M_y = \frac{P_y L h^2}{12\delta^2} \angle$$

Квадратурный момент может возникать при упругих деформациях рамки КП от динамических сил, вызванных её вращением, т.к. рамка несимметрична

φ — угол поворота поперечного сечения по отношению к месту заделки

\angle — угол технологической закрутки, обусловленный изготовлением (угол дефекта)
Может возникать и при обычном повороте ротора того вокруг осей X и Y

Погрешность ДНГ при угловых колебаниях корпуса на двойной частоте вращения вала (2Ω) вокруг оси ортогональной оси вращения Z

Постоянные составляющие возмущающих моментов:

$$M_x^{2\Omega} = \frac{1}{2} K_y \varphi_{0y}$$

$$M_y^{2\Omega} = \frac{1}{2} K_x \varphi_{0x}$$

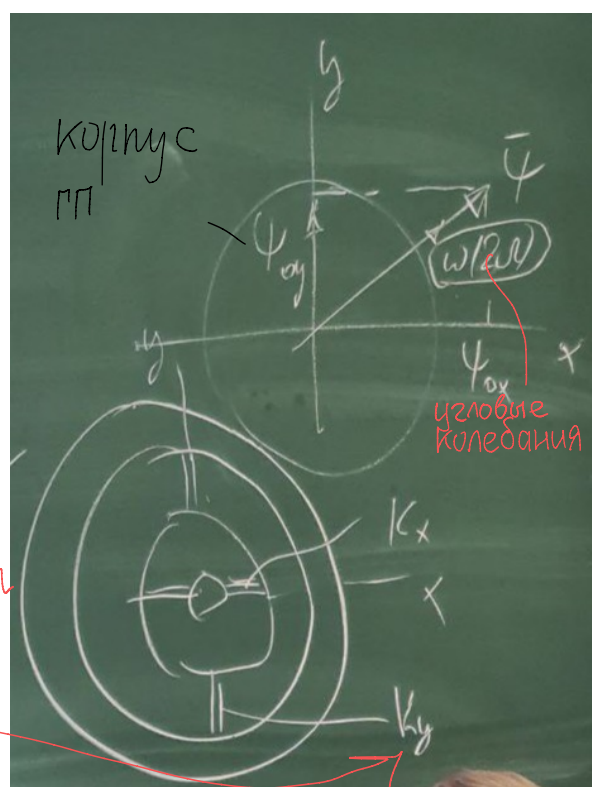
Эти постоянные составляющие момента на двойной частоте вращения вызывают постоянный дрейф гироскопа

$$\omega_x = \frac{K_y}{2H} \psi_{0x}$$

$$\omega_y = \frac{K_x}{2H} \psi_{0y}$$

Как это следует из этих соотношений, погрешность ДНГ от угловых колебаний на двойной частоте имеет значительную величину, которая принципиально неустранима в однокольцевой конструкции подвеса (т.к. требует выполнения $K_y = 0$, что невозможно), и ее компенсация возможна только в многокольцевых карданных подвесах с параллельным или последовательным соединением подвесов

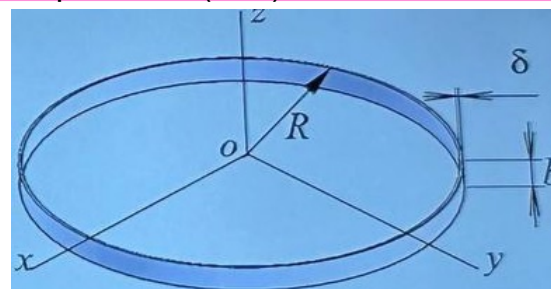
жесткость
 K_y — крутильные жесткости, которые связывают вал с корпусом ГП



013

Принцип работы твердотельного волнового гироскопа (ТВГ)

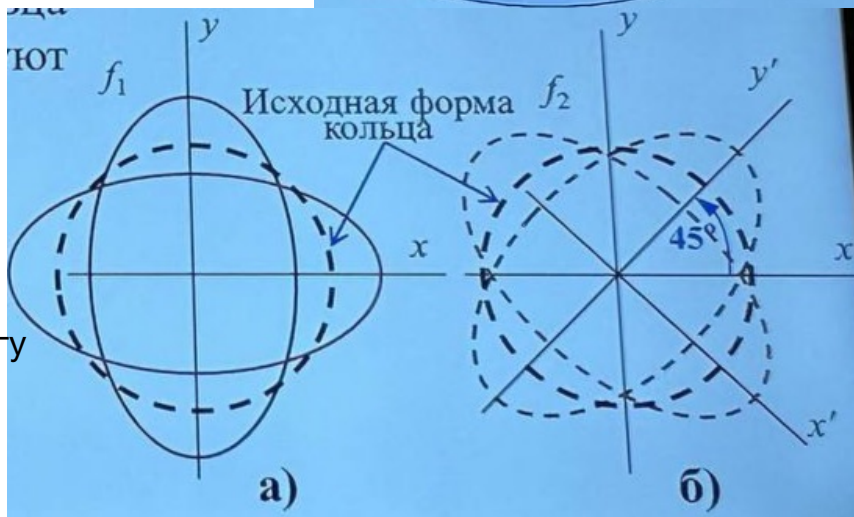
В основе работы ТВГ лежит явление инертности упругих волн. Этот эффект впервые был открыт британским физиком Брайаном в конце XIX века, который исследовал изгибные колебания тонкого кольца при вращении основания.



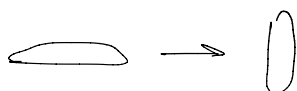
Собственной частоте изгибных колебаний кольца на 2-ой форме собственных колебаний соответствуют следующие диаграммы его колебаний:

- диаграмма а)
- и диаграмма б),

в которых главные оси эллипсов развернуты по отношению друг к другу на 45° . Эти обе диаграммы соответствуют 2-ой форме (моду) колебаний резонатора, но имеют разные частоты f_1 и f_2



За одну фазу колебаний эллипс переходит из одного состояния в другое :



Различие частот обуславливается : плотностью , разной толщиной , модулями упругости , свободное колебания , без демпфирования могут колебаться долгое время. Например, кварцевое кольцо вибрирует (15 мин) , преимущественно (не теряет ориентацию)

Брайан установил, что при вращении корпуса с постоянной угловой скоростью Ω угловая скорость поворота диаграммы изгибных колебаний кольца Ω_1 , относительно корпуса, выражается формулой

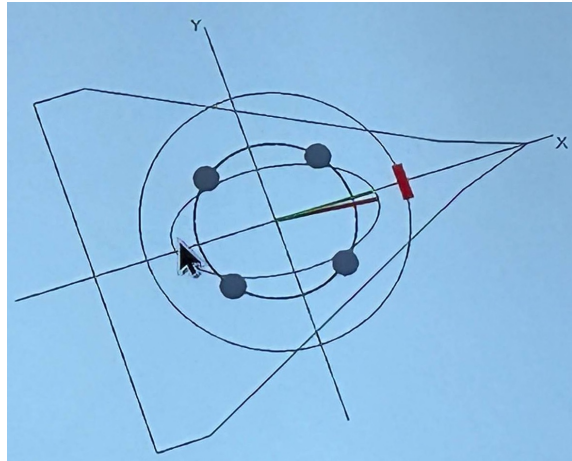
$$\Omega_1 = -0,4\Omega$$

Экспериментально была установлена формула

$$\psi_B = \frac{1}{3} \varphi$$

, связывающая уже не постоянные скорости поворота, а сами углы поворота корпуса и диаграммы колебаний при явно не постоянных скоростях вращения корпуса.

Из представленной на слайде анимации видно угловое запаздывание диаграммы колебаний кольца (красный цвет) от поворота корпуса, связанным с вращающимся объектом, (зеленый цвет)



Пусть совершающее изгибные колебания кольцо вращается с угловой скоростью Ω как показано на рис.2. В точках A...D возникают кориолисовы ускорения $W_{KA}...W_{KD}$, равные $W_{Ki} = 2\Omega V_{Ki}$ с которыми движутся выделенные массы dm . Со стороны этих масс на кольцо действуют инерционные кориолисовы силы $F_{KA}...F_{KD}$. Эти силы вызывают деформацию кольца, как показано на рис.3 вдоль осей развернутых под 45°

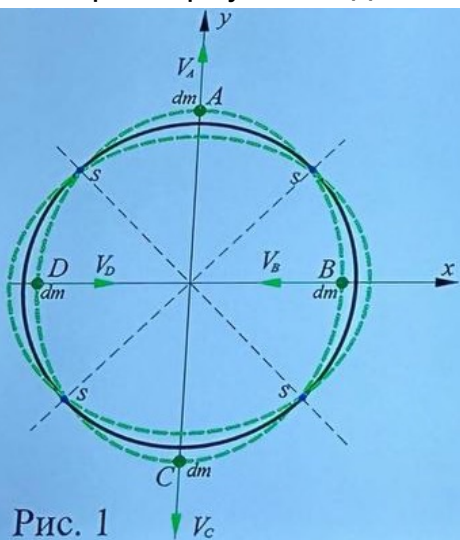


Рис. 1

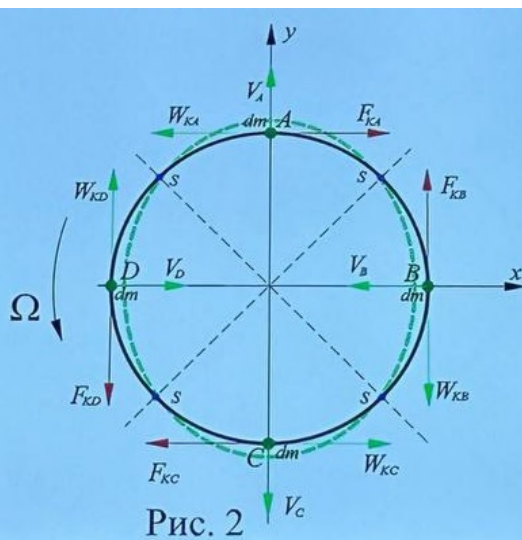


Рис. 2

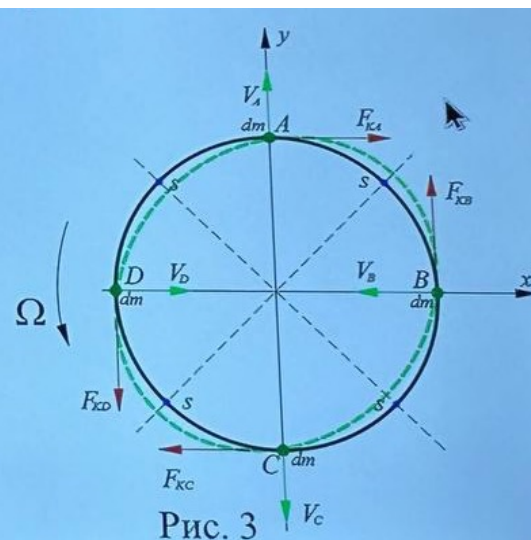


Рис. 3

Σ — точки узлов колебаний: движение незначительно по отношению к другим точкам, т.е. не совершает изгибных колебаний

\circ — деформации под воздействием сил Кариолиса

Кроме того, в точках узлов колебаний s, также имеет место колебательное движение с амплитудой около 0,5 от амплитуды колебаний в точках A...D вызывающее тангенциальные скорости V_s в этих точках. При вращении кольца с угловой скоростью, возникают соответствующие кориолисовы ускорения W_{ks} , а также кориолисовы силы F_{ks} со стороны масс dm в этих точках, направленные в сторону растяжения кольца вдоль осей повернутых на 45°

