

Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана



**Отчёт по расчёту и конструированию
элементов гироскопических приборов**

Выполнение домашнего задания

Выполнил:
Давыдов Д. А.

Преподаватель:
Коновалов С. Ф.

Группа:
ИУ2-71

Москва, 23 ноября 2025 г.

Расчёт датчика момента (вариант 1)

Исходные данные:

$$\begin{aligned} D_h &= 40 \text{ мм}, \quad \delta = 4,1 \text{ мм}, \quad \Delta_t = 0,25 \text{ мм}, \quad \Delta_k = 0,2 \text{ мм}, \\ M &= 25 \quad (\text{марка магнита ЮНДК-25, исполнение БА}), \\ \alpha_r &= 5^\circ \quad (\text{рабочий угол}), \quad \theta_m = 90^\circ \quad (\text{полярный угол магнита}), \\ R &= 86 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Допущения как в методике:

$$\Delta T = 20^\circ\text{C}, \quad R_{dm} = 130 \Omega, \quad \rho_{Cu} = 0,017 \Omega \cdot \text{мм}^2/\text{м}, \quad K_{зап} = 0,5.$$

Материал магнитопровода: сталь Армко, допустимая индукция в ярме $\approx 1,8 \dots 1,9$ Тл. Магнит: ЮНДК-25БА; остаточная индукция после термостабилизации порядка $B_c \approx 0,486$ Тл, коэрцитивная сила порядка $H_c \approx 50$ кА/м.

1 Геометрический расчёт датчика момента

1.1 Определение рабочих углов

Рабочий угол катушки θ_k принимается как

$$\theta_k = 0,9\theta_m - 2\alpha_r.$$

$$\theta_k = 0,9 \cdot 90^\circ - 2 \cdot 5^\circ = 81^\circ - 10^\circ = 71^\circ.$$

1.2 Длина датчика по оси

Длина датчика по оси (наружный габарит по высоте) принимается как

$$L_h = \frac{D_h}{1,5}.$$

$$L_h = \frac{40 \text{ мм}}{1,5} = 26,67 \text{ мм.}$$

1.3 Толщина катушки

$$h_k = \delta - 2\Delta_t - \Delta_k.$$

$$h_k = 4,1 - 2 \cdot 0,25 - 0,2 = 4,1 - 0,5 - 0,2 = 3,4 \text{ мм.}$$

1.4 Толщина магнитопровода

Толщина кольца магнитопровода b_k выбирается из условия недопущения глубокого насыщения ярма. В методике вначале берут оценку порядка $0,07D_h$, затем корректируют по индукции. Подобранное значение:

$$b_k = 1,86 \text{ мм.}$$

Это даёт максимальную индукцию в магнитопроводе

$$B_{\max} \approx 1,85 \text{ Тл} \in [1,8; 1,9] \text{ Тл},$$

что допустимо.

1.5 Средний радиус катушки

Средний радиус положения проводников в зазоре:

$$R_{\text{ср.к}} = \frac{D_{\text{н}}}{2} - b_k - \Delta_t - \frac{h_k}{2}.$$

$$R_{\text{ср.к}} = 20 - 1,86 - 0,25 - \frac{3,4}{2} = 20 - 1,86 - 0,25 - 1,70 = 16,19 \text{ мм.}$$

1.6 Габариты магнита

Диаметр магнита:

$$D_m = D_{\text{н}} - 2(b_k + \delta).$$

$$D_m = 40 - 2(1,86 + 4,1) = 40 - 2 \cdot 5,96 = 40 - 11,92 = 28,08 \text{ мм.}$$

Толщина магнита:

$$b_m = L_{\text{н}} - 2(h_k + \Delta_t + \Delta_k).$$

$$b_m = 26,67 - 2(3,4 + 0,25 + 0,2) = 26,67 - 2 \cdot 3,85 = 26,67 - 7,70 = 18,97 \text{ мм.}$$

Ширина магнита:

$$a_m = D_m \sin \frac{\theta_m}{2} = 28,08 \cdot \sin 45^\circ = 28,08 \cdot 0,7071 = 19,86 \text{ мм.}$$

1.7 Ширина рабочей зоны катушки по дуге

Проекция активной части катушки по дуге:

$$S_k = 2R_{\text{ср.к}} \sin \frac{\theta_k}{2}.$$

$$S_k = 2 \cdot 16,19 \cdot \sin \frac{71^\circ}{2} = 32,38 \cdot \sin 35,5^\circ \approx 32,38 \cdot 0,580 \approx 18,80 \text{ мм.}$$

