Гироприборы и системы ориентации

Лекция 1.

Уравнения Эйлера-я нужны для гор-е неуравновешенных.

Тангаж – угол между продольной осью ЛА и плоскостью гор-та.
Крен – угол между поперечной осью и плоскостью горизонта.
Гор-ую плоскость можно сделать при помощи ГС.
углы тангажа и крена измеряют с помощью гировертикалей.
Угол курса – угол между проекцией продольной оси на гор-ую местную плоскость и меридиональной плоскостью.
Истинный угол курса это угол между продольной осью (проекцией) и напр-е на Север.

К курсовым приборам относятся:
Гирокомпасы, гирополукомпасы, гировехоты напр-я, гироскопы ортодромии и т.д..
Контрольная работа идет по самостоятельному материалу.

Гирополукомпас ФУПО на основе ДУСа.

Гирокомпас способен отыскивать направл-е геогр-го меридиана и удерживать это напр-е в течение действия прибора.

Принцип действия:

1. Имеется геогр-ая СК и СК связанная с Г-ом.
2. На оси геогр-ой СК проецируется $U\cos\varphi$, $U\sin\varphi$.
3. Возникнет ГМ $-HU\cos\varphi\sin\Psi$.

(1) т.к. Г-п 2-х степенной, то возникнет ГМ. По Даламберу его прикладываем к Г-пу.



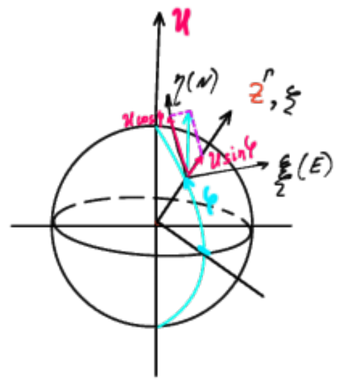
Введем СК:

$\xi\eta\zeta$ – связанная основанием, на котором ут-и гирокомпас (базовая с.к.)

$X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}$ – связана с Ч.Э.

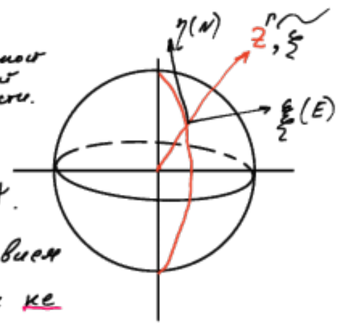
$X^{об}Y^{об}Z^{об}$ – связана с объектом

Надо связать прибор с географической СК.



д.б. направлена по ист. верт.

η,ξ – образуют плоскость местного гор-та.



Предположим что основание неподвижно. Но Земля вращается, тогда $U\cos\varphi$ проецируется.

$U\cos\varphi$ имеет проекцию на Y^{Γ}, вторая на X^{Γ}. Возникнет $U\cos\varphi\sin\Psi$. Из-за него возникнет ГМ $M^{\Gamma}=-\dots\dot{\Psi}$. Тогда под действием M^{Γ} $\vec{H}$ будет совмещаться с $\eta(N)$. При $\Psi=0$, $\vec{H}$ сразу не остановится (из-за инерции) $\vec{H}$ пройдет заданное значение. И тогда ГМ поменяет знак и $\vec{H}$ пойдет в другую сторону. т.о. будут наблюдаться колебания при оси $\eta(N)$.

Запишем ур-я движения:

Исп-ем принцип Даламбера:

$\sum M_{z^{\Gamma}}=0$, записываем в координатах связанных с гироскопом.

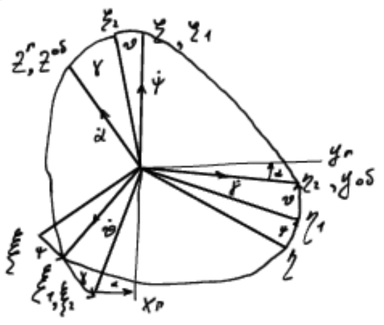
$-J_z\dot{\omega}_{z^{\Gamma}}-\vartheta_z\cdot\dot{\alpha}+H\omega_{x^{\Gamma}}+M^{\delta\theta}=0$ (38:00)

α – угол между Г-ом и основанием. $\dot{\alpha}$ это угол между объектом и гироскопом.

Надо заметить то, что объект двигается. Мы знаем только скорость объект. Переведем скорости объекта в скорости гироскопа.

$$\xi\eta\zeta \xrightarrow[\dot{\psi}]{\gamma,\xi_1} \xi_1\eta_1\zeta_1 \xrightarrow[\dot{\vartheta}]{\xi_1,\xi_2} \xi_2\eta_2\zeta_2 \xrightarrow[\dot{\gamma}]{\gamma_2,\gamma_{об}} X_{об}Y_{об}Z_{об} \xrightarrow[\dot{\alpha}]{Z_{об},Z^{\Gamma}} X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}$$

A_ψ A_ϑ A_γ A_α



α – угол между объектом и Г-ом.

Запишем абс. угл-ое скорость Гир-па:

$$\bar{\omega}_{абс}^{\Gamma}=\underbrace{\dot{\bar{\psi}}+\dot{\bar{\vartheta}}+\dot{\bar{\gamma}}+\dot{\bar{\alpha}}}_{\text{скорость объекта (угловые)}}+\underbrace{\bar{\omega}(\omega_\xi,\omega_\eta,\omega_\zeta)}_{\text{угл. скорость основания}}$$

$$\begin{pmatrix}\omega_x^{\Gamma}\\ \omega_y^{\Gamma}\\ \omega_z^{\Gamma}\end{pmatrix}=\underbrace{A_{\xi\eta\zeta}^{X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}}\begin{pmatrix}0\\ U\cos\varphi\\ U\sin\varphi\end{pmatrix}}_{\text{получили угловые скорости а.с.к.}}+A_{\xi\eta\zeta}^{X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dot{\psi}\end{pmatrix}+\underbrace{A_{\xi_1\eta_1\psi_1}^{X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}}\begin{pmatrix}\dot{\vartheta}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}}_{\text{промежуточная матрица}}+A_{\xi_1\eta_1\gamma_2}^{X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}}\begin{pmatrix}0\\ \dot{\gamma}\\ 0\end{pmatrix}\oplus$$

Д.З. Далее надо достроить остальные матрицы. (A_γ, A_α)

$\oplus A_\alpha\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dot{\alpha}\end{pmatrix}$ → $A^{X^{\Gamma}Y^{\Gamma}Z^{\Gamma}}_{X_{об}Y_{об}Z_{об}}$

$$A_\alpha A_\gamma=\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha & 0\\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\gamma & 0 & -\sin\gamma\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{pmatrix}=$$

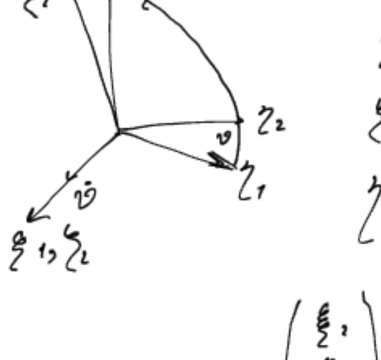
$$=\begin{pmatrix}\cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha & -\sin\gamma\cos\alpha\\ -\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha & \sin\alpha\sin\gamma\\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{pmatrix}$$

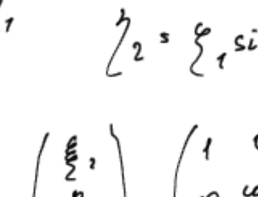
$$\begin{pmatrix}\cos\gamma & 0 & -\sin\gamma\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta\\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\psi & \sin\psi & 0\\ -\sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

A_γ

$$A_\alpha A_\gamma A_\vartheta=\begin{pmatrix}\cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha & -\sin\gamma\cos\alpha\\ -\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha & \sin\alpha\sin\gamma\\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta\\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}\cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\cos\vartheta+\sin\gamma\sin\vartheta\cos\alpha & \sin\alpha\sin\vartheta-\sin\gamma\cos\alpha\cos\vartheta\\ -\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\vartheta-\sin\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\sin\vartheta & \cos\alpha\sin\vartheta+\sin\alpha\sin\gamma\cos\vartheta\\ \sin\gamma & -\sin\vartheta\cos\gamma & \cos\gamma\cos\vartheta\end{pmatrix}$$





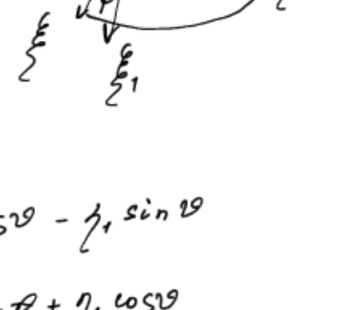
$$\begin{cases}X_{\Gamma}=\cos\alpha X_{об}+\sin\alpha y_{об}+0\cdot Z_{об}\\ y_{\Gamma}=-\sin\alpha X_{об}+\cos\alpha y_{об}+0\cdot Z_{об}\\ Z_{\Gamma}=0\,X_{об}+0\,y_{об}+1\,Z_{об}\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}X_{\Gamma}\\ y_{\Gamma}\\ Z_{\Gamma}\end{pmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha & 0\\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}}_{A_\alpha}\begin{pmatrix}X_{об}\\ y_{об}\\ Z_{об}\end{pmatrix}$$

Построим матрицу поворота

$A^{x^{\Gamma}y^{\Gamma}z^{\Gamma}}_{\xi\eta\zeta}=A_\alpha\cdot A_\gamma\cdot A_\vartheta\cdot A_\psi$

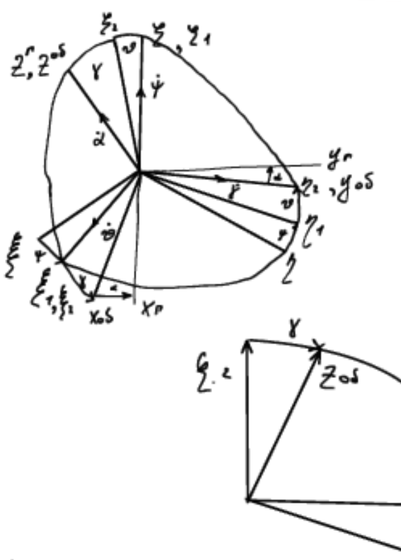
Через старые коорд-ты записываем новые:

$$\begin{cases}\xi_1=\xi\cos\psi+\eta\sin\psi\\ \eta_1=-\xi\sin\psi+\eta\cos\psi\\ \zeta_1=\zeta\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}\xi_1\\ \eta_1\\ \zeta_1\end{pmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}\cos\psi & \sin\psi & 0\\ -\sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}}_{A_\psi}\begin{pmatrix}\xi\\ \eta\\ \zeta\end{pmatrix}$$



$$\begin{cases}\xi_2=\xi_1\\ \eta_2=\xi_1\cos\vartheta-\eta_1\sin\vartheta\\ \zeta_2=\xi_1\sin\vartheta+\eta_1\cos\vartheta\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}\xi_2\\ \eta_2\\ \zeta_2\end{pmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\vartheta & \sin\vartheta\\ 0 & -\sin\vartheta & \cos\vartheta\end{pmatrix}}_{A_\vartheta}\begin{pmatrix}\xi_1\\ \eta_1\\ \zeta_1\end{pmatrix}$$

A_γ



$$\begin{cases}X_{об}=\cos\gamma\xi_2+\xi_2\sin\gamma+0\cdot\eta_2\\ y_{об}=\xi_2\\ Z_{об}=-\sin\gamma\xi_2+\xi_2\cos\gamma+0\cdot\eta_2\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}X_{об}\\ y_{об}\\ Z_{об}\end{pmatrix}=\underbrace{\begin{pmatrix}\cos\gamma & 0 & -\sin\gamma\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma\end{pmatrix}}_{A_\gamma}\begin{pmatrix}\xi_2\\ \eta_2\\ \zeta_2\end{pmatrix}$$

$$A_\alpha A_\gamma A_\vartheta A_\psi = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\cos\vartheta+\sin\gamma\sin\vartheta\cos\alpha & \sin\alpha\sin\vartheta-\sin\gamma\cos\alpha\cos\vartheta \\ -\sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\vartheta-\sin\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\sin\vartheta & \cos\alpha\sin\vartheta+\sin\alpha\sin\gamma\cos\vartheta \\ \sin\gamma & -\sin\vartheta\cos\gamma & \cos\gamma\cos\vartheta \end{pmatrix} \begin{vmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} (=)$$

$$(=) \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\gamma\cos\psi-(\sin\alpha\cos\vartheta+\sin\gamma\sin\vartheta\cos\alpha)\sin\psi \oplus & \cos\alpha\cos\gamma\sin\psi+\cos\psi(\sin\alpha\cos\vartheta+\sin\gamma\sin\vartheta\cos\alpha) & \sin\alpha\sin\vartheta-\sin\gamma\cos\alpha\cos\vartheta \\ -\sin\alpha\cos\gamma\cos\psi-\sin\psi(\cos\alpha\cos\vartheta-\sin\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\sin\vartheta) & -\sin\alpha\cos\gamma\sin\psi+\cos\psi(\cos\alpha\cos\vartheta-\sin\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\sin\vartheta)\oplus & \cos\alpha\sin\vartheta+\sin\alpha\sin\gamma\cos\vartheta \\ \sin\gamma\cos\psi+\sin\vartheta\cos\gamma\sin\psi & \sin\gamma\sin\psi-\sin\vartheta\cos\gamma\cos\psi & \cos\gamma\cos\vartheta \oplus \end{pmatrix}$$

Лекция 2 (20.02.2026)

$\omega_{абс}^{\Gamma} = \underbrace{\dot\psi+\dot\vartheta+\dot\gamma+\dot\alpha}_{\text{скорости объекта}} + \underbrace{\omega(\omega_\xi,\omega_\eta,\omega_\zeta)}_{\text{скорость посл-ой СК}}$

$$\begin{pmatrix}\omega_x^r\\ \omega_y^r\\ \omega_z^r\end{pmatrix} = A_{\xi\eta\zeta}^{x^r y^r z^r}\begin{pmatrix}0\\ \dot\vartheta\cos\psi\\ \dot\vartheta\sin\psi\end{pmatrix} + A_{\xi\eta\zeta}^{x^r y^r z^r}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dot\psi\end{pmatrix} + A_{\xi_2\eta_2\zeta_2}^{x^r y^r z^r}\begin{pmatrix}\dot\gamma\\ 0\\ 0\end{pmatrix} + A_\alpha\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dot\alpha\end{pmatrix}$$

$\omega_x^{\Gamma} = (V\sin\varphi+\dot\psi)(-\cos\alpha\cos\vartheta\sin\gamma+\sin\alpha\sin\vartheta) + V\cos\varphi\cos\psi\cos\vartheta\sin\alpha + V\cos\varphi\cos\alpha(\cos\gamma\sin\psi\oplus$

$\oplus\cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta) + \dot\vartheta\cos\alpha\cos\gamma + \dot\gamma\sin\alpha$

$\omega_z^{\Gamma} = (V\sin\varphi+\dot\psi)\cos\gamma\cos\vartheta - V\cos\varphi\cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma + V\cos\varphi\sin\psi\sin\gamma + \dot\vartheta\sin\gamma + \dot\alpha$

Дифференцируем ур-е с учетом того, что γ и $\vartheta \neq const$. (*) Продифференцировали ур-я выше и подставили в ур-е и при этом учли (*)

ψ, ϑ, γ малы $\Rightarrow \cos\ldots = \underline{1}, \sin\ldots = \ldots$

$-J_z\omega_z^r - D_z\cdot\dot\alpha + H\omega_x^r + M^{вн} = 0$

$$J_z\ddot\alpha + D_z\dot\alpha + H\alpha\,(V\cos\varphi+\dot\gamma) = J_z\big(\ddot\psi - \dot\psi\vartheta\dot\vartheta - \dot\psi\gamma\dot\gamma + \ddot\vartheta\gamma + \dot\vartheta\dot\gamma - V\sin\varphi(\gamma\dot\gamma+\vartheta\dot\vartheta) - V\cos\varphi\,\odot$$

$\odot(\dot\vartheta-\dot\gamma\psi-\gamma\dot\psi)) + H\gamma(V\sin\varphi+\dot\psi) - HV\cos\varphi\cdot\psi - H\dot\vartheta + M_{z_r}^{вн}$

В левой части записываем собственное движение, в правую часть записываем вынужденное движение.

$\ddot\psi, \dot\psi, \vartheta, \dot\vartheta, \ddot\vartheta$ и т.д. – движение основания.

$\Downarrow$

на подвижном основании из-за левой части ур-я не используем 2-х степенной гирокомпас не используют.

Тогда уберем все производные и останется:

$$J_z\dot\alpha + D_z\dot\alpha + HV\cos\varphi\,\alpha = HV\sin\varphi\,\gamma - HV\cos\varphi\cdot\psi + M_{z_r}^{вн}$$

Для проверки определим установившиеся значения: (Рассмотрим частные случаи)

I) $\dot\alpha = \alpha = 0$; $M_z^{вн} = 0$; Ось гироблока строго вертикален $\Rightarrow \gamma = 0$

$\alpha = -\psi \Big| \Rightarrow$ гирокомпас работает.

ψ-угол поворота ротора отн-но корпуса.

II) $\dot\alpha = \alpha = 0$, $\gamma = 0$;

$HV\cos\varphi\,\alpha = -HV\cos\varphi\,\psi + M_{z_r}^{вн}$

$\alpha = -\psi + \dfrac{M_{z_r}^{вн}}{HV\cos\varphi} \Big| \Rightarrow$ Точность опр-ся внешним моментом

прецессия $\quad \delta\omega_{z_r}$

III) $\dot\alpha = \alpha = 0$

$-HV\cos\varphi\,\alpha = HV\sin\varphi\,\gamma - HV\cos\varphi\,\psi + M_{z_r}^{вн}$

$\alpha = -\psi + \dfrac{\delta\omega_{z_r}}{V\cos\varphi} + \gamma\cdot tg\varphi \Big| \Rightarrow$ если $\gamma \neq 0$, то на больших широтах (>48°) гирокомпас работать не будет. С этим ничего сделать нельзя.

$$J_z\dot\alpha + D_z\dot\alpha + HV\cos\varphi\,\alpha = HV\sin\varphi\,\gamma - HV\cos\varphi\cdot\psi + M_{z_r}^{вн}$$

введем собств-ую частоту гирокомпаса (гироблока)

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{HV\cos\varphi}{J_z}}$ $\qquad \xi = \dfrac{D_z}{2J_z\omega_0}$ ~ декремент затухания

$\ddot\alpha + 2\xi\omega_0\dot\alpha + \omega_0^2\alpha = \dfrac{HV\sin\varphi}{J_z}\gamma - \dfrac{HV\cos\varphi}{J_z}\psi + \dfrac{M_{z_r}^{вн}}{J_z}$ $\qquad \xi = 0$, что в идеале

$T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 10\ldots30\,c \Big| \Rightarrow$ период колебаний

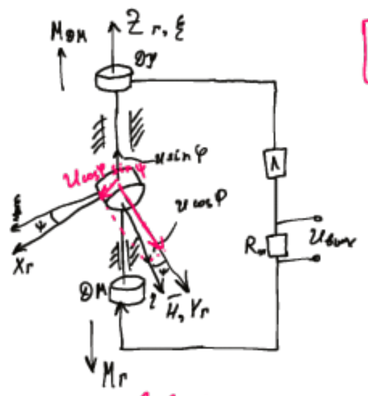
период колебаний

Снимать показания по точкам проверки неудобно.