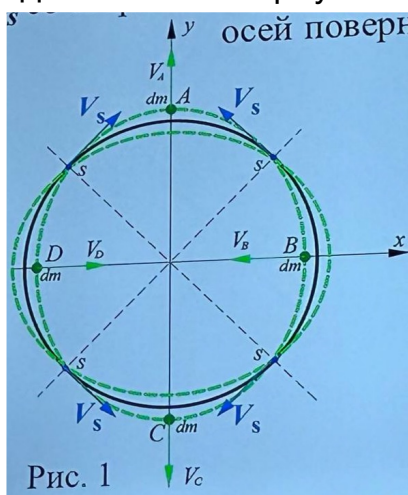


Рис. 1

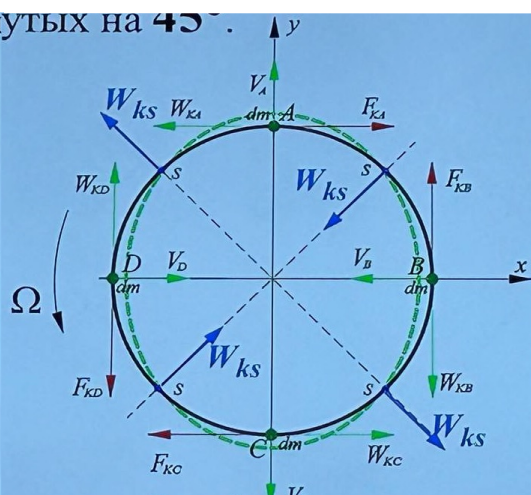


Рис. 2

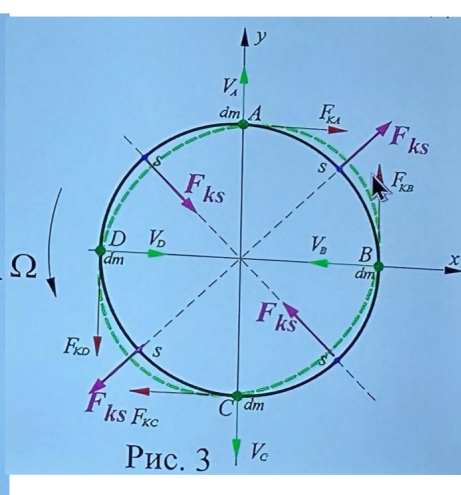
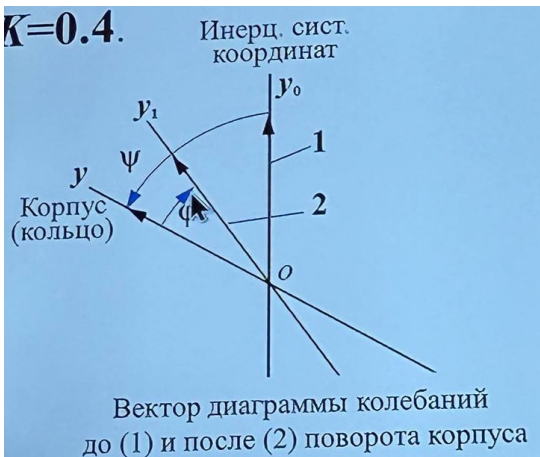


Рис. 3

С точки движется с V_s в тангенсальном направлении

! При анализе колебаний кольца или полусферы считаем, что и кольцо и сфера неэластичны

Таким образом, вращение кольца с угловой скоростью Ω совершающего изгибные колебания в своей плоскости, вызывает дополнительные колебания в той же фазе вдоль осей развернутых на 45° , по отношению к исходной системе координат, что приводит к повороту диаграммы колебаний кольца относительно корпуса, связанного с кольцом, в сторону противоположную углу поворота ψ корпуса на угол $\varphi = -K\psi = -\frac{K\Omega t}{\omega}$ ($K=0,4$)



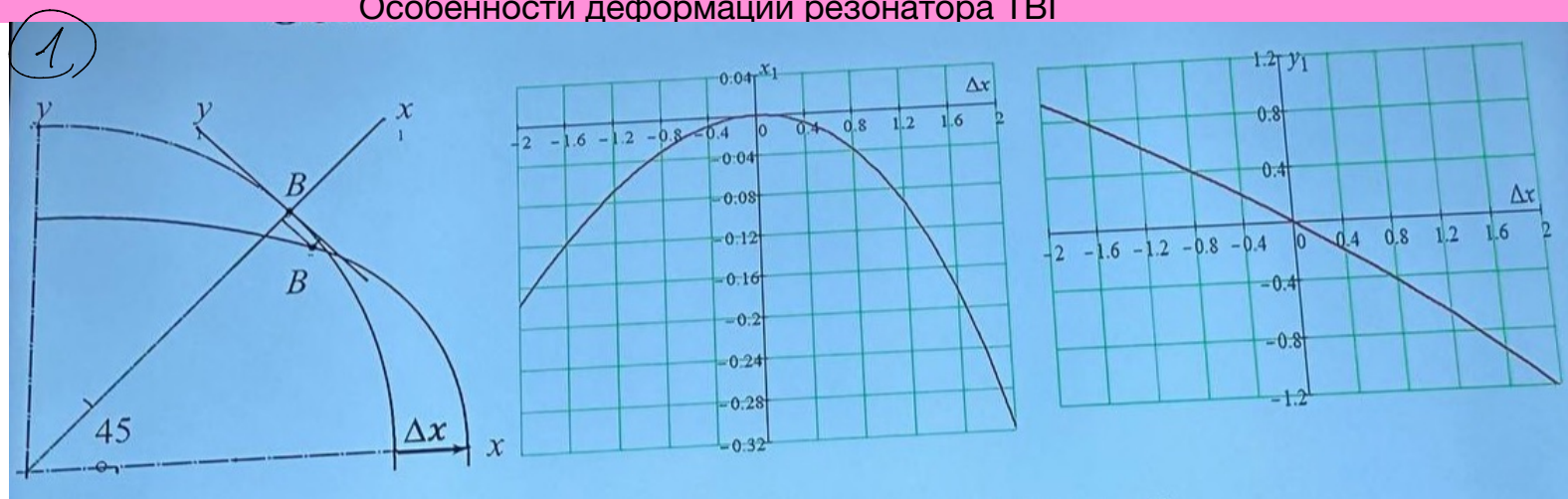
Уравнение радиальных колебаний кольца

$$\frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial \varphi^2} - \ddot{w} + 4\Omega^2 \frac{\partial \dot{w}}{\partial \varphi} + 2\Omega^2 \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{E\delta^2}{12\rho R^4} \left(\frac{\partial^6 w}{\partial \varphi^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) - \Omega^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \varphi^4} + 3 \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) = 0$$

$w(\varphi)$ - радиальное смещение средней линии кольца,
 φ - произвольный угол положения поперечного сечения,
 E и ρ - модуль упругости 1-го рода и плотность материала кольца,

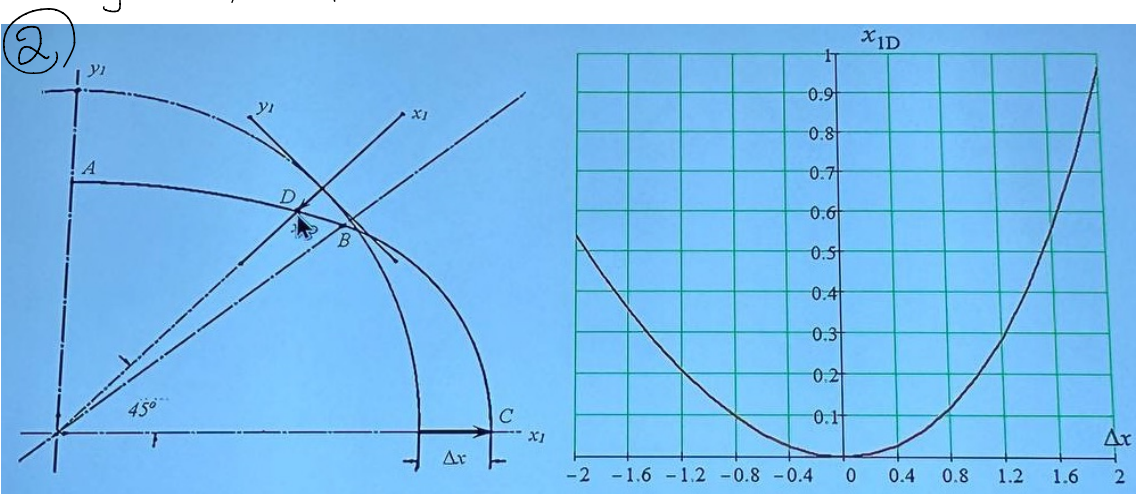
R и δ - радиус и толщина кольца.

Особенности деформации резонатора ТВГ

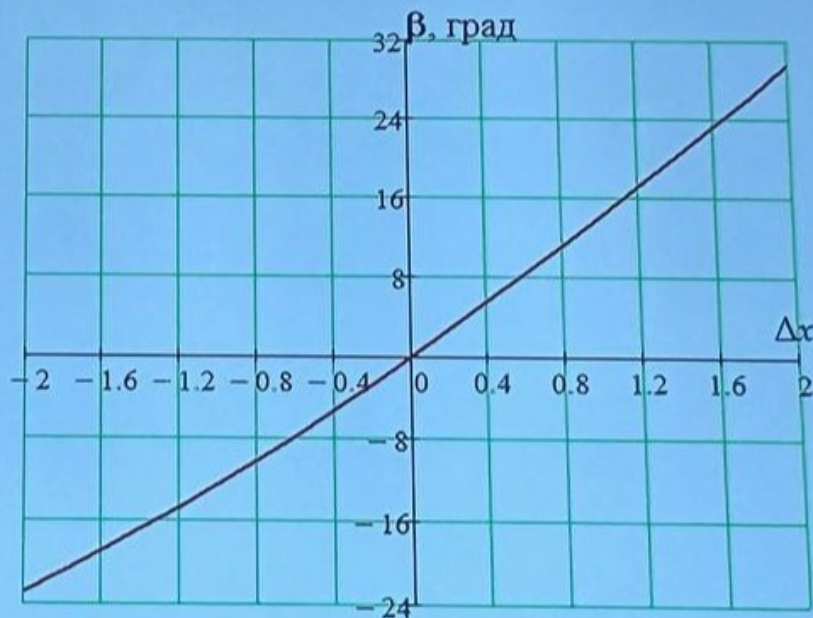
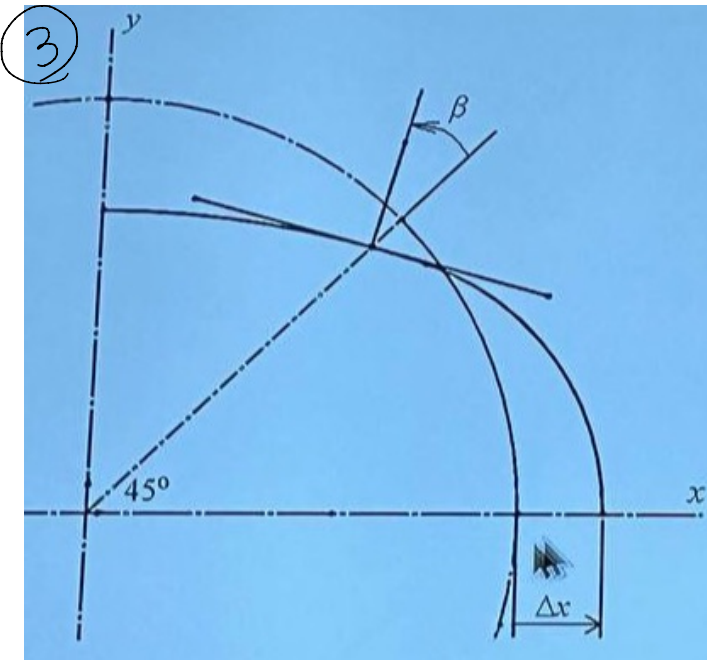


$$x_1(\Delta x) = -0,5722 \cdot \Delta x^4 - 0,0448 \cdot \Delta x^3 - 0,0513 \cdot \Delta x^2$$

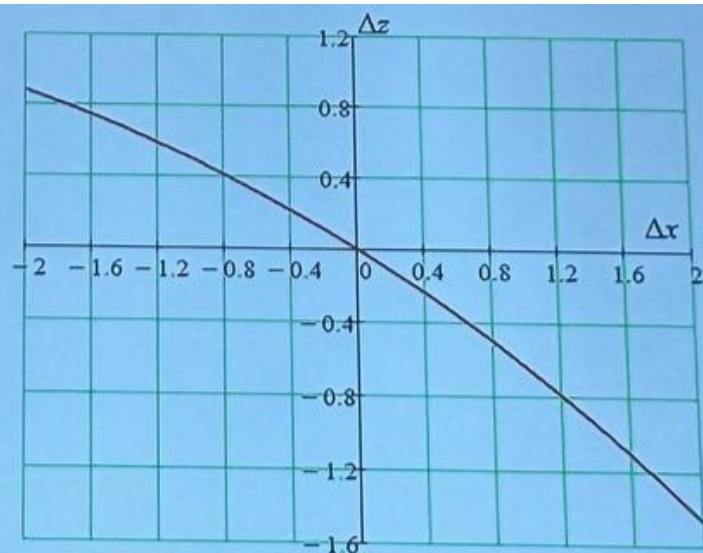
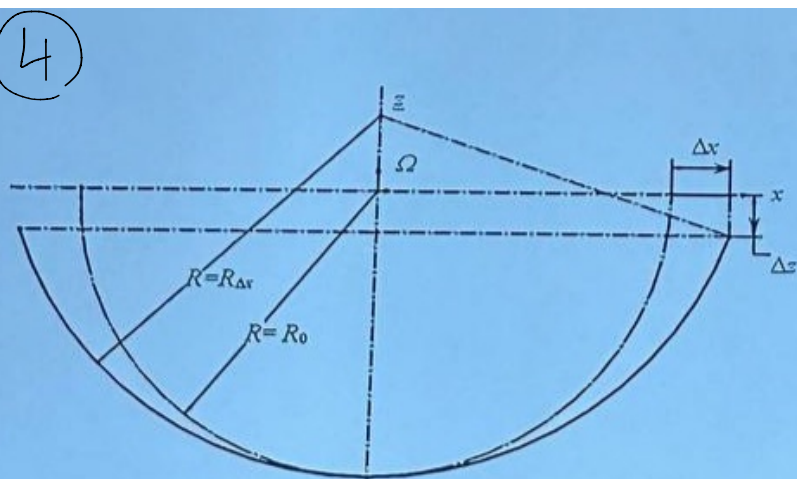
$$y_1(\Delta x) = 0,0356 \cdot \Delta x^2 - 0,5176 \cdot \Delta x$$



$$x_{1D}(\Delta x) = 0,07 \cdot \Delta x^3 + 0,165 \cdot \Delta x^2$$



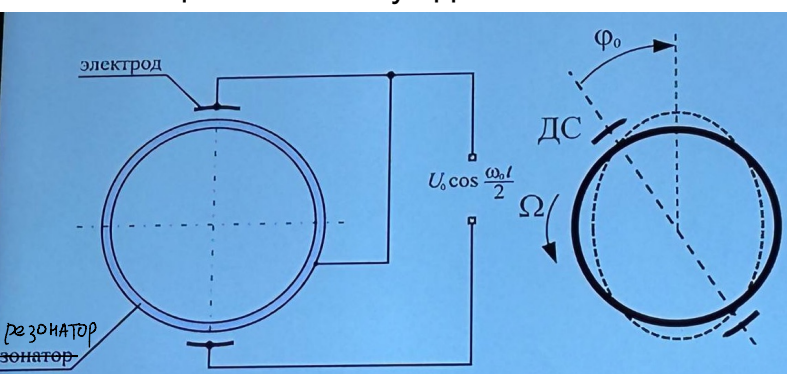
$$\beta(\Delta x) = 0,8464 \cdot \Delta x^2 + 13,8188 \cdot \Delta x$$



$$\Delta z(\Delta x) = -0,0698 \cdot \Delta x^2 - 0,5709 \cdot \Delta x$$

Возбуждение колебаний резонатора ТВГ

Позиционное возбуждение

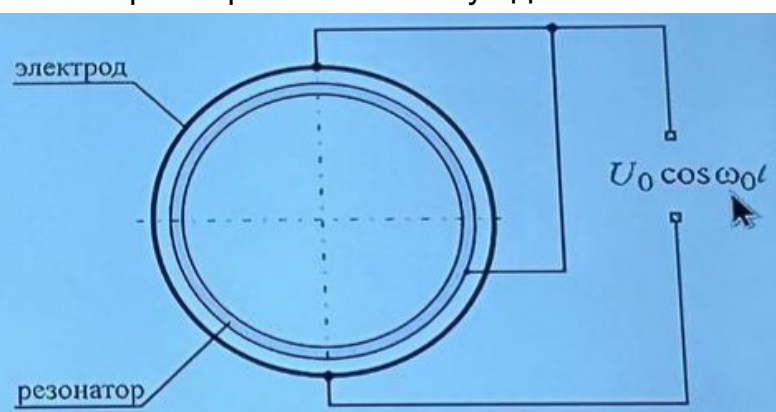


- датчик возбуждения жестко связан с корпусом
- характерно для ТВГ в режиме ДУС
- ДС - датчик силы
- ω_0 - частота собств. колебаний
- U_0 - амплитуда возд. колебаний

$U_0 \cos \frac{\omega_0 t}{2}$ - направление возмущ.

- δ - толщина кольца

Параметрическое возбуждение



(используют для ТВГ в интегрирующем режиме: как датчик углового положения)

Очень сложно сделать однородный зазор между резонатором и электродом

- ρ - плотность материала кольца
- R - радиус кольца
- α - коэф. затухания, опред. добротность системы

Зависимость разности частот колебаний $\Delta f = f_1 - f_2$ диаграмм колебаний от различных дефектов кольцевого резонатора

Непостоянство плотности
Нестабильность радиуса
Нестабильность толщины

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 (1 - \alpha \cdot \cos 2\varphi) \\ R = R_0 (1 + \alpha \cdot \cos 2\varphi) \\ \delta = \delta_0 (1 + \alpha \cdot \cos 2\varphi) \end{cases} \quad \Delta f = \sqrt{15} \frac{\delta}{R^2} \alpha^2 \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

При неустойчивости модуля Юнга $E = E_0 (1 + \alpha \cdot \cos 2\varphi)$

$$\Delta f \sim \frac{\delta}{R^2} \alpha^2 \sqrt{\frac{E_0}{\rho}}$$

Изгибающий момент в сечении кольца

$$M = \frac{Eb\delta^2}{12R^2} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} + \omega \right)$$

Максимальное напряжение изгиба

$$\sigma_{\max} = \frac{3E\delta}{2R} a$$

α - коэф. постоянства плотности (в 1-ой формуле)

α - относит коэф. постоянства радиуса (2 ф-ла)

α - коэф. постоянства толщины (3 ф-ла)

E_0 - модуль упругости 1 рода

ω - радиальное смещение (продольное) колечка

b - высота кольца

a - отношение смещения $\frac{\omega}{R}$ к величине радиуса кольца

δ - толщина

Собственные частоты на 2-ой форме колебаний ТВГ при $\alpha = 0$

Для полусферического резонатора $f = 0,241 \frac{\Delta}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho(1+\mu)}} \quad \Gamma_y$

Для кольцевого резонатора $f = 0,124 \frac{\Delta}{R^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \Gamma_y$

Угол поворота диаграммы колебаний

Для полусферического резонатора
 μ - коэффициент Пуассона

$$\psi(t) = \frac{-1}{(1+0,5\mu) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4(1-\mu)}{(1+0,5\mu)^2}} \right)} \psi(t)$$

Для кольцевого резонатора $\psi(t) = -0,44 \psi(t)$

λ - модель Пуассона

ρ - плотность материала кольца

ψ - угол поворота дисперсии колеб. откл. корпуса

φ - поворот корпуса в ЧН СК

Кварц	$K(0.17) = 0.311948$	$\Phi(r) = -K(\mu)\Psi(r)$
Сталь	$K(0.25) = 0.313446$	
Сталь	$K(0.33) = 0.315032$	
Свинец	$K(0.44) = 0.317369$	

По точностным характеристикам ТВГ разделяют на 2 класса

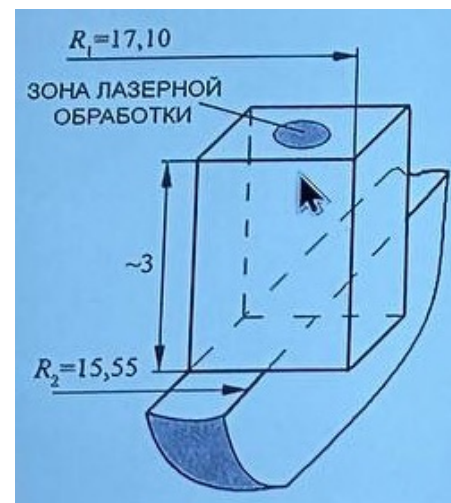
- невысокой точности (с точностью от 1 до 100 °/ч), достаточно дешёвые, массово используемые в БПЛА, автомобильной технике, робототехнике;
- и прецизионные гироскопы (с точностью 104 о/ч и выше), достаточно дорогие, используемые преимущественно в космической технике.

Балансировка с использованием выступов на кромке резонатора

Число выступов около 31, угол каждого зубца около 7.5°

Недостатки точный ТВГ: (с точки зрения технологии изготовлен)

1. Затруднение в ТВГ: поддержание вакуума, обеспечивающий минимальное демпфирование
2. Высокая точность изготовления резонатора
3. При сборке должно быть обеспечено высокое постоянство зазора между электродами и поверхностью резонатора



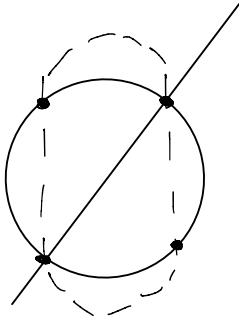
Для того, чтобы исключить изменение упругих и массовых свойств материала, выборка материала производится с зоны нарезной обработки

Характеристики некоторых ТВГ

Производитель	Модификация	Габариты, мм; масса, кг	Диапазон изменения угловой скорости, °/с	Нелинейность, ‰	Спектральная плотность мощности шума	Случайный уход, °/ч	Рабочий диапазон температур, °C	Устойчивость к ударам, ед.; мс	Наработка на отказ, ч
Innalabs (Ирландия)	GI-CVG-U2x00D	68×10,7 ×10,1 1,2	±160	1500	0,01	0,22	-40... 85	800; 0,6	500× ×10 ³
	GI-CVG-N1x00A	Ø29.4×2 5; -	±110	1500	0.01	0,22	-40... 85	800; 0,6	500× ×10 ³
РПКБ (Россия)	ТВГ-3	Ø65×74; 0,35	-	-	-	0,01	-	-	20000
	ВТГ-ИГ	Ø65×92; 0,35	-	-	-	0,05... 0,5	-	-	-
НПП «Медикон» (Россия)	ТВГ	Ø30×32; 0,16	±300	-	-	0,1	-	-	-

- интегрирующий
- ДУ

ДУС

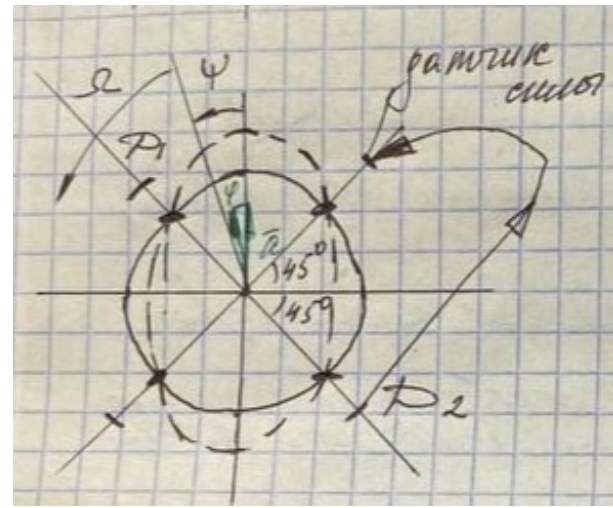


φ_1 - Исходн. диаграмм. колебаний

ψ - угол поворота корпуса

φ - угол поворота диаграммы

$$\dot{\varphi} = -0,4\dot{\psi}$$



Углы колебаний жестко связаны с корпусом, в них установлены силовые датчики

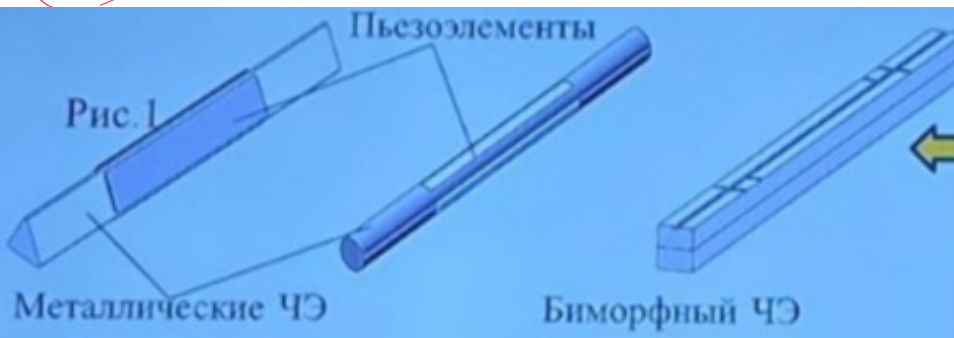
Для обеспечения постоянства углового положения диаграмма у колебаний относительно корпуса в точке расположения 45 град. по отношению к основной диаграмме колебаний устанавливают исполнительные силовые датчики, обеспечивающие компенсацию разворота диаграммы колебаний, обусловленные кориолисовыми силами и вращением основания

D_1 и D_2 — измерительные элементы (мерят Δ между электродом и поверхностью резонатора)

Мера силового воздействия на ДС строго пропорциональна угловой измерительной скорости

114

Принципы работы балочного вибрационного гироскопа (БВГ)



Основные разновидности чувствительных элементов БВГ

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{EJ_y}{\rho S} \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + 2\sqrt{\omega} \frac{\partial y}{\partial t} = q_x(x, t) \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EJ_x}{\rho S} \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - 2\sqrt{\omega} \frac{\partial x}{\partial t} = q_y(x, t) \end{cases}$$

Изгибные колебания этой механической системы с распределенными параметрами описываются уравнениями (1) в частных производных, учитывающим кориолисовы силы, возникающие от одновременного взаимодействия поступательных движений

элементов балки $x(t)$ в плоскости возбуждения и угловой скорости $\sqrt{\omega}$ вокруг оси Z , где: x, y - координаты поперечных прогибов стержня,

J_x, J_y - центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно соответствующих осей,

S - площадь поперечного сечения,

E и ρ - модуль упругости и плотность материала,

$\sqrt{\omega}$ - угловая скорость стержня вокруг продольной оси Z ,

$q_x(x,t)$ и $q_y(x,t)$ - распределенная поперечная нагрузка, учитывающая демпфирование и силы возбуждения.

Биморфный ЧЭ 15-20 мм (самый маленький), остальные до 40 мм

1 - ускорение

2 - упругие факторы, упругие моменты

3 - кориолисовы силы, опис

$$\begin{cases} x(z,t) = a_x v\left(\frac{z}{L}\right) \sin(\omega_x t + \varphi_x) \\ y(z,t) = a_y v\left(\frac{z}{L}\right) \sin(\omega_y t + \varphi_y) \end{cases}$$

Решение уравнений системы (1) при отсутствии угловой скорости ($\Omega = 0$) и поперечной нагрузки ($q_x(x,t) = q_y(x,t) = 0$) представляет собой свободные изгибные колебания стержня вдоль ортогональных осей x и y и имеет следующий вид

$$v\left(\frac{z}{L}\right) = \frac{1}{2} \left[\cosh\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \cos\left(\lambda \frac{z}{L}\right) - k \left(\sinh\left(\lambda \frac{z}{L}\right) + \sin\left(\lambda \frac{z}{L}\right) \right) \right]$$

— уравнение упругой линии соответствующее 1-ой форме собственных колебаний балки, L - длина балки, $\lambda = 4.73$ и $k = 0.9825$ - коэффициенты упругой линии, определяемые граничными условиями,

a_x и a_y - амплитуды колебаний концевых сечений стержня вдоль осей x и y

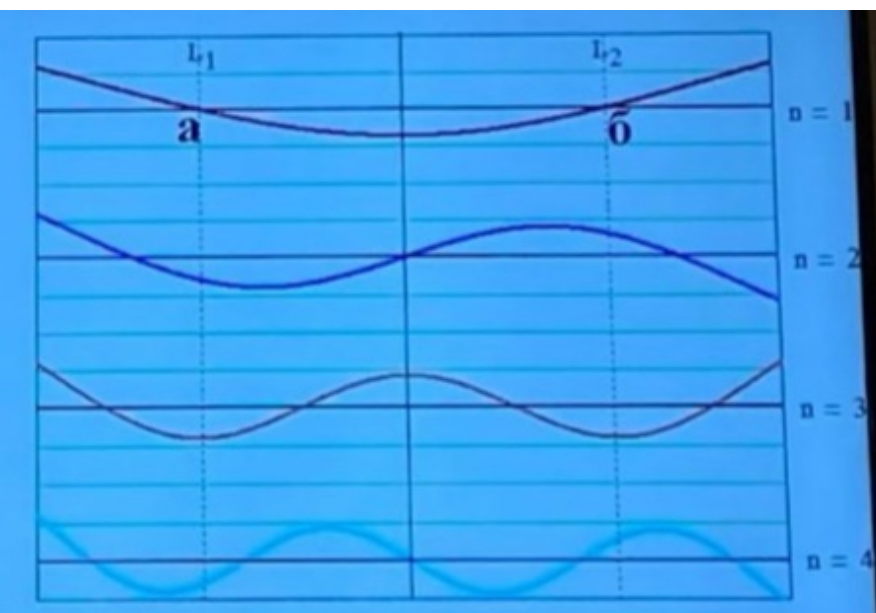
$$\omega_x = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_y}{\rho S}}; \quad \omega_y = \frac{\lambda^2}{L^2} \sqrt{\frac{EJ_x}{\rho S}}$$

φ_x и φ_y — собственные частоты и фазы первой формы изгибных колебаний балки вдоль осей x и y

Свободные колебания - когда отсутствуют q_x и q_y

Для первой формы собственных колебаний балки записывается аналитической формой (длинная формула)

Граничные условия - отсутствие внешних нагрузок



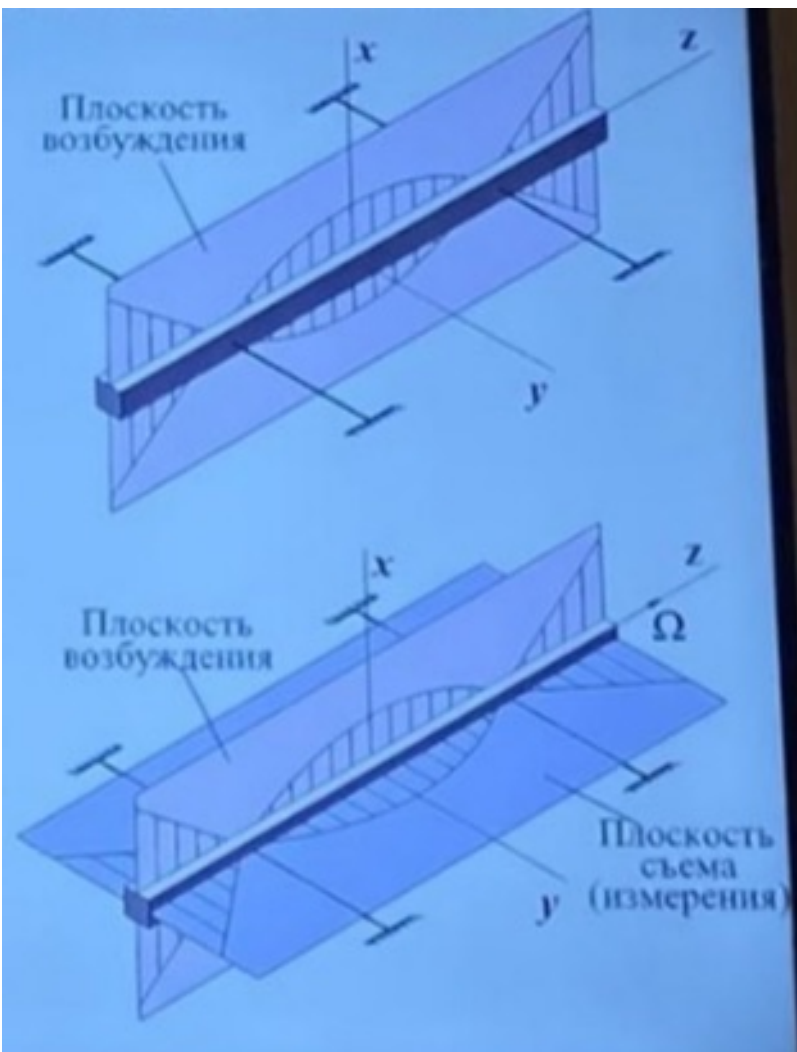
Дифференциальным уравнениям (1), описывающим свободные и вынужденные изгибные колебания балки, соответствует бесконечное число собственных колебаний, как и любой другой системе с распределенными параметрами. Вид первых 4-х форм колебаний представлен на рисунке, где форма при **$n=1$ является основной** при работе БВГ. Использование узловых точек a и b для крепления к корпусу позволяет избежать взаимовлияния колебаний балки и корпуса на выходной сигнал гироскопа.

Обычно балка изготавливается из стали с высокими упругими свойствами, для обеспечения добротности механической системы до $Q = 100 - 500$, что обеспечивает высокую чувствительность к измеряемой угловой скорости.

Изображение 1. Не совершаются поступательные колебания балки. Точки a и b используются для крепления к корпусу

Добротность определяется потерями на трение и гистерезис балки и так же на сопряжение балки с пьезо элементами.

Все элементы являются носителями инерционных масс и упругих характеристик, так как все эти системы имеют бесчисленное число колебаний



Пьезоэлементы соединяются с металлическими балками (рис.1) с помощью клеевого соединения, пайки, высокотемпературной диффузионной сварки или напылением и создают благодаря обратному пьезоэффекту распределенные по поверхности балки силы и изгибающие моменты обеспечивающие ее колебания $x(t)$ на первой форме собственных изгибных колебаний в плоскости возбуждения.

Другие пьезоэлементы балки используя прямой пьезоэффект создают электрическое напряжение пропорциональное величине деформации пьезоэлементов $y(t)$ в плоскости съема, определяемой амплитудой колебаний балки от системы возбуждения и входной угловой скоростью Ω .

36 НХТЮ, 42НХТУ - стали имеющие стабильные характеристики намагничивания

Напыление пьезо элемента на поверхность балки толщиной = 1 микрон

Прямой ПЭ - преобразование силы в напряжение

Обратный ПЭ: при приложении напряжения создается сила со стороны ПЭ

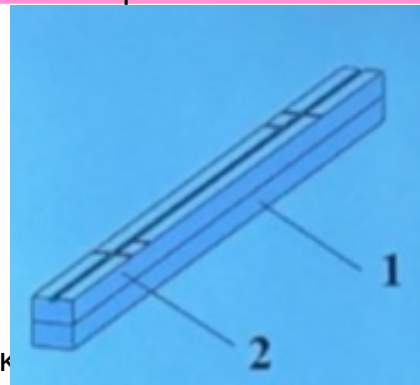
На данном рисунке чувствительный элемент БВГ представляет собой биморфную конструкцию, он выполнен полностью из пьезокерамики, в котором возбуждение изгибных колебаний и съём информации обеспечивается двумя противоположно поляризованными слоями 1 и 2 пьезокерамики. Балочные вибрационные гироскопы из-за активного использования пьезокерамики в технической литературе часто называют пьезогироскопами.

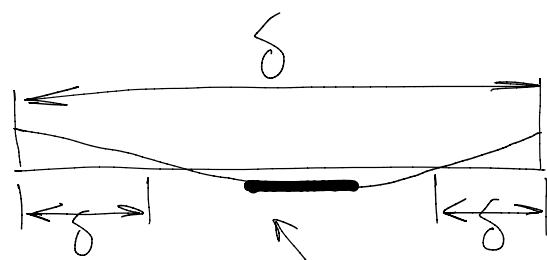
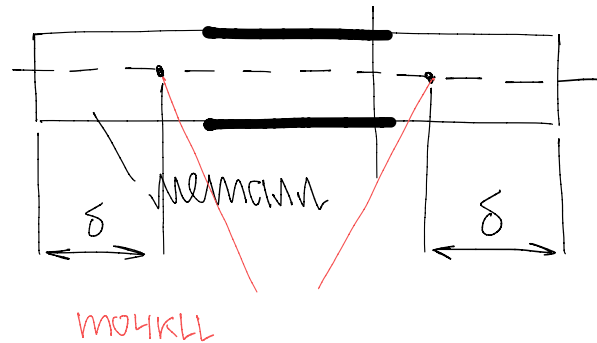
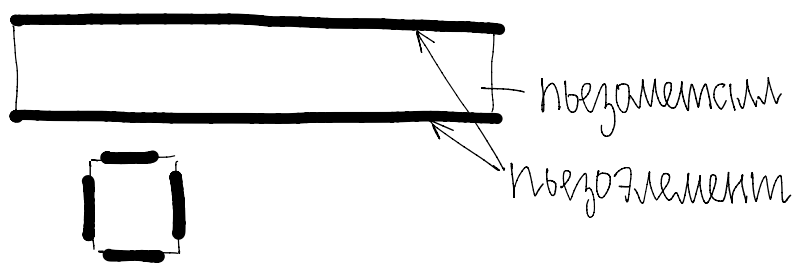
Исходная система уравнений (1), описывающая движение балки, к распределенными параметрами, представляет определенные трудности при анализе уравнений движения этого гироскопа, а, особенно, при исследовании алгоритмов его настройки, формирования заданного закона управления его движением контуром обратной связи системы возбуждения, определения его выходных характеристик в условиях эксплуатации.

Пайка предпочтительнее тк тогда на балку подавать эл напряжение возбуждения и на подачу и на съём информации с ПЭ

1 - силовое воздействие со стороны ПЭ

2 - частоту возбуждений (равна частоте упругих колебаний на частоте = 10 КГц)





Место, где эффективнее всего

Точки а и б - строго в этих точках отсутствуют колебания в поступательном движении, в этих точках крепятся к корпусу

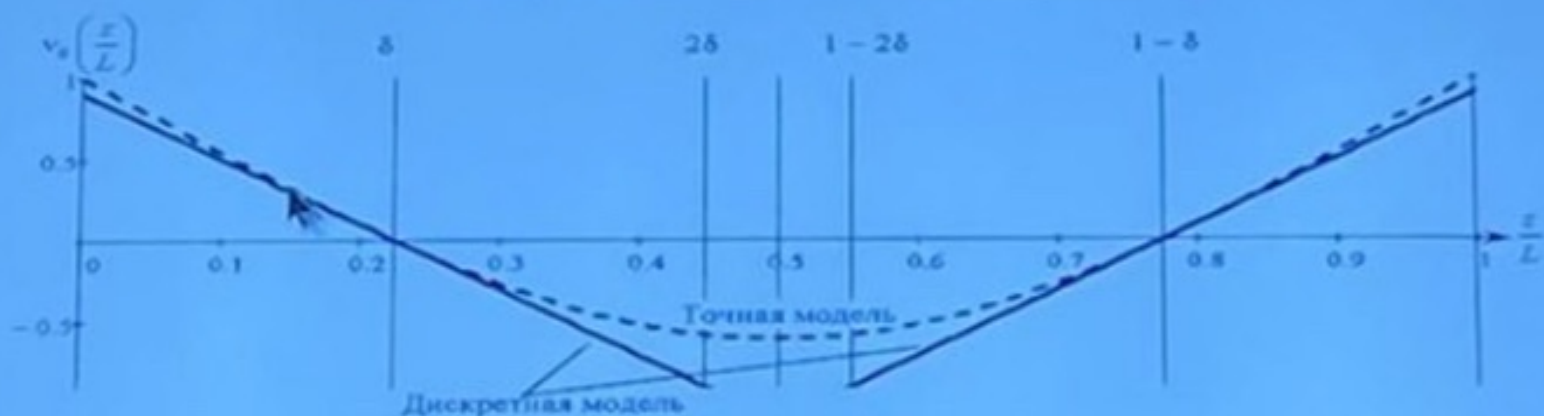
Чем больше деформация тем больше напряжение тем, соответственно самое эффективное место для использования ПЭ

Чем меньше площадь между ПЭ и балкой тем больше добротность

Дискретная модель (БВГ)

Поэтому на практике для анализа БВГ используется эквивалентная дискретная модель, представляющая собой систему с сосредоточенными параметрами, описываемая системой обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Возможность представления распределенной упруго-массовой системы балки в виде модели с сосредоточенными параметрами и приведения ее к более простой задаче динамики твердого тела, где движение балки описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями следует из вида упругой линии балки на 1-ой форме собственных колебаний, представленной на рисунке.



Из графика упругой линии видно, что левые и правые концевые участки балки в пределах $0 < z/L < 2\delta$ сохраняют достаточную линейность, за исключением небольшого изгиба крайних элементов этих участков расположенных ближе к центру балки. Т.е. имеются участки, сохраняющие практическую неизменность формы в процессе движения, и совершающие только угловые колебания относительно неподвижных узловых точек. Таким образом, имеется некоторый дискретный аналог непрерывной упруго деформирующейся системы, состоящий из двух протяженных твердых тел, движущихся в противофазе относительно друг друга, упруго связанных между собой по углу и имеющих неподвижные точки, соответствующие узлам линии упругого изгиба.

Параметры эквивалентной дискретной модели определим из равенства полной энергии колебаний реальной и эквивалентной систем, откуда получим

- эквивалентные моменты инерции А, В и С абсолютно твердых стержней, относительно осей систем координат, центры которых расположены в точках, отстоящих на величину б от концов балки

$$A = \frac{2}{3} \rho S L^3 \delta^3 \left(1 + \frac{3J_y}{S L^2 \delta^2} \right); \quad B = \frac{2}{3} \rho S L^3 \delta^3 \left(1 + \frac{3J_x}{S L^2 \delta^2} \right); \quad C = 2 \rho L \delta (J_x + J_y)$$

- эквивалентные угловые жесткости упругой связи вокруг соответствующих осей

А - момент инерции вокруг X

В - момент инерции вокруг y

С - момент инерции вокруг

Уравнения движения каждого из двух эквивалентных стержней в плоскостях возбуждения и съема информации могут быть записаны в следующем виде

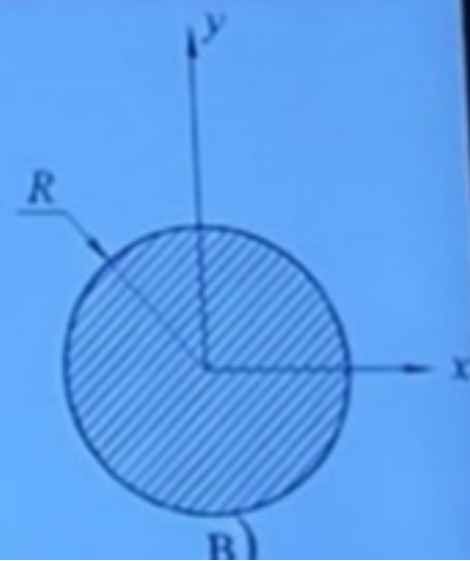
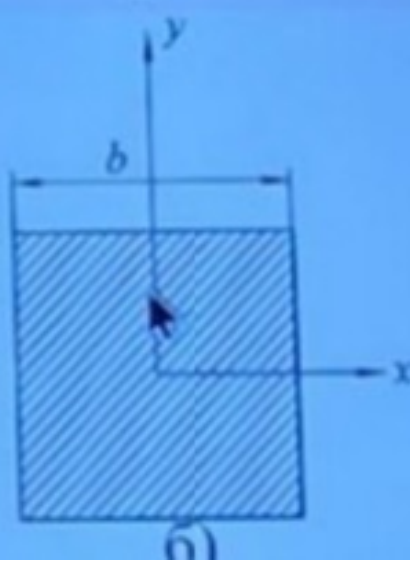
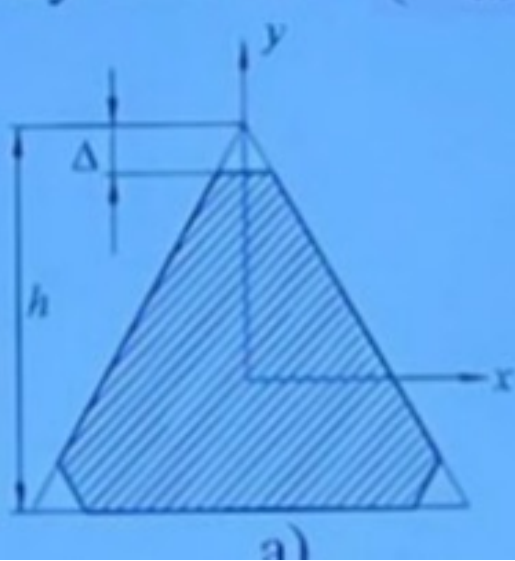
где: D_x и D_y - коэффициенты демпфирования;

α и β - углы поворота эквивалентных стержней вокруг осей x и y;

M_x и M_y - моменты возбуждения угловых колебаний стержней и неучтенные возмущающие моменты.

На рисунке показаны основные разновидности поперечных сечений чувствительных элементов балочного вибрационного гироскопа. Параметры эквивалентной дискретной модели для чувствительных элементов длиной L, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{cases} A \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + D_x \frac{d\alpha}{dt} + (C - B) \alpha \frac{d\beta}{dt} + C_x \alpha = M_x \\ B \frac{d^2 \beta}{dt^2} + D_y \frac{d\beta}{dt} - (C - A) \beta \frac{d\alpha}{dt} + C_y \beta = M_y \end{cases} \quad (2)$$



сечение в):

$$A = B = \frac{2\pi}{3} \rho R^2 L^3 \delta^3 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{R^2}{L^2 \delta^2} \right); \quad C = \pi \cdot \rho \cdot L \cdot R^4 \delta$$

$$W_x = W_y = \frac{\gamma^2 R \sqrt{E}}{2 L^2 \sqrt{\rho}}$$

$$C_x = C_y = \frac{\pi}{6} \gamma^4 \frac{E R^4}{L} \delta^3 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{R^2}{L^2 \delta^2} \right)$$

сечение б):

$$A = B = \frac{2\delta^3}{3} \rho L^3 b^2 \left(1 + \frac{1}{4\delta^2} \cdot \frac{b^2}{L^2} \right); \quad \Gamma = \frac{\delta}{3} \rho L b^4$$

$$\omega_x = \omega_y = \frac{\lambda^2}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{b}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad \Gamma_x = \Gamma_y = \frac{\lambda^4 \delta^3}{18} E \frac{b^4}{L} \left(1 + \frac{1}{4\delta^2} \cdot \frac{b^2}{L^2} \right)$$

сечение а): при $\frac{A}{h}, \frac{h}{L} \ll 1$

$$A = B = \frac{2\delta^3}{3\sqrt{3}} \rho L^3 h^2 \left(1 - 3 \frac{A^2}{h^2} \right) (1 + S)$$

$$\Gamma = \frac{2\delta}{9\sqrt{3}} \rho L h^4 \eta; \quad \omega_x = \omega_y = \frac{\lambda^2}{3\sqrt{2}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{\eta}{1 - 3 \frac{A^2}{h^2}}}$$

$$\Gamma_x = \Gamma_y = \frac{\lambda^4 \delta^3}{27\sqrt{3}} E \frac{h^4}{L} \eta (1 + S); \quad S = \frac{\eta \frac{h^2}{L^2}}{6 \cdot \delta^2 \left(1 - 3 \frac{A^2}{h^2} \right)}$$

$$\eta = 1 - 12 \left(1 - 2 \frac{A}{h} \right) \frac{A^2}{h^2}$$

Поскольку контур обратной связи поддерживает изгибные колебания стержня в плоскости возбуждения **yz**, что эквивалентно установившимся угловым колебаниям дискретной модели вокруг оси **x** с амплитудой α , то $\alpha_{ycm}(t) = \alpha \cdot \cos(\omega_y t)$

Тогда из 2-го уравнения системы (2), получим равнение вынужденных колебаний модели вокруг оси **y**, в виде

$$\frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} + 2\xi \omega_x \frac{d\beta(t)}{dt} + \omega_x^2 \beta(t) = \chi \Omega(t) \omega_y \alpha \sin(\omega_y t)$$

При установившихся угловых колебаниях дискретной модели вокруг оси **x** с амплитудой

$$\alpha \text{ (т.е. } \alpha_{ycm}(t) = \alpha \cdot \cos(\omega_y t) \text{)}$$

уравнение вынужденных колебаний модели вокруг оси **y** имеет вид

$$\frac{d^2 \beta(t)}{dt^2} + 2\xi \omega_x \frac{d\beta(t)}{dt} + \omega_x^2 \beta(t) = \chi \Omega(t) \omega_y \alpha \sin(\omega_y t), \text{ где } \chi = \frac{A-L}{B} \approx 1$$

ξ — коэффициент относительного демпфирования

$\Omega(t)$ — входная угловая скорость

Аналитическое решение уравнения (b) при нулевых начальных условиях имеет вид

$$\beta(t) = \frac{\chi \cdot \alpha}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \frac{\omega_y}{\omega_x} \int_0^t \Omega(\eta) \cdot \sin(\omega_y \eta) \cdot e^{-\xi \omega_x (t-\eta)} \cdot \sin[\omega_x \sqrt{1 - \xi^2} (t-\eta)] d\eta$$

и, в частности, при медленно изменяющейся входной угловой скорости или $\Omega = \text{const}$

имеем

$$\beta(t) = \frac{\chi \alpha}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \frac{\omega_y}{\omega_x} \cdot \Omega(t) \int_0^t \sin(\omega_y \eta) \cdot \sin[\omega_x \sqrt{1 - \xi^2} (t-\eta)] \cdot e^{-\xi \omega_x (t-\eta)} d\eta$$

А и В одинаковые, С много меньше А поэтому $\chi = 1$

Обозначим:

$$\delta f = \frac{\omega_x - \omega_y}{\omega_y} = \frac{f_x - f_y}{f_y} \quad \text{— относительная разность частот по осям возбуждения и измерения,}$$

$$\tau = \frac{1}{\xi(1 + \delta f) \cdot \omega_y} = \frac{1}{\xi \cdot \omega_x} \approx \frac{1}{\xi \cdot \omega_y} \quad \text{— постоянная времени затухания свободных колебаний.}$$

Тогда после интегрирования выражения (2), получим выходные колебания в виде суммы двух составляющих

$$\beta(t) = \mathcal{L}(\psi_1(t) + \psi_2(t))$$

где $\psi_1(t)$ — свободные затухающие выходные колебания,
 $\psi_2(t)$ — установившиеся выходные колебания.

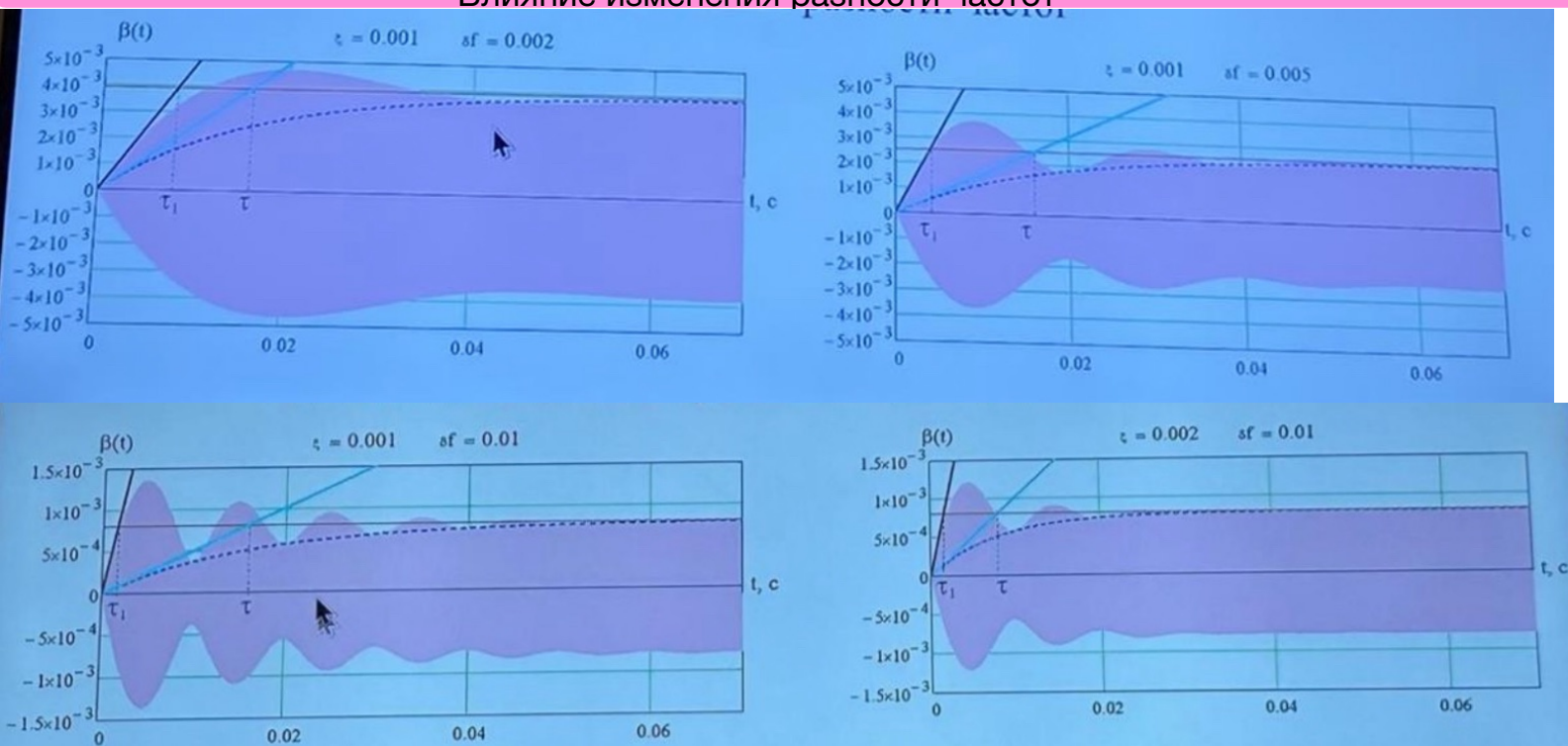
$$\psi_1(t) = -e^{-\frac{t}{\tau_0}} \left[\frac{\delta f \left(1 + \frac{1}{2} \delta f\right) (1 - \xi^2) - \xi^2}{(1 + \delta f) \sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_{x1} t) - \xi(1 + \delta f) \cos(\omega_{x1} t) \right]$$

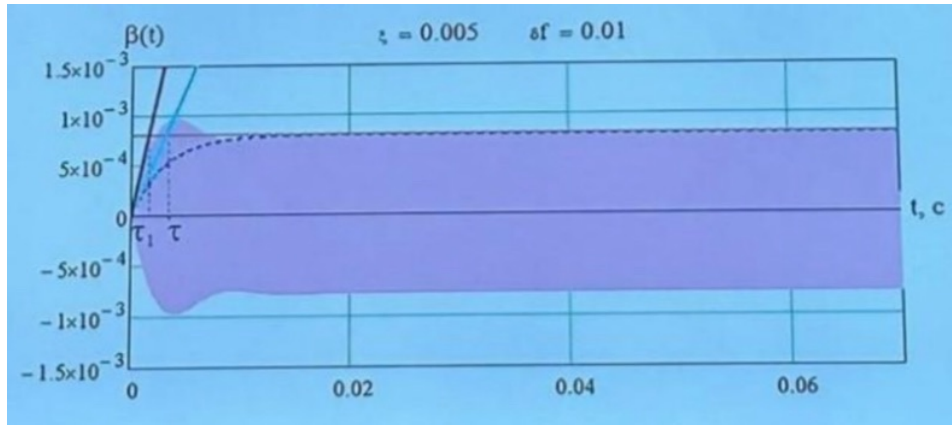
$$\psi_2(t) = \delta f \left(1 + \frac{1}{2} \delta f\right) \sin(\omega_y t) - \xi(1 + \delta f) \cos(\omega_y t);$$

$$\mathcal{L} = \frac{\frac{1}{2} \chi \cdot \mathcal{L} \cdot \frac{\omega}{\omega_y}}{\delta f^2 \left(1 + \frac{1}{2} \delta f\right)^2 + \xi^2 (1 + \delta f)^2} \quad ; \quad \omega_{x1} = \omega_x \sqrt{1 - \xi^2}$$

В соответствии с полученным соотношением (3) на следующих рисунках представлены переходные процессы от вращения балки вокруг продольной оси Z с постоянной угловой скоростью ω при вариациях коэффициента относительного затухания ξ и разности частот δf для параметров при частоте возбуждения $f_y = \frac{\omega_y}{2\pi} = 10000$ [Гц]

Влияние изменения разности частот





Из графиков видно, что имеются две постоянные времени определяющие переходной процесс: $\tilde{\tau}_1$ и $\tilde{\tau}_1$, первая из которых в соответствии с (3) определяется коэффициентом относительного затухания свободных колебаний ξ , а вторая (условная) - разностью (биением) частот свободных колебаний ω_{x1} и

частоты возбуждения ω_y , причем, динамичность балочного гироскопа, как датчика угловой скорости, и, соответственно, ширину его полосы пропускания f_B определяет лишь постоянная $\tilde{\tau}$

Постоянная времени $\tilde{\tau}$, которую можно выделить из составляющих выходного колебания $y_1(t)$ и $y_2(t)$ в виде:

$$\tilde{\tau}_1 = \frac{1}{\omega_y \cdot \delta f} = \frac{1}{\omega_x - \omega_y} \quad \text{определяет начальный участок переходного процесса только в случае когда } \tilde{\tau}_1 < \tilde{\tau},$$

в противном случае свободные колебания затухают ранее и уже не оказывают влияния на вид выходного сигнала гироскопа.

Частотный диапазон БВГ f_B можно оценить по формуле полученной из стандартного снижения на 3дб амплитудно-частотной характеристики для аperiodической функции

$$f_B = \frac{1}{2\pi \cdot \tilde{\tau}} = \frac{\xi \omega_y}{2\pi} = \xi f_y \quad [\Gamma_y]$$

Для обычного аperiodич процесса

$$A(\omega) = 20 \cdot \log |W(j\omega)|$$

При заданной полосе пропускания f_B можно получить требования к постоянной времени затухания свободных колебаний и соответственно коэффициенту относительного затухания в виде

$$\xi \geq \frac{f_B}{f_y}$$

и, в частности, при $f_B = 30 \Gamma_y$

$f_y = 10000 \Gamma_y$ получим требование к величине ξ : $\xi \geq 0,003$

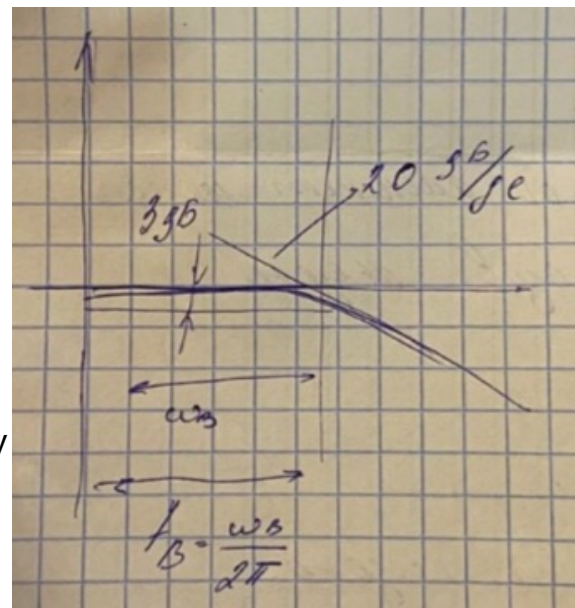
что соответствует добротности колебательной системы

$$Q = \frac{1}{2\xi} \leq 167$$

Помимо влияния на постоянные времени переходных процессов величины относительного затухания ξ и относительной разности частот δf

можно определить амплитуду β_0 и фазу φ установившихся выходных колебаний из соотношения (3)

$$\beta(t) = \alpha \cdot y_2(t) = \beta_0 \sin(\omega_y t + \varphi); \quad \beta_0 = \frac{\alpha \cdot \alpha}{2\sqrt{\delta f^2 + \xi^2}} \cdot \frac{\Omega}{\omega_y}; \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\xi}{\delta f}\right)$$



Выходной сигнал можно получить, как разность напряжений с измерительных пьезоэлементов балочного гироскопа квадратного поперечного сечения, где K - коэффициент преобразования пьезоэлемента

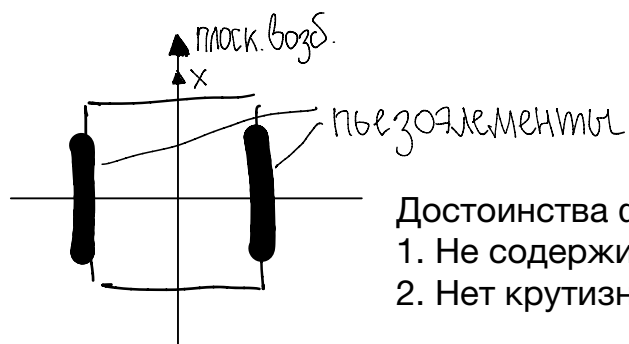
$$\Delta\varphi = \arctg \left(\frac{2\chi \cdot \frac{\sqrt{2}}{\omega_y} \cdot 5f}{\delta f^2 + \xi^2 - \frac{3}{4}\chi^2 \frac{\sqrt{2}}{\omega_y^2}} \right)$$

$$\Delta U(t) = K \cdot \frac{\chi \alpha}{\sqrt{\delta f^2 + \xi^2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\omega_y} \sin(\omega_y t + \varphi)$$

а также в виде разности фаз этих напряжений, которая пропорциональна входной угловой скорости и используется при фазовом методе съема

α - исходная амплитуда колебаний.

χ_2 — коэффициент, определяющий установившиеся колебания



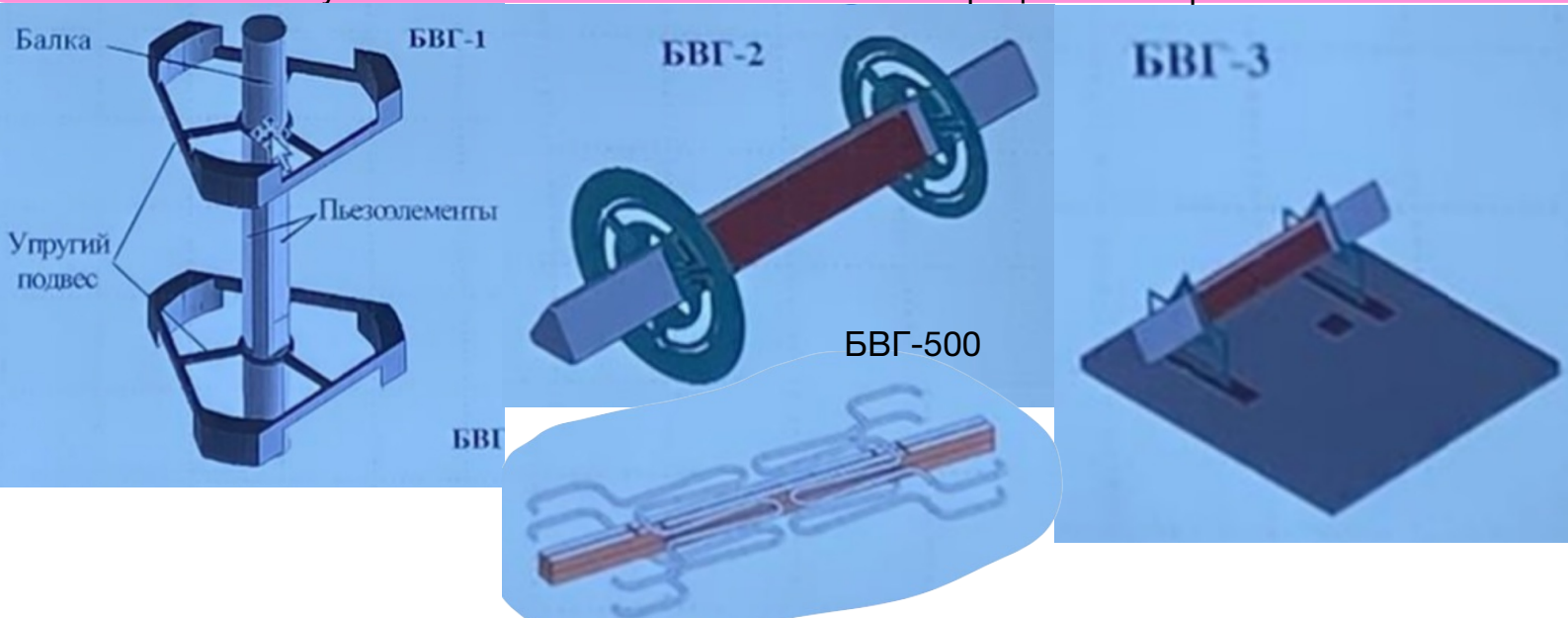
Достоинства фазового метода:

1. Не содержится информация об амплитуде колебаний
2. Нет крутизны преобразования ПЭ

Некоторые технические характеристики БВГ разработок ИУ-2

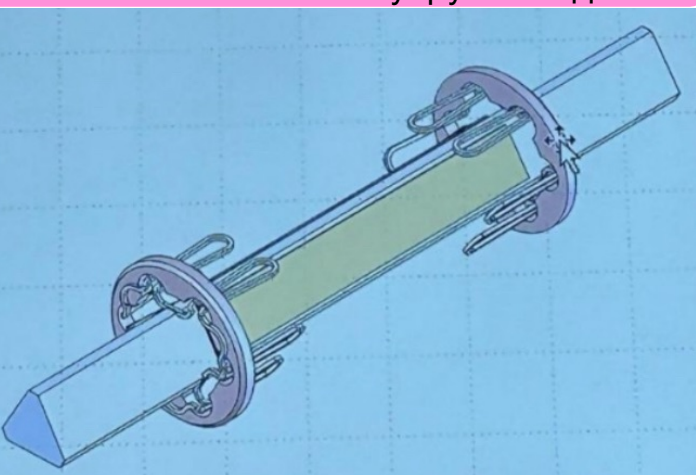
№	Параметр	БВГ-1	БВГ-2	БВГ-3	Ед. изм.
1	Макс. измеряемая скорость	9000	9000	500	° / сек
2	Разрешение	0.1	0.1	0.1	° / сек
4	Ширина полосы пропускания	70	70	70	Гц
6	Время готовности	0.03	0.03	0.03	сек
7	Напряжение питания	±15	±15	±15	В
8	Потребляемая мощность [не более]	1	1	0.5	Вт
9	Диапазон рабочих температур	-40...+80	-40...+80	-40...+80	° С
10	Удар вдоль продольной оси	25000	25000	10	g
11	Удар в любом направлении	3000	3000	10	g
12	Размеры	Ø35x53	19.5x24x50.5	8.4x19.3x21.8	мм
13	Масса	130	70	30	грамм

Чувствительные элементы балочных вибрационных гироскопов



Особенность БВГ состоит в высокой гидрочувствительности ПЭ. Рекомендуемая конструкция состоит в ампулизации самого ЧЭ (расположить ЧЭ внутри ампулы)

Балка БВГ-3 в упругом подвесе

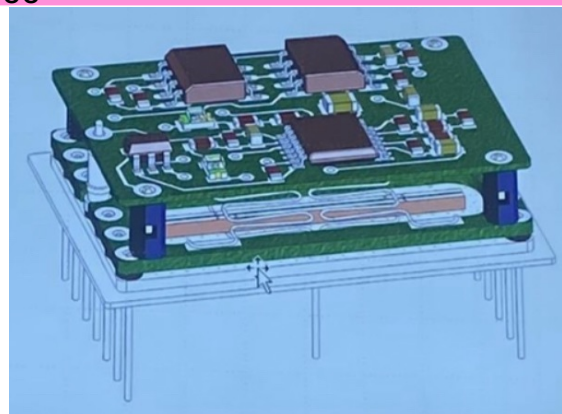


Пути повышения точности БВГ

- Механическая балансировка балки
- Электрическая балансировка выходного сигнала
- Компенсация влияния окружающей среды
- Стабилизация амплитуды возбуждения
- Температурная компенсация

Характеристики гироскопа БВГ-500

- диапазон угловых скоростей: до 300%
- порог чувствительности: 0.02%
- нестабильность крутизны в диапазоне температур: +4%
- нелинейность выходной характеристики: 0,3% от диапазона
- дрейф нуля: 0,5° час
- дрейф нулевого сигнала в температурном диапазоне: 1,5°
- напряжение питания: +4.5 ÷ +5.5 В
- диапазон рабочих температур: - 25 ÷ +70°C
- малое энергопотребление - 8мА
- малые габариты: 28× 18 9 мм
- малый вес: 9 г
- время готовности: доли секунды
- предполагаемая стоимость в массовом производстве - до \$10



Квантовые (оптические) гироскопы

В 1962 г. в США был предложен первый He-Ne-лазер с кольцевым резонатором (кольцевой лазер) и была продемонстрирована возможность измерения угловых перемещений относительно инерциального пространства с высокой чувствительностью.

Первые попытки применения кольцевых лазеров в качестве лазерных гироскопов (ЛГ) (начиная с 1962 г.) выявили их основной недостаток наличие зоны захвата частот встречных волн, не позволяющее измерять малые угловые скорости.

Усилия разработчиков направленные на преодоление этого недостатка, позволили в 80е годы создать приборы с дрейфом порядка 0,01 град/час и менее, способные успешно конкурировать с традиционными механическими гироскопами.

Примерно через десять лет после начала работ в области лазерной гироскопии начались исследования и разработка волоконно-оптических гироскопов (ВОГ), принцип работы которых, как и ЛГ, основан на эффекте Саньяка.

В результате развития волоконно-оптических технологий для телекоммуникационных приложений в 70-х годах XX века разработка ВОГ получила существенный прогресс. Если в конце 80-х наиболее точные ВОГ характеризовались дрейфом порядка 1.0 град/ч, то в конце 90-х характеристики ВОГ вышли на уровень 0.01 град/ч.

Достоинства:

Малое время готовности (доли секунды)

Малое потребление (относится к ВОГ)

Отсутствуют движущиеся части

Недостатки: (все относится к ВОГ)

Деградация оптической среды => выход из строя

Изменение частоты возбуждения

Эффект Саньяка

Устойчивая интерференционная картина будет наблюдаться в том случае, когда происходит наложение световых волн, обладающих следующими свойствами:

1. частоты волн (или периоды) должны быть одинаковы;
2. разность фаз колебаний векторов E в таких волнах в каждой точке области из наложения должна оставаться постоянной;
3. направления, в которых совершаются колебания векторов E , должны совпадать.

Волны, удовлетворяющие перечисленным свойствам, называются когерентными.

В основе работы оптических гироскопов всех типов лежит эффект Саньяка, который в 1913 г., проводя эксперименты по обнаружению увлечения "эфира", показал возможность измерения скорости вращения оптическими методами. Луч света от источника заводился в интерферометр, в котором с помощью оптических линз разделялся на два луча, обходивших интерферометр во встречных направлениях. После обхода лучи совмещались и интерференционная картина регистрировалась на фотопластинке.

Как показано на рис.1 луч света от источника **S** заводился в интерферометр, в котором с помощью оптических линз **Л** разделялся на два противоположно направленных луча. В точке **A'** лучи совмещались на фотопластинке **ФП**. Оказалось, что при вращении установки интерференционная картина сдвигалась, а величина сдвига была пропорциональна скорости вращения. Этот сдвиг вызван тем, что при вращении оптическая длина пути, или время обхода интерферометра, были различными для лучей движущихся в противоположных направлениях.

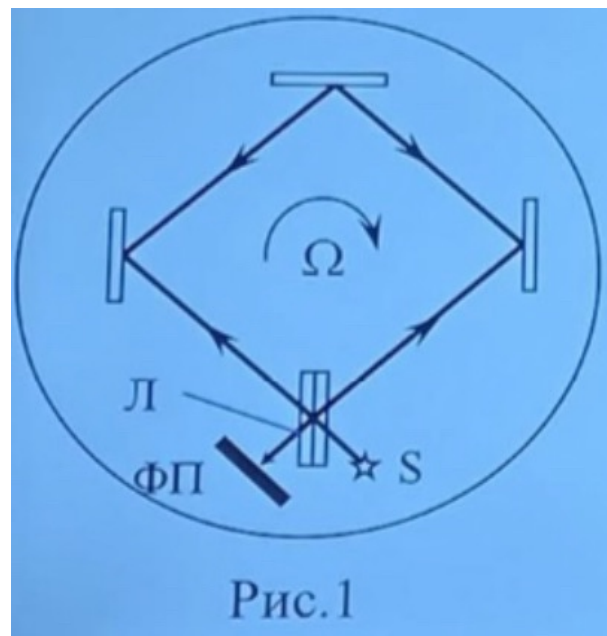
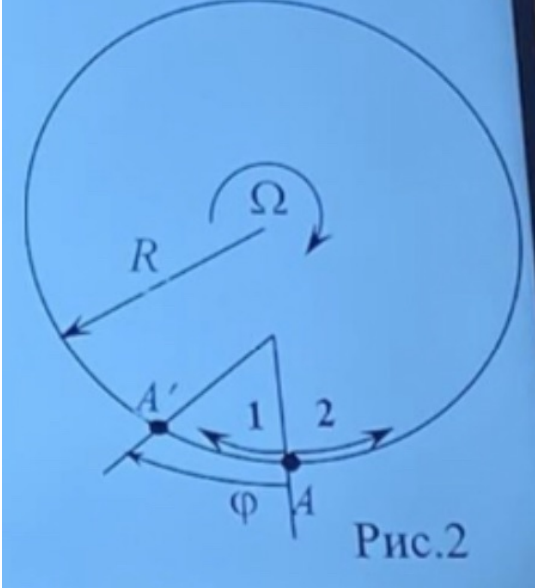


Рис.1



Действительно, в неподвижном интерферометре при распространении (как показано на рис.2) двух световых лучей по окружности с радиусом R время обхода контура одинаково для обоих лучей и равно $t_0 = 2\pi R/c$, где c - скорость света.

При вращении за время t_0 обхода контура точка A переместится на величину ΔL в точку A', повернутую на угол $\varphi = \Omega t_0$, относительно исходной точки, из-за чего условия распространения для встречных пучков становятся неодинаковыми.

Путь, который необходимо пройти лучу 1, распространяющемуся в направлении вращения за время t_0 : $L_1 = 2\pi R + \Delta L = 2\pi R + R\Omega t_0$, а для второго луча $L_2 = 2\pi R - R\Omega t_0$

Т.е. изменение длины хода каждого из лучей за время t_0 равно $\Delta L = R\Omega t_0 = 2\pi R^2\Omega/c$.

Разность хода 1-го и 2-го лучей за время t_0 равна $L_1 - L_2 = 2\Delta L = 4\pi R^2\Omega/c = 4S\Omega/c$, где S - площадь оптического контура.

Наличие разности путей и разности времен Δt приводит к фазовому сдвигу интерференционной картины

$$\Delta\varphi = f_0 \Delta t = 4S f_0 \Omega / c^2 = 4S \Omega / \lambda c = h_{\Omega} \Omega$$

где f_0 - частота электромагнитного излучения,

h_{Ω} - масштабный коэффициент или чувствительность пассивного интерферометра.

В опыте Саньяка

$$\Omega = 2\pi \cdot 2,35 \text{ с}^{-1} = 846^\circ/\text{с}$$

$$S = 866 \text{ см}^2$$

$$\Delta L = 0,017 \text{ мкм}$$

$$\lambda = 0,43 \text{ мкм}$$

При длине волны 0,43 мкм это составляет 4% от ширины интерференционной полосы. Смещение полос при изменении направления вращения оказывается равным 8% от этой полосы. Саньяк получил 7,7%. Чувствительность метода оказывается весьма небольшой.

Повысить чувствительность можно, увеличивая размеры интерферометра, учитывая ее пропорциональность площади контура.

Используя это свойство, в 1925 г. Майкельсоном был проведен эксперимент, в котором площадь контура составляла 0,2 км*км. При этом скорость вращения Земли, которая измерялась в данном опыте, дала смещение, равное 23% полосы, что для практического использования при измерении скоростей вращения еще было далеко недостаточно.

Лазерные гироскопы

Другим путем увеличения чувствительности является переход от фазовых измерений к

частотным, т.е. измерения угловых перемещений с помощью кольцевых лазеров (ЛГ). Кольцевой лазер (КЛ) отличается от линейного тем, что в его резонаторе при усилении света активной средой происходит генерация двух встречно направленных световых волн, распространяющихся по замкнутому контуру, образованному тремя или более зеркалами. При этом генерируемые встречные волны в первом приближении независимы друг от друга. Взаимная независимость встречных волн предполагает и возможность их различия по частоте.

Действительно, поскольку собственные частоты кольцевого резонатора определяются его периметром L :

$$f_q = qc/L$$

где q - целое число волн на оптическом периметре, а при вращении КЛ оптическая длина резонатора различна для встречных волн, то различными будут и их частоты:

$$f_1 = qc/(L + \Delta L)$$

$$f_2 = qc/(L - \Delta L), \text{ т. е. } \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta L}{L}$$

Разность этих частот равна

$$\Delta f = f_2 - f_1 = (f/L) \Delta L = (f/L) 4S\Omega/c = 4S\Omega/\lambda L = K_{\text{ЛГ}} \Omega$$

$K_{\text{ЛГ}} = 4S/\lambda L$ - масштабный коэффициент лазерного гироскопа.

Таким образом, при вращении КЛ собственные частоты резонатора для встречных волн становятся различными, причем их разность пропорциональна скорости вращения КЛ относительно инерциального пространства, что и обеспечивает его использование в качестве гироскопа.

Один из возможных вариантов конструкции ЛГ представлен на рисунке. На корпусе, выполненном из материала с малым коэффициентом теплового расширения, закреплены три зеркала, образующие кольцевой резонатор. Внутренняя полость, образованная отверстиями в корпусе, заполнена смесью гелия и неона, обеспечивающей при возбуждении в ней высоковольтного разряда усиление света.