Длина дуги по средней линии катушки:

$$l_{\text{дуги}} = R_{\text{ср.к}} \cdot \theta_k \quad (\theta_k \text{ в радианах}).$$

Переводим 71° в радианы:

$$\theta_k = 71^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = 1,239 \text{ рад.}$$

Тогда

$$l_{\text{дуги}} = 16,19 \cdot 1,239 \approx 20,06 \text{ мм.}$$

1.8 Площадь окна катушки

Площадь окна обмотки:

$$S_{\text{окна}} = l_{\text{дуги}} \cdot h_k.$$

$$S_{\text{окна}} = 20,06 \cdot 3,4 \approx 68,21 \text{ мм}^2.$$

2 Магнитный расчёт

2.1 Схема магнитной цепи

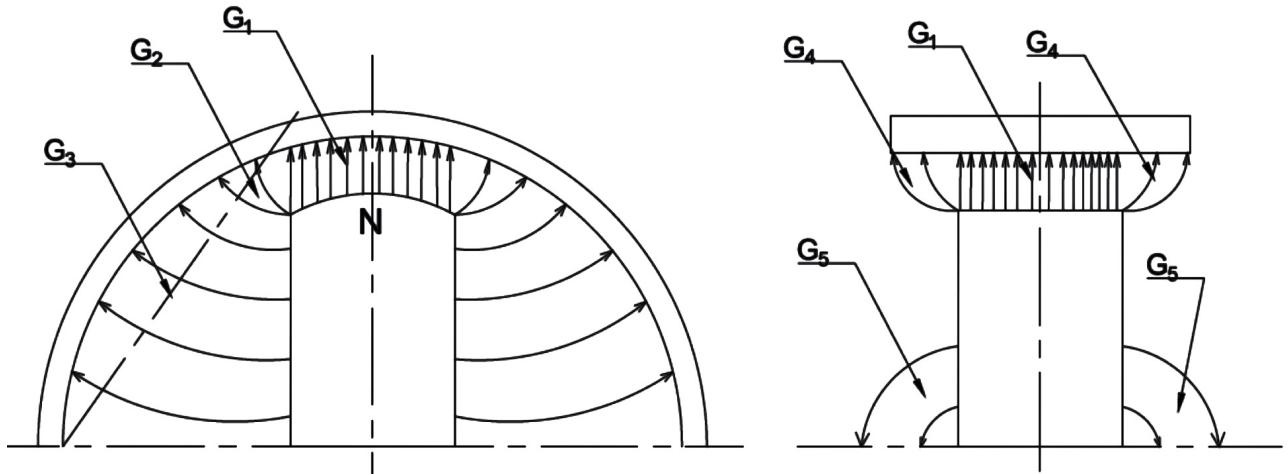


Рис. 1: Схема магнитной цепи датчика момента

Магнитная система датчика момента представляет собой осесимметричную конструкцию с постоянным магнитом, расположенным внутри ярма. Магнитный поток замыкается по пути:

магнит \longrightarrow рабочий зазор \longrightarrow магнитопровод \longrightarrow магнит.

Расчёт проводится согласно принятым допущениям:

$$\Delta T = 20^\circ\text{C}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ /}.$$

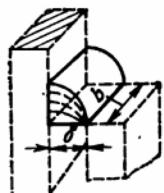
Параметры магнита:

$$B_c \approx 0,486, \quad H_c \approx 50 \text{ kA/m.}$$

2.2 Проводимости участков магнитной цепи

Основной полюсный зазор G_1 и крайние участки G_2, G_4

Для расчёта проводимостей прямоугольных участков используется формула для «ребра-границ» (проводимость цилиндрического квадранта) (3-213):



2. Ребро — грань (проводимость цилиндрического квадранта):

$$\Lambda = 0,52\mu_0 b \quad (3-213)$$

Рис. 2: Ребро-граница: проводимость цилиндрического квадранта, формула (3-213)