И цифровым способом тоже неудобно т.к. T большой

Самостоятельно посмотреть что будет при движении основания. Сначала по одной оси задать скорость, потом по другой.

Гирокомпасы и определение азимута:



$M_{эи} = K_{эу} k_у K_{эн} \alpha$

Если есть рассогласование между СК связанными с чувств-ым элементом и основанием то на оси гироскопа будут проецир-ся горные и верт-ые сост-ие вращ-я Земли $U\cos\varphi$, $U\sin\varphi$ из-за чего будет возникать ГМ, из-за которого будет прецессировать Г-п.

α это что за угол?

Ур-я движения:

$M^г + M^{эм} + M^{эи} = 0$ (ток усилителя)

$J\ddot{\psi} + \partial\dot{\psi} + HU\cos\varphi \sin(\psi+\alpha) + K_{эм} i_{ос} = 0$

Приравняем производные к 0, чтобы найти установившийся режим

$\sin(\psi+\alpha) = \frac{K_{эм} \cdot i_{ос}}{HU\cos\varphi}$ выразить ψ надо.

$K_{эм} i_{ос} = -HU\cos\varphi \cdot \sin\psi$

$\psi = \arcsin\left(\frac{K_{эм} \cdot i_{ос}}{HU\cos\varphi}\right)$

Недостатки: нужно точно знать все параметры $K_{эн}, i_{ос}, H, \varphi, U$.

Плюсы: простота.

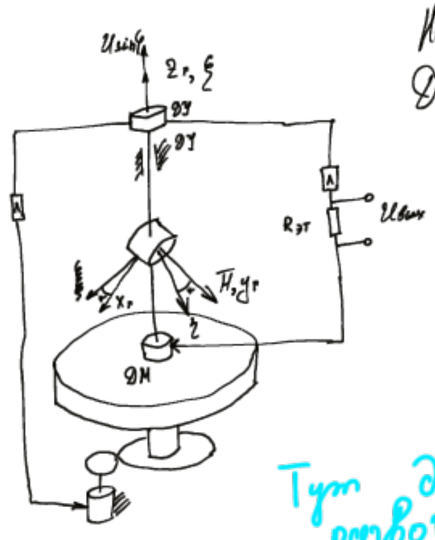
Тут прикол в том, что мы ψ вычисляем.

X-ось чувств-ти
Yг - ось вектора вращ-я
Zг - ось рамки

Повышение точности:
- Надо увеличивать вредные моменты, т.е. брать хороший ДУС.
- Можно поставить интегратор и уменьшить угол α.

Почему интегратор обнулит α?

Геометрическая схема: (тут мы хотим совместить Н и напр-е на север)



Недостатки: сложная конструкция, явление захват (будет разворачиваться не к тому северу.)

Достоинства: не обязательно точно знать параметры $K_{эн}, i_{ос}, H, \varphi, U$.

Как работает?

Проекция $U\cos\varphi\sin\psi$ заставит двиг-ся Г-п с угловой скор-ю.
Это приведет к $M_{гир}$. . . . . .
Платформа будет разворачиваться так, чтобы $\psi = 0$.

Тут двигатели стабилизации разворачивают платформу так, чтобы $\psi = 0$.

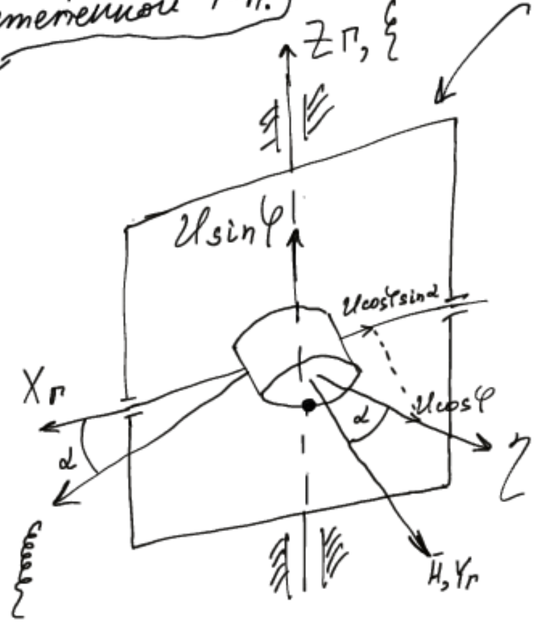
Трехстепенной гирокомпас:

Можно исп-ть астатический либо тяжелый гироскоп.

Ц.м. совпадает с ~~осью собственного вращ-я~~ центром подвеса.

Ц.м. не совпадает с ~~осью вращения специально.~~ центром подвеса

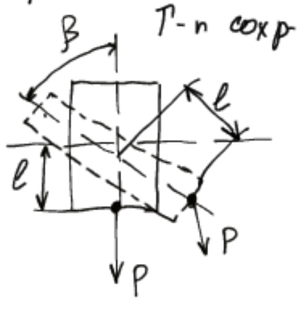
Рассмотрим 3-ех степенной Г-п:



1. Вдоль оси Z смежен центр масс, Ось рамы по ист-ой верт-ли.

Г-п сохр-ет свое положение. Появ-ся рассогласование между геогр-ой СК и СК связанной с Г-ом на α. Возникает $U\cos\varphi\sin\alpha$.

Возникнет маятниковый момент $M^м$



$M^м = Pl\sin\beta$

$\omega_{пр} = \frac{M^м}{H} = U\sin\varphi$ (будет напр-на на север)

$\frac{Pl\sin\beta}{H} = U\sin\varphi$

$\beta = \arcsin\left(\frac{UH\sin\varphi}{Pl}\right)$

Почему приравняли $\frac{M^м}{H}$ к $U\sin\varphi$?

Движение апекса гироскопа:

0-1:

Из-за $U\sin\varphi$ ↑ α т.к. Г-п сохр-ет свое положение, а Основ-е двигается.

Возникает $U\cos\varphi\sin\alpha$ горизонт уходит и возникает B. В т. 1

$\dot{\alpha} = U\sin\varphi$. Ускорение пропадет, а скорость останется и мы пересечем это положение (т. 1)

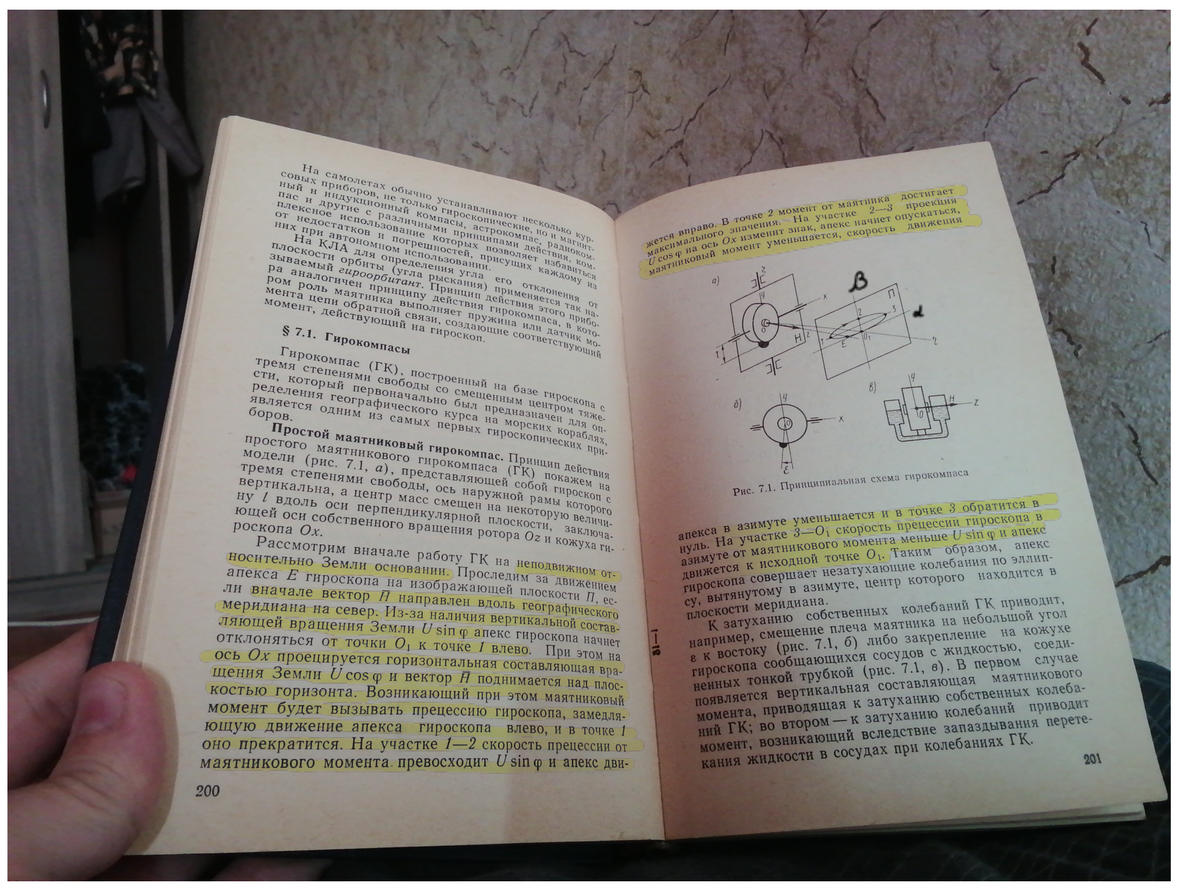
1-2:

$\dot{\alpha} > U\sin\varphi$ происходит возв-е к меридиану. B↑

Т.к. ещё имеется проекция $U\cos\varphi\sin\alpha$, α при этом ↓. Точку 2 пролетаем по инерции.

2-3:

$U\cos\varphi\sin\alpha$ поменяла знак, т.е. мы перекали Землю



жется вправо. В точке 2 момент от маятника достигает максимального значения. На участке 2—3 проекции $U\cos\varphi$ на ось Ox изменит знак, апекс начнет опускаться, маятниковый момент уменьшается, скорость движения

Рис. 7.1. Принципиальная схема гирокомпаса

апекса в азимуте уменьшается и в точке 3 обратится в нуль. На участке 3—O_1 скорость прецессии гироскопа в азимуте от маятникового момента меньше $U\sin\varphi$ и апекс движется к исходной точке O_1. Таким образом, апекс гироскопа совершает незатухающие колебания по эллипсу, вытянутому в азимуте, центр которого находится в плоскости меридиана.

К затуханию собственных колебаний ГК приводит, например, смещение плеча маятника на небольшой угол в к востоку (рис. 7.1, б) либо закрепление на кожухе гироскопа сообщающихся сосудов с жидкостью, соединенных тонкой трубкой (рис. 7.1, в). В первом случае появляется вертикальная составляющая маятникового момента, приводящая к затуханию собственных колебаний ГК; во втором — к затуханию колебаний приводит момент, возникающий вследствие запаздывания перетекания жидкости в сосудах при колебаниях ГК.

200

201

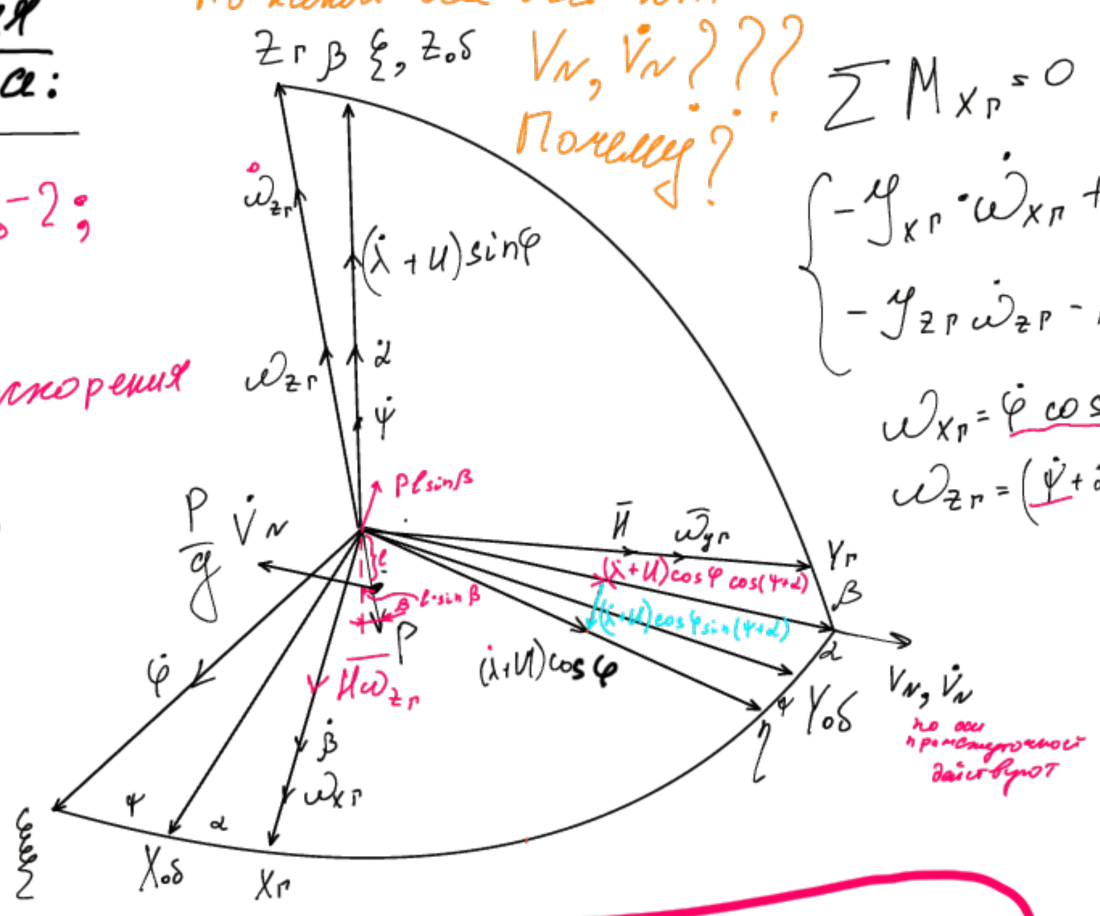
Уравнение движения тяжелого гироскопа:

$\xi\eta\zeta$ – 1; $X_{об}Y_{об}Z_{об}$ – 2;

$X_Г Y_Г Z_Г$ – 3;

На Г-п действуют ускорения $V_N, \dot{V}_N$. Возникает инерционный момент $\frac{P}{g}\dot{V}_N$

P – это вес



$\sum M_{xГ} = 0 \qquad \sum M_{zГ} = 0$

$$\begin{cases} -J_{xГ}\cdot\dot{\omega}_{xГ} + H\omega_{zГ} - P\ell\sin\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell\cos\beta + M^{вн}_{xГ} = 0 \\ -J_{zГ}\dot{\omega}_{zГ} - H\omega_{xГ} + M^{вн}_{zГ} = 0 \end{cases}$$

$\omega_{xГ} = \dot{\varphi}\cos(\psi+\alpha) + \dot{\beta} + (\dot{\lambda}+U)\cos\varphi\cdot\sin(\psi+\alpha)$

$\omega_{zГ} = (\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\beta + (\dot{\lambda}+U)\sin\varphi\cos\beta - (\dot{\lambda}+U)\cos(\psi+\alpha)\sin\beta + \dot{\varphi}\sin(\psi+\alpha)\sin\beta$

$\cos\varphi$; $\sin\beta$

Д $V_N = \dot{V}_N = 0$, $\dot{\lambda}=0$, $\dot{\varphi}=0$ — α и β малы и $\psi \to 0$, но $\dot{\alpha}, \dot{\beta} \neq 0$

$\omega_{xГ} = \dot{\beta} + U\cos\varphi(\sin\psi + \cos\psi\cdot\alpha)$ (разложили как $\sin(\psi+\alpha)$)

$\omega_{zГ} = \dot{\alpha} + U\sin\varphi - U\cos\varphi - U\cos\varphi(\cos\psi - \sin\psi\cdot\alpha)\beta$

Подставим эти скорости в ур-я движ-я:

$$\begin{cases} H(\dot{\alpha} + U\sin\varphi - U\cos\varphi\cos\psi\cos\beta + U\cos\varphi\sin\psi\cdot\alpha\beta) - P\ell\beta = 0 \\ -H(\dot{\beta} + U\cos\varphi\sin\psi + U\cos\varphi\cos\psi\alpha) = 0 \end{cases}$$

Пренебрежем вторым порядком малости

$$\begin{cases} H\dot{\alpha} - P\ell\beta = -HU\cdot\sin\varphi + HU\cos\varphi\cos\psi\beta \quad (1) \\ -H\dot{\beta} - HU\cos\varphi\cos\psi\alpha = HU\cos\varphi\sin\psi \quad (2) \end{cases}$$

Рассмотрим установ-ся режим: (производные $=0$)

$\beta^* = \frac{HU\sin\varphi}{P\ell + HU\cos\varphi}$ — ~~Ур-я не сходятся~~

$\alpha = -\psi$

β^* – угол минимальный, который необходим, чтобы появился $M^{вн}$

$\alpha = -\psi$ ($\Rightarrow$ гирокомпас указывает на север.

Погрешности 3-х степенного гироскопа с тяжелым гироскопом: (углы α и β малы)

Прецессионные ур-я в общем виде с учетом того, что α и β малы

$$\begin{cases} H\dot{\alpha} - H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi\beta - P\ell\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell = -H(U+\dot{\lambda})\sin\varphi\cdot\psi - H\dot{\psi} - M^{вн}_{xГ} \\ H\dot{\beta} + H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi\alpha = -H\dot{\varphi} - H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi\cdot\psi + M^{вн}_{zГ} \end{cases} \quad (1)$$

Прецессионные ур-я. Основание вращается.

1. Скоростная погрешность:

Рассмотрим установившийся режим:

$\alpha = \dot{\beta} = 0$, $\dot{\psi} = 0$

Находим α и β: { прецессионный момент отсутствует

$\beta^* = \frac{P\ell}{H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi + P\ell)g} V_N + \frac{H(U+\dot{\lambda})\sin\varphi}{H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi + P\ell}$ (+)

(+) $\frac{M^{вн}_{xГ}}{H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi + P\ell}$ → Неидеальность гироблока

$\alpha^* = -\frac{\varphi}{(U+\dot{\lambda})\cos\varphi} - \psi + \frac{M^{вн}_{zГ}}{H(U+\dot{\lambda})\cos\varphi}$

скоростная погр-ть

Ким для гирополукомпаса нужно α^*.

$\dot{\varphi} = \frac{V_N}{R}$

Пример (скоростной погр-ти)

$\dot{\varphi} = \frac{V_N}{R} = 3{,}14\cdot10^{-6}$ рад/с

$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{R\cos\varphi} = 6{,}28\cdot10^{-6}\ \frac{рад}{с}$

$\varphi = 60°$

$V_E = V_N = 20$ м/с

$R = 6370\cdot10^3$ м

$U = 7{,}292\cdot10^{-5}\ \frac{рад}{с}$

3 Интеркардинальный курс это когда мы четко идем в напр-нии Севера, Юга, и т.д.

Интеркардинальная погрешность.

Возникает когда плывем по интеркардинальным курсам. Т.е. идем на Север или Запад и т.д.

Под 45° эта погрешность максимальна



Можно найти верт-ые и гор-ые составляющие моментов.

Баллистическая погрешность (вызвана ускорениями) 2

$\dot{\alpha} \neq 0$, $\dot{\beta} \neq 0$, $\dot{\varphi} \neq 0$, $\dot{\lambda} = 0$, $V_E = 0$

$$\begin{cases} H\dot{\alpha} - P\ell\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell = -HU\sin\varphi \\ H\dot{\beta} + HU\cos\varphi\alpha = -\frac{HV_N}{R} \end{cases}$$

Опр-ть как это получили

Выр-ем β из I-го и диф-ем по t.

$\beta = \frac{HU\sin\varphi}{P\ell} + \frac{H\dot{\alpha}}{P\ell} - \frac{\dot{V}_N}{g}$

$\dot{\beta} = \frac{H\ddot{\alpha}}{P\ell} - \frac{\dot{V}_N}{g}$ выр-ем из II-го α и продиф-ли

$\alpha = -\frac{V_N}{RU\cos\varphi} - \frac{\dot{\beta}}{U\cos\varphi}$; $\dot{\alpha} = -\frac{\dot{V}_N}{RU\cos\varphi} - \frac{\ddot{\beta}}{U\cos\varphi}$

Во II-ое подставили $\dot{\beta}$

$$\begin{cases} \frac{H^2}{P\ell}\ddot{\alpha} - \frac{H\dot{V}_N}{g} + HU\cos\varphi\alpha = -\frac{HV_N}{R} \\ -\frac{H\ddot{\beta}}{U\cos\varphi} - \frac{H\dot{V}_N}{RU\cos\varphi} - P\ell\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell = -HU\sin\varphi \end{cases}$$

В I-ое подставили $\dot{\alpha}$

перейдем к частотам:

$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{P\ell}{HR}V_N + \frac{P\ell}{Hg}\dot{V}_N$

$\ddot{\beta} + \omega_0^2\beta = \frac{\dot{V}_N}{R}\left(1 - \frac{\omega_0^2}{g/R}\right) + U\cos\varphi\sin\varphi$

Баллистическая погрешность по β!!!

$\omega_0 = \sqrt{\frac{UP\ell\cos\varphi}{H}}$

Избавляются с помощью настройки Шулера.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Если сделают настройку Шулера тогда $\beta^* = \frac{U\cos\varphi\cdot\sin\varphi}{P\ell - U\cos\varphi} = \frac{H\sin\varphi}{P\ell}$

то есть на 3-х степенной ГП не действует ускорение основания.

эта ошибка зависела от ускорения и теперь она составляющая не зависит от ус-я

Баллистическая погрешность (вызвана ускорениями) 2

$\dot{\alpha} \neq 0$, $\dot{\beta} \neq 0$, $\dot{\varphi} \neq 0$, $\dot{\lambda} = 0$, $V_E = 0$

$$\begin{cases} H\dot{\alpha} - P\ell\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell = -HU\sin\varphi \\ H\dot{\beta} + HU\cos\varphi\alpha = -\frac{HV_N}{R} \end{cases}$$

Опр-ть как это получили

Выр-ем β из I-го и диф-ем по t.

$\beta = \frac{HU\sin\varphi}{P\ell} + \frac{H\dot{\alpha}}{P\ell} - \frac{\dot{V}_N}{g}$

$\dot{\beta} = \frac{H\ddot{\alpha}}{P\ell} - \frac{\dot{V}_N}{g}$ выр-ем из II-го α и продиф-ли

$\alpha = -\frac{V_N}{RU\cos\varphi} - \frac{\dot{\beta}}{U\cos\varphi}$; $\dot{\alpha} = -\frac{\dot{V}_N}{RU\cos\varphi} - \frac{\ddot{\beta}}{U\cos\varphi}$

Во II-ое подставили $\dot{\beta}$

$$\begin{cases} \frac{H^2}{P\ell}\ddot{\alpha} - \frac{H\dot{V}_N}{g} + HU\cos\varphi\alpha = -\frac{HV_N}{R} \\ -\frac{H\ddot{\beta}}{U\cos\varphi} - \frac{H\dot{V}_N}{RU\cos\varphi} - P\ell\beta - \frac{P}{g}\dot{V}_N\ell = -HU\sin\varphi \end{cases}$$

В I-ое подставили $\dot{\alpha}$

перейдем к частотам:

$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{P\ell}{HR}V_N + \frac{P\ell}{Hg}\dot{V}_N$

$\ddot{\beta} + \omega_0^2\beta = \frac{\dot{V}_N}{R}\left(1 - \frac{\omega_0^2}{g/R}\right) + U\cos\varphi\sin\varphi$

Баллистическая погрешность по β!!!

$\omega_0 = \sqrt{\frac{UP\ell\cos\varphi}{H}}$

Избавляются с помощью настройки Шулера.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Если сделают настройку Шулера тогда $\beta^* = \frac{U\cos\varphi\cdot\sin\varphi}{P\ell - U\cos\varphi} = \frac{H\sin\varphi}{P\ell}$

то есть на 3-х степенной ГП не действует ускорение основания.

эта ошибка зависела от ускорения и теперь она составляющая не зависит от ус-я

$M_x^{гор} = \frac{P\ell}{g}W_0\sin\Omega t\sin\psi\cos\gamma$

$M_x^{в} = \frac{P\ell}{g}W_0\cdot\sin\Omega t\cdot\sin\psi\underbrace{\sin\gamma}_{\gamma} =$

$= \frac{P\ell}{g^2}W_0^2\sin\Omega t\sin\psi\cos\psi$

$M_x^{в} = \frac{P\ell W_0\sin(\Omega t)\sin\psi\cdot W_0\sin\Omega t\cos\psi}{g} =$

$= \frac{P\ell W_0^2\sin2\psi(1-\cos2\Omega t)}{4g^2}$

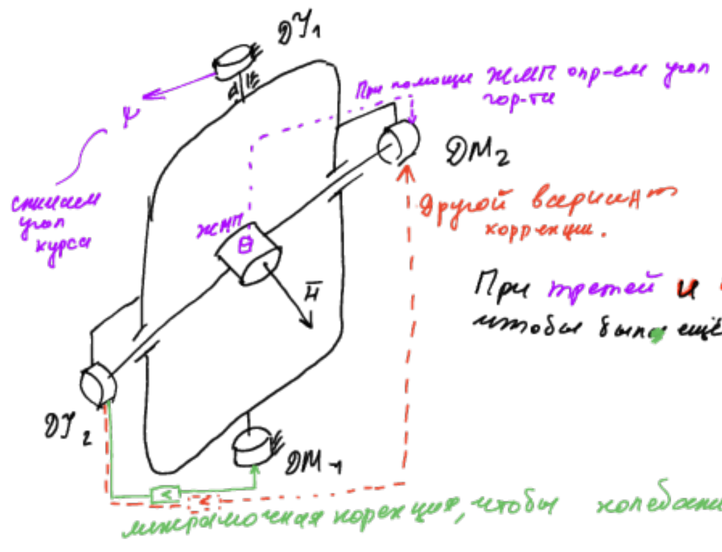
Т.О. возникает постоянный момент: $\frac{P\ell W_0^2\sin(2\psi)}{4g^2}$

$\alpha^* = \frac{P\ell W_0^2\sin\Omega t\sin2\psi}{4g^2HU\cos\varphi}$ | при $\psi=0$, т.е. плывем на север, восток, запад, юг, то ошибка $=0$.

Этот момент будет уравновешиваться моментом ГК $HU\cos\varphi\sin\alpha^* =)$ $\alpha^* = \frac{P\ell W_0^2\sin(2\psi)}{4g^2HU\cos\varphi}$

Гирополукомпас на основе астатического гироскопа

Астатический гироскоп – центр подвеса совпадает с центром масс.



При третьей и второй коррекции надо чтобы была ещё и первый контур.

Тут колебания такие же будут.

Существуют 2 способа как сделать гирокомпас на астат-ом гироскопе:

(Как создать маятниковый момент)

Организовать обр-ую связь от ЖМПТ до ДМ по оси внутр. рамки (фиол.)

либо от ДУ внутр-ей рамки к ДМ по внутр-ей рамке (красн.)

Так же можно приводить $\bar{H}$ в плоскость гор-та за счет ДУ$_Б$ и ДМ$_Б$ (Зеленый)

Гирокомпас пок-ет напр-е на Север.
Следящий или автоматический гирокомпас 3-ех степенной. Добавляем корпус, который следит за всеми движ-ми гироскопа.



можно вычислять напр-е и не дожидаться конца переходного процесса.

Виды коррекций:

I г вида коррекции: горизонтальная: азимут-ая:

у гирокомпаса и гиропополукомпаса.

гир-п должен находиться в гор-те.

должно сохраняться направление курса.

Лекция 5 (13.03.2026)

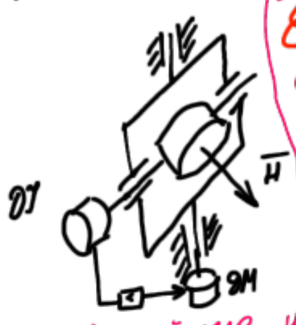
Виды горизонтальных коррекций: (тяжелый гироскоп)

1. **Маятниковая коррекция:**

Реализована за счет смещения центра масс.
Минус коррекции в том, что возникают баллистические погрешности вызванные линейными ускорениями.



2. Коррекция по крену:



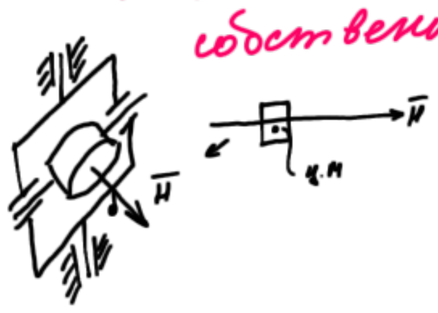
Если ось ротора не совпадает с истиной верт-ю, то будем получать ложные значения

Линейные ускорения не влияют.

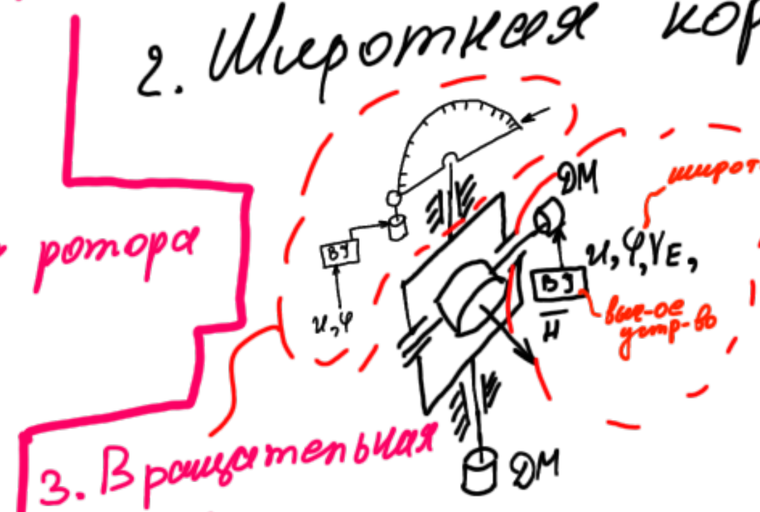
Виды азимутальной коррекции: (Азимутальная коррекция компенсирует вращение Земли)

1. Грузиковая коррекция

Смещения ц.м. вдоль оси собственного вращения ротора гироскопа.



2. Широтная коррекция:



стр. 221 в Пельпоре если полукомпас

$$\omega_{кор} = u\sin\varphi + \frac{V_E}{R}\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$$

если по ортодромии

На вычислитель подаем значения u, φ, V_E. Далее идет сигнал на ЭМ, где создается момент и Г-п прецессирует со скоростью $\omega_{кор}$.

3. Вращательная шкала

Широтная коррекция:

Запишем выр-е для корректирующего момента:

$M = Hu\sin\varphi$

В приборе возникают погрешности: $\Delta u, \Delta H, \Delta\varphi$.

Запишем скорость коррекции с учетом погрешностей:

$$\omega_{кор} = \frac{M^к}{H\cos\beta} = \frac{(H+\Delta H)(u+\Delta u)\cdot\sin(\Delta\varphi+\varphi)}{H\cos\beta}$$

$M^к$ — этот момент мы задаем

$H\cos\beta$ — а это H гир-па по факту.

$\Delta H, \Delta u, \Delta\varphi$

$M = Hu\sin\varphi$

$$\omega_{кор} = \frac{M^к}{H\cos\beta} = \frac{(H+\Delta H)(u+\Delta u)\sin(\varphi+\Delta\varphi)}{H\cos\beta} =$$

момент мы прикладываем, поэтому тут ΔH и Δu и $\Delta\varphi$

нету погрешности т.к. это реальная Т.В.

$\sin\varphi\cos\Delta\varphi + \cos\varphi\sin\Delta\varphi$

$\sin\varphi + \cos\varphi\cdot\Delta\varphi$

$$= u\sin\varphi\left(1+\frac{\Delta H}{H}\right)\left(1+\frac{\Delta u}{u}\right)\left(\cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi\cdot\operatorname{ctg}\varphi\right)\left(1+\frac{\beta^2}{2}\right) =$$

$\operatorname{ctg}\varphi$ появился т.к. вынесли $\sin\varphi$.

$(1+\Delta\varphi\cdot\operatorname{ctg}\varphi)$

разложили в ряд $\frac{1}{\cos\beta}$

$$= u\sin\varphi\left(1+\frac{\Delta H}{H}+\frac{\Delta u}{u}+\Delta\varphi\operatorname{ctg}\varphi+\frac{\beta^2}{2}\right)$$

это погрешность.

это компенсация ухода.

Вращение шкалы:

Здесь моменты не создаются. Тут из погрешностей остаются Δu и $\Delta\varphi$.

$\Delta u, \Delta\varphi$

$$\omega_{шк} = (u+\Delta u)\sin(\varphi+\Delta\varphi) = u\sin\varphi\left(1+\frac{\Delta u}{u}+\frac{\Delta\varphi}{\varphi}\right)$$

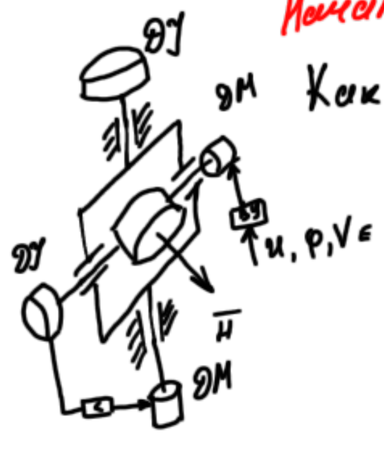
Азимутальная коррекция с помощью вращ-я шкалы прибора при помощи ВУ и Двигателей. Т.е. по этой шкале все отчитывается, а она и вращается вместе с ротором.

→ Как работает эта коррекция?

Здесь не создаются моменты, тут происходит вращение шкалы

Погрешности Гирополукомпаса:

Гирополукомпас — Начально выставляют по географическим ориентирам на север.



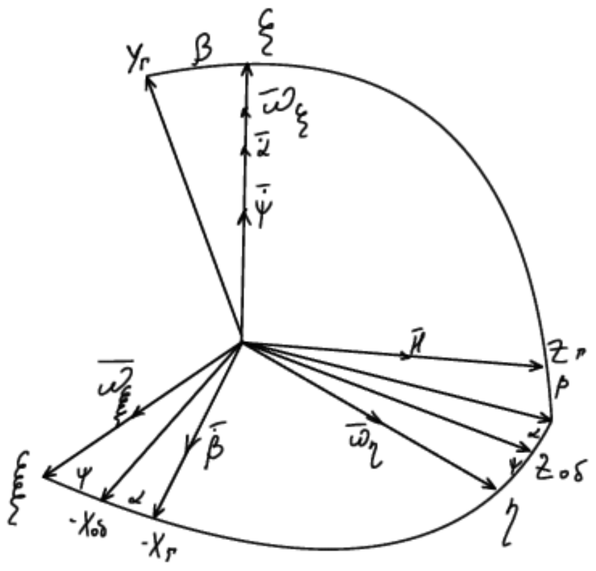
Как работает:
Из-за вращ-я Земли на ДМ будет воздействовать сигнал и Г-п не будет уходить.

Гирополукомпаса погрешности:

Кинематическая погрешность:

1. Отклоняется вектор H от рам.

