Введение.

Передаточная функция $W(p)$ — это отношение преобразования Лапласа выходного сигнала к входному при нулевых начальных условиях:

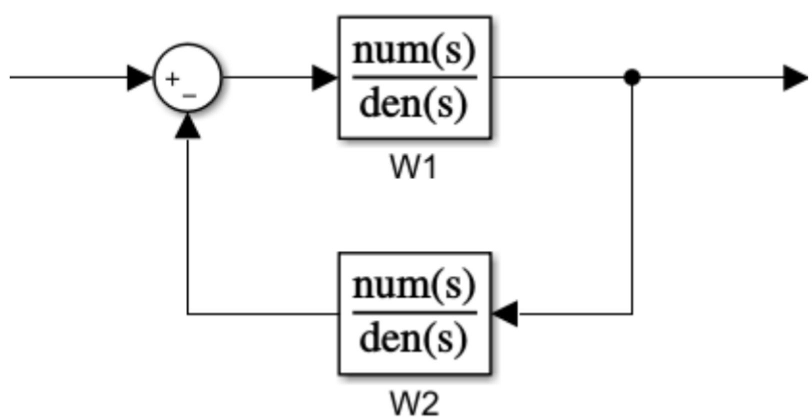
$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}$$

где p — переменная Лапласа, $U(p)$ — входной сигнал, $Y(p)$ — выходной сигнал.

Для варианта 7 передаточные функции:

$$W_1(p) = \frac{p^2 - p + 1}{p^3 + 4p^2 + 4p + 1}$$

$$W_2(p) = \frac{5p + 2}{p^3 + 3p + 1}$$



Характеристический полином и устойчивость

Характеристический полином определяется знаменателем передаточной функции:

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$$

Корни характеристического полинома (полюсы передаточной функции) определяют динамические свойства системы[1]:

- **Устойчивость:** Все полюсы должны находиться в левой полуплоскости комплексной плоскости (иметь отрицательные вещественные части)
- **Качество переходного процесса:** Расположение полюсов влияет на время регулирования и перерегулирование

Частотные характеристики

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАХ) показывает зависимость амплитуды от частоты в логарифмическом масштабе:

$$L(\omega) = 20\lg\,|W(j\omega)|, \text{дБ}$$

Корневой годограф — это геометрическое место полюсов передаточной функции замкнутой системы при изменении коэффициента усиления от 0 до ∞[1].

Переходный процесс — это реакция системы на единичное ступенчатое воздействие.

Разомкнутая система (по разомкнутому контуру):

Передаточная функция разомкнутой системы равна произведению передаточных функций элементов в прямой цепи:

$$W_{\text{раз}}(p) = W_1(p) \cdot W_2(p)$$

Замкнутая система (с отрицательной обратной связью):

Передаточная функция замкнутой системы с единичной отрицательной обратной связью:

$$W_{\text{замк}}(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p)}$$

где $W(p)$ — передаточная функция разомкнутого контура.

Эталонная модель ЛА-САУ

Модель объекта управления (самолёта) задаётся передаточной функцией второго порядка[1]:

$$W_{\omega_z}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{p^2 + a_1 p + a_0}$$

где ω_z — приращение угловой скорости тангажа, $\delta_{\text{в}}$ — угол отклонения руля высоты.

Эталонная модель определяется дифференциальным уравнением второго порядка:

$$\ddot{\omega}_z^* + g_1 \dot{\omega}_z^* + g_0 \omega_z^* = g_0 \omega_{z0}$$

где $\omega_{z0} = \text{const}$ — задающее воздействие.

Расчёт параметров эталонной модели по заданным коэффициенту демпфирования ξ и времени регулирования $t_{\text{рег}}$:

$$T \approx \frac{t_{\text{рег}}}{3} \text{ (постоянная времени)}$$

$$\omega = \frac{1}{T} \text{ (собственная частота)}$$

$$g_1 = 2\xi\omega$$

$$g_0 = \omega^2$$

Для режима полёта 3 (вариант 7):

- $a_0 = 121.4$
- $a_1 = 4.66$
- $b_0 = 96.6$
- $b_1 = 42.0$
- Коэффициент демпфирования $\xi \in \{0.4, 0.7, 1.0\}$
- Время регулирования $t_{\text{рег}} = 3$ с

Передаточная функция объекта:

$$W_{\omega_z}(p) = \frac{42.0 \cdot p + 96.6}{p^2 + 4.66p + 121.4}$$

1. Анализ динамической системы с использованием функций MATLAB

```
% W1 = (p^2 - p + 1) / (p^3 + 4p^2 + 4p + 1)
num1 = [1 -1 1];
den1 = [1 4 4 1];
W1 = tf(num1, den1);

% W2 = (5p + 2) / (p^3 + 3p + 1)
num2 = [5 2];
den2 = [1 0 3 1];
W2 = tf(num2, den2);

% Разомкнутая система
W = W1;

% Замкнутая с отрицательной ОС
W_cl = feedback(W1, W2);  % feedback(G, H) = G/(1+GH)
```

```
--- 1. Задание передаточных функций ---
Передаточная функция W1:

W1 =

       s^2 - s + 1
  ---------------------
  s^3 + 4 s^2 + 4 s + 1

Continuous-time transfer function.
Передаточная функция W2:

W2 =

     5 s + 2
  -------------
  s^3 + 3 s + 1

Continuous-time transfer function.
Разомкнутая система W (W = W1):
```

```
W =

       s^2 - s + 1
  ---------------------
  s^3 + 4 s^2 + 4 s + 1

Continuous-time transfer function.
Замкнутая система W_cl = W1 / (1 + W1*W2):

W_cl =

        s^5 - s^4 + 4 s^3 - 2 s^2 + 2 s + 1
  ------------------------------------------------
  s^6 + 4 s^5 + 7 s^4 + 19 s^3 + 13 s^2 + 10 s + 3

Continuous-time transfer function.
```

2. Анализ свойств динамической системы (MATLAB)

Характеристический полином:

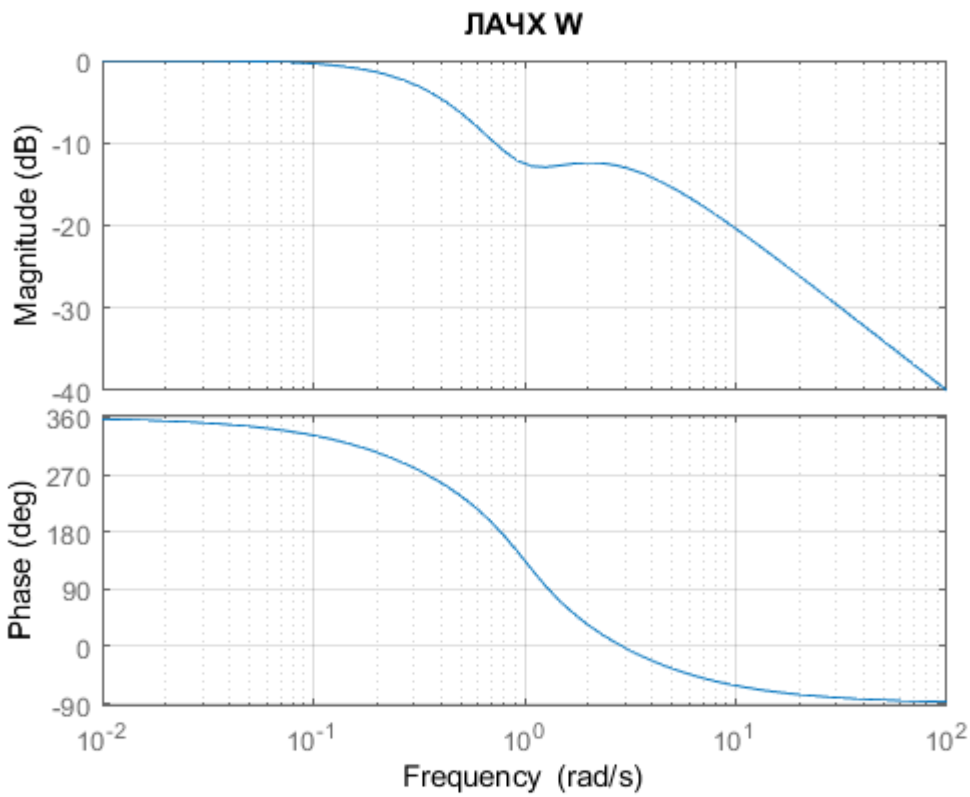
$$D(p) = p^3 + 4p^2 + 4p + 1 = 0$$

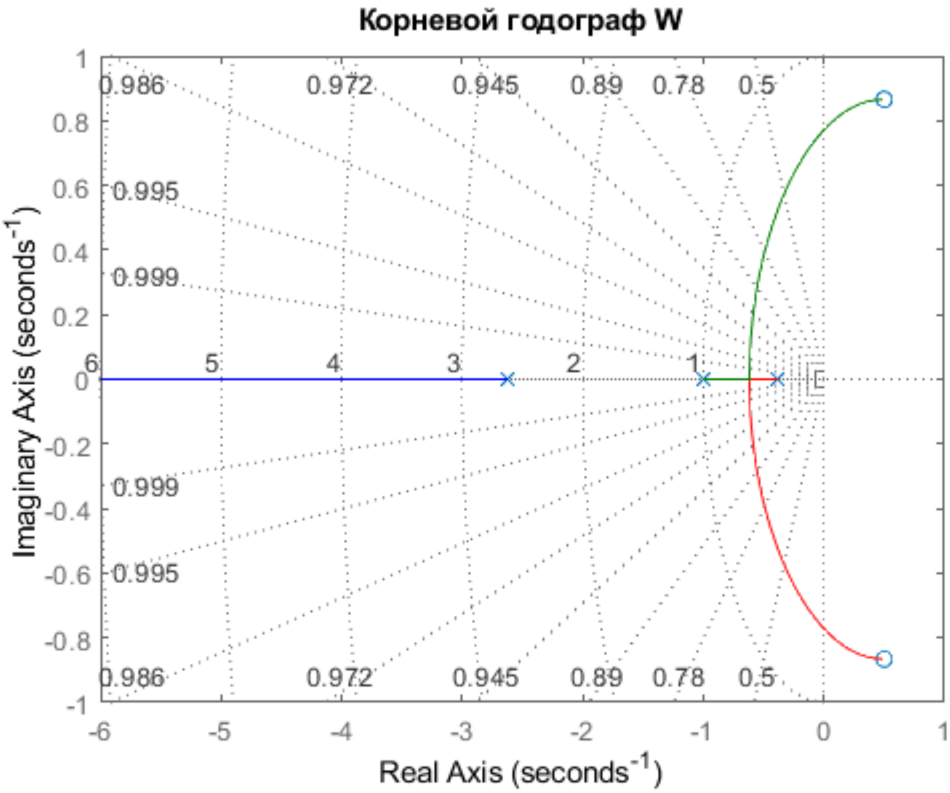
```
% Корни знаменателя W1
roots_W1 = roots(den1)

% ЛАЧХ
figure; bode(W); grid on; title('ЛАЧХ W')
% Корневой годограф
figure; rlocus(W); grid on; title('Корневой годограф W')
% Переходный процесс
figure; step(W); grid on; title('Переходная характеристика W')
```

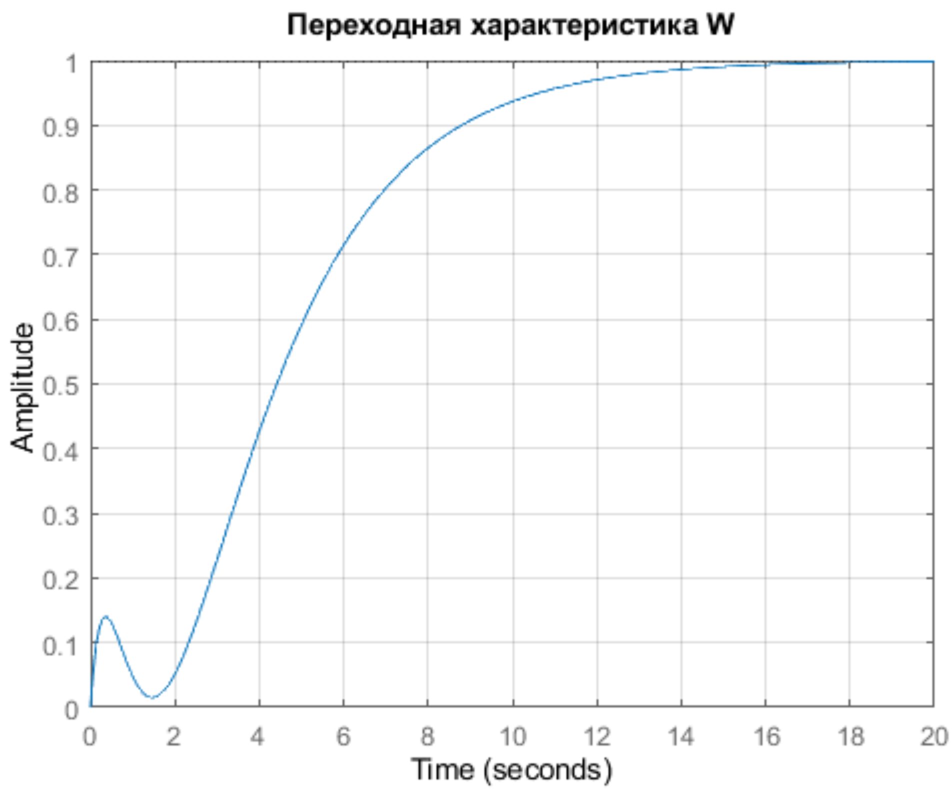
```
--- 2. Анализ системы ---

Корни характеристического полинома W1:
```

```
roots_W1 =

     -2.618
         -1
   -0.38197
```

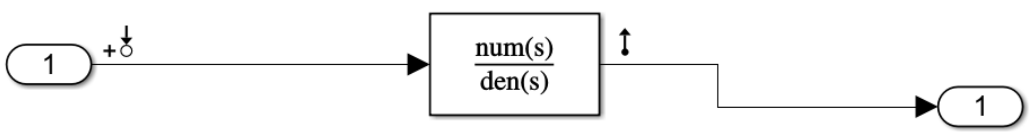
Построение графиков: ЛАЧХ, Корневой годограф, Годограф Найквиста, Переходная характеристика.

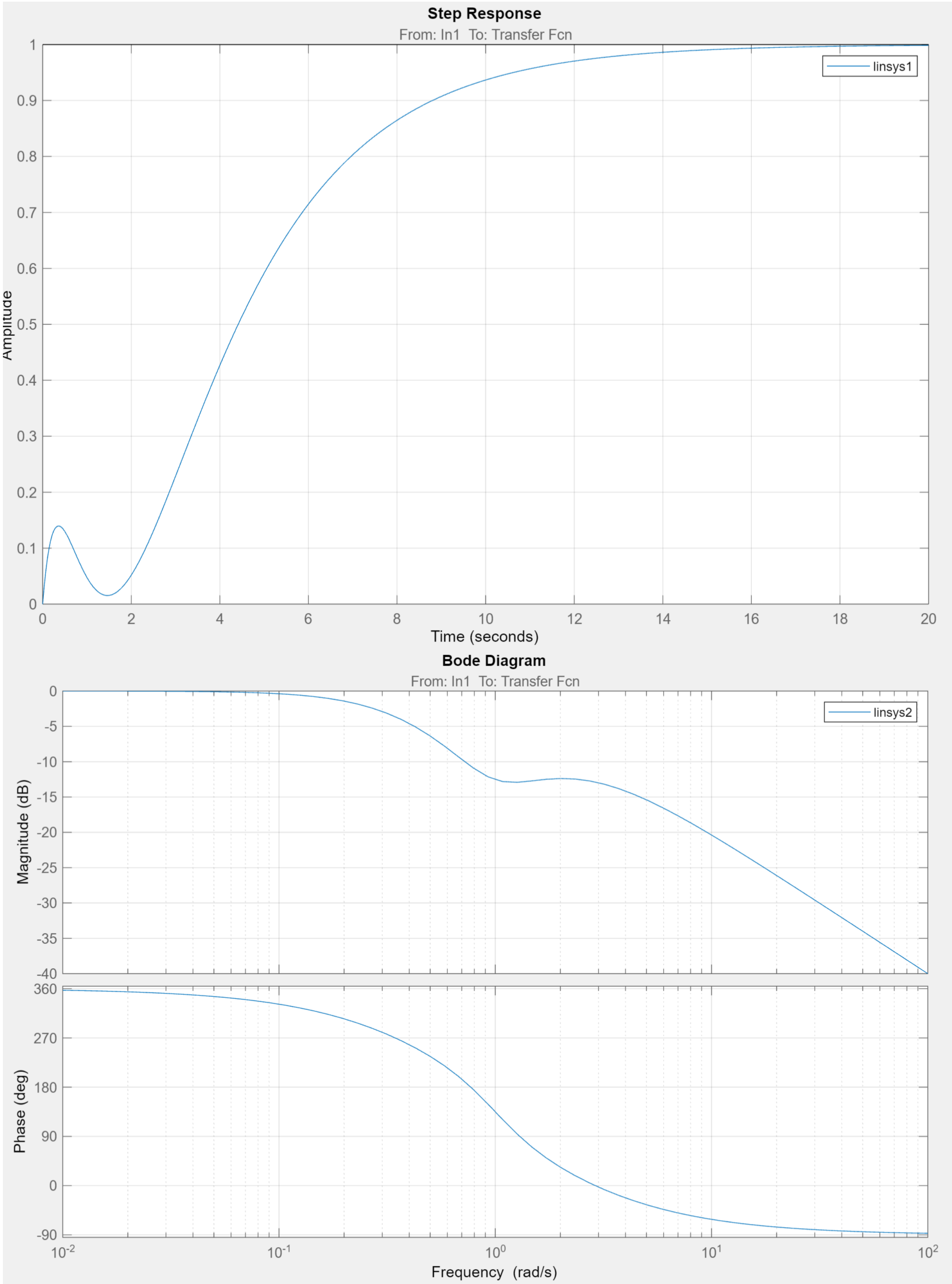


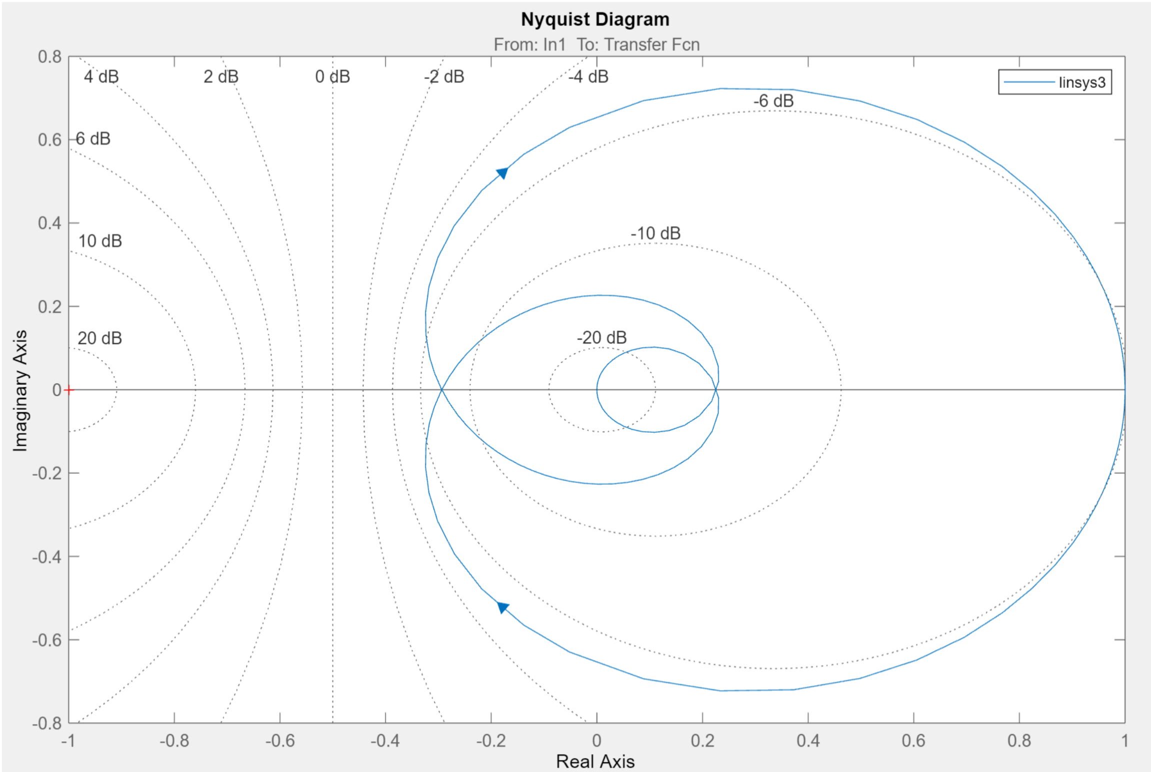

Корневой годограф W
Imaginary Axis (seconds^-1)
Real Axis (seconds^-1)
0.986
0.972
0.945
0.89
0.78
0.5
0.995
0.999
1
2
3
4
5
6



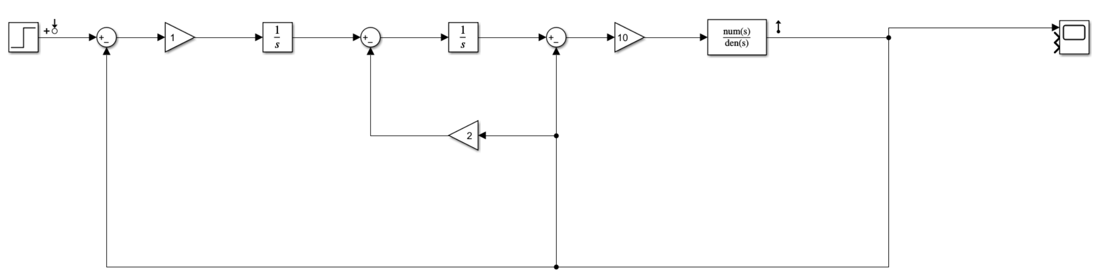
3. Анализ динамической системы в Simulink




Step Response
From: In1 To: Transfer Fcn
Amplitude
Time (seconds)
linsys1
Bode Diagram
From: In1 To: Transfer Fcn
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
linsys2



4. Система ЛА-САУ в Simulink



Описание:
Модель объекта управления (самолёта) описывается линейной передаточной функцией второго порядка, связывающей угол отклонения руля высоты с угловой скоростью тангажа.

Передаточная функция объекта:

$$W_{\omega_z}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{p^2 + a_1 p + a_0}$$

Для режима полёта 3 (вариант 7):

$$W_{\omega_z}(p) = \frac{42.0 \cdot p + 96.6}{p^2 + 4.66 \cdot p + 121.4}$$

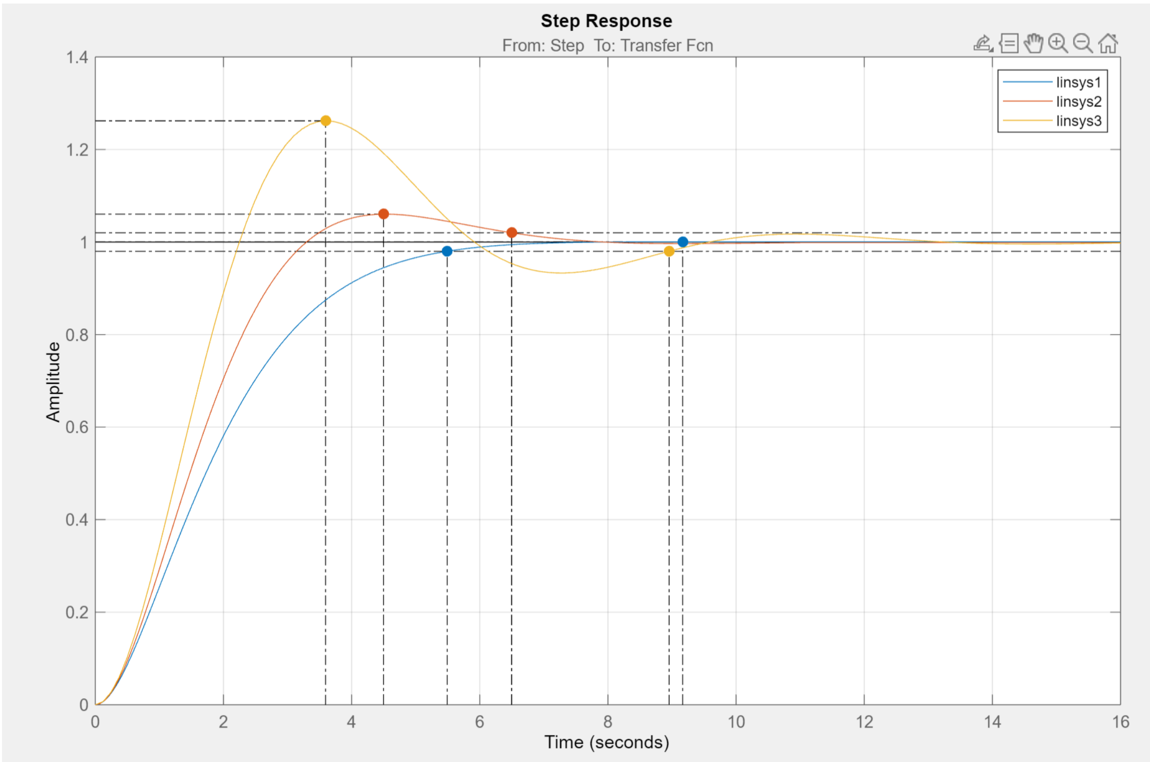


Таблица показателей качества:

ξ	k_z	σ (%)	t_{per} (c)
0.4	5	26.2	8.96
0.7	5	6.02	6.5
1.0	5	0.05	5.49

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены и применены основные методы анализа линейных стационарных систем в среде MATLAB и Simulink.

Анализ представленной динамической системы - на основе предоставленных графиков можно сделать следующий вывод об устойчивости системы: Система является устойчивой.

Обоснование по графикам:

1. Корневой годограф (Root Locus):

Полюса системы (обозначенные крестиками x) находятся в левой полуплоскости (их действительная часть отрицательна).

На графике видно, что полюса лежат на действительной оси слева от нуля (примерно в точках -0.4, -1, -2.6). Нахождение всех полюсов в левой полуплоскости — это необходимое и достаточное условие устойчивости линейной системы.

2. Переходная характеристика (Step Response):

График показывает, что при подаче входного воздействия выходная величина со временем стремится к постоянному установившемуся значению Процесс затухающий, амплитуда не возрастает до бесконечности и не совершает незатухающих колебаний. Это прямое подтверждение устойчивости во временной области.

3. Диаграмма Найквиста и ЛАЧХ:

Подтверждают, что система имеет конечную амплитуду и фазу на всех частотах, не имея резонансных пиков, уходящих в бесконечность, что соответствовало бы неустойчивости.

Система устойчива, так как переходный процесс сходится, а все корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части.

В ходе моделирования системы управления самолетом (ЛА–САУ) в среде Simulink с использованием эталонной модели было установлено влияние эталонной модели: Динамика замкнутой системы определяется параметрами эталонной модели, в частности коэффициентом демпфирования ξ. Анализ переходных процессов:

При $\xi = 0.4$ (желтый график) система обладает высоким быстродействием, но имеет большое перерегулирование.

При $\xi = 1.0$ (синий график) процесс становится апериодическим.

При $\xi = 0.7$ (оранжевый график) перерегулирование минимально.

Система является устойчивой при всех рассмотренных параметрах и обеспечивает нулевую статическую ошибку (выходная величина устанавливается ровно на 1).