Проводимость цилиндрического зазора определяется формулой:

$$G_1 = \frac{\mu_0 b_m (\pi/2)}{\ln \frac{D_m + 2\delta}{D_m}}.$$

Подстановка исходных данных:

$$D_m = 28,08 \text{ мм} = 28,08 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$b_m = 18,97 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\delta = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\ln \frac{D_m + 2\delta}{D_m} = \ln(1,292) = 0,256.$$

$$G_1 = 1,46 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

Проводимости боковых зазоров G_2 и G_4

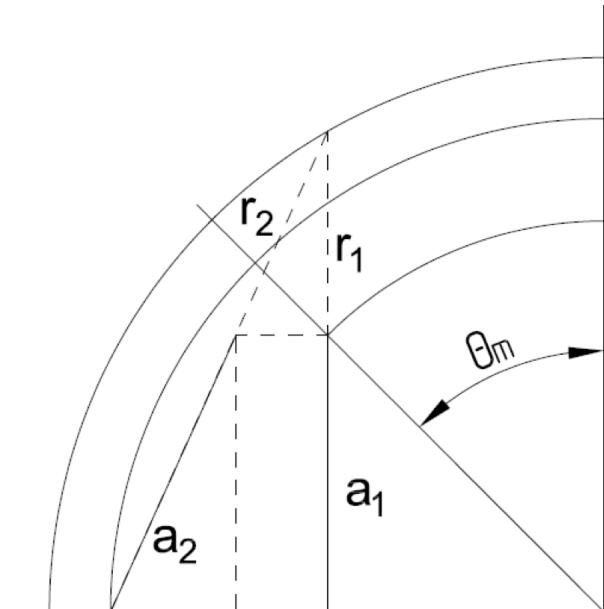
Как для прямоугольной щели:

$$G_2 = G_4 = 0,52 \mu_0 b_m.$$

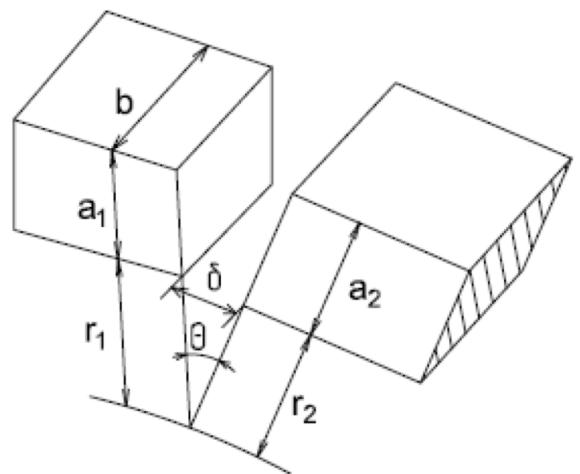
$$G_2 = G_4 = 1,24 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Проводимость G_3

Для оценки проводимости участка растекания поля через цилиндрическую поверхность выполняется аппроксимация криволинейной области эквивалентной системой плоских поверхностей (рис. 3).



(a) Определение размеров a_1 , a_2 , r_1 , r_2 , угла θ_m



(b) Эквивалентная плоская модель для расчёта проводимости G_3

Рис. 3: Геометрия участка растекания магнитного потока при вычислении G_3

Проводимость растекания через цилиндрическую поверхность вычисляется по формуле (аппроксимация цилиндра плоскими поверхностями):

$$G_3 = \Lambda_1 - \Lambda_2,$$

где

$$\Lambda_1 = \frac{\mu_0 b_m}{\theta} \frac{(a_0 + r_0 - r_5) \ln \left(1 + \frac{a_5}{r_5}\right) + a_5 \ln \frac{a_0 + r_0}{r_5}}{a_0 + a_5 + r_0 - r_5},$$

$$\Lambda_2 = \frac{\mu_0 b_m}{\theta} \frac{a_5 \ln \frac{r_0}{r_5} + (r_0 - r_5) \ln \left(1 + \frac{a_5}{r_5}\right)}{a_5 + r_0 - r_5}.$$

Геометрические параметры участка растекания (см. рис. 3):

$$a_0 = \frac{D_m}{2} \sin \frac{180^\circ - \theta_m}{2} = \frac{28,08}{2} \sin 45^\circ = 9,93 \text{ мм},$$

$$a_5 = \frac{a_0}{\cos \frac{180^\circ - \theta_m}{4}} = \frac{9,93}{\cos 22,5^\circ} = 10,75 \text{ мм},$$

$$r_0 = \left(\frac{\frac{D_h}{2} - b_k}{\cos \frac{180^\circ - \theta_m}{4}} - \frac{D_m}{2} \cos \frac{180^\circ - \theta_m}{2} \right) \tan \left(90^\circ - \frac{180^\circ - \theta_m}{4} \right) - a_0$$

$$= \left(\frac{20 - 1,86}{\cos 22,5^\circ} - \frac{28,08}{2} \cos 45^\circ \right) \tan 67,5^\circ - 9,93 = 13,51 \text{ мм},$$

$$r_5 = \frac{r_0}{\cos \frac{180^\circ - \theta_m}{4}} = \frac{13,51}{\cos 22,5^\circ} = 14,62 \text{ мм},$$

$$\theta = \arccos \frac{a_0 + r_0}{a_5 + r_5} = \arccos \frac{9,93 + 13,51}{10,75 + 14,62} = 22,5^\circ = 0,3927 \text{ рад.}$$

Вычислим общий множитель:

$$\frac{\mu_0 b_m}{\theta} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 18,97 \cdot 10^{-3}}{0,3927} \approx 6,07 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Далее:

$$\text{числитель}_1 = (a_0 + r_0 - r_5) \ln \left(1 + \frac{a_5}{r_5}\right) + a_5 \ln \frac{a_0 + r_0}{r_5}$$

$$= (9,93 + 13,51 - 14,62) \ln \left(1 + \frac{10,75}{14,62}\right) + 10,75 \ln \frac{9,93 + 13,51}{14,62}$$

$$\approx 9,93,$$

$$\text{знаменатель}_1 = a_0 + a_5 + r_0 - r_5 = 9,93 + 10,75 + 13,51 - 14,62 \approx 19,56,$$

$$\frac{\text{числитель}_1}{\text{знаменатель}_1} \approx \frac{9,93}{19,56} \approx 0,508,$$

$$\Lambda_1 = 6,07 \cdot 10^{-8} \cdot 0,508 \approx 3,08 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Аналогично для второй дроби:

$$\text{числитель}_2 = a_5 \ln \frac{r_0}{r_5} + (r_0 - r_5) \ln \left(1 + \frac{a_5}{r_5}\right)$$

$$= 10,75 \ln \frac{13,51}{14,62} + (13,51 - 14,62) \ln \left(1 + \frac{10,75}{14,62}\right)$$

$$\approx -1,46,$$

$$\text{знаменатель}_2 = a_5 + r_0 - r_5 = 10,75 + 13,51 - 14,62 \approx 9,63,$$

$$\frac{\text{числитель}_2}{\text{знаменатель}_2} \approx \frac{-1,46}{9,63} \approx -0,152,$$

$$\Lambda_2 = 6,07 \cdot 10^{-8} \cdot (-0,152) \approx -0,92 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Тогда

$$G_3 = \Lambda_1 - \Lambda_2 \approx (3,08 - (-0,92)) \cdot 10^{-8} = 4,00 \cdot 10^{-8} \text{ Гн.}$$

Поскольку $G_5 \ll G_1$, проводимостью G_5 в дальнейших расчётах будем пренебрегать.

2.3 Преобразование магнитной цепи

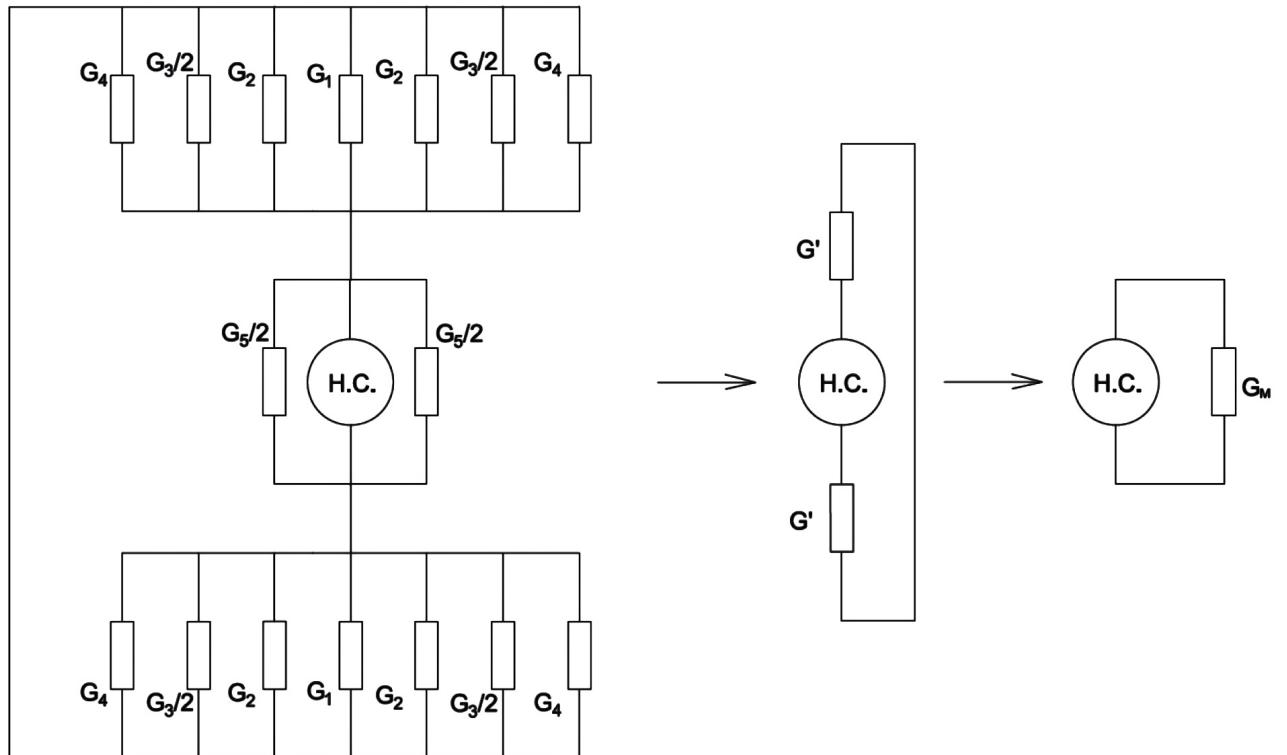


Рис. 4: Преобразование схемы магнитной цепи к эквивалентной проводимости G_M

Полная проводимость одной стороны схемы:

$$\begin{aligned} G_2 + G_4 + \frac{G_3}{2} &= 1,24 \cdot 10^{-8} + 1,24 \cdot 10^{-8} + 2,00 \cdot 10^{-8} \\ &= 4,48 \cdot 10^{-8}, \end{aligned}$$

$$2(G_2 + G_4 + G_3/2) = 8,96 \cdot 10^{-8},$$

$$G' = 1,46 \cdot 10^{-7} + 8,96 \cdot 10^{-8} = 2,36 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

Эквивалентная проводимость половины цепи:

$$G_M = \frac{G'}{2} = 1,18 \cdot 10^{-7} \text{ Гн.}$$

2.4 Размагничивание магнита

После термостабилизации:

$$B_d = 0,9B_H = 0,486 \text{ Тл.}$$

Коэффициент рассеивания:

$$K_{\text{пacc}} = \frac{G_{\text{м}}}{G_1/2} = \frac{1,18 \cdot 10^{-7}}{0,73 \cdot 10^{-7}} = 1,62.$$

2.5 Средняя индукция в рабочем зазоре

$$B_{\delta, \text{cp}} = \frac{2B_d \sin(\theta_k/2)}{(1 + \delta/D_m) K_{\text{пacc}} \theta_k}.$$

$$B_{\delta, \text{cp}} = \frac{2 \cdot 0,486 \cdot \sin 35,5^\circ}{(1 + 4,1/28,08) \cdot 1,62 \cdot 1,239} = 0,246 \text{ Тл.}$$

2.6 Максимальная индукция в магнитопроводе

$$B_M = B_d \frac{a_m b_m}{2L_n b_k}.$$

$$B_M = 0,486 \cdot \frac{19,86 \cdot 18,97}{2 \cdot 26,67 \cdot 1,86} = 1,85 \text{ Тл.}$$

Требование насыщения ярма выполняется:

$$1,8 \text{ Тл} \leq B_M \leq 1,9 \text{ Тл.}$$

3 Расчёт обмотки датчика момента

3.1 Средняя длина одного витка

Средняя длина одного витка рамки учитывает дуговой участок в зазоре и два возвратных участка вдоль боковых стенок. По методическим выкладкам принимаем

$$l_{\text{вит cp}} \approx 0,1113 \text{ м.}$$

3.2 Число витков

Число витков определяется из условия требуемого сопротивления обмотки:

$$w = \sqrt{\frac{S_{\text{окна}} K_{\text{зап}} R_{\text{дм}}}{l_{\text{вит cp}} \rho_{\text{Cu}}}}.$$

Подстановка чисел:

$$w = \sqrt{\frac{68,21 \text{ мм}^2 \cdot 0,5 \cdot 130 \Omega}{0,1113 \text{ м} \cdot 0,017 \Omega \cdot \text{мм}^2/\text{м}}} = \sqrt{\frac{68,21 \cdot 0,5 \cdot 130}{0,1113 \cdot 0,017}} \approx \sqrt{2,342 \cdot 10^6} \approx 1,53 \cdot 10^3.$$

Получаем:

$$w \approx 1,53 \cdot 10^3 \text{ витков} \approx 1531 \text{ виток.}$$

3.3 Сечение провода и диаметр

Сечение одного проводника:

$$S_{\text{пров}} = \frac{S_{\text{окна}} K_{\text{зап}}}{w} = \frac{68,21 \cdot 0,5}{1531} \approx 0,0223 \text{ мм}^2.$$

Эквивалентный диаметр круглого провода:

$$d = \sqrt{\frac{4S_{\text{пров}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,0223}{\pi}} \approx 0,168 \text{ мм.}$$

Итого:

$$d \approx 0,17 \text{ мм.}$$

4 Тепловой расчёт и допустимый ток

4.1 Площадь охлаждающей поверхности датчика

Охлаждающую поверхность оцениваем как сумму площади цилиндрической боковой поверхности и двух торцевых кругов:

$$S_{\text{пов}} = 2 \cdot \frac{\pi D_{\text{h}}^2}{4} + \pi D_{\text{h}} L_{\text{h}}.$$

Переведём размеры в сантиметры:

$$D_{\text{h}} = 40 \text{ мм} = 4,0 \text{ см}, \quad L_{\text{h}} = 26,67 \text{ мм} = 2,667 \text{ см.}$$

Тогда

$$S_{\text{пов}} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot (4,0 \text{ см})^2}{4} + \pi \cdot 4,0 \text{ см} \cdot 2,667 \text{ см} \approx 58,64 \text{ см}^2.$$

4.2 Допустимая мощность нагрева

Плотность теплоотдачи примем

$$\alpha = 0,7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}}, \quad \Delta T = 20^\circ\text{C}.$$

Тогда допустимая мощность:

$$P = \alpha S_{\text{пов}} \Delta T = 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 58,64 \cdot 20 \approx 0,821 \text{ Вт.}$$

4.3 Ток обмотки

Ток, соответствующий этой мощности при сопротивлении обмотки $R_{\text{дм}}$:

$$I = \sqrt{\frac{P}{R_{\text{дм}}}} = \sqrt{\frac{0,821}{130}} = \sqrt{6,315 \cdot 10^{-3}} \approx 0,0795 \text{ А.}$$

Итого:

$$I \approx 79,5 \text{ мА.}$$

5 Электромагнитный момент и удельные показатели

5.1 Активная площадь рамки

Активная площадь проводников в поле (эффективная площадь рамки):

$$S_{\text{акт}} = b_m \cdot \left(D_m + 2(\Delta_t + \Delta_k + \frac{h_k}{2}) \right).$$

Подстановка (в мм):

$$S_{\text{акт}} = 18,97 \cdot \left(28,08 + 2(0,25 + 0,2 + 1,7) \right).$$

Сначала посчитаем внутреннюю скобку:

$$\Delta_t + \Delta_k + \frac{h_k}{2} = 0,25 + 0,2 + 1,7 = 2,15 \text{ мм},$$

$$2 \cdot 2,15 = 4,30 \text{ мм},$$

$$28,08 + 4,30 = 32,38 \text{ мм.}$$

Тогда

$$S_{\text{акт}} = 18,97 \cdot 32,38 \approx 614,14 \text{ мм}^2 = 6,1414 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

5.2 Электромагнитный момент

Момент, создаваемый рамочной обмоткой в поле B_δ :

$$M = B_\delta \cdot I \cdot w \cdot S_{\text{акт}}.$$

Подстановка:

$$M = 0,246 \text{ Тл} \cdot 0,0795 \text{ А} \cdot 1531 \cdot 6,1414 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Вычислим:

$$M \approx 0,0184 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Перевод в Н · см:

$$M \approx 0,0184 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1,84 \text{ Н} \cdot \text{см.}$$

5.3 Масса датчика и критерий качества

Оценим “вес” (силу тяжести) датчика как цилиндра со средним удельным весом $\gamma_{\text{ср}}$. В методике для датчика момента берут:

$$\gamma_{\text{ср}} \approx 0,0624 \frac{\text{Н}}{\text{см}^3}.$$

Объём:

$$V = \frac{\pi D_{\text{h}}^2}{4} \cdot L_{\text{h}}.$$

В сантиметрах:

$$D_{\text{h}} = 4,0 \text{ см}, \quad L_{\text{h}} = 2,667 \text{ см.}$$

Тогда

$$V = \frac{\pi \cdot 4,0^2}{4} \cdot 2,667 = \pi \cdot 4,0 \cdot 2,667 \approx 33,51 \text{ см}^3.$$

Вес датчика:

$$G_{\text{дм}} = \gamma_{\text{cp}} \cdot V = 0,0624 \cdot 33,51 \approx 2,09 \text{ Н.}$$

Критерий качества датчика момента:

$$K = \frac{M}{\sqrt{P} G_{\text{дм}}}.$$

$$K = \frac{1,84 \text{ Н} \cdot \text{см}}{\sqrt{0,821 \text{ Вт}} \cdot 2,09 \text{ Н}} = \frac{1,84}{0,906 \cdot 2,09} \approx 0,97 \frac{\text{см}}{\sqrt{\text{Вт}}}.$$

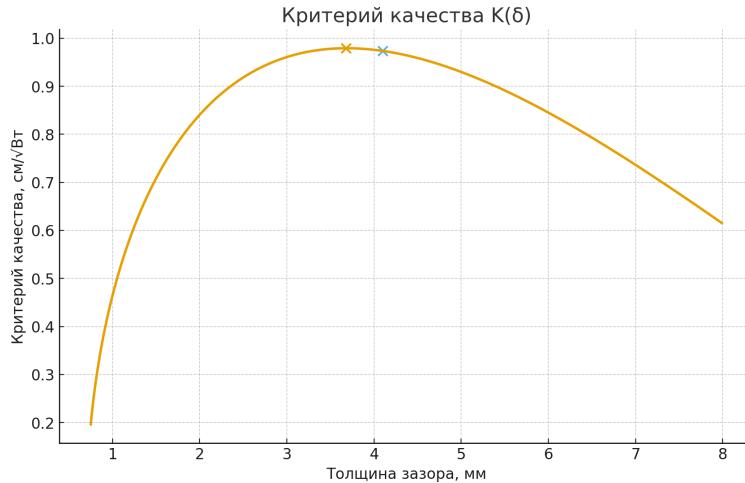


Рис. 5: Зависимость критерия качества от толщины зазора. Отмечены точка максимума и расчетный рабочий вариант.

Вывод по варианту 1

- Толщина ярма (магнитопровода): $b_k = 1,86 \text{ мм}$, при этом $B_{\text{max}} \approx 1,85 \text{ Тл} \in [1,8; 1,9] \text{ Тл}$, т.е. насыщение допустимо.
- Размеры магнита: $D_m = 28,08 \text{ мм}$, $b_m = 18,97 \text{ мм}$, $a_m = 19,86 \text{ мм}$.
- Площадь окна катушки: $S_{\text{окна}} \approx 68,21 \text{ мм}^2$.
- Число витков: $w \approx 1531$ виток.
- Диаметр провода: $d \approx 0,17 \text{ мм}$ (эмалированный провод).
- Допустимая мощность нагрева: $P \approx 0,821 \text{ Вт}$.
- Рабочий ток обмотки: $I \approx 79,5 \text{ мА}$.
- Электромагнитный момент: $M \approx 1,84 \text{ Н} \cdot \text{см}$.
- Масса (по весу): $G_{\text{дм}} \approx 2,09 \text{ Н}$.
- Критерий качества: $K \approx 0,97 \text{ см}/\sqrt{\text{Вт}}$.

Все значения получены для варианта 1 при $D_h = 40 \text{ мм}$, $\delta = 4,1 \text{ мм}$, $\Delta_t = 0,25 \text{ мм}$, $\Delta_k = 0,2 \text{ мм}$, магнит ЮНДК-25БА.