Связана с отклонением вектора H от перпендикуляра к плоскости нар. рамки (то есть возникает угол β)



$$\begin{cases} H\omega_{yг}^{абс} = M_x^{вн} \\ H\omega_{xг}^{абс}\cos\beta = -M_y^{вн} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{xг} = -\dot\beta - \omega_\xi\cos(\psi+\alpha) - \omega_\eta\sin(\psi+\alpha) \\ \omega_{yг} = (\dot\alpha+\omega_\xi)\cos\beta - \omega_\eta\cos(\psi+\alpha)\sin\beta + \omega_\xi\sin(\psi+\alpha)\sin\beta \end{cases}$$

ψ не учитываем

$$\dot\alpha = \frac{M_x^{вн}}{H\cos\beta} + \omega_\eta\cos(\psi+\alpha)\underbrace{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}_{tg\beta} - \omega_\xi\sin(\psi+\alpha)tg\beta - \omega_\xi$$

Это кинем-ие погрешности вызванные $\beta \neq 0$.

$$\dot\beta = \frac{M_y^{вн}}{H\cos\beta} + \omega_\xi\cos(\psi+\alpha) + \omega_\eta\sin(\psi+\alpha)$$

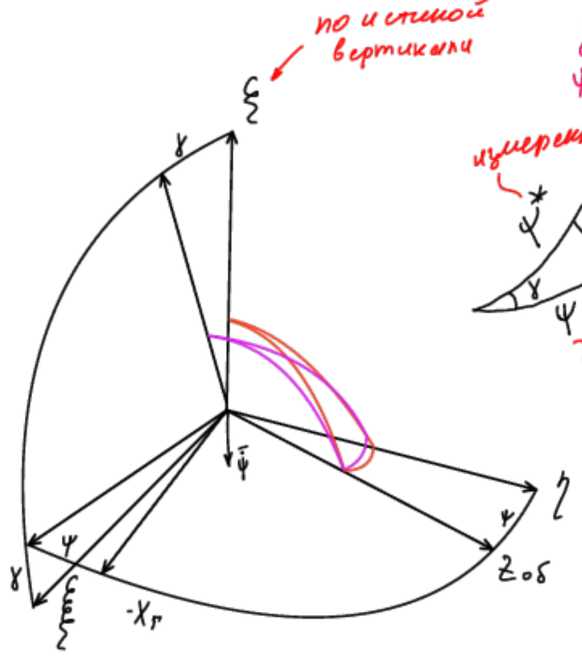
β нас не интересует нас интересует только α.

Способы борьбы:
1) Уменьшать β

1) $\beta \to 0$
2) $\psi = -\alpha$

Карданная погрешность:

Оканчивается при окончании виража.



γ – это отклонение от вертикали
ψ – истинный курс
ψ* – измеренный курс

$$tg\psi^* = tg\psi\cos\gamma$$

$$\psi_к = \psi - \psi^* = \psi - arctg(tg\psi\cos\gamma)$$

Карданная погрешность показывает ошибку по курсу при отклонении гир-ой вертикали от истинной вертикали.

При крене ЛА прибор повернется на угол γ.
Тогда мы будем опр-ть не тот угол.

Виражная погрешность:

Виражная погрешность:

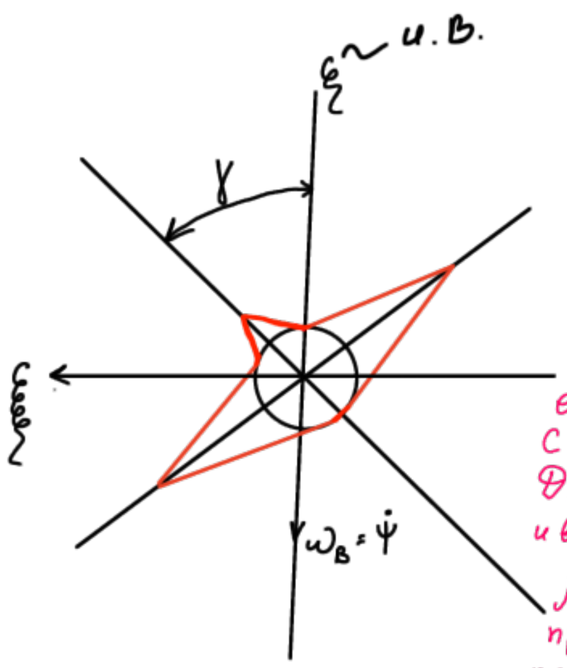
Возникает ускорениями. Из-за ускорений гор-ая коррекция дает ложный сигнал.

Лекция 6 (20.03.2026)

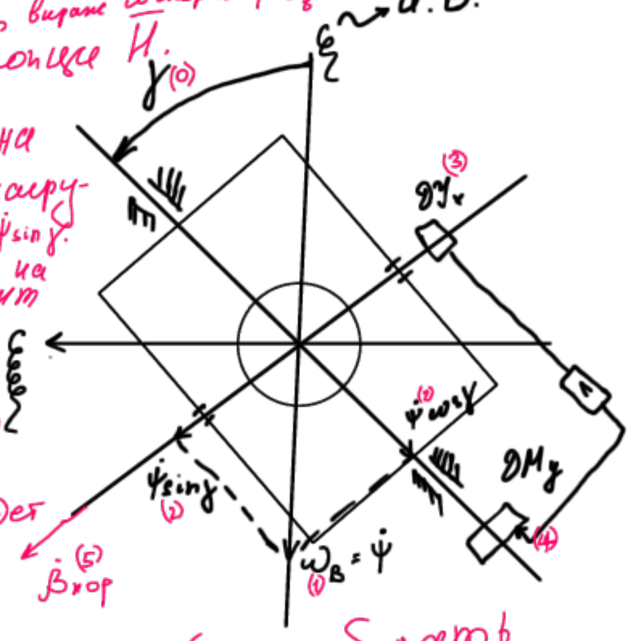
Виражная погрешность:

Крен демпфер для ↓ радиуса разворота:

Заключается в том, что измеряем не по оси истинной вертикали. Можно от неё избавиться добавив дополнительную раму. И разомкнем гор-ую коррекцию.



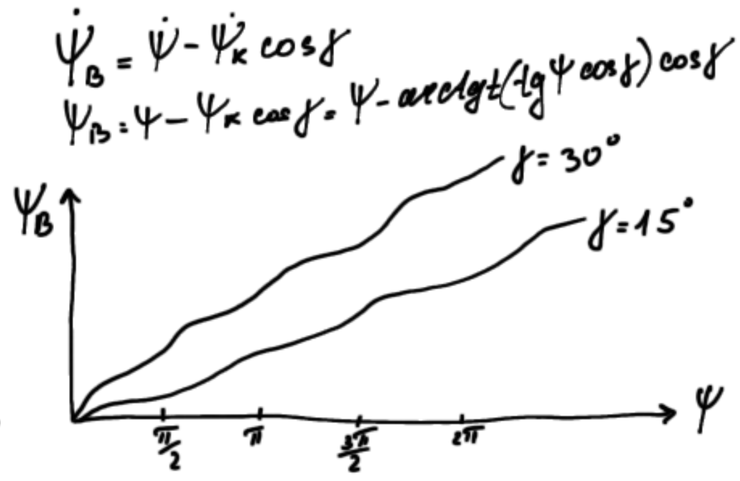
Самолет вып-ет вираж с угл. скор. $\dot{\psi}$ и делает крен на γ.
Смотрит с конца $\vec{H}$.



Проецируем $\vec{\omega}_в$ на оси Г-на. $\partial\gamma_x$ фиксирует отклонение из-за $\dot{\psi}\sin\gamma$. С $\partial\gamma_x$ поступает сигнал на ∂M_y и он создает момент и возникает $\dot{B}_{кор}$.

$\dot{B}_{кор}$ будет иметь проекцию на другую ось. В течении всего виража ошибка будет копиться.

$$\dot{\psi}_в = \dot{\psi} - \dot{\psi}_к \cos\gamma$$
$$\psi_в = \psi - \psi_к \cos\gamma = \psi - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\psi\cos\gamma)\cos\gamma$$



$$\dot{B}_{min} > \dot{\mathcal{U}} + \frac{V}{R} + \omega_{сст}$$

- $\dot{\mathcal{U}}$ — скор-ть зенит
- $\frac{V}{R}$ — скорость движ. ЛА
- $\omega_{сст}$ — дрейф гироскопа

Чтобы убрать ошибку при виражах надо отключать гор-ую коррекцию. Либо уменьшать её.

Но сильно уменьшать мы не можем т.к. её надо компенсировать $\dot{\mathcal{U}}$, скорость движ-я ЛА и собственный уход.

Гироорбитанты:

Гироорбитант: Опр-ет плоскость КЛА и угол.

Опр-ет плоскость орбиты КЛА и угол рыскания.

Ось нар-ой рамки выст-ся по...

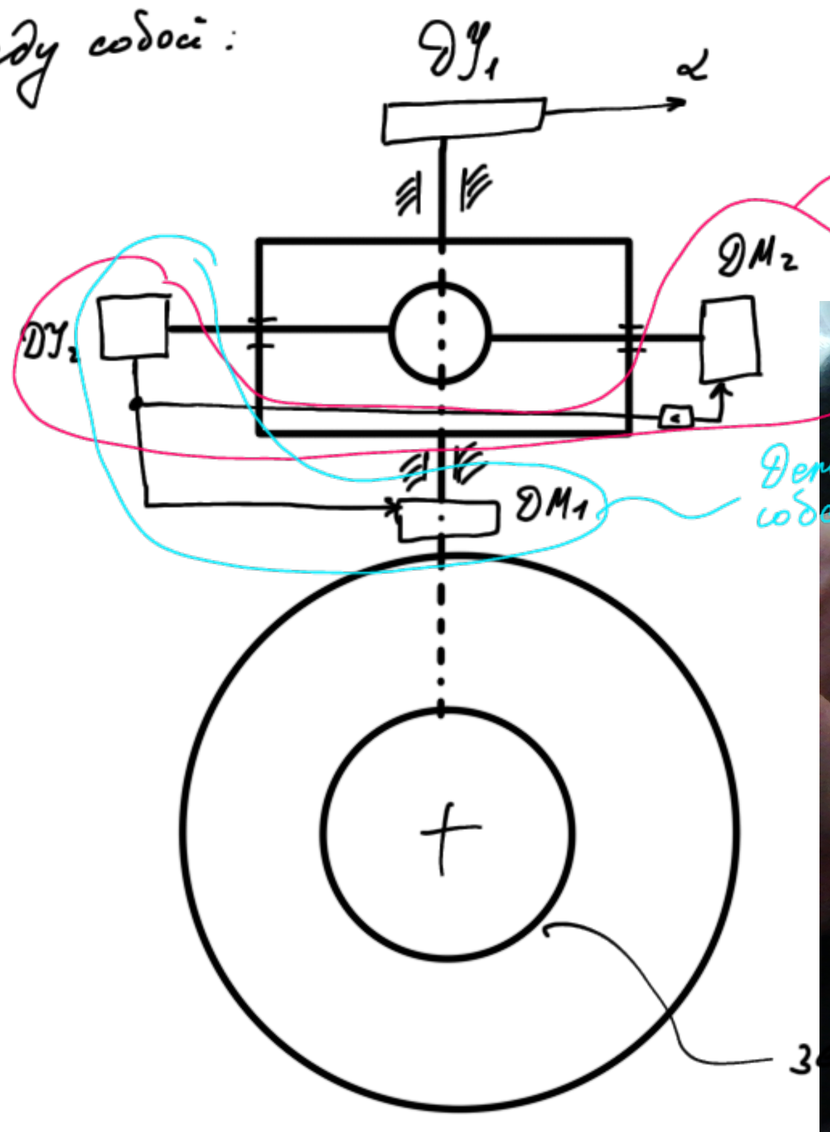
Ось нар-ой рамки выставляется по геоцентрической вертикали, т.е. совмещается центр Земли с центром ЛА.

Сравнить между собой:

ГПК

ГО

УИО.



Аналог маятниковой коррекции

Демпфирование собственных колебаний

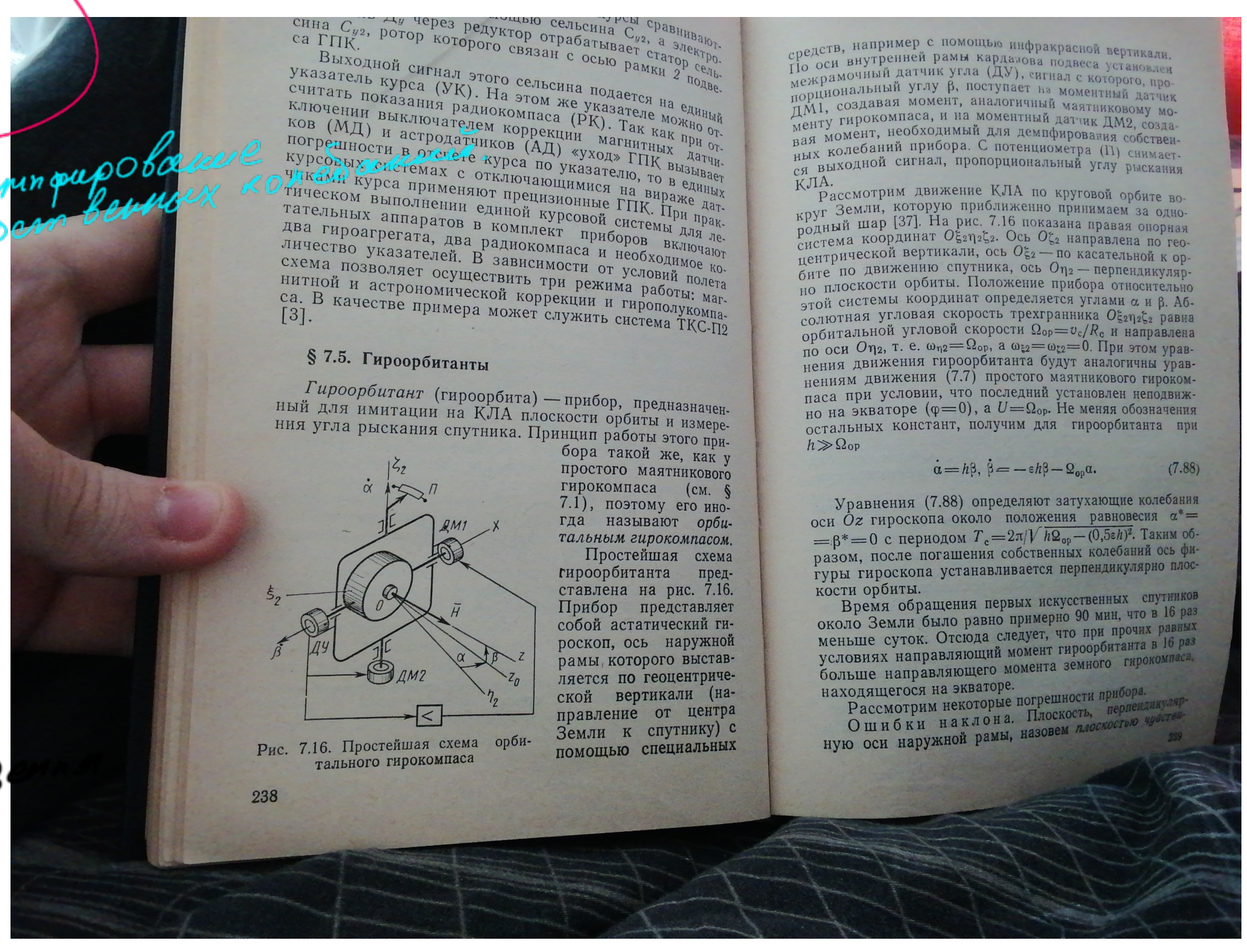


Рис. 7.16. Простейшая схема орбитального гирокомпаса

238

§ 7.5. Гироорбитанты

Гироорбитант (гироорбита) — прибор, предназначенный для имитации на КЛА плоскости орбиты и измерения угла рыскания спутника. Принцип работы этого прибора такой же, как у простого маятникового гирокомпаса (см. § 7.1), поэтому его иногда называют *орбитальным гирокомпасом*.

Простейшая схема гироорбитанта представлена на рис. 7.16. Прибор представляет собой астатический гироскоп, ось наружной рамы которого выставляется по геоцентрической вертикали (направление от центра Земли к спутнику) с помощью специальных средств, например с помощью инфракрасной вертикали. По оси внутренней рамы карданова подвеса установлен межрамочный датчик угла (ДУ), сигнал с которого, пропорциональный углу β, поступает на моментный датчик ДМ1, создавая момент, аналогичный маятниковому моменту гирокомпаса, и на моментный датчик ДМ2, создающий момент, необходимый для демпфирования собственных колебаний прибора. С потенциометра (П) снимается выходной сигнал, пропорциональный углу рыскания КЛА.

Рассмотрим движение КЛА по круговой орбите вокруг Земли, которую приближенно принимаем за однородный шар [37]. На рис. 7.16 показана правая опорная система координат $O\xi_2\eta_2\zeta_2$. Ось $O\zeta_2$ направлена по геоцентрической вертикали, ось $O\xi_2$ — по касательной к орбите по движению спутника, ось $O\eta_2$ — перпендикулярно плоскости орбиты. Положение прибора относительно этой системы координат определяется углами α и β. Абсолютная угловая скорость трехгранника $O\xi_2\eta_2\zeta_2$ равна орбитальной угловой скорости $\Omega_{op} = v_c/R_c$ и направлена по оси $O\eta_2$, т. е. $\omega_{\eta 2} = \Omega_{op}$, а $\omega_{\xi 2} = \omega_{\zeta 2} = 0$. При этом уравнения движения гироорбитанта будут аналогичны уравнениям движения (7.7) простого маятникового гирокомпаса при условии, что последний установлен неподвижно на экваторе ($\varphi = 0$), а $U = \Omega_{op}$. Не меняя обозначения остальных констант, получим для гироорбитанта при $h \gg \Omega_{op}$

$$\dot{\alpha} = h\beta, \quad \dot{\beta} = -\varepsilon h\beta - \Omega_{op}\alpha. \qquad (7.88)$$

Уравнения (7.88) определяют затухающие колебания оси Oz гироскопа около положения равновесия $\alpha^* = \beta^* = 0$ с периодом $T_c = 2\pi/\sqrt{h\Omega_{op} - (0{,}5\varepsilon h)^2}$. Таким образом, после погашения собственных колебаний ось фигуры гироскопа устанавливается перпендикулярно плоскости орбиты.

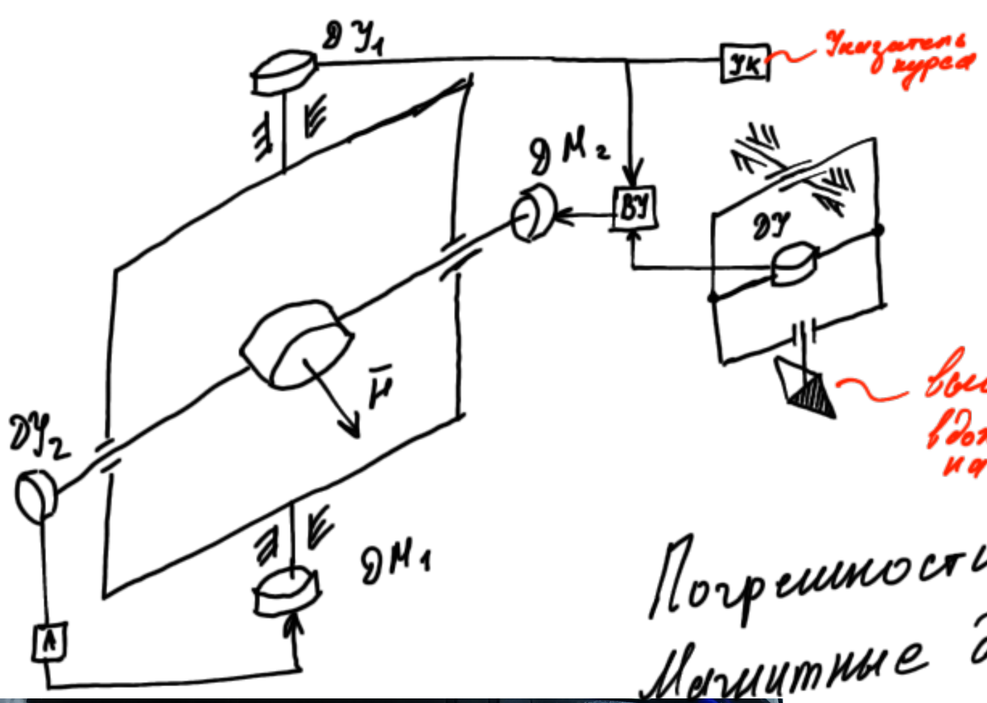
Время обращения первых искусственных спутников около Земли было равно примерно 90 мин, что в 16 раз меньше суток. Отсюда следует, что при прочих равных условиях направляющий момент гироорбитанта в 16 раз больше направляющего момента земного гирокомпаса, находящегося на экваторе.

Рассмотрим некоторые погрешности прибора.

Ошибки наклона. Плоскость, перпендикулярную оси наружной рамы, назовем *плоскостью чувствительности*

Гиромагнитный компас (ГПК + магнитный компас)

Магнитная стрелка устанавливается в кардановый подвес чтобы она была в гор-те. Маг-ая стрелка выставляется вдоль линии напряженности маг-го поля Земли. Вектор напряженности маг-го поля составляет угол с линией гориз-та (θ). Угол δ - это угол склонения — угол между проекцией вектора напряженности маг-го поля на плоскость местного гор-та и геогр-им меридианом.



θ - ?

$\theta > 0$ на Севере

$\theta < 0$ на Юге

Самая большая погрешность данного прибора это магнитные девиации.

выставляется вдоль линий напр-ти магн-го поля Земли. (показания стрелки совпадают с реальным магн-ым полем)

Проекция вектора напр-ти на плоскость местного гор-та имеет угол между ним и меридианом (δ)

Погрешности:

Магнитные девиации.

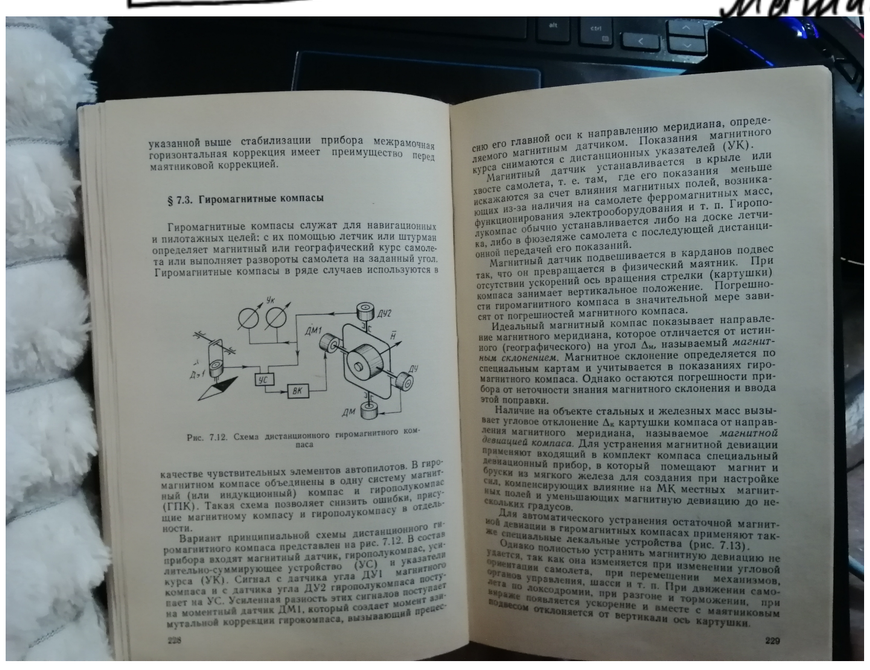
$$\delta = A + B\sin\psi + C\cos\psi + D\sin 2\psi + E\cos 2\psi$$

A, B, C, D, E – коэф-ты девиации

A – круговая девиация (обусловлено мягким железом)

B, C – полукруговая девиация (твердое железо)

D – четвертичная девиация (мягкое железо)



указанной выше стабилизации прибора межрамочная горизонтальная коррекция имеет преимущество перед маятниковой коррекцией.

§ 7.3. Гиромагнитные компасы

Гиромагнитные компасы служат для навигационных и пилотажных целей: с их помощью летчик или штурман определяет магнитный или географический курс самолета или выполняет развороты самолета на заданный угол. Гиромагнитные компасы в ряде случаев используются в качестве чувствительных элементов автопилотов. В гиромагнитном компасе объединены в одну систему магнитный (или индукционный) компас и гирополукомпас (ГПК). Такая схема позволяет снизить ошибки, присущие магнитному компасу и гирополукомпасу в отдельности.

Вариант принципиальной схемы дистанционного гиромагнитного компаса представлен на рис. 7.12. В состав прибора входят магнитный датчик, гирополукомпас, усилительно-суммирующее устройство (УС) и указатели курса (УК). Сигнал с датчика угла ДУ1 магнитного компаса и с датчика угла ДУ2 гирополукомпаса поступает на УС. Усиленная разность этих сигналов поступает на моментный датчик ДМ1, который создает момент азимутальной коррекции гирокомпаса, вызывающий прецессию его главной оси к направлению меридиана, определяемого магнитным датчиком. Показания магнитного курса снимаются с дистанционных указателей (УК).

Магнитный датчик устанавливается в крыле или хвосте самолета, т. е. там, где его показания меньше искажаются за счет влияния магнитных полей, возникающих из-за наличия на самолете ферромагнитных масс, функционирования электрооборудования и т. п. Гирополукомпас обычно устанавливается либо на доске летчика, либо в фюзеляже самолета с последующей дистанционной передачей его показаний.

Магнитный датчик подвешивается в карданов подвес так, что он превращается в физический маятник. При отсутствии ускорений ось вращения стрелки (картушки) компаса занимает вертикальное положение. Погрешности гиромагнитного компаса в значительной мере зависят от погрешностей магнитного компаса.

Идеальный магнитный компас показывает направление магнитного меридиана, которое отличается от истинного (географического) на угол $\Delta_м$, называемый *магнитным склонением*. Магнитное склонение определяется по специальным картам и учитывается в показаниях гиромагнитного компаса. Однако остаются погрешности прибора от неточности знания магнитного склонения и ввода этой поправки.

Наличие на объекте стальных и железных масс вызывает угловое отклонение $\Delta_к$ картушки компаса от направления магнитного меридиана, называемое *магнитной девиацией компаса*. Для устранения магнитной девиации применяют входящий в комплект компаса специальный девиационный прибор, в который помещают магнит и бруски из мягкого железа для создания при настройке сил, компенсирующих влияние на МК местных магнитных полей и уменьшающих магнитную девиацию до нескольких градусов.

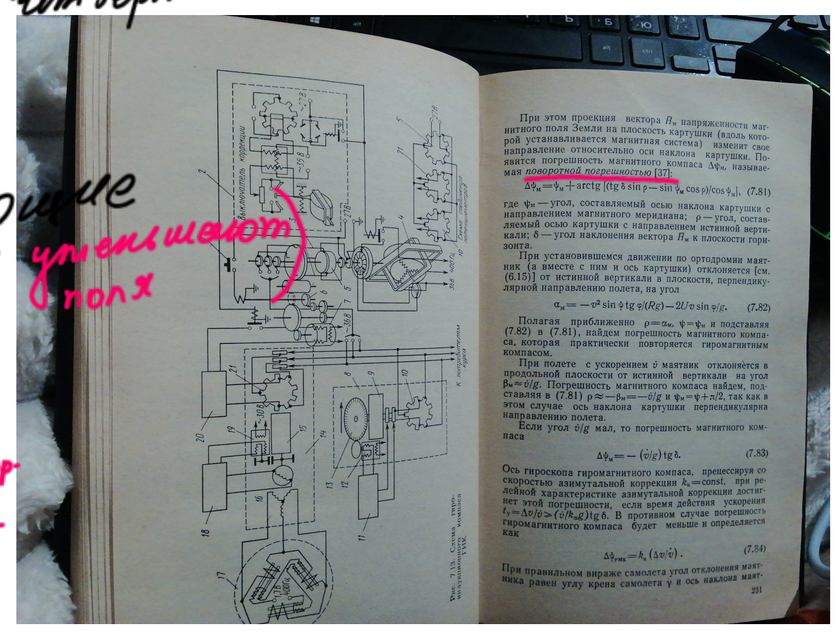
Для автоматического устранения остаточной магнитной девиации в гиромагнитных компасах применяют также специальные лекальные устройства (рис. 7.13).

Однако полностью устранить магнитную девиацию не удается, так как она изменяется при изменении угловой ориентации самолета, при перемещении механизмов, органов управления, шасси и т. п. При движении самолета по локсодромии, при разгоне и торможении, при вираже появляется ускорение и вместе с маятниковым подвесом отклоняется от вертикали ось картушки.

228 229

Смотри вконце ещё

Для устр-я этой погрешности специально добавляют компенсирующие материалы. (они как бы уменьшают магнитные поля)



При этом проекция вектора $H_м$ напряженности магнитного поля Земли на плоскость картушки (вдоль которой устанавливается магнитная система) изменит свое направление относительно оси наклона картушки. Появится погрешность магнитного компаса $\Delta\psi_м$, называемая *поворотной погрешностью* [37]:

$$\Delta\psi_м = \psi_м + \operatorname{arctg}[(\operatorname{tg}\delta\sin\rho - \sin\psi_м\cos\rho)/\cos\psi_м], \quad (7.81)$$

где $\psi_м$ — угол, составляемый осью наклона картушки с направлением магнитного меридиана; ρ — угол, составляемый осью картушки с направлением истинной вертикали; δ — угол наклонения вектора $H_м$ к плоскости горизонта.

При установившемся движении по ортодромии маятник (а вместе с ним и ось картушки) отклоняется [см. (6.15)] от истинной вертикали в плоскости, перпендикулярной направлению полета, на угол

$$\alpha_м = -v^2\sin\psi\operatorname{tg}\varphi/(Rg) - 2Uv\sin\varphi/g. \quad (7.82)$$

Полагая приближенно $\rho = \alpha_м$, $\psi = \psi_м$ и подставляя (7.82) в (7.81), найдем погрешность магнитного компаса, которая практически повторяется гиромагнитным компасом.

При полете с ускорением $\dot v$ маятник отклоняется в продольной плоскости от истинной вертикали на угол $\beta_м \approx \dot v/g$. Погрешность магнитного компаса найдем, подставляя в (7.81) $\rho \approx -\beta_м = -\dot v/g$ и $\psi_м = \psi + \pi/2$, так как в этом случае ось наклона картушки перпендикулярна направлению полета.

Если угол $\dot v/g$ мал, то погрешность магнитного компаса

$$\Delta\psi_м = -(\dot v/g)\operatorname{tg}\delta. \quad (7.83)$$

Ось гироскопа гиромагнитного компаса, прецессируя со скоростью азимутальной коррекции $k_a = \text{const}$, при релейной характеристике азимутальной коррекции достигнет этой погрешности, если время действия ускорения $t_у = \Delta v/\dot v > (\dot v/k_a g)\operatorname{tg}\delta$. В противном случае погрешность гиромагнитного компаса будет меньше и определяется как

$$\Delta\psi_{гмк} = k_a(\Delta v/\dot v). \quad (7.84)$$

При правильном вираже самолета угол отклонения маятника равен углу крена самолета γ и ось наклона маятника равен углу крена самолета γ и ось наклона маятника

231

Рис. 7.13. Схема гиромагнитного компаса ГПК

Поворотная ошибка: При гор-ом расположении магнитной стрелки приборная меридиана совпадает с реальной меридианой, но если имеется наклон плоскости в гор-те то появится погрешность:

$$\Delta\psi_н = \psi_н - \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\psi_н\cos\gamma - \frac{\operatorname{tg}\theta\cdot\sin\gamma}{\cos\psi_н}\right)$$

Плоскость чувствительности это плоскость магнитной стрелки.

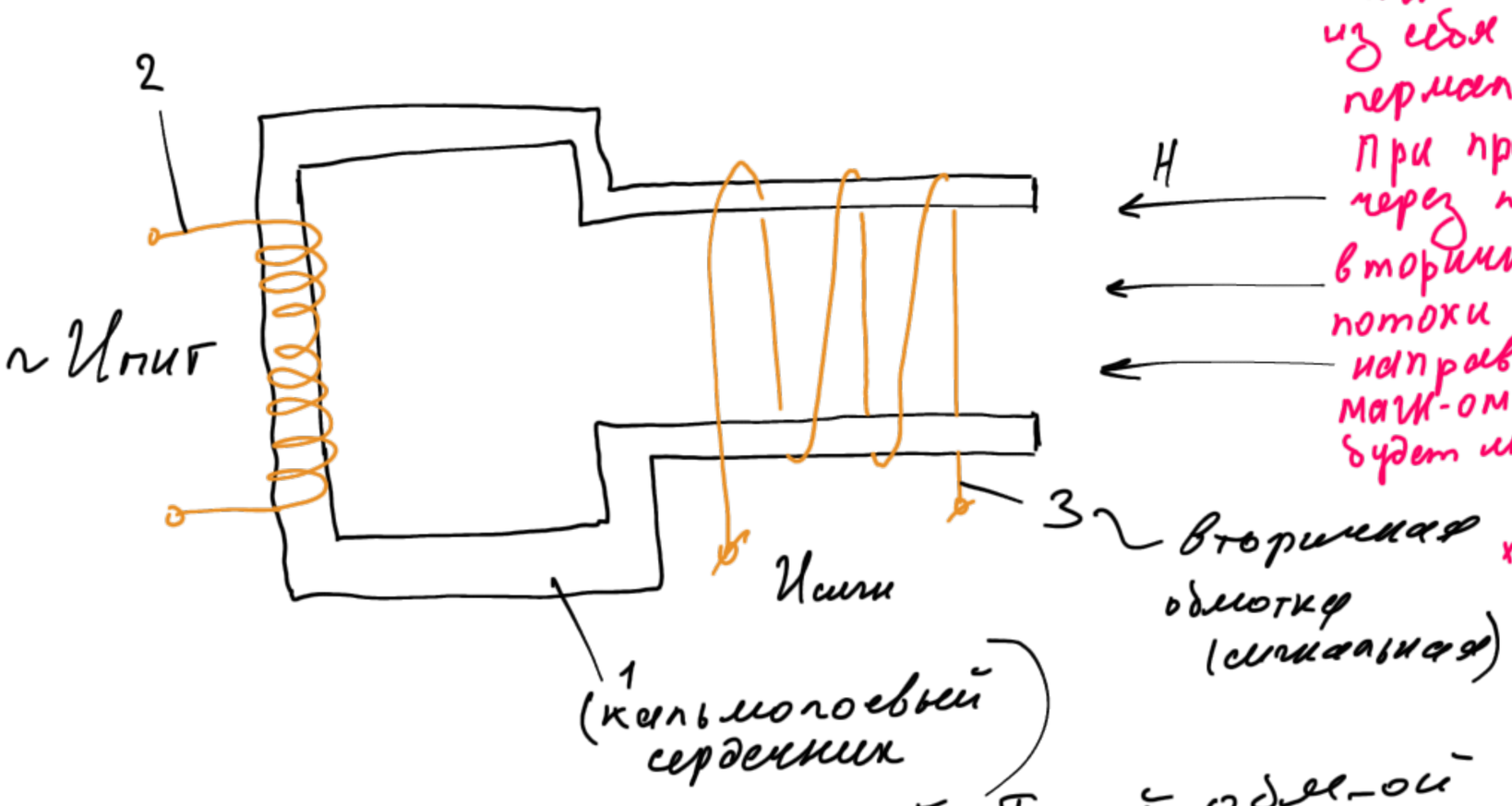
$\psi_н$ – угол, который образует с магн-ым мерид-ом полож. гор-ая ось поворота в плоскости чувств-ти магнитным эл-ом.

Угол γ – угол наклона плоскости чувств-ти к плоскости гор-та.

что это за углы???

θ – угол наклона вектора напр-ти магн-го поля в плоскости гор-та. Поворотная ошибка

Гироиндукционный компас (ГИК):



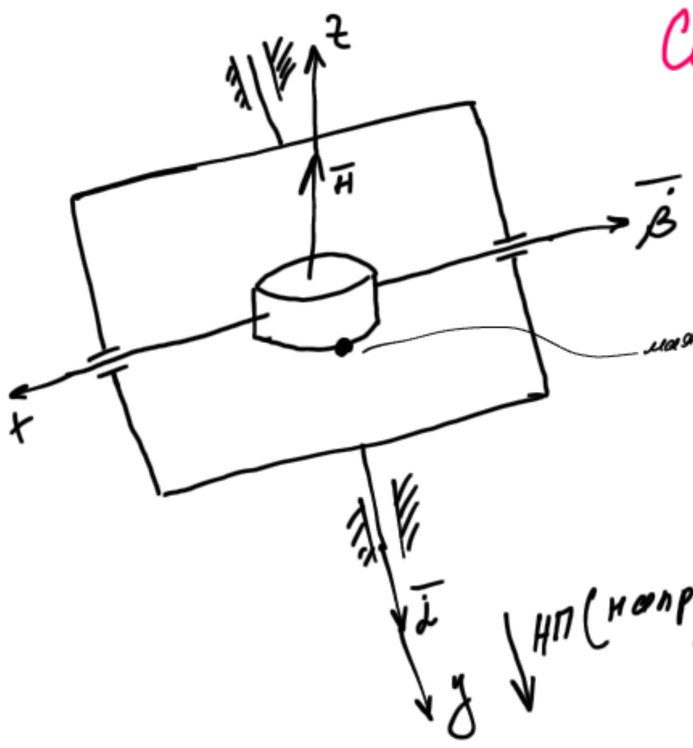
Основной частью является магнитный зонд. Представляет из себя трансформатор с 2-мя пермалоевыми сердечниками. При пропускании переменного тока через первичную обмотку во вторичной ток не наводится, т.к. потоки равны и противоположно направлены. Но при внешнем постоянном магн-ом поле во вторичной обмотке будет индуцироваться переменное напр-е. Это происходит из-за нелинейной харак-ой магнитной индукции пермало

1) магнитный поток возбужд-ый I-ой обм-ой 2, каждой половине стержня имеет взаимнопротивоположное напр-е. Этот поток 2 раза насыщает стержень с 2-ой частотой. В следствии магнитной проницаемости внешнее магн-ое поле создает поток двойной пульсирующий поток изм-я направленный одинаково.

Каждому курсу соответствует свое напр-е.
(На экзамене будет соединение Δ-ом и звездой)

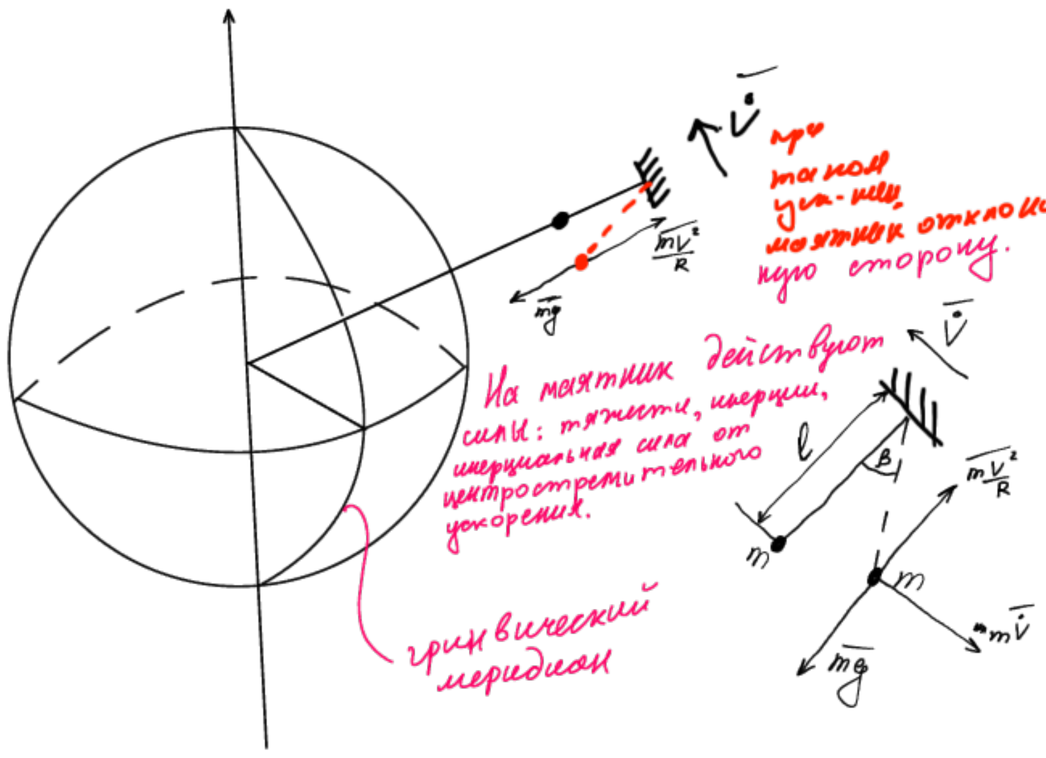
Гировертикаль: (ГВ)

ГВ нужен чтобы измерять углы от истинной вертикали. (тангаж, крен)



Самая простая ГВ это тяжелый гир-п.
Ось нар-ой рамы параллельна продольной оси ЛА.
Ось внутренней рамы параллельна поперечной оси ЛА.
Смещение ц.м. вдоль оси z. При повороте будет возникать маятниковый момент.

Рассмотрим поведение маятника на подвижном основании:



Уравнение движения маятника по принципу Даламбера:

$$J\ddot{\beta}_{абс} + mgl\sin\beta - \frac{mV^2}{R}l\sin\beta - mVl\cos\beta = 0$$

$J\ddot{\beta}_{абс}$ — момент инерции

$$J\ddot{\beta} + \left(g - \frac{V^2}{R}\right)ml\beta = mVl - J\ddot{\varphi}$$

Решим ур-е отн-но β:

$$\ddot{\beta}_{абс} = \ddot{\varphi} + \ddot{\beta}_{отн}$$

переносная

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2\beta = \frac{ml}{J}\dot{V} - \ddot{\varphi} = \frac{mel}{J}\dot{V} - \frac{\dot{V}}{R}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\left(g + \frac{V^2}{R}\right)ml}{J}} = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$$

(знак минус убрали, т.к. g)

Решение:

Решением ур-ий колебаний будет сумма свободных и вынужденных колебаний.

$$\beta = A_0\sin\omega_0 t + \frac{\frac{ml}{J}\dot{V} - \frac{\dot{V}}{R}}{\omega_0^2}$$

обеспечим этой скобке равенство нулю.

если маятник мат-й (смещение от цент. тяжести, но масса не равна нулю)

то $J = ml^2$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Зачем гасить эту часть?

А что даст настройка на период Шулера для скобки: $\frac{ml}{J}\dot{V} - \frac{\dot{V}}{R}$?

$$\frac{ml}{J} - \frac{1}{R} = 0$$

$$mlR = J$$

$$l = R$$

Сделаем настройку на частоту Шулера:

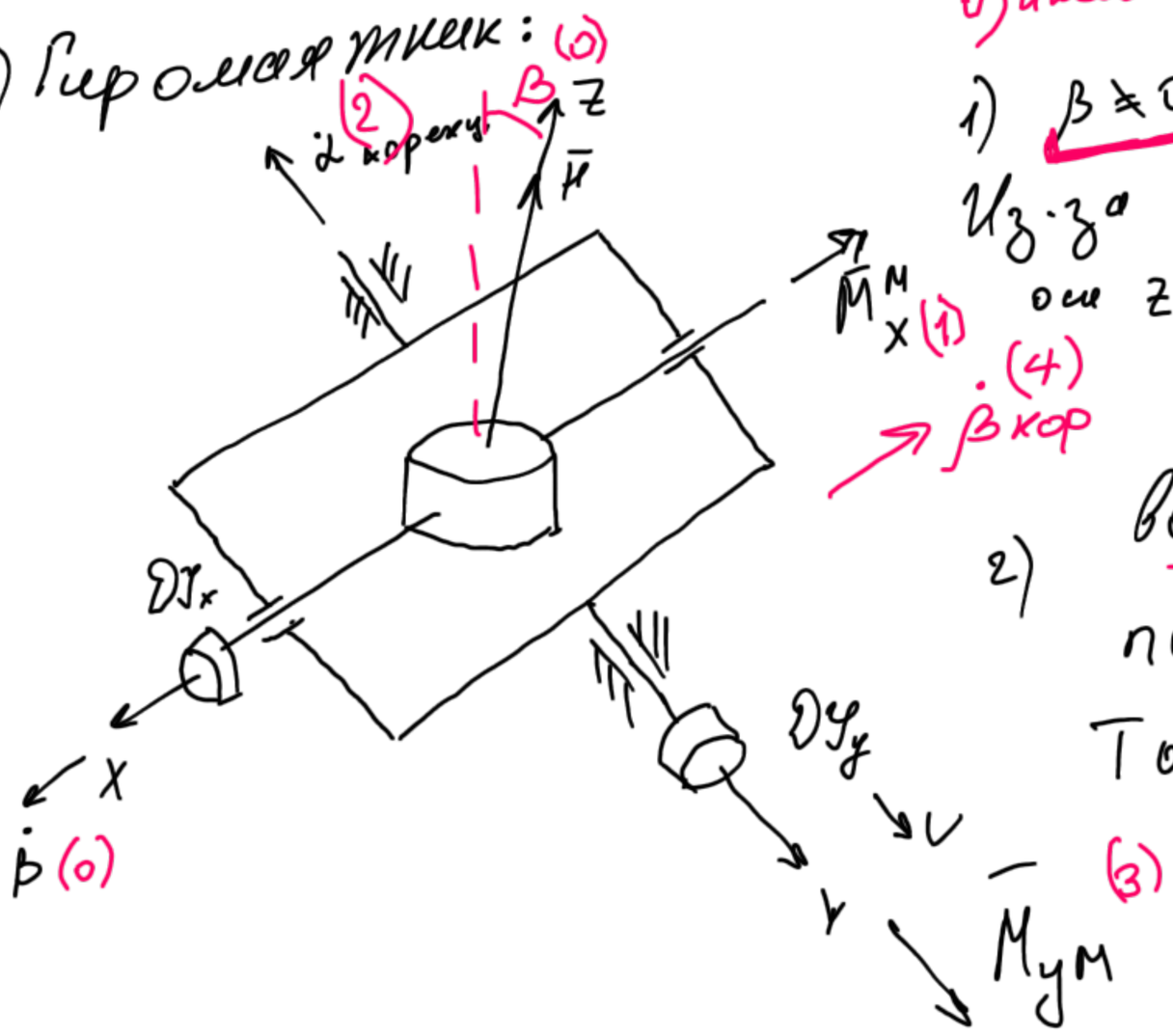
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Используем прибор, чтобы смоделировать настройку Шулера. Т.е. сделали гиромаятник.

$\omega_{max} > \omega + \frac{V}{R} + \omega_{пл}$ В таком гиромаятнике скорость прецессии должна компенсировать кажущийся уход, скорость движения ЛА, собственную прецессию.

Классификация гировертикалей:

1) Гиромаятник: (0)



а) имеется Δ. Возникает B

1) B ≠ 0 Рама откликнулась.

Из-за смещенного ц.м. по оси z, то:

возникнет момент $\bar{M}_x^M$ (1)

2) возникнет $\dot{\alpha}_{кор} = \frac{M_x}{H}$ (2)

появится α, появится M_y^M (3)

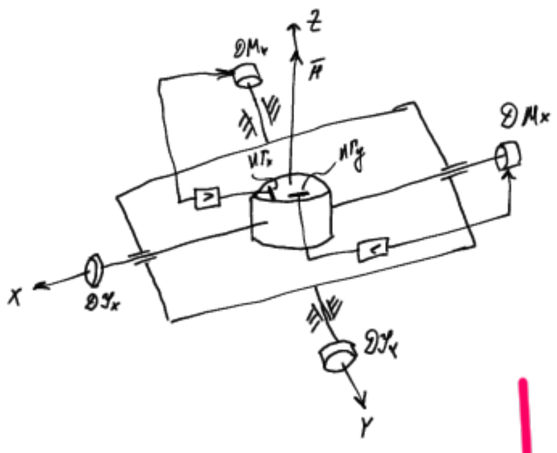
Тогда возникнет $\dot{\beta}_{кор} = \frac{M_y}{H}$ (4)

→ H будет стремиться выстроиться с ист. вертикалью.

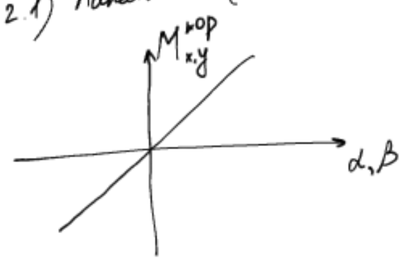
Недостатки такие же как у тяжелого Г-па.

2) ГВ с коррекцией

Виды коррекций:

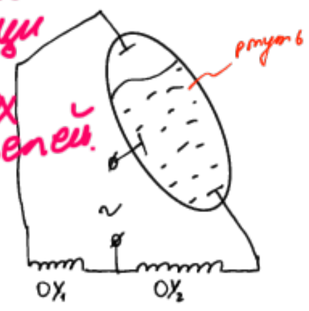


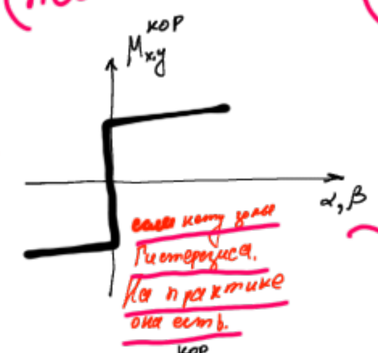
2.1) Линейная (радиальная) коррекция (пропорциональная)



2.2) Релейная коррекция (постоянная) (Величина момента коррекции постоянна, а знак зависит от знака угла)

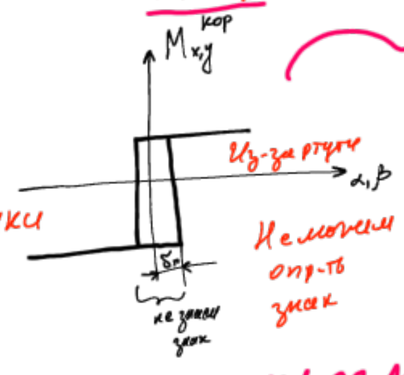
Осуществляется при помощи жидкостно маятниковых переключателей.





~ идеальная хар-ка.

~ реальная харак-ка.



$M = M_x \operatorname{sing} \alpha, \ \alpha > \delta_г$

$M = \mp M_x, \ \alpha < \delta_г$

Недостатки: нелинейные характеристики

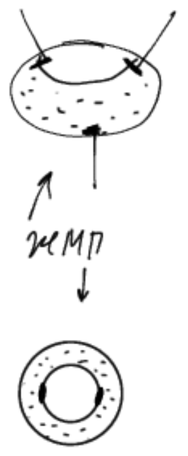
Не можем опр-ть знак (перекривается неполностью)

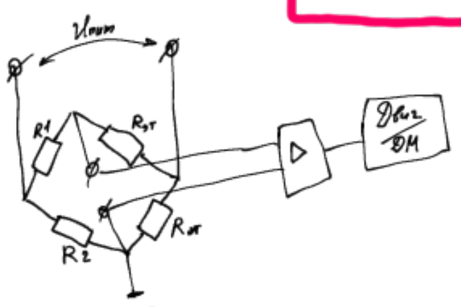
Минусы: имеется нелинейность

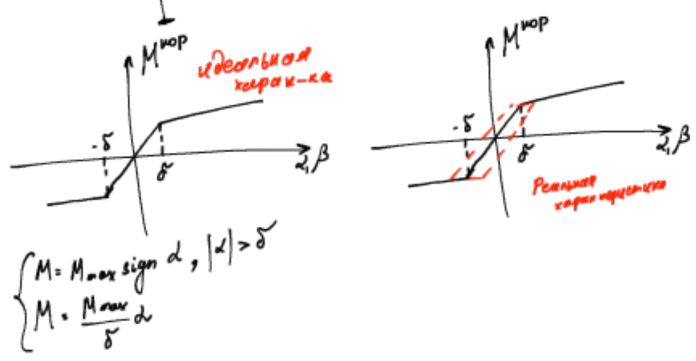
Плюсы: сразу подается максима-ый момент.

Решение: смешанная коррекция

2.3) Смешанная коррекция

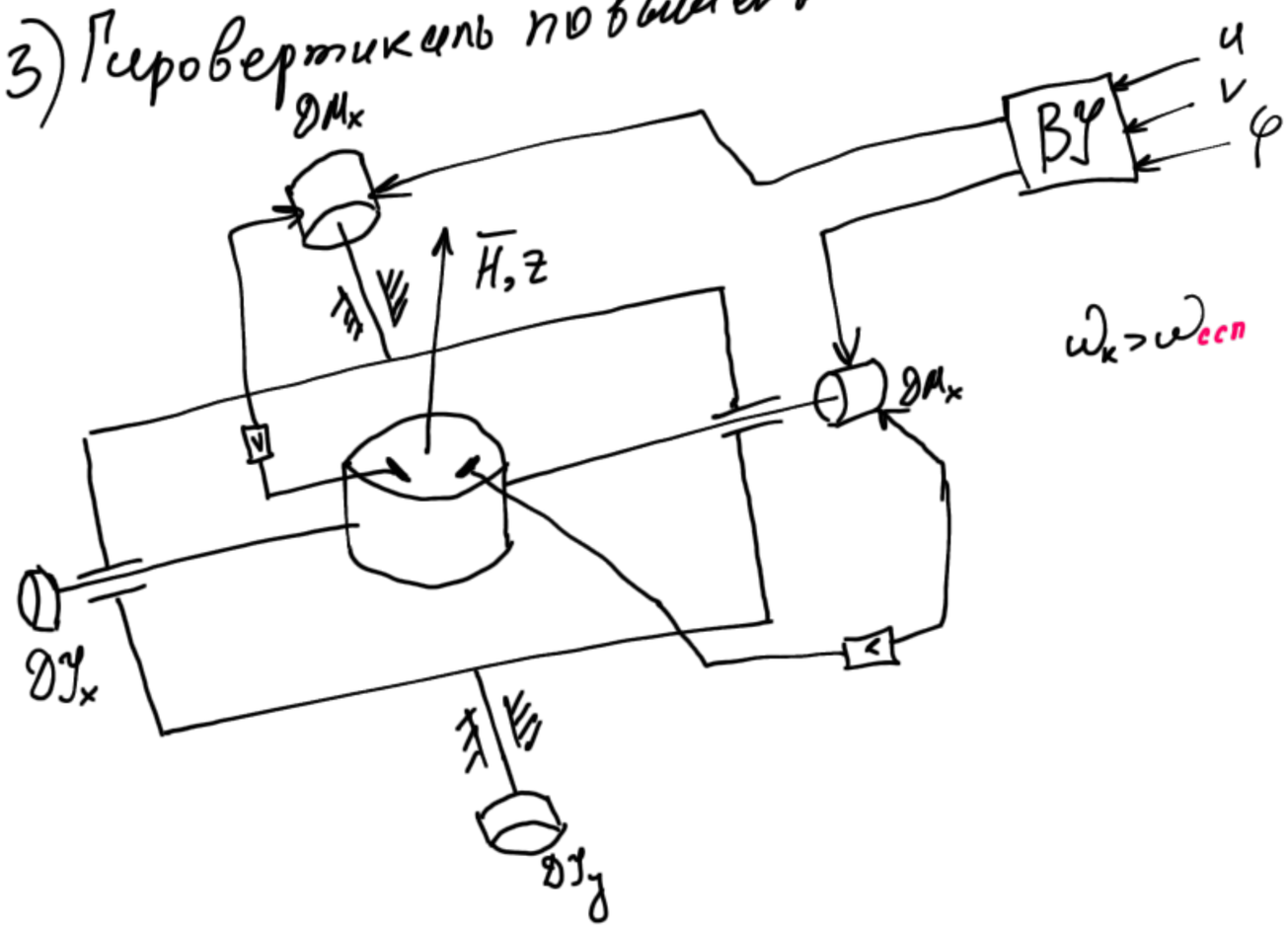






$$\begin{cases} M = M_{max} \operatorname{sign} \alpha, \ |\alpha| > \delta \\ M = \frac{M_{max}}{\delta} \alpha \end{cases}$$

3) Гировертикаль повышенной точности:



$\omega_к > \omega_{сеп}$

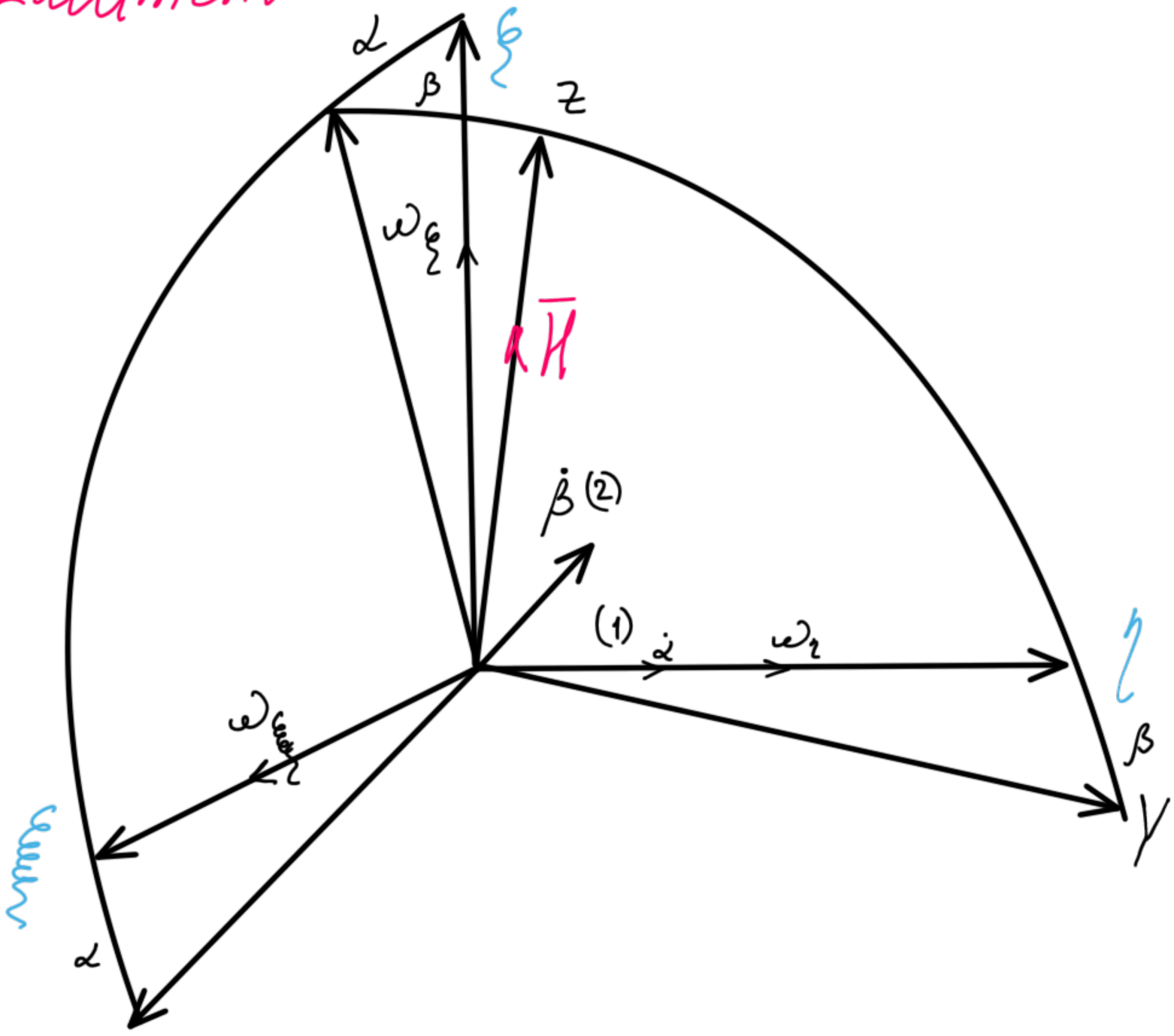
Строится на основе обычной гировертикальной коррекции, но дополнительно через вычислительное устр-во подается информация об скорости вращ-я Земли, линейной скорости объекта, широте.

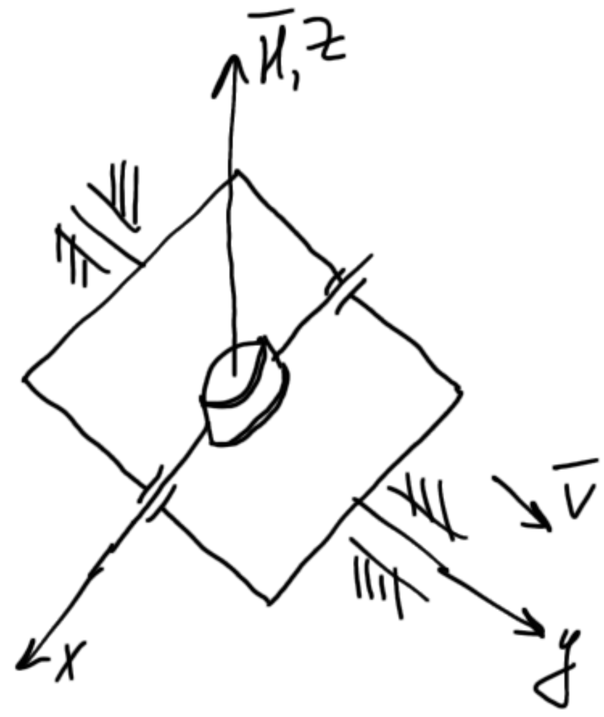
4) Прецизионные гировертикали

(Высокоточные ГВ) Повышенная точность. Используют высокоточные трехстепенные гироскопы. Используют маятник с настройкой на период Шулера и т.д.. (119 стр. издание I)

Общие уравнения гироскопии

В качестве опорной СК возьмем траекторную СК (это по касательной к траектории движения.





$$\omega_x = -\dot\beta + \omega_\zeta \cos\alpha - \omega_\xi \sin\alpha$$

$$\omega_y = (\dot\alpha + \omega_\eta)\cos\beta - \omega_\xi \cos\alpha \sin\beta - \omega_\zeta \sin\alpha \sin\beta$$

При α и β малых:

$$\omega_x = -\dot\beta + \omega_\zeta - \omega_\xi \alpha$$

$$\omega_y = \dot\alpha + \omega_\eta - \omega_\xi \beta$$

Составим ур-е движения по Даламберу:

$$\begin{cases} M_x^{\Gamma} + M_x^{кор} + M_x^{вн} = 0 \\ M_y^{\Gamma} + M_y^{кор} + M_y^{вн} = 0 \end{cases}$$

коррекции

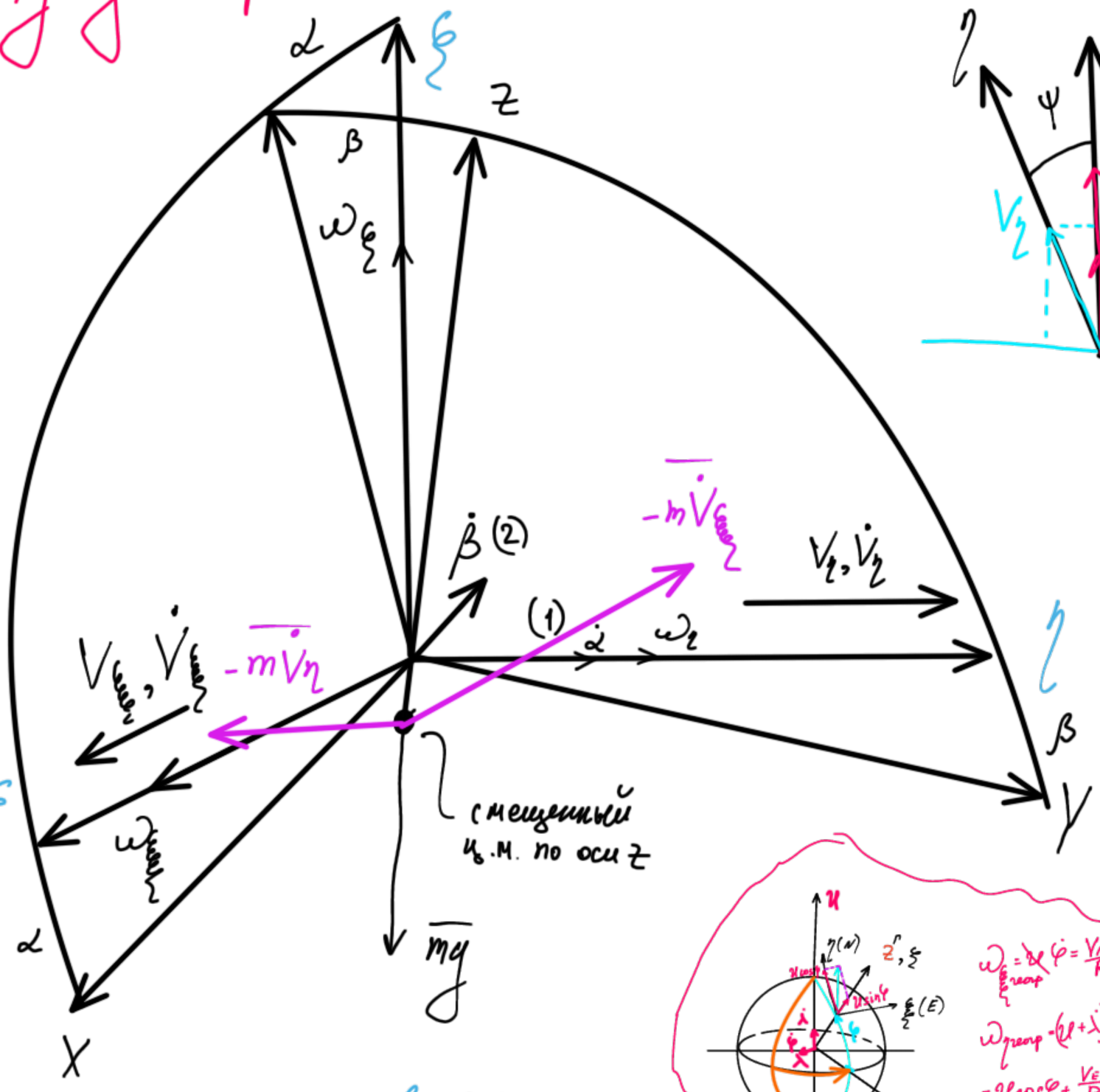
$$\begin{cases} M_x^{\Gamma} = -H\omega_y \\ M_y^{\Gamma} = H\omega_x \end{cases}$$

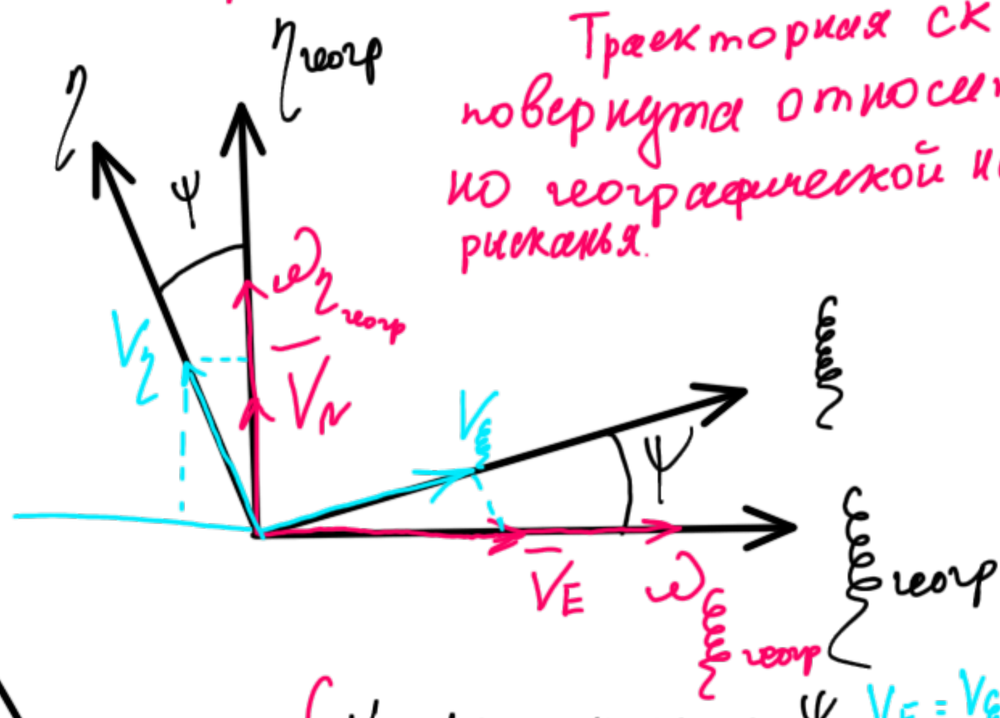
$$\begin{cases} -H(\dot\alpha + \omega_\eta - \omega_\xi \beta) + M_x^{кор} + M_x^{вн} = 0 \\ H(-\dot\beta + \omega_\zeta - \omega_\xi \alpha) + M_y^{кор} + M_y^{вн} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot\alpha + \omega_\eta - \omega_\xi \beta - \dfrac{M_x^{кор}}{H} - \dfrac{M_x^{вн}}{H} = 0 \\ \dot\beta - \omega_\zeta + \omega_\xi \alpha - \dfrac{M_y^{кор}}{H} - \dfrac{M_y^{вн}}{H} = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Гироанэтикковые вертикали

ДУ гироскопа стабилизации центр масс вдоль оси Z:





Траектория ск повернута относительно географической на угол рысканья.

$$\begin{cases} V_\eta = V_N\cos\psi - V_E\sin\psi \\ V_{\xi geогр} = V_N\sin\psi + V_E\cos\psi \end{cases} \qquad V_E = V_{\xi geогр}\cos\psi - V_\eta\sin\psi$$

$$\begin{cases} \omega_\eta = \omega_{\eta геогр}\cos\psi - \omega_{\xi geогр}\sin\psi \\ \omega_{\xi geогр} = \omega_{\xi geогр}\cos\psi + \omega_{\eta геогр}\sin\psi \\ \omega_\xi = \omega_{\xi геогр} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \omega_{\eta геогр} = u\cos\varphi + \frac{V_E}{R} \\ \omega_{\xi геогр} = \frac{-V_N}{R} \\ \omega_{\xi геогр} = u\sin\varphi + \frac{V_E}{R}\operatorname{tg}\varphi \end{cases}$$

Надо разобраться в этом переходе.

$$\begin{cases} \omega_\eta = \left(u\cos\varphi + \frac{V_E}{R}\right)\cos\psi + \frac{V_N}{R}\sin\psi \\ \omega_\xi = -\frac{V_N}{R}\cos\psi + \left(u\cos\varphi + \frac{V_E}{R}\right)\sin\psi \\ \omega_\xi = \left(u\sin\varphi + \frac{V_E}{R}\operatorname{tg}\varphi\right) \end{cases}$$

Перейдем от скоростей геогр-ой ск к скоростям в траекторной ск:

$$\begin{cases} \omega_\eta = \frac{V_\xi}{R} + u\cos\varphi\cos\psi \\ \omega_\xi = -\frac{V_\eta}{R} + u\cos\varphi\sin\psi \\ \omega_\xi = u\sin\varphi + \frac{V_\xi\cos\psi - V_\eta\sin\psi}{R}\operatorname{tg}\varphi \end{cases}$$

Запишем корректирующие моменты:

$$\begin{cases} M_x^{кор} = mg\ell\sin\beta\cos\alpha - m\dot{V}_\eta\ell\cos\beta - m\dot{V}_\xi\ell\sin\beta\sin\alpha \\ M_y^{кор} = -mg\ell\sin\alpha + m\dot{V}_\xi\cos\alpha \end{cases}$$

считаем моменты по оси поворота $\dot{\alpha}$.

Подставим в измерительное ур-е Даламбера: (*)

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \frac{V_\xi}{R} + u\cos\varphi\cos\psi - u\sin\varphi\beta - \frac{\left(V_\xi\cos\psi - V_\eta\sin\psi\right)}{R}\operatorname{tg}\varphi\cdot\beta - \frac{mg\ell}{H}\beta + \frac{m\dot{V}_\eta\ell}{H} = \frac{M_x^{вн}}{H} \\ \dot{\beta} + \frac{V_\eta}{R} - u\cos\varphi\sin\psi + u\sin\varphi\alpha + \left(\frac{V_\xi\cos\psi - V_\eta\sin\psi}{R}\right)\operatorname{tg}\varphi\cdot\alpha + \frac{mg\ell}{H}\alpha - \frac{m\dot{V}_\xi\ell}{H} = \frac{M_y^{вн}}{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi\beta - \frac{M_x^{кор}}{H} - \frac{M_x^{вн}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha - \frac{M_y^{кор}}{H} - \frac{M_y^{вн}}{H} = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Характер движения колебательный. Поэтому переписываем ур-я с использованием ω_0

$$\dot{\alpha} - \omega_0\beta = -\frac{V_\xi}{R} - u\cos\varphi\cos\psi - \frac{m\dot{V}_\eta\ell}{H} + \frac{M_x^{вн}}{H}$$

$$\dot{\beta} + \omega_0\alpha = -\frac{V_\eta}{R} + u\cos\varphi\sin\psi + \frac{m\dot{V}_\xi\ell}{H} + \frac{M_y^{вн}}{H}$$

$$\omega_0 = u\sin\varphi + \left(\frac{V_\xi\cos\psi + V_\eta\sin\psi}{R}\right)\operatorname{tg}\varphi + \frac{mg\ell}{H}$$

Рассмотрим частные случаи:

$V_\xi = \dot{V}_\xi = V_\eta = \dot{V}_\eta = 0, u = 0$ (Основание неподвижно, земля не вращается, гироскоп идеальный)

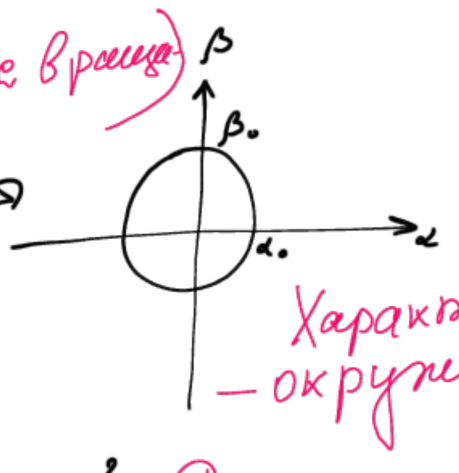
Получаем систему однород-ных ДУ. $\omega_0 = const$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_0\beta = 0 \\ \dot{\beta} + \omega_0\alpha = 0 \end{cases} \qquad \beta = \frac{\dot{\alpha}}{\omega_0} \qquad \dot{\beta} = \frac{\ddot{\alpha}}{\omega_0}$$

$$\frac{\ddot{\alpha}}{\omega_0} + \omega_0\alpha = 0$$

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0$$

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0\cos\omega_0 t \\ \beta = -\alpha_0\sin\omega_0 t \end{cases}$$



$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha_0^2$

Характер движения спектральный — окружность.

Для того чтобы колебания затухали на конце гир-на ставят сопротивление

2) $\bar{V} = 0, \dot{\bar{V}} = 0, \mathcal{U} = \mathcal{U}, M^{вх} = 0$ (Земля вращается)

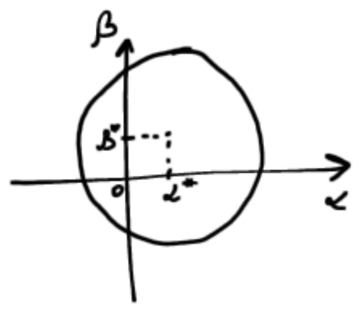
$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_0 \beta = -\mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi \\ \dot{\beta} + \omega_0 \alpha = \mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi \end{cases}$$

Решаем аналогичным образом:

$$\alpha = \alpha_0 \cos\omega_0 t + \frac{\mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi}{\omega_0}$$

$$\beta = -\alpha_0 \sin\omega_0 t + \frac{\mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi}{\omega_0}$$

$$\left(\alpha - \frac{\mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi}{\omega_0} - \beta\right)^2 = \alpha_0^2$$



Получается, что с учетом вращения Земли мы уходим от положения истинной вертикали.

3) $\dot{\bar{V}} = 0, \bar{V} \neq 0, \mathcal{U} = \mathcal{U}, M^{вн} = 0$ Основание движется с постоянной скоростью.

Появляются скоростные девиации.

$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_0 \beta = -\dfrac{V_\xi}{R} - \mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi \\ \dot{\beta} + \omega_0 \alpha = -\dfrac{V_\eta}{R} + \mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi \end{cases}$$

$$\alpha^* = \frac{\mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi}{\omega_0} - \frac{V_\eta}{R\omega_0}$$ — скоростная девиация

$$\beta^* = \frac{\mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi}{\omega_0} - \frac{V_\xi}{R\omega_0}$$ — смещение вызванное движ-ем осн-я.

4) $\dot{\bar{V}} \neq 0, \bar{V} \neq 0, M^{вн} = 0$ Идеальный гироскоп, движемся с ускорением.

Решаем точно так же

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} - \omega_0 \beta = -\mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi - \dfrac{\dot{V}_\xi}{R} - \dfrac{m\dot{V}_\eta \ell}{H} \\ \dot{\beta} + \omega_0 \alpha = \mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi - \dfrac{V_\eta}{R} + \dfrac{m\dot{V}_\xi \ell}{H} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta = \dfrac{1}{\omega_0}\left(\dot{\alpha} + \mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi + \dfrac{V_\xi}{R} + \dfrac{m\dot{V}_\eta \ell}{H}\right) \\ \alpha = \dfrac{1}{\omega_0}\left(-\dot{\beta} + \mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi - \dfrac{V_\eta}{R} + \dfrac{m\dot{V}_\xi \ell}{H}\right) \end{cases}$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{\omega_0}\left(\ddot{\alpha} + \frac{\dot{V}_\xi}{R} + \frac{m\dot{V}_\eta \ell}{H}\right)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{\omega_0}\left(-\ddot{\beta} - \frac{\dot{V}_\eta}{R} + \frac{m\dot{V}_\xi \ell}{H}\right)$$

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = \dot{V}_\eta\left(-\frac{1}{R} + \frac{m\ell\omega_0}{H}\right) + \frac{m\ddot{V}_\xi \ell}{H} + \mathcal{U}\cos\varphi\cos\psi\omega_0 + \frac{V_\xi \omega_0}{R}$$

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \dot{V}_\xi\left(-\frac{1}{R} + \frac{m\ell\omega_0}{H}\right) - \frac{m\dot{V}_\eta \ell}{H} + \mathcal{U}\cos\varphi\sin\psi\omega_0 - \frac{V_\eta \omega_0}{R}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$ — баллистические погрешности

Если перейти в полусвободную в азимуте СК, то $\omega_0 = \mathcal{U}\sin\varphi + \frac{mg\ell}{H}$

$\mathcal{U}\sin\varphi \ll \frac{mg\ell}{H} \Rightarrow \omega_0 \approx \frac{mg\ell}{H}$

подставим $\frac{m\ell}{H}$ в ....

$\frac{\omega_0}{g} = \frac{m\ell}{H}$

получим $\frac{\omega_0^2}{g} = \frac{1}{R}$

$\frac{m\ell\omega_0}{H} = \frac{1}{R}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Этой погрешности не будет при

Чтобы избавиться от бал-ой погрешности необходимо выполнить настройку Шулера.

Для исключения скоростных девиаций предлагается схема из двух гиромаятников с противоположным направлением вращения гироскопов. Скоростные девиации равны и противоположны.

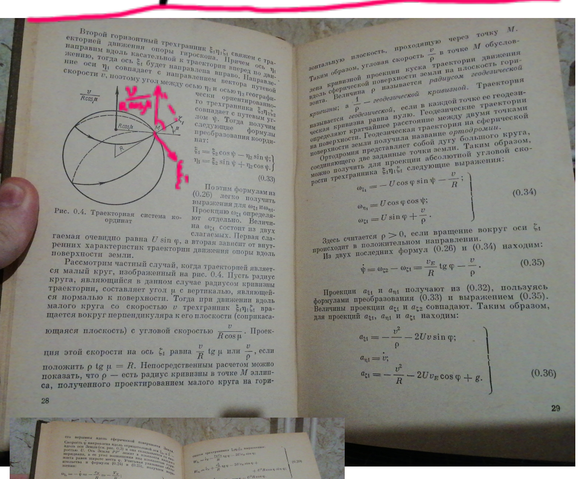
Осуществить настройку на период Шулера гиромаятника затруднительно. Демпфирование нарушит условие невозмущаемости.

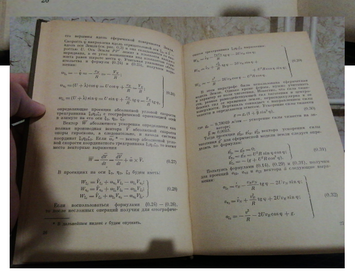
Недостатки: плохой ПП, баллистические, скоростные ошибки. Медленно затухают колебания при настройке Шулера.

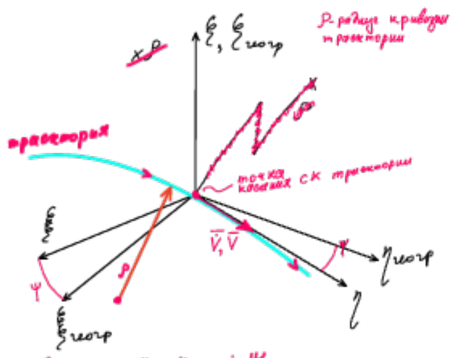
Гировертикаль с радиальной коррекцией.

Лекция 9 (10.04.2026)

ГВ с радиальной коррекцией. В качестве опорной СК выбрана траекторная СК.







$$\begin{cases} \xi = \xi_{теор}\cos\psi - \eta_{теор}\sin\psi \\ l = \xi_{теор}\sin\psi + \eta_{теор}\cos\psi \end{cases}$$

$\dot{\psi} = \frac{V}{R\cos\varphi}\sin\psi$ или $\frac{V}{\rho}$, $\rho = R\cos\varphi$

ρ – радиус кривизны траектории

$$\omega_\xi = -\frac{V}{R}\cdot U\cos\varphi\sin\psi$$
$$\omega_\eta = U\cos\varphi\cos\psi$$
$$\omega_\xi = U\sin\varphi + \frac{V}{\rho}$$

Общее ур-е ГВ:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi\beta - \frac{M_x^{кор}}{H} - \frac{M_x^{бк}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha - \frac{M_y^{кор}}{H} - \frac{M_y^{бк}}{H} = 0 \end{cases}$$

В качестве ЧЭ рассмотрим акселерометр:



Показания акселерометров:

$a_x = \dot{V}_\xi\cos\alpha - g\sin\alpha = \dot{V}_\xi - g\alpha$ ← по каналу

$a_y = \dot{V}_\eta\cos\beta - g\sin\beta = \dot{V}_\eta - g\beta$ по каналу

См. I-ое издание стр. 132

Предположим, что момент развивающий корректирующим двигателем пропорционален перемещению, тогда:

$M_x^{кор} = -K_2(\alpha - \chi_2)$

$M_y^{кор} = -K_1(\beta - \chi_1)$

$F_x = -ma_x = mg\left(\alpha - \frac{\dot{V}_\xi}{g}\right) = mg(\alpha - \chi_2)$ Что за углы?

$F_y = -ma_y = mg\left(\beta - \frac{\dot{V}_\eta}{g}\right) = mg(\beta - \chi_1)$

угол отклонения под действием ускорения.

(это углы отклонения от истинной вертикали при ускорении)

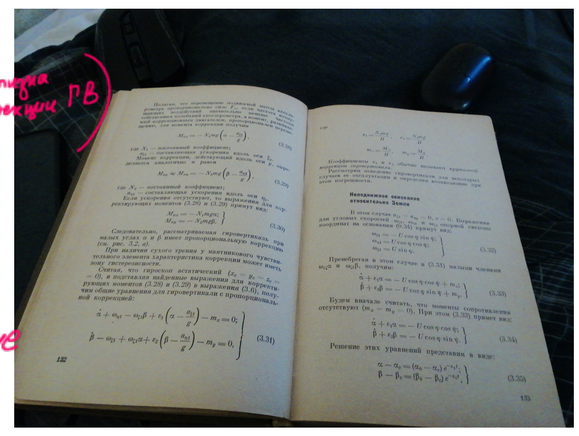
Подставим выр-я в формулу:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi\beta + \frac{K_2}{H}(\alpha - \chi_2) - \frac{M_x^{бк}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha + \frac{K_1}{H}(\beta - \chi_1) - \frac{M_y^{бк}}{H} = 0 \end{cases}$$

ε_1 – заданная скорость коррекции

ε_1

(круглая коррекция ГВ)



По факту, вращение Земли совмещает положение равновесия.

Рассмотрим частные случаи:

1) $V = 0, \dot{V} = 0, U = 0$ $M^{бк} = 0$ Земля и основание неподвижно, Г-п идеальный.

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \frac{K_2}{H}\alpha = 0 \\ \dot{\beta} + \frac{K_1}{H}\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon_2\alpha = 0 \\ \dot{\beta} + \varepsilon_1\beta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = \alpha_0 e^{-\varepsilon_2 t} \\ \beta = \beta_0 e^{-\varepsilon_1 t} \end{cases}$$

Однородные ДУ

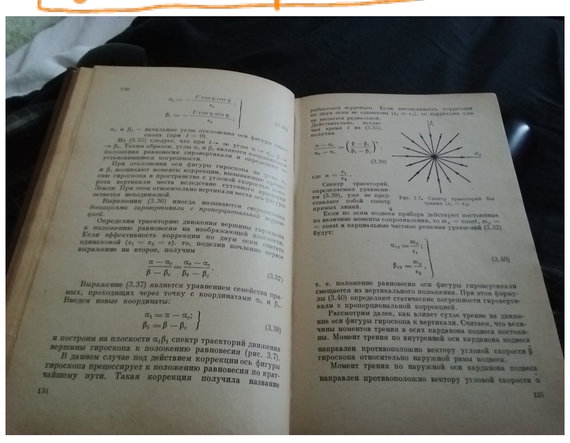
Возведем I-ое ур-е в степень $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$.

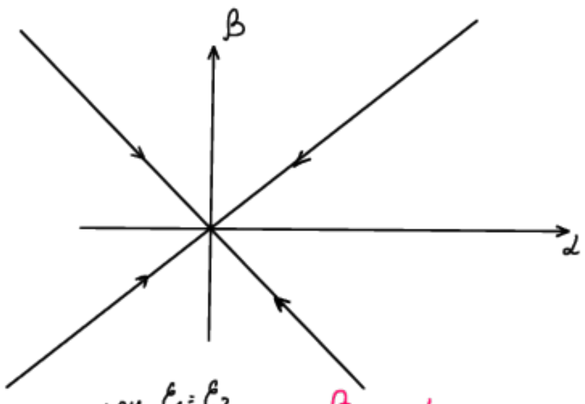
$$\alpha^{\varepsilon_1/\varepsilon_2} = \alpha_0^{\varepsilon_1/\varepsilon_2} e^{-\varepsilon_1 t}$$

$$\frac{\alpha^{\varepsilon_1/\varepsilon_2}}{\beta} = \frac{\alpha_0^{\varepsilon_1/\varepsilon_2}}{\beta_0} \Rightarrow \beta = \beta_0\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

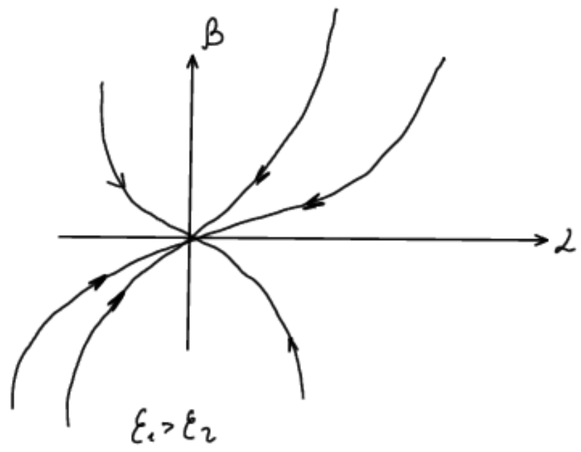
Именно при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ и наз-ся радиальной коррекцией

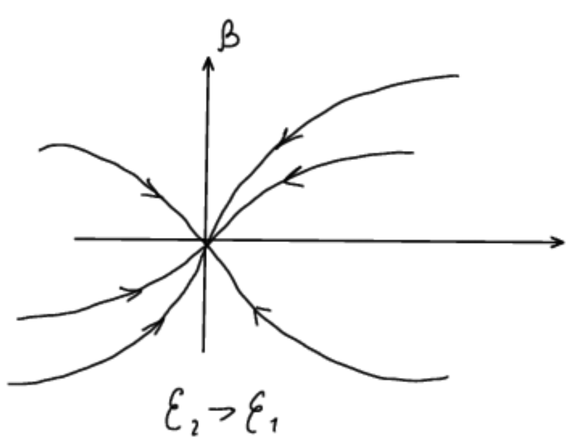
изд-е I стр. 135





$\beta = \frac{\beta_0}{\alpha_0}\cdot\alpha$

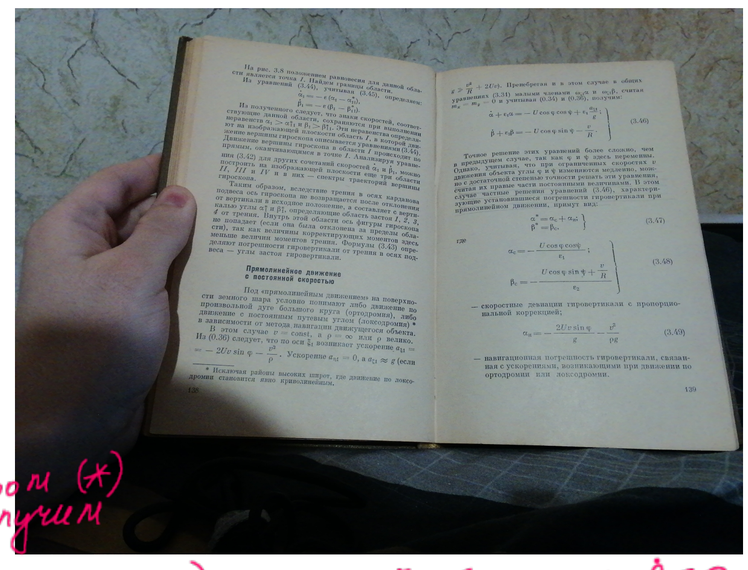




Парабола касается той оси, где коррекция слабее

$t \to \infty$ α и $\beta \to 0$

Идем к нулю т.к. работает коррекция и при



Рассмотрим как влияет момент трения.

2) $V = 0, \dot{V} = 0, U = 0, M^{бк} = M^{тр}$

$M_x^{бк} = \pm M_x^{тр}$ $\beta > 0$, $M_x^{тр} > 0$

$M_y^{бк} = \pm M_y^{тр}$, $\alpha > 0 \Rightarrow M_y^{тр} < 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon_1\alpha \mp \frac{M_x^{тр}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} + \varepsilon_1\beta \pm \frac{M_y^{тр}}{H} = 0 \end{cases}$$

по факту это 4-ре пары ур-ий, каждая из которых соот-ся 1-ой из 4-ех комбинаций скоростей α и β

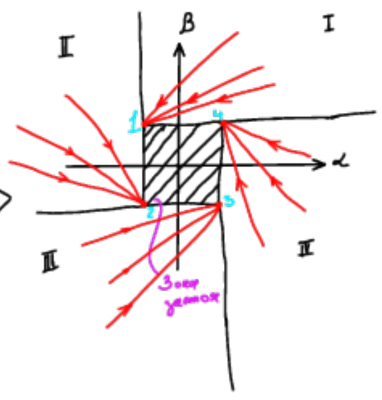
$$\begin{cases} \alpha_{уст} = \mp\frac{M_x^{тр}}{H\varepsilon_2} \\ \beta_{уст} = \mp\frac{M_y^{тр}}{H\varepsilon_1} \end{cases}$$

скорость прецессии от трения

(верхний ушел при $\dot{\alpha} > 0$ и $\beta > 0$, нижний двух при $\dot{\alpha} < 0$ и $\dot{\beta} < 0$)

эти формулы опр-ют статические погрешности.

$\frac{M^{тр}}{H}$ это удельная скорость ухода гир-ти от трения.



Основание движется и Земля движется

3) $V \neq 0, \dot{V} = 0, U, M^{бк} = 0$ стр. 139 I-ое изд-е Определим положения равновесия: