Лабораторная работа №1

Компенсационные регуляторы

Цель работы: ознакомиться с классом компенсационных регуляторов и методиками их расчета.

Краткое описание задач работы: в соответствии с вариантом построить и исследовать два типа компенсационных регулятора для заданного случая передаточной функции непрерывного объекта и дать полный линейный анализ полученной системы. Провести построение регуляторов для 3 значений периода дискретизации: 0.1 сек., 1 сек., 2 сек. В случае, если ни для одного из указанных периодов дискретизации не будет получена устойчивая система, попробовать подобрать период самостоятельно. Сделать выводы по работе

1. Основные теоретические сведения

Основная задача проектирования следящих систем управления состоит в том, чтобы регулируемая переменная y как можно более точно воспроизводила входной задающий сигнал w. Если модель $G_P(z)$ устойчивого объекта задана точно, то при отсутствии возмущений эта задача может быть решена введением регулятора в прямой цепи, как показано на рис. 1.

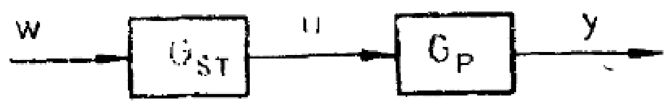

Рис. 1. Разомкнутая система управления с регулятором

Далее будем полагать, что дискретная передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$G_P(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_m z^{-m}} z^{-d}$$

В идеальном случае можно потребовать, чтобы выходная координата точно отслеживала входной сигнал w.

Это требование может быть выполнено, если

$$G_{ST}(z) = G_{ST}^0(z) = \frac{1}{G_p(z)} \qquad (1)$$

Если передаточная функция $G_{ST}^0(z)$ является реализуемой, то такой регулятор полностью «компенсирует» динамику объекта, поскольку обладает обратными к объекту динамическими характеристиками. Однако, если объект обладает чистым запаздыванием, регулятор оказывается нереализуемым, и в его передаточную характеристику приходится вводить дополнительный элемент, позволяющий сформировать реализуемый алгоритм управления:

$$G_S(z) = G_{ST}^0(z) G_S^R(z) = \frac{1}{G_p(z)} G_S^R(z) \qquad (2)$$

Конечно, такая модификация приводит к некоторому отличию сигналов w и y. Если модель объекта оказывается неточной и в системе присутствуют возмущающие воздействия, то для управления следует использовать систему с обратной связью, изображенную на рис. 2.

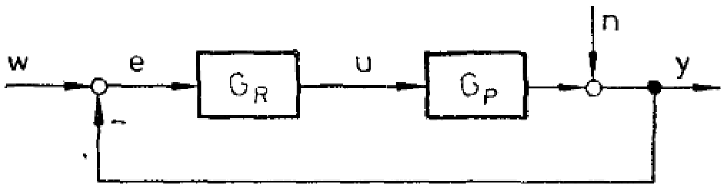

Рис. 2. Замкнутая система управления с регулятором

В отличие от разомкнутой системы, в системе с обратной связью нельзя требовать выполнения условия $e(t) = w(t) - y(t) = 0$ для $t > 0$. Дело в том, что в системах с обратной связью управляющая переменная формируется из сигнала ошибки, который отличен от нуля по крайней мере в течение переходного процесса. Поэтому задается передаточная функция замкнутой системы:

$$G_W(z) = \frac{y(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z) G_P(z)}{1 + G_R(z) G_P(z)}, \qquad (3)$$

заведомо отличная от 1, а передаточная функция регулятора в этом случае имеет вид:

$$G_R(z) = \frac{1}{G_P(z)} \frac{G_W(z)}{1 - G_W(z)}. \qquad (4)$$

В случае, когда требуется, чтобы компенсационный регулятор отрабатывал заданное возмущающее воздействие, например, для заданной передаточной функции по возмущению $G_n(z) = y(z)/n(z)$, передаточная функция регулятора имеет вид:

$$G_R(z) = \frac{1}{G_P(z)} \frac{1 - G_n(z)}{G_n(z)} \qquad (5)$$

Передаточная функция компенсационного регулятора состоит из обратной передаточной функции объекта управления и дополнительного члена, вид которого зависит от заданной передаточной функции замкнутой системы. Поэтому только часть регулятора используется для сокращения нулей и полюсов объекта. Исходя из физической реализуемости разность порядков передаточной функции замкнутой системы $G_W(z)$ должна быть либо равна, либо быть больше разности порядков передаточной функции объекта, поэтому передаточная функция минимального порядка будет равна

$$G_W(z) = \frac{1}{z}. \tag{6}$$

Сокращение нулей и полюсов, используемое при применении компенсационных регуляторов приводит к тому, что область их применения ограничена объектами, которые достаточно задемпфированы, асимптотически устойчивы и не обладают неминимальнофазовыми свойствами.

2. Пример построения компенсационных регуляторов

1. *Передаточная функция непрерывного объекта* задана как:

$$G_P(s) = \frac{0.3893s^3 + 2.491s^2 + 29.68s + 21.56}{s^3 + 5.894s^2 + 61.74s + 52.77}$$

Период дискретизации принят $T_0 = 0.1$ сек., поэтому после перехода к дискретной передаточной функции получаем:

$$G_P(z) = \frac{0.3893z^3 - 0.7781z^2 + 0.625z - 0.2207}{z^3 - 2.091z^2 + 1.683z - 0.5546}$$

Для сравнения поведения непрерывного и дискретного объектов, построим их реакции на единичное ступенчатое входное воздействие:

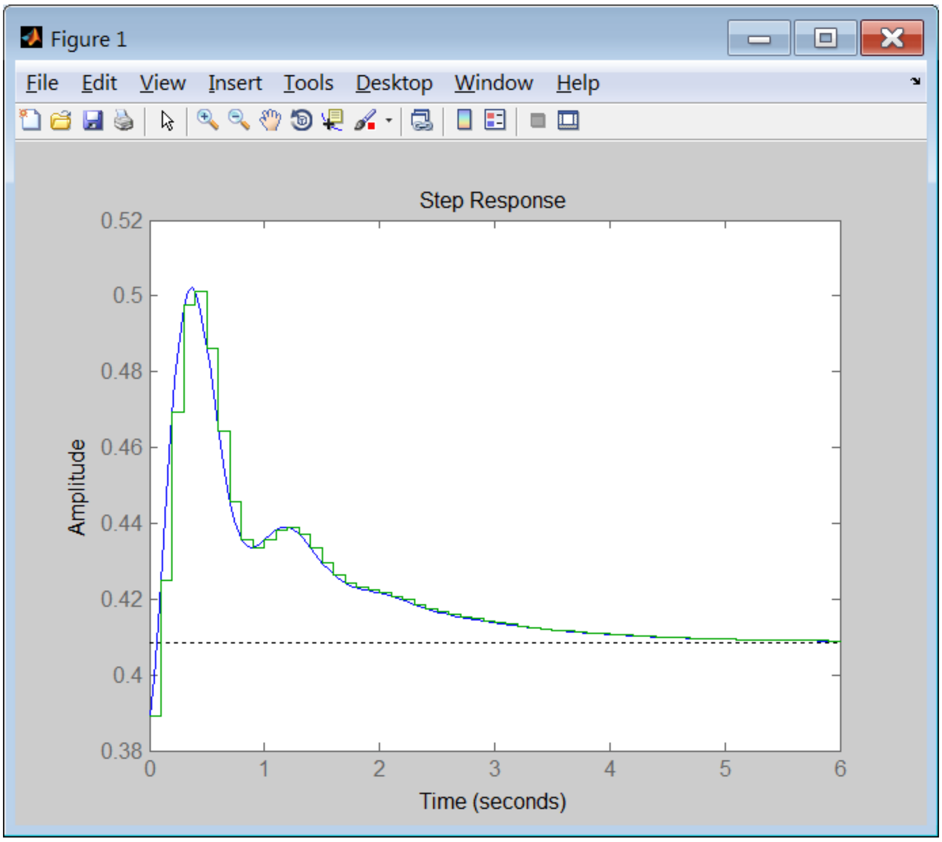

Рис. 3. Реакция непрерывного и дискретного объектов управления на ступенчатое входное воздействие

2. *Расчет компенсационного регулятора для разомкнутой системы* можно провести по формуле (1). Имеем:

$$G_{ST}(z) = G_{ST}^{0}(z) = \frac{1}{G_P(z)} = \frac{z^3 - 2.091z^2 + 1.683z - 0.5546}{0.3893z^3 - 0.7781z^2 + 0.625z - 0.2207}$$

Для проверки полученного результата можно провести моделирование полученной разомкнутой системы при том же входном воздействии, что и ранее. Результат представлен на рис. 4.

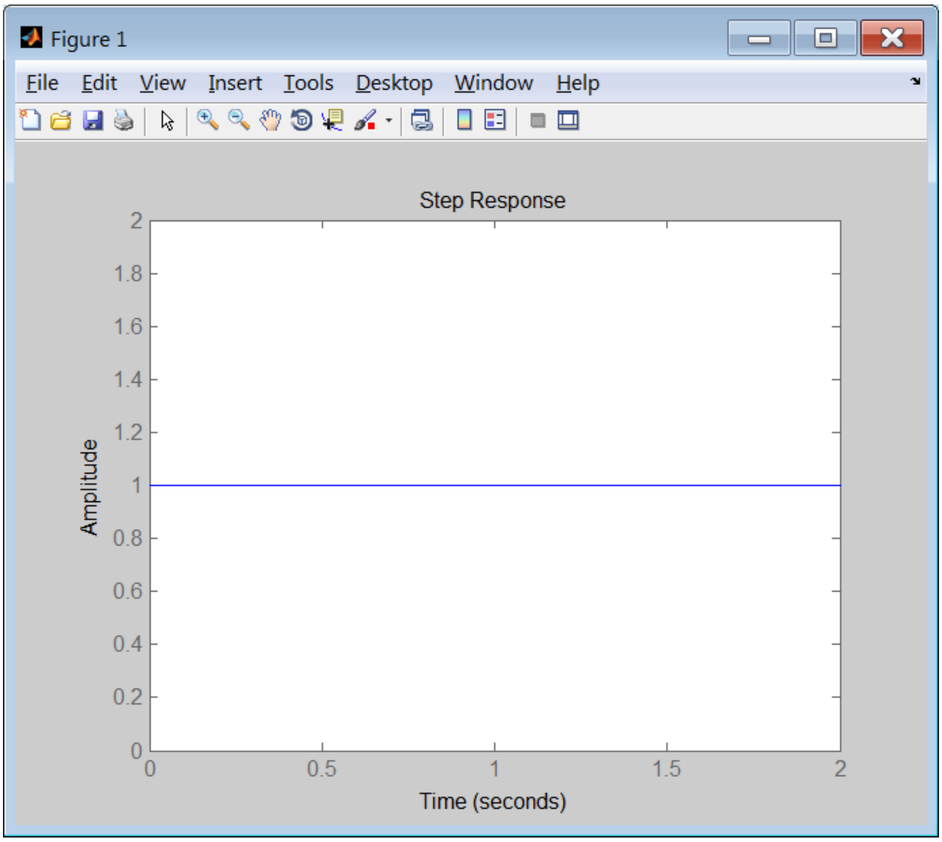

Рис. 4. Реакция разомкнутой системы с регулятором на ступенчатое входное воздействие

3. *Расчет компенсационного регулятора для замкнутой системы*. В этом случае расчет можно провести по формулам (4) и (6). Тогда:

$$G_R(z) = \frac{z^4 - 2.091z^3 + 1.683z^2 - 0.5546z}{0.3893z^5 - 1.167z^4 + 1.403z^3 - 0.8456z^2 + 0.2207z}$$

Для проверки полученного результата можно вычислить общую передаточную функцию замкнутой системы с регулятором:

$$G_W(z) = \frac{0.1515z^{15} - 1.391z^{14} + 6.037z^{13} \ldots - 12.42z^{6} + 4.532z^{5} - 1.167z^{4} + 0.1907z^{3} - 0.01498z^{2}}{0.1515z^{16} - 1.391z^{15} + 6.037z^{14} \ldots - 12.42z^{7} + 4.532z^{6} - 1.167z^{5} + 0.1907z^{4} - 0.01498z^{3}} \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{z}$$

Равенство неточное вследствие неточностей машинной арифметики.

4. *Линейный анализ разомкнутой и замкнутой систем управления*, содержащих компенсационный регулятор проводится с применением соответствующего инструмента MATLAB: *ltiview*.

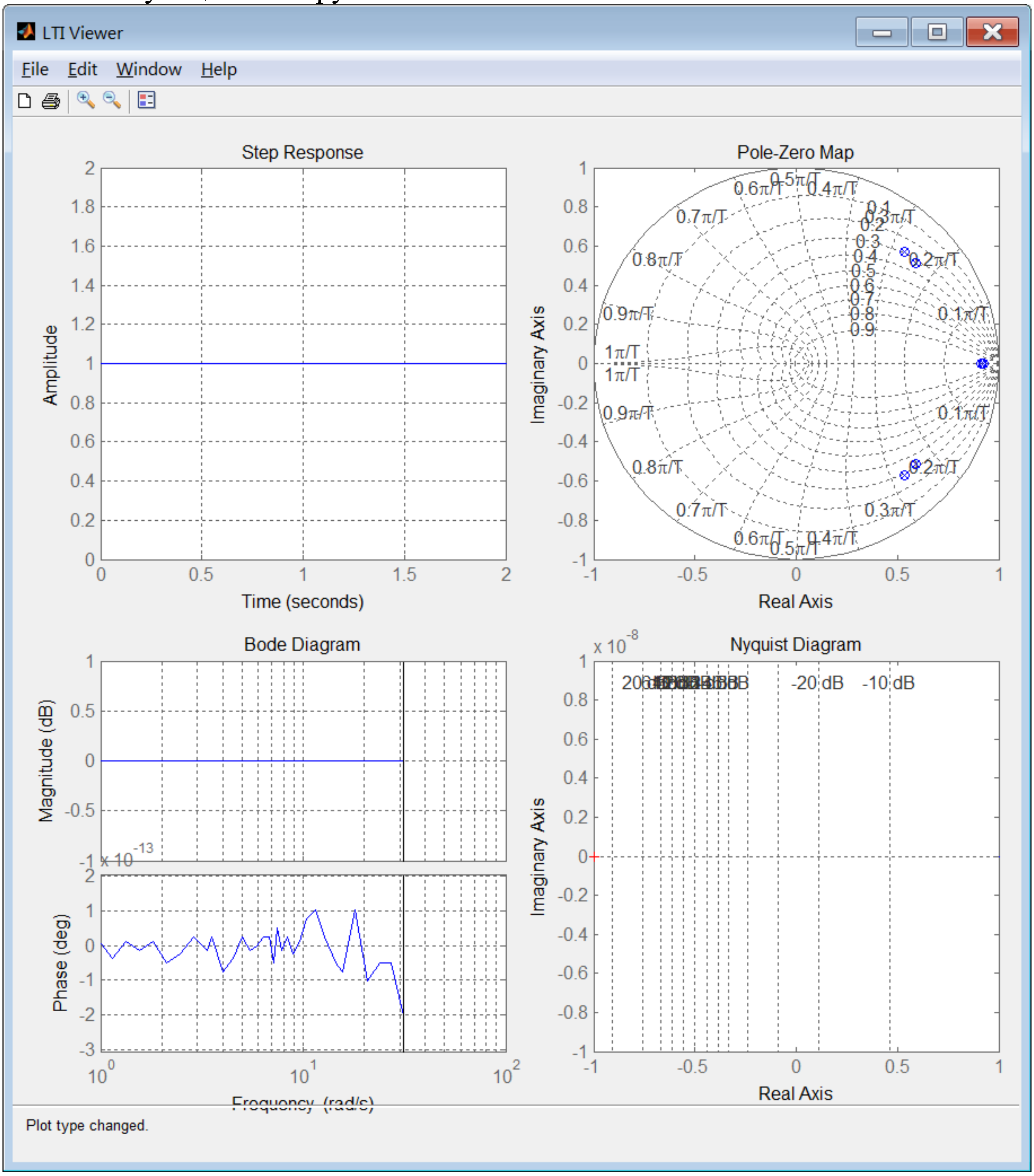

Рис. 5. Диаграммы и графики, позволяющие провести линейный анализ разомкнутой системы

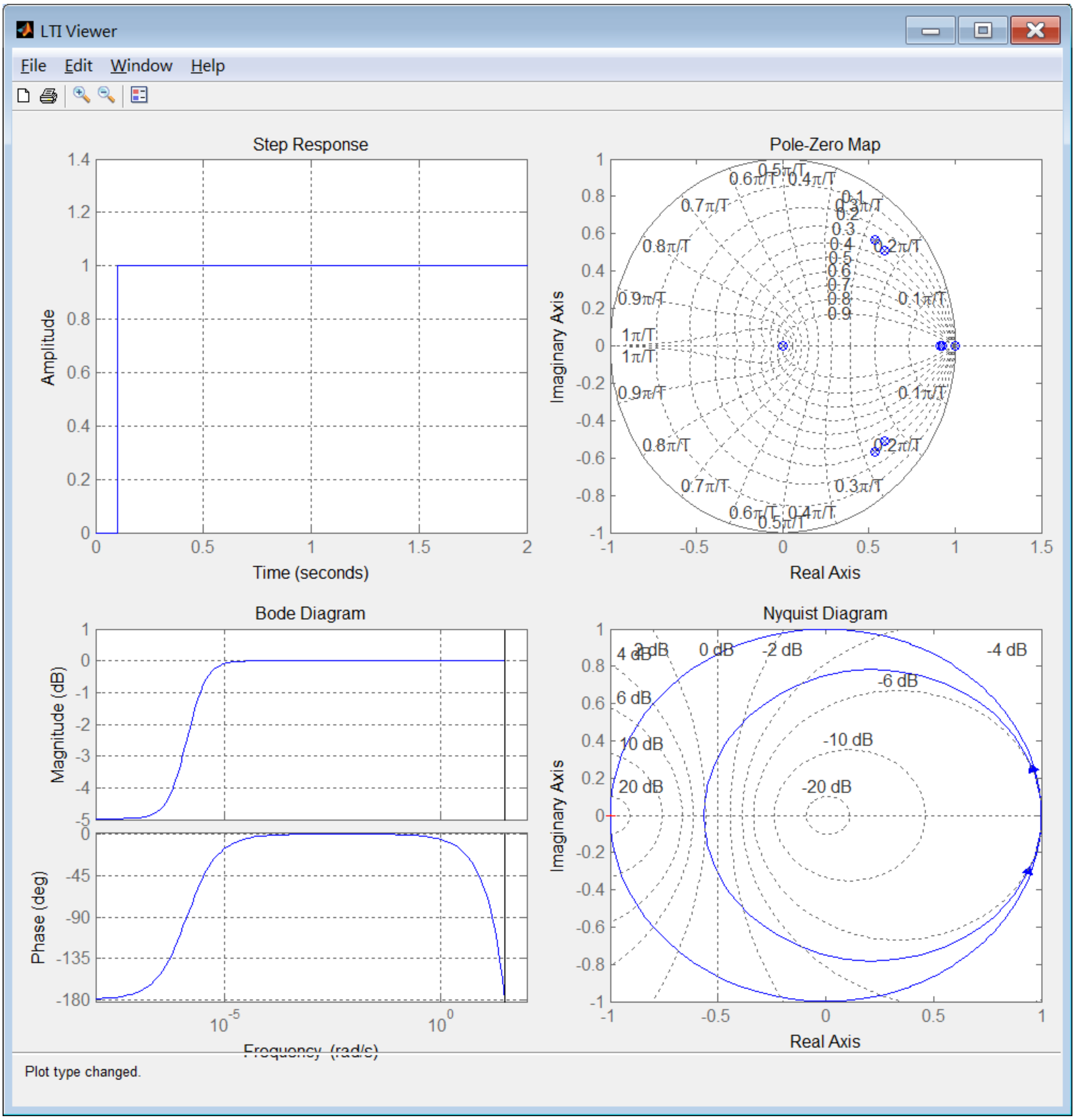

Рис. 6. Диаграммы и графики, позволяющие провести линейный анализ замкнутой системы

3. Требования к отчету по работе.

1. Работа и отчет по ней должны быть выполнены самостоятельно.
2. Отчет должен содержать:
   - титульный лист,
   - задание и цель работы,
   - вариант для исследования,
   - подробное описание исследования в виде протокола команд MATLAB и полученных в ходе работы графиков и функций,
   - анализ характера работоспособности/неработоспособности полученного регулятора на основании моделирования и диаграмм ltiview,

- результаты моделирования замкнутой системы при наличии возмущающего воздействия,
- общие выводы по работе.

3. Отчет выполняется в текстовом редакторе и сохраняется в формате *.rtf.

4. Варианты заданий

№	$G_P(s)$		№	$G_P(s)$
1	$\frac{-1.577s^3-15.46s^2-63.09s-107.8}{s^3+9.435s^2+40.36s+77.27}$		14	$\frac{0.1006s^3-0.2299s^2+1.758s+0.1326}{s^3+0.5415s^2+8.667s+1.226}$
2	$\frac{0.01511s^3+0.1859s^2+2.125s+1.249}{s^3+2.373s^2+4.962s+2.869}$		15	$\frac{-1.188s^2+0.3982s-90.13}{s^3+3.975s^2+342.7s+846.3}$
3	$\frac{-0.9829s^2-7.69s-3.704}{s^3+2.145s^2+3.408s+1.667}$		16	$\frac{-0.2897s^2-2.718s-4.932}{s^3+11s^2+33.37s+248.7}$
4	$\frac{-0.7745s^3-3.863s^2-4.351s-0.0006915}{s^3+4.988s^2+5.465s}$		17	$\frac{0.3062s^3-2.033s^2-0.9137s-0.01505}{s^3+1.102s^2+0.2995s+0.0116}$
5	$\frac{-0.6691s^3-9.315s^2+3.689s+23.35}{s^3+15.96s^2+31.84s+12.43}$		18	$\frac{-1.034s^3-5.959s^2-4.551s-0.3036}{s^3+5.968s^2+4.085s+0.4364}$
6	$\frac{-0.006924s^3-0.07657s^2+0.6732s+0.3093}{s^3+5.298s^2+5.436s+1.437}$		19	$\frac{-0.9418s^3-7.827s^2-30.09s-41.02}{s^3+7.152s^2+30.35s+45.89}$
7	$\frac{0.3493s^3+0.7814s^2+14.62s+35.26}{s^3+3.443s^2+39.46s+63.63}$		20	$\frac{-0.5039s^2+8.186s-9.111}{s^3+3.406s^2+141.4s+27.36}$
8	$\frac{-0.3523s^3-0.2312s^2-9.211s-4.287}{s^3+1.38s^2+24.06s+8.365}$		21	$\frac{-0.1993s^3-0.4308s^2-8.872s-11}{s^3+1.546s^2+38.31s+10.19}$
9	$\frac{-0.5351s^2-2.794s-3.268}{s^3+2.462s^2+6.14s+11.45}$		22	$\frac{0.1269s^3+0.3901s^2+1.062s-0.2572}{s^3+1.528s^2+2.172s+1.289}$
10	$\frac{0.7082s^2+4.615s+6.956}{s^3+6.072s^2+15.58s+32.75}$		23	$\frac{-1.244s^3-9.632s^2-22.06s-13.45}{s^3+6.516s^2+12.91s+7.051}$
11	$\frac{-0.564s^2-0.381s+1.299}{s^3+5.866s^2+16.84s+14.17}$		24	$\frac{-0.9509s^3-0.3861s^2+2.676s+1.743}{s^3+3.594s^2+3.394s+0.8837}$
12	$\frac{0.0006261s^3-5.766s^2-23.3s-13.8}{s^3+3.292s^2+44.24s+31.62}$		25	$\frac{-0.3567s^2-0.1521s-0.01127}{s^3+1.15s^2+0.4284s+0.05199}$
13	$\frac{-0.4302s^3-1.247s^2-0.7072s-0.2119}{s^3+2.045s^2+1.36s+0.1346}$		26	$\frac{0.9492s^3+3.912s^2+72.03s+32.88}{s^3+3.803s^2+76.07s+24.51}$

Лабораторная работа №2

Апериодические регуляторы

Цель работы: ознакомиться с классом регуляторов для систем с конечным временем установления (апериодическими регуляторами) и методиками их расчета.

Краткое описание задач работы: в соответствии с вариантом построить и исследовать два типа апериодических регулятора для заданного случая передаточной функции непрерывного объекта и дать полный линейный анализ полученной системы. Провести построение регуляторов для 3 значений периода дискретизации T_0: 1 сек., 2 сек., 4 сек. В случае, если ни для одного из указанных периодов дискретизации не будет получена устойчивая система, попробовать подобрать период самостоятельно. Сделать выводы по работе

1. Апериодический регулятор обычного порядка

Далее будем полагать, что дискретная передаточная функция объекта управления имеет вид:

$$G_P(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_m z^{-m}} z^{-d}$$

Предполагается, что ступенчатое изменение задающей переменной происходит в момент времени $k = 0$, т. е.

$$w(\kappa) = 1 \text{ для } k = 0,1,2,\ldots. \tag{1}$$

Если время запаздывания $d = 0$, то требования для минимального конечного времени установления переходного процесса записываются следующим образом:

$$y(k) = w(\kappa) = 1 \text{ для } k \ge m$$

$$u(k) = u(m) \quad \text{для } k \ge m \tag{2}$$

Для случая $b_0 = 0$ z-преобразования задающей, регулируемой и управляющей переменных, соответственно, имеют следующий вид:

$$w(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \text{ (ступенька)} \tag{3}$$

$$y(z) = y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \ \ldots\ + 1\left[z^{-m} + z^{-(m+1)} + \ldots\right] \tag{4}$$

$$u(z) = u(0) + u(1)z^{-1} + \ldots + u(m)\left[z^{-m} - z^{-(m+1)} + \ldots\right] \tag{5}$$

Разделив уравнения (4) и (5) на (3), получим:

$$\frac{y(z)}{w(z)} = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ \ldots\ + p_m z^{-m} = P(z), \tag{6}$$

$$
\begin{aligned}
&p_1 = y(1),\\
&p_2 = y(2) - y(1),\\
&\vdots\\
&p_m = 1 - y(m-1),\\
&\frac{u(z)}{w(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m} = Q(z)\\
&q_0 = u(0),\\
&q_1 = u(1) - u(0),\\
&\vdots\\
&q_m = u(m) - u(m-1)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Следует учесть, что

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_m = 1 \tag{8}$$

$$q_0 + q_1 + \ldots + q_m = u(m) = \frac{1}{K} = \frac{1}{G_P(1)} \tag{9}$$

Передаточная функция замкнутой системы:

$$G_W(z) = \frac{y(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z)G_P(z)}{1 + G_R(z)G_P(z)} \tag{10}$$

Тогда передаточная функция компенсационного регулятора имеет вид:

$$G_R(z) = \frac{1}{G_P(z)}\frac{G_W(z)}{1 - G_W(z)} \tag{11}$$

Сравнивая уравнения (6) и (7), получим:

$$G_W(z) = P(z) \tag{12}$$

Более того, из уравнений (6) и (7) следует, что

$$G_P(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} \tag{13}$$

и с учетом (11) передаточная функция регулятора принимает вид:

$$G_R(z) = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m}}{1 - p_1 z^{-1} - \ldots - p_m z^{-m}} \tag{14}$$

Параметры полученного регулятора определяются с использованием уравнений (8), (9) и (13):

$$
\begin{aligned}
&q_0 = \frac{1}{b_1 + b_2 + \ldots + b_m} = u(0),\\
&q_1 = a_1 q_0,\ \ p_1 = b_1 q_0,\\
&q_2 = a_2 q_0,\ \ p_2 = b_2 q_0,\\
&\vdots\\
&q_m = a_m q_0,\ \ p_m = b_m q_0.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Таким образом, параметры регулятора могут быть вычислены очень просто. Начальное значение управляющей переменной $u(0)$ зависит только от значения суммы коэффициентов b_i объекта. Поскольку значение этой суммы убывает с уменьшением такта квантования, начальное значение управляющей переменной $u(0)$ будет тем больше, чем меньше такт квантования.

Такой апериодический регулятор можно считать компенсационным регулятором, однако передаточная функция замкнутой системы (12) и (6) в данном случае определяется в процессе проектирования, а не задается заранее. Результирующая передаточная функция замкнутой системы с учетом уравнений (12) и (6) принимает вид:

$$G_W(z) = P(z) = p_1 z^{-1} + \ldots + p_m z^{-m} = \frac{p_1 z^{m-1} + \ldots + p_m}{z^m}$$

Ее характеристическое уравнение равно:

$$1 + G_R(z) G_P(z) = z^m = 0 \tag{16}$$

Таким образом, контур управления с апериодическим регулятором имеет m полюсов в начале координат плоскости z.

2. Апериодический регулятор для системы с запаздыванием

Если $d \neq 0$, необходимо использовать следующую модель объекта:

$$G_P(z) = \frac{b_1 z^{-(1+d)} + \ldots + b_m z^{-(m+d)}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_m z^{-m}} = \frac{\bar{b}_1 z^{-1} + \ldots + \bar{b}_{d+1} z^{-(1+d)} + \ldots + \bar{b}_v z^{-v}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_m z^{-m} + \ldots + a_v z^{-v}} \tag{17}$$

Коэффициенты этой модели удовлетворяют соотношениям:

$$\left.\begin{array}{ll} \bar{b}_1 = \bar{b}_2 = \ldots = \bar{b}_d = 0, & a_{m+1} = 0, \\ \bar{b}_{d+1} = b_1, & \\ \bar{b}_{d+2} = b_2, & a_v = 0 \\ \vdots & \\ \bar{b}_v = b_m & \end{array}\right\} \tag{18}$$

На процесс управления наложены ограничения:

$$\begin{array}{ll} y(k) = w(k) = 1, & при\ \ k \geq v = m + d, \\ u(k) = u(m), & при\ \ k \geq m \end{array} \tag{19}$$

Коэффициенты передаточной функции регулятора получаются из (3)—(15) с учетом (17). Из (17) и (13) следует, что:

$$
\begin{array}{ll}
q_0 = \dfrac{1}{b_1 + b_2 + \ldots + b_m} = u(0), & \\
q_1 = a_1 q_0, & p_1 = \bar{b}_1 q_0, \\
q_2 = a_2 q_0, & p_2 = \bar{b}_2 q_0, \\
\vdots & \vdots \\
q_m = a_m q_0, & p_d = \bar{b}_d q_0 = 0, \\
q_{m+1} = a_{m+1} q_0 = 0, & p_{d+1} = \bar{b}_{d+1} q_0 = b_1 q_0, \\
\vdots & \vdots \\
q_v = a_v q_0 = 0, & p_v = \bar{b}_v q_0 = b_m q_0
\end{array}
\tag{20}
$$

Передаточная функция регулятора имеет вид:

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_m z^{-m}}{1 - p_{1+d} z^{-(1+d)} - \ldots - p_{m+d} z^{-(m+d)}} \tag{21}$$

Из уравнений (20) и (21) следует, что передаточная функция апериодического регулятора:

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{e(z)} = \frac{q_0 A\left(z^{-1}\right)}{1 - q_0 B\left(z^{-1}\right) z^{-d}} \tag{22}$$

То есть передаточная функция системы по задающему сигналу будет равна:

$$G_W(z) = \frac{q_0 B\left(z^{-1}\right) z^{-d}}{1} = \frac{q_0 B'(z)}{z^{(m+d)}}, \tag{23}$$

а ее характеристическое уравнение:

$$z^{(m+d)} = 0 \tag{24}$$

Применение апериодического регулятора приводит к сокращению полюсов объекта управления.

Пример 1.

Дан объект, обладающий характеристиками фильтра нижних частот (низкочастотный) и чистым запаздыванием, с передаточной функцией

$$G_1(s) = \frac{K(1 + T_4 s)}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)} e^{-T_t s}, \tag{п.1}$$

где $K = 1, T_1 = 10\ c, T_2 = 7\ c, T_3 = 3\ c, T_4 = 2\ c, T_t = 4\ c$.

Дискретная передаточная функция этого объекта:

$$G_1(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} z^{-d} \tag{п.2}$$

Параметры для разных значений периода дискретизации:

Такт квантования T_0, сек.	1	4	8	16
d	4	1	1	1
b_0	0	0	0,06525	0,37590

b_1	0,00462	0,06525	0,25598	0,32992
b_2	0,00169	0,04793	0,02850	0,00767
b_3	–0,00273	–0,00750	–0,00074	–0,00001
a_1	–2,48824	–1,49863	–0,83771	–0,30842
a_2	2,05387	0,70409	0,19667	0,02200
a_3	–0,56203	–0,09978	–0,00995	–0,00010

При такте квантования T_0=4 с по уравнениям (20) получены коэффициенты апериодического регулятора:

$$q_0 = 9.523, \quad q_1 = -14.285, \quad q_2 = 6.714, \quad q_3 = -0.952,$$

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0.619, \quad p_3 = 0.457, \quad p_4 = -0.0762.$$

Результаты моделирования приведены на рис. 1.

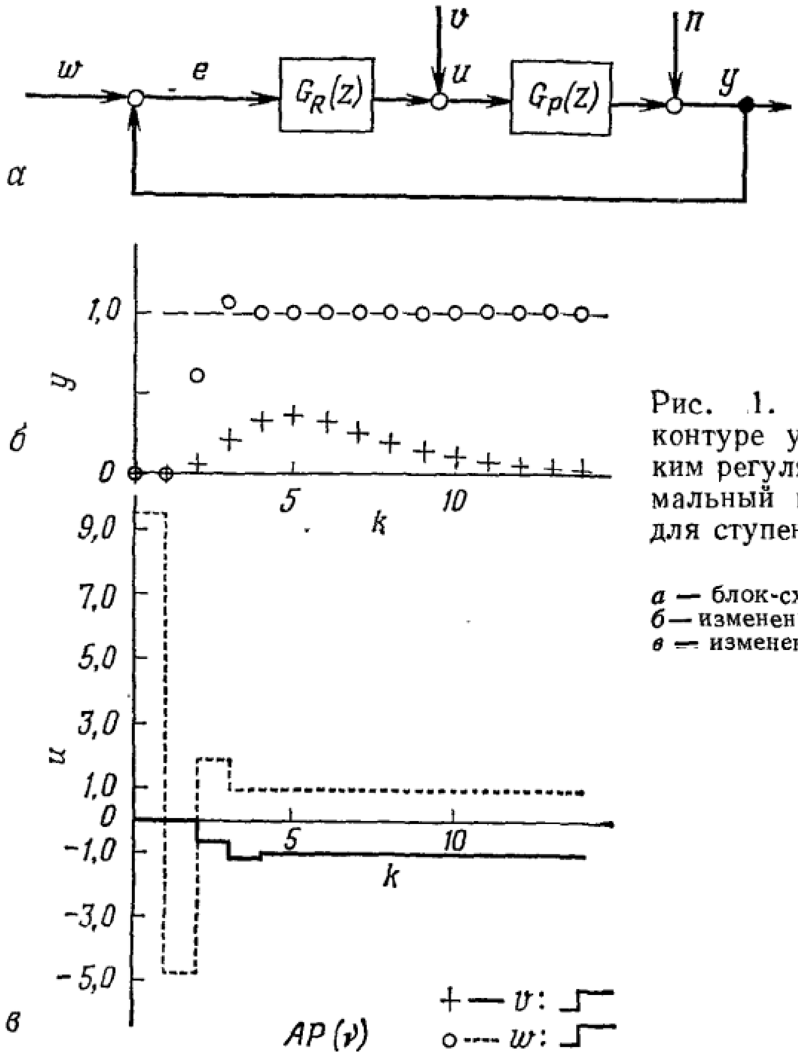

Рис. 1. Переходные процессы в контуре управления с апериодическим регулятором порядка ν (нормальный порядок) и объектом для ступенчатого изменения сигналов w и v.

а — блок-схема контура управления; *б* — изменение регулируемой переменной; *в* — изменение управляющей переменной.

3. Апериодический регулятор повышенного порядка

Если увеличить конечное время установления на один такт с m до $m+1$, то можно заранее определить начальное значение управляющей переменной $u(0)$. Поскольку этот сигнал обычно имеет максимальную величину, его можно ограничить, задав допустимое значение $u(0)$ при синтезе регулятора.

Добавим еще один член в уравнения (4) и (5), тогда уравнения (6) и (7) примут вид:

$$P(z)=p_1z^{-1}+p_2z^{-2}+\ldots+p_{m+1}z^{-(m+1)}, \tag{25}$$

$$Q(z)=q_0+q_1z^{-1}+\ldots+q_{m+1}z^{-(m+1)}, \tag{26}$$

Приравнивая коэффициенты этих полиномов коэффициентам из уравнения (13), получим:

$$\frac{b_1z^{-1}+\ldots+b_mz^{-m}}{1+a_1z^{-1}+\ldots+a_mz^{-m}}=\frac{p_1z^{-1}+p_2z^{-2}+\ldots+p_{m+1}z^{-(m+1)}}{q_0+q_1z^{-1}+\ldots+q_{m+1}z^{-(m+1)}} \tag{27}$$

Это равенство справедливо только в том случае, когда его правая часть содержит общий корень в числителе и знаменателе, поэтому:

$$\frac{P(z)}{Q(z)}=\frac{\left(p'_1z^{-1}+p_2z^{-2}+\ldots+p'_mz^{-m}\right)}{\left(q'_0+q'_1z^{-1}+\ldots+q'_mz^{-m}\right)}\frac{\left(\alpha-z^{-1}\right)}{\left(\alpha-z^{-1}\right)} \tag{28}$$

Можно получить следующие соотношения для определения параметров передаточной функции апериодического регулятора:

$$\begin{aligned}
&q_0=u(0) \text{ — задается разработчиком}\\
&q_1=q_0\left(a_1-1\right)+\frac{1}{\sum b_i},\\
&q_2=q_0\left(a_2-a_1\right)+\frac{a_1}{\sum b_i},\\
&\vdots\\
&q_m=q_0\left(a_m-a_{m-1}\right)+\frac{a_{m-1}}{\sum b_i},\\
&q_{m+1}=a_m\left(-q_0+\frac{1}{\sum b_i}\right)
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
&p_1=q_0b_1,\\
&p_2=q_0\left(b_2-b_1\right)+\frac{b_1}{\sum b_i},\\
&\vdots\\
&p_m=q_0\left(b_m-b_{m-1}\right)+\frac{b_{m-1}}{\sum b_i},\\
&p_{m+1}=-b_m\left(q_0-\frac{1}{\sum b_i}\right)
\end{aligned} \tag{30}$$

Итоговая передаточная функция регулятора:

$$G_R(z)=\frac{Q(z)}{1-P(z)}=\frac{q_0+q_1z^{-1}+\ldots+q_{m+1}z^{-(m+1)}}{1-p_1z^{-1}-\ldots-p_{m+1}z^{-(m+1)}} \tag{31}$$

В этом выражении учтено, что начальное значение управляющей переменной $u(0)$ задано. Второе значение управляющей переменной в соответствии с (7) и (29) равно:

$$u(1) = q_1 + q_0 = a_1 u(0) + \frac{1}{\sum b_i} \qquad (32)$$

Значение $u(0)$ не следует задавать слишком малым, так как при этом $u(1)$ будет больше $u(0)$, что в большинстве случаев нежелательно.

Для выполнения условия $u(1) \le u(0)$ необходимо, чтобы удовлетворялось соотношение:

$$u(0) = q_0 \ge 1\big/(1-a_1)\sum b_i \qquad (33)$$

Выполнение условия $u(1) \le u(0)$ вовсе не гарантирует, что $|u(k)| < |u(0)|$ для $k \ge 2$. Поскольку расчет параметров регулятора достаточно прост, значение $u(0)$ обычно изменяют до тех пор, пока не будет получена желаемая последовательность управляющих сигналов. Часто условие $u(1) = u(0)$ приводит к хорошим результатам.

4. Для объектов с запаздыванием ($d > 0$) расчет регулятора выполняют с использованием уравнений (17)—(21). В этом случае передаточная функция апериодического регулятора, определяемая уравнением (11) и сотношениями (29) и (30), принимает вид:

$$G_R(z) = \frac{q_0 A(z^{-1})}{1 - q_0 B(z^{-1}) z^{-d}} \frac{\left(1 - z^{-1}/\alpha\right)}{\left(1 - z^{-1}/\alpha\right)}, \qquad (34)$$

где

$$1/\alpha = 1 - 1/q_0 \sum b_i \qquad (35)$$

Пример 2.

Для рассмотренного выше объекта определены параметры регулятора повышенного порядка:

$q_0 = 3.810$, $q_1 = -0.0012$, $q_2 = -5.8840$, $q_3 = 3.647$, $q_4 = -0.571$,

$p_1 = 0$, $p_2 = 0.247$, $p_3 = 0.554$, $p_4 = 0.244$, $p_5 = -0.046$.

Результаты моделирования приведены на рис. 2.

Как видно из переходных процессов, при ступенчатом изменении сигнала задающей переменной обеспечивается сглаженный характер переходного процесса. Начальное значение управляющей переменной уменьшилось по сравнению со значением $u(0)$ на рис.1 на 60%. Длительность конечного переходного процесса по регулируемой переменной увеличилась на один такт. Система достаточно хорошо подавляет ступенчатый сигнал возмущения v. Однако выбранное начальное значение управляющей переменной $u(0)$ приводит к некоторому увеличению показателя качества регулирования. Тем не менее апериодический регулятор такого типа может применяться достаточно широко, поскольку он обеспечивает меньшие амплитуды отклонений управляющей переменной.

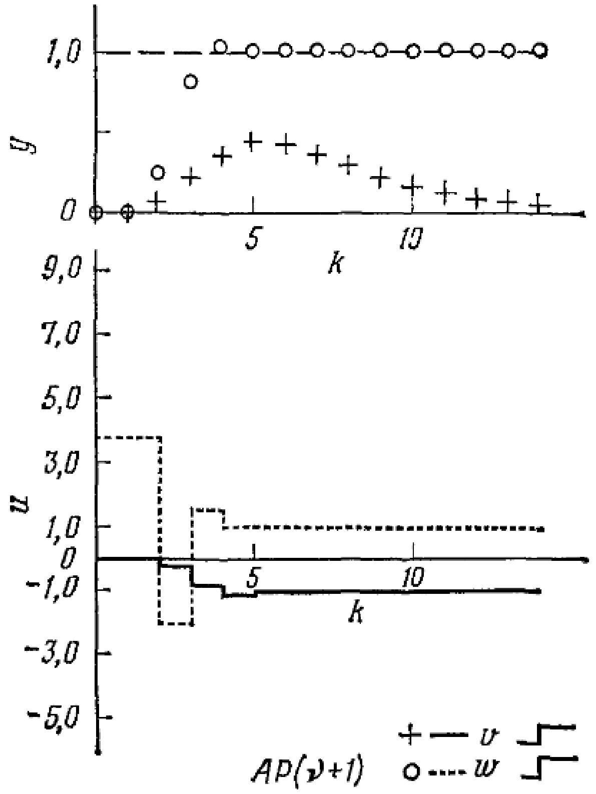

Рис. 2. Переходные процессы в контуре управления с апериодическим регулятором порядка ν+1 (повышенный порядок) и объектом для ступенчатого изменения сигналов w и v. При синтезе было задано условие u(0)=u(1)

5. Требования к отчету по работе.

1. Работа и отчет по ней должны быть выполнены самостоятельно.
2. Отчет должен содержать:
   - титульный лист,
   - задание и цель работы,
   - вариант для исследования,
   - подробное описание исследования в виде протокола команд MATLAB и полученных в ходе работы графиков, функций, моделей SIMULINK,
   - анализ характера работоспособности/неработоспособности полученного регулятора на основании моделирования и диаграмм ltiview для различных периодов дискретизации,
   - результаты моделирования замкнутой системы при наличии возмущающего воздействия,
   - сравнительный анализ функций *u* для двух типов апериодического регулятора,
   - общие выводы по работе.
3. Отчет выполняется в текстовом редакторе и сохраняется в формате *.rtf.

6. Варианты заданий

№	$G_P(s)$		№	$G_P(s)$
1	$\dfrac{-1.577s^3-15.46s^2-63.09s-107.8}{s^3+9.435s^2+40.36s+77.27}$		14	$\dfrac{0.1006s^3-0.2299s^2+1.758s+0.1326}{s^3+0.5415s^2+8.667s+1.226}$
2	$\dfrac{0.01511s^3+0.1859s^2+2.125s+1.249}{s^3+2.373s^2+4.962s+2.869}$		15	$\dfrac{-1.188s^2+0.3982s-90.13}{s^3+3.975s^2+342.7s+846.3}$
3	$\dfrac{-0.9829s^2-7.69s-3.704}{s^3+2.145s^2+3.408s+1.667}$		16	$\dfrac{-0.2897s^2-2.718s-4.932}{s^3+11s^2+33.37s+248.7}$
4	$\dfrac{-0.7745s^3-3.863s^2-4.351s-0.0006915}{s^3+4.988s^2+5.465s}$		17	$\dfrac{0.3062s^3-2.033s^2-0.9137s-0.01505}{s^3+1.102s^2+0.2995s+0.0116}$
5	$\dfrac{-0.6691s^3-9.315s^2+3.689s+23.35}{s^3+15.96s^2+31.84s+12.43}$		18	$\dfrac{-1.034s^3-5.959s^2-4.551s-0.3036}{s^3+5.968s^2+4.085s+0.4364}$
6	$\dfrac{-0.006924s^3-0.07657s^2+0.6732s+0.3093}{s^3+5.298s^2+5.436s+1.437}$		19	$\dfrac{-0.9418s^3-7.827s^2-30.09s-41.02}{s^3+7.152s^2+30.35s+45.89}$
7	$\dfrac{0.3493s^3+0.7814s^2+14.62s+35.26}{s^3+3.443s^2+39.46s+63.63}$		20	$\dfrac{-0.5039s^2+8.186s-9.111}{s^3+3.406s^2+141.4s+27.36}$
8	$\dfrac{-0.3523s^3-0.2312s^2-9.211s-4.287}{s^3+1.38s^2+24.06s+8.365}$		21	$\dfrac{-0.1993s^3-0.4308s^2-8.872s-11}{s^3+1.546s^2+38.31s+10.19}$
9	$\dfrac{-0.5351s^2-2.794s-3.268}{s^3+2.462s^2+6.14s+11.45}$		22	$\dfrac{0.1269s^3+0.3901s^2+1.062s-0.2572}{s^3+1.528s^2+2.172s+1.289}$
10	$\dfrac{0.7082s^2+4.615s+6.956}{s^3+6.072s^2+15.58s+32.75}$		23	$\dfrac{-1.244s^3-9.632s^2-22.06s-13.45}{s^3+6.516s^2+12.91s+7.051}$
11	$\dfrac{-0.564s^2-0.381s+1.299}{s^3+5.866s^2+16.84s+14.17}$		24	$\dfrac{-0.9509s^3-0.3861s^2+2.676s+1.743}{s^3+3.594s^2+3.394s+0.8837}$
12	$\dfrac{0.0006261s^3-5.766s^2-23.3s-13.8}{s^3+3.292s^2+44.24s+31.62}$		25	$\dfrac{-0.3567s^2-0.1521s-0.01127}{s^3+1.15s^2+0.4284s+0.05199}$
13	$\dfrac{-0.4302s^3-1.247s^2-0.7072s-0.2119}{s^3+2.045s^2+1.36s+0.1346}$		26	$\dfrac{0.9492s^3+3.912s^2+72.03s+32.88}{s^3+3.803s^2+76.07s+24.51}$

Лабораторная работа №3

Модальное управление

Цель работы: изучить методику модального управления линейными динамическими объектами в пространстве состояний.

1. Методические указания

Состояние системы — это совокупность таких переменных, знание которых позволяет, при известном входе и известных уравнениях динамики, описать будущее состояние системы и значение ее выхода. Выбор переменных состояния неоднозначен.

Метод пространства состояний достаточно универсален, его можно применять для нелинейных систем многомерных систем. Для знакомства с этим подходом ниже рассматриваются линейные одномерные системы (или SISO — Single Input Single Output), уравнения состояний которых имеют следующий общий вид:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}u(t)\\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)+\mathbf{D}u(t)\end{aligned} \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — вектор-столбец состояния $[n\times 1]$; $\mathbf{A}$ — матрица коэффициентов объекта $[n\times n]$; $\mathbf{B}$ — матрица входа $[n\times 1]$; $u(t)$ — сигнал управления; $y(t)$ — вектор выхода $[1\times 1]$; $\mathbf{C}$ — матрица выхода $[1\times n]$, $\mathbf{D}$ — матрица прямой передачи управления $[n\times 1]$ (часто полагают $\mathbf{D} = 0$).

Уравнения состояния SISO-системы в развернутом виде:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t)\\ x_2(t)\\ \dots\\ x_n(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \dots\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_1\\ b_2\\ \dots\\ b_n\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ \dots\\ x_n\end{bmatrix}.$$

Система, описываемая матрицами $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, является управляемой, если существует такое неограниченное управление $u(t)$, которое может перевести объект из начального состояния $\mathbf{x}(0)$ в любое другое состояние $\mathbf{x}(t)$.

Для SISO-системы с одним входом и одним выходом вводится понятие матрицы управляемости (размером $n\times n$):

$[\mathbf{B} \mid \mathbf{AB} \mid \mathbf{A}^2\mathbf{B} \mid \dots \mid \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$.

Если детерминант этой матрицы отличен от нуля, то система управляема.

Модальный синтез предполагает формирование таких обратных связей по состоянию, при которых обеспечивается заданное расположение полюсов замкнутой системы. *Модой* называется составляющая решения дифференциального уравнения, соответствующая конкретному полюсу.

Расположение полюсов в основном определяет характер переходного процесса в системе. Обычно рассматриваются такие корневые оценки качества переходного процесса, как *время переходного процесса*, *степень устойчивости*, *колебательность* и *перерегулирование*.

Для оценки *быстродействия* системы используется понятие степени устойчивости, под которой понимается абсолютное значение вещественной части ближайшего к мнимой оси корня (потому что корни, имеющие наименьшую по модулю вещественную часть, дают в переходном процессе наиболее медленно затухающую составляющую).

Время переходного процесса $T_{пп}$ можно приближенно оценить по формуле

$$T_{nn} \approx \frac{3}{\min\left|\mathrm{Re}\left(s_i\right)\right|}$$

Запас устойчивости системы оценивается колебательностью. Система имеет склонность к колебаниям, если характеристическое уравнение содержит комплексные корни $s_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$. Колебательность оценивается по формуле

$$\mu = \frac{\beta}{\alpha}$$

По значению колебательности можно оценить перерегулирование

$$\eta \le e^{\frac{\pi}{\mu}} 100\%$$

Для объекта, заданного уравнениями состояния (I), управление по состоянию описывается выражением

$$u(t) = -\mathbf{Kx}(t), \qquad (2)$$

где **K** —- вектор коэффициентов обратной связи.

Таким образом, система, замкнутая регулятором, приводится к следующему виду:

$$\dot{\mathbf{x}}\left(t\right) = \left(\mathbf{A} - \mathbf{BK}\right)\mathbf{x}\left(t\right) \qquad (3)$$

Этому выражению соответствует рис. 1, где $g(t)$ — задающее воздействие.

Основная теорема модального управления гласит, что если линейная динамическая система (1) является управляемой, то линейная обратная связь может быть выбрана таким образом, что матрица $\left(\mathbf{A} - \mathbf{BK}\right)$ будет иметь желаемое расположение корней (спектр). При доказательстве этой теоремы используется управляемая каноническая форма матриц **A** и **B**.

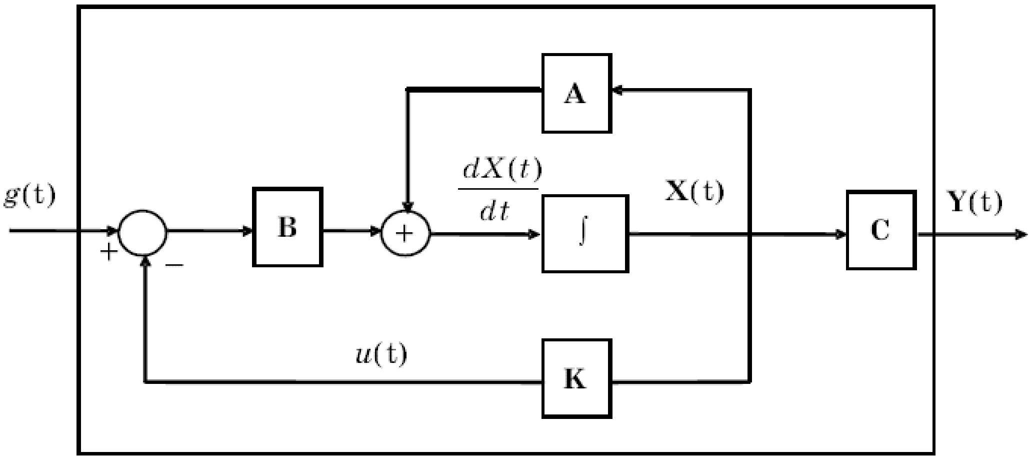

Рис. 1. Система с обратной связью

Аккерманом была предложена формула, позволяющая с помощью преобразования подобия перевести модель произвольной структуры в каноническую управляемую форму, определить искомые коэффициенты **K**, а затем пересчитать полученное решение применительно к исходной структуре. Формула Аккермана имеет вид:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{B} \,|\, \mathbf{AB} \,|\, \mathbf{A}^2\mathbf{B} \,|\, \dots \,|\, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}^{-1} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} \mathbf{A}^n \,|\, \beta_{n-1}\mathbf{A}^{n-1} \,|\, \dots \,|\, \beta_1\mathbf{A} \,|\, \beta_0\mathbf{I} \end{bmatrix}$$

где β_i — коэффициенты характеристического полинома матрицы $(\mathbf{A}-\mathbf{BK})$. Таким образом, задача модального синтеза сводится к выбору желаемых корней характеристического полинома замкнутой системы, при которых обеспечиваются заданные параметры переходного процесса, после чего в соответствии со стандартным алгоритмом рассчитываются коэффициенты обратных связей по состоянию.

2. Использование MATLAB

В MATLAB для формирования модели в пространстве состояний используется функция `ss`,

```
>>w1=ss(A,B,C,D),
```

где `A, B, C, D` — матрицы модели.

Из модели в пространстве состояний можно получить передаточную функцию (ПФ) командой:

```
>>w2=tf(w1)
```

И, наоборот, если уже существует модель, заданная ПФ, то ее можно преобразовать в пространство состояний с помощью команды `ss`:

```
>>w=tf([2 2],[3 4 1]);
>> w1=ss(w)
```

Заметим, что одной и той же ПФ могут, вообще говоря, соответствовать разные модели в пространстве состояний, но всем этим моделям соответствует одна и та же ПФ.

Матрица управляемости может быть построена с помощью функции `ctrb`, которая вызывается одной из команд:

```
>>W=ctrb(A,B)
>>W=ctrb(sys)
>>W=ctrb(sys.A,sys.B)
```

В MATLAB имеется функция `acker`, с помощью которой можно обеспечить желаемое расположение полюсов одномерной линейной системы (в соответствии с формулой Аккермана):

```
>>k=acкег(A,B,P)
```

где `A` и `B` — матрицы системы; `P` — вектор, задающий желаемое расположение полюсов системы.

Пример. Пусть система описывается матрицами

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Желаемые полюса заданы вектором:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \end{bmatrix}$$

Тогда рассчитать значение коэффициентов обратных связей можно с помощью команд

```
>>A=[0 1;-2 3];
>>B=[0;1];
>>P=[-1 -3];
>>K=acker(A,B,P)
K =
1 7
```

Таким образом, управление в этом примере должно быть сформировано в виде

$$u(t) = -\mathbf{Kx}(t) = -\begin{bmatrix} 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = -x_1(t) - 7x_2(t) \qquad (6)$$

Для многомерных систем в пакете MATLAB имеется функция `place` (ее можно использовать также и для одномерных систем). Функция

```
>>K=place(A,B,P)
```

рассчитывает матрицу коэффициентов обратных связей **K**, которая обеспечивает желаемое расположение полюсов системы. Длина вектора **P** должна быть равна числу строк матрицы **A**.

Следует заметить, что ***метод модального управления не гарантирует равенство установившейся ошибки нулю***. Для обеспечения равенства задающего воздействия и выходного сигнала системы в установившемся режиме *вводится масштабирующий коэффициент* k_0. Для его вычисления запишем уравнения состояния в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(u + k_0 g \right)$$

подставляя уравнение (6), имеем:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -3x_1 - 4x_2 + k_0 g \end{bmatrix}, \\ &y = \mathbf{Cx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_1 \end{aligned} \qquad (7)$$

В установившемся режиме получаем

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = x_2 = 0$$

и должно выполняться условие

$y = g$

Следовательно, из уравнения (7) получаем

$k_0 = 3$.

На этот коэффициент должно умножаться входное воздействие.

В пакете моделирования Simulink MATLAB для описания объекта в пространстве состояний имеется блок `State Space`. Однако этот блок не позволяет непосредственно оценивать текущее значение вектора состояния, поэтому для моделирования работы модального регулятора нужно детально описывать матричные операции.

3. Задание на лабораторную работу

1. Для варианта объекта управления, заданного матрицами **A**, **B**, **C** (см. табл.), обосновать возможность модального управления с помощью критерия управляемости, проведя дискретизацию системы для T_0 = 0.1, 1, 10 сек.

2. Рассчитать коэффициенты обратной связи, при которых обеспечивается желаемое расположение полюсов замкнутой системы. Рассмотреть два варианта — когда перерегулирование равно 30% и 0% (апериодический процесс).

Таблица

Модели в пространстве состояний

№ п/п	A	B	C
1	$\begin{bmatrix} -39 & -71 & -23 \\ 23 & 40 & 13 \\ -6,6 & -10,7 & -3,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 28000 & 84000 & 112000 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} -44 & -78 & -25 \\ 26 & 43,7 & 14 \\ -7,5 & -11,8 & -3,7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 28000 & 84000 & 112000 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -54 & -98 & -32 \\ 31 & 55 & 17,8 \\ -9 & -15 & -4,8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 35000 & 105000 & 140000 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} -60,8 & -107 & -34,7 \\ 35 & 60 & 19 \\ -10 & -16,7 & -5,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 35000 & 105000 & 140000 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} -72,4 & -130,6 & -42,5 \\ 41,5 & 73 & 23,6 \\ -12 & -20,6 & -6,6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 42000 & 126000 & 168000 \end{bmatrix}$
6	$\begin{bmatrix} -80,4 & -142,5 & -46 \\ 45,9 & 79,6 & 25,6 \\ -13,6 & -22,6 & -7,2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,228 \\ -0,127 \\ 0,038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 42000 & 126000 & 168000 \end{bmatrix}$

i п/п	A	B	C
7	$\begin{bmatrix} -100{,}5 & -174{,}4 & -56 \\ 57 & 97 & 31 \\ -17 & -28 & -8{,}9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[42000 \quad 126000 \quad 168000]$
8	$\begin{bmatrix} -13{,}2 & -16{,}3 & -4{,}7 \\ 8{,}6 & 9{,}5 & 2{,}6 \\ -2{,}4 & -1{,}6 & -0{,}3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[3500 \quad 10500 \quad 14000]$
9	$\begin{bmatrix} -11{,}4 & -16{,}7 & -5{,}13 \\ 7{,}5 & 9{,}7 & 2{,}9 \\ -2 & -1{,}6 & -0{,}36 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[7000 \quad 21000 \quad 28000]$
10	$\begin{bmatrix} -16{,}2 & -26{,}3 & -8{,}3 \\ 10{,}2 & 15 & 4{,}6 \\ -2{,}9 & -3{,}2 & -0{,}9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[14000 \quad 42000 \quad 56000]$
11	$\begin{bmatrix} -22{,}3 & -38{,}6 & -12{,}4 \\ 13{,}6 & 21{,}9 & 6{,}9 \\ -3{,}9 & -5{,}3 & -1{,}6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[21000 \quad 63000 \quad 84000]$
12	$\begin{bmatrix} -34 & -54 & -17 \\ 20 & 30{,}5 & 9{,}4 \\ -5{,}9 & -7{,}9 & -2{,}3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0{,}228 \\ -0{,}127 \\ 0{,}038 \end{bmatrix}$	$[21000 \quad 63000 \quad 84000]$

3. С помощью выбора масштабирующего коэффициента обеспечить в системе нулевую установившуюся ошибку.

4. Собрать в Simulink MATLAB структурную схему системы с модальным регулятором (не используя блок `State space`) и проверить полученные результаты.

Отчет должен содержать:

– краткие теоретические сведения;
– расчетную часть;
– структурные схемы моделирования в Simulink;
– графики переходных процессов в системе.

Лабораторная работа №4

Наблюдающие устройства

1. ***Методические указания***

Метод модального управления предполагает, что все компоненты вектора состояния **x** могут быть измерены. Однако на практике некоторые компоненты могут быть неизвестны по одной из двух причин:

- измерительных приборов может быть недостаточно;
- некоторые компоненты вектора **x** могут не иметь физического смысла.

Однако если система является наблюдаемой, то все компоненты вектора **x** могут быть восстановлены по наблюдениям вектора **y**.

Система, описываемая матрицами **A** и **C**, является наблюдаемой тогда и только тогда, когда существует конечное время $t_к$ такое, что начальное состояние **x**(0) может быть определено в результате наблюдения выходной переменной $y(t)$, $t < t_к$ при заданном управлении $u(t)$.

Наблюдаемость системы описывается условием:

$$\operatorname{rank}\left[\mathbf{C}\,|\,\mathbf{CA}\,|\,\mathbf{CA}^2\,|\ldots|\,\mathbf{CA}^{n-1}\right]^T = n$$

Для системы с одним входом и одним выходом матрица управляемости (размером $n \times n$) имеет вид:

$$\left[\mathbf{C}\,|\,\mathbf{CA}\,|\,\mathbf{CA}^2\,|\ldots|\,\mathbf{CA}^{n-1}\right]^T$$

Если детерминант этой матрицы отличен от нуля, то система наблюдаема.

Для того чтобы узнать все компоненты вектора состояния объекта, можно использовать его модель

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t),$$

где $\hat{\mathbf{x}}(t)$ — оценка состояния объекта.

Если начальное состояние объекта и модели совпадают и модель адекватна объекту, то можно полагать в любой момент времени, что

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t).$$

Однако практически добиться полной адекватности объекта и модели невозможно, невозможно может быть и полное равенство начальных условий. Поэтому на практике можно рассчитывать лишь на выполнение условия

$$\lim_{t\to\infty}\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t)$$

Подобным свойством обладают так называемые асимптотические наблюдающие устройства.

Асимптотическое наблюдающее устройство использует обратную связь по ошибке восстановления вектора состояния, так что работа наблюдающего устройства описывается уравнением

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{N}\left(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)\right)$$

где **N** — матрица параметров наблюдающего устройства.

Общий вид системы управления с наблюдателем показан на рис. I.

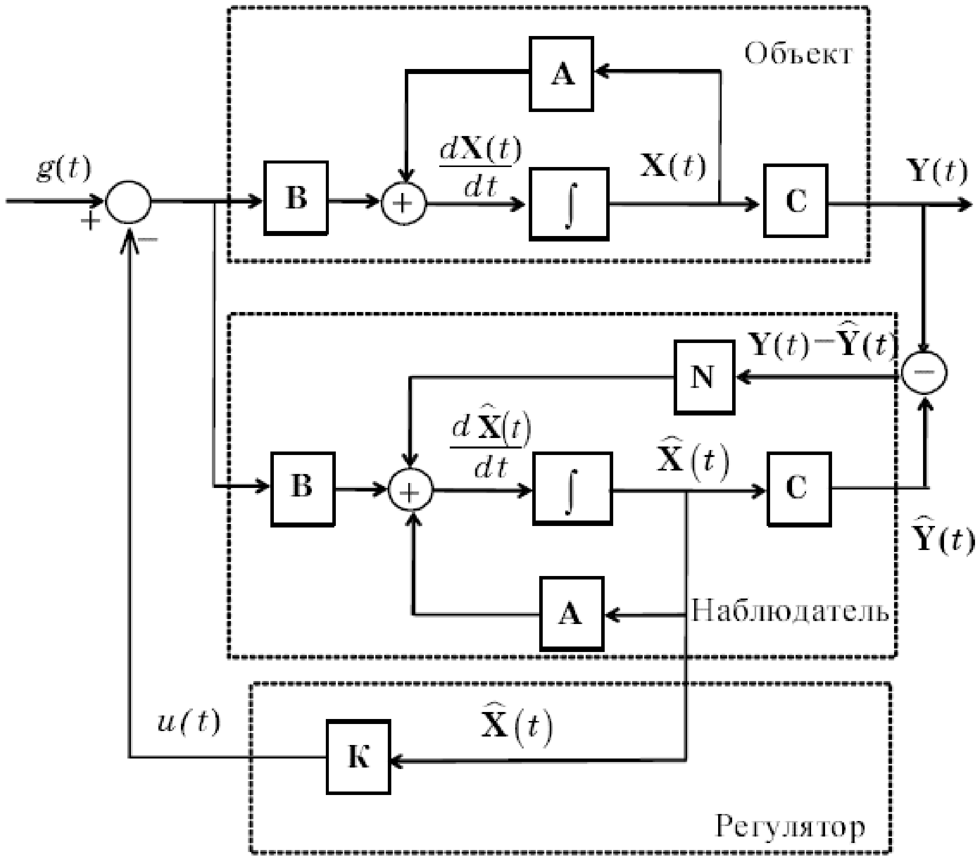

Рис. I. Структура системы управления с наблюдателем

Параметры наблюдателя и параметры регулятора могут рассчитываться независимо.

Понятно, что процессы в наблюдателе должны протекать более быстро, чем переходный процесс в системе. Эмпирически установлено, что наблюдатель должен обладать быстродействием в 2-4 раза превышающем быстродействие системы.

2. Использование MATLAB

В MATLAB для формирования модели в пространстве состояний используется функция `ss`,

```
>>sys=ss(A,B,C,D),
```

где `A,B,C,D` — матрицы модели.

Матрица наблюдаемости может быть построена с помощью функции `obsv`, которая также может вызываться в одном из вариантов:

```
>>N=obsv(A,C)
>>N=obsv(sys)
>>N=obsv(sys.A,sys.C)
```

Описанная выше функция `acker` может быть применена и для расчета коэффициентов обратных связей наблюдателя одномерной системы.

Для этого надо транспонировать матрицу **A** и заменить **B** на $\mathbf{C}^T$:

>>N=acker(A^T,C^T,P),

где `P` — вектор желаемых полюсов наблюдателя.

Например:

```
>>A=[0 1; -2 3];
>>B=[0;1];
>>C=[1 0];
>>P=[-5 -5];
>>N1=acker(A',C',P);
>>N=N1';
N=
    13
    62
```

Для последнего примера на рис. 2 приведена собранная в MATLAB Simulnk структура системы с наблюдающим устройством.

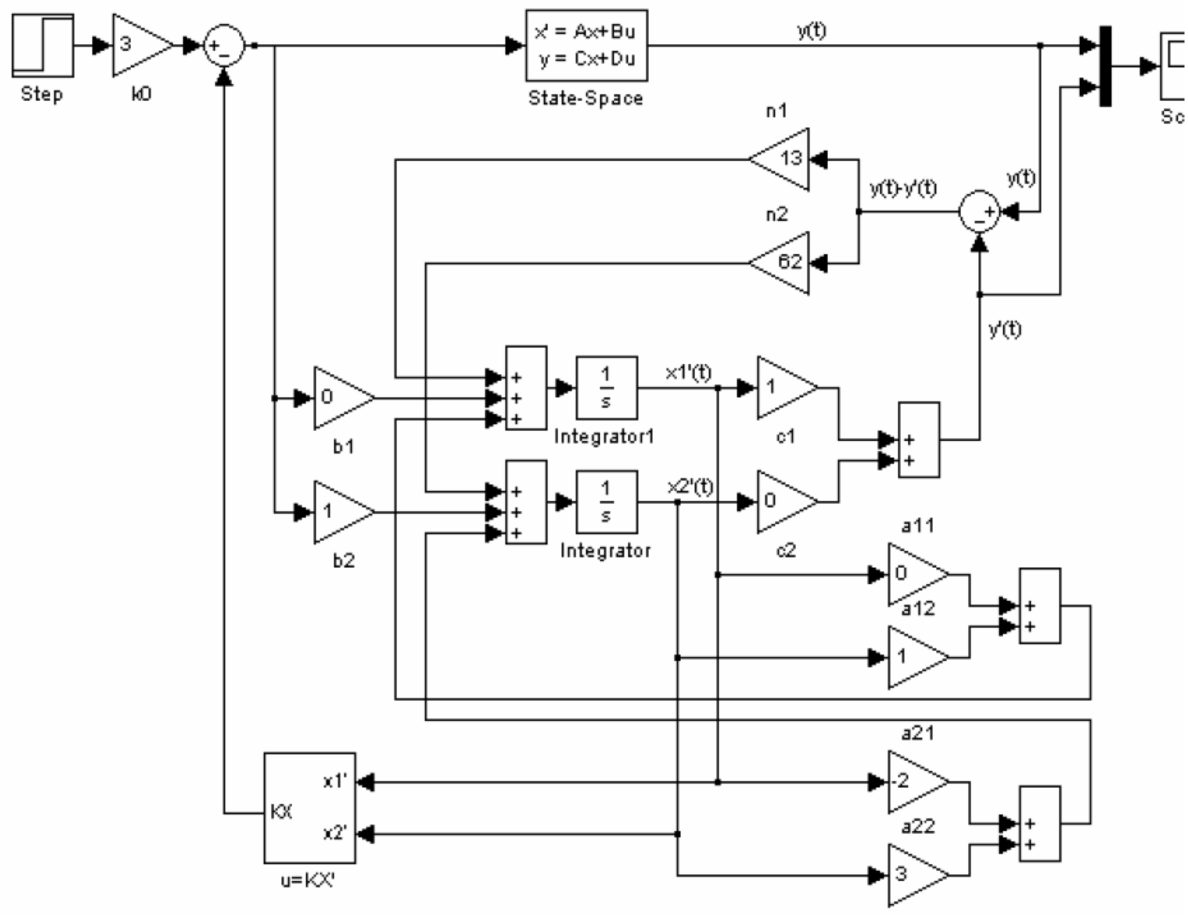

Рис. 2

Для многомерных (и одномерных) систем эту же задачу можно решить с помощью функции `place`

```
>>N=place(AT,CT,P)
```

В MATLAB существуют специальные функции для формирования наблюдателя.

Функция `estim` формирует наблюдающее устройство в виде `ss`-объекта для оценивания вектора переменных состояния модели объекта управления `sys` и для заданной матрицы коэффициентов обратных связей наблюдателя **L**:

```
>>est=estim(sys,L)
```

Функция `reg` формирует регулятор для заданной в пространстве состояний модели объекта управления `sys`, матрицы коэффициентов обратных связей по переменным состояния **К** и матрицы коэффициентов обратных связей наблюдателя **L**:

```
>>rsys=reg(sys,K,L)
```

3. Задание на лабораторную работу

1. Для варианта объекта управления, заданного матрицами **A**, **B**, **C** (см. табл. в лабораторной работе № 3) обосновать возможность модального управления с помощью критерия управляемости, проведя дискретизацию системы для $T_0 = 0.1, 1, 10$ сек.
2. Рассчитать коэффициенты обратной связи, при которой обеспечивается желаемое расположение полюсов замкнутой системы.
3. С помощью выбора масштабирующего коэффициента обеспечить в системе нулевую установившуюся ошибку.
4. Рассчитать параметры наблюдающего устройства для восстановления вектора состояния объекта.
5. Собрать в Simulink MATLAB структурную схему системы с модальным регулятором (используя блок State space) и наблюдателем. При этом объект управления представляется в непрерывной форме, а наблюдатель и регулятор — в дискретной, при заданных T_0.
6. Исследовать влияние параметров наблюдающего устройства на характер переходных процессов в системе при различных T_0 и начальных условиях.

Отчет должен содержать:

– краткие теоретические сведения;
– расчетную часть;
– структурную схему моделирования в MATLAB Simulink;
– графики переходных процессов в системе.

Список рекомендуемой литературы

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
2. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1989. 304 с.
3. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. М: Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
4. Филипс Ч., Харбор Р. Системы управления с обратной связью. М.: Лаборатория базовых знаний, 2001. 616 с.
5. Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. М.: Бином, 2004. 911 с.
6. Олссон Г., Пьяни Дж. Цифровые системы автоматизации и управления. СПб., 2001. 577 с.
7. Лазарев Ю. Ф. MATLAB 5.x. Киев: BHV, 2000.
8. Дьяконов В. Simulink4. Специальный справочник. СПб.: Питер, 2002.
9. Медведев В. С., Потемкин В. Г. Control system toolbox. MatLab 5 для студентов. М. : ДИАЛОГ-МИФИ, 1999. 287 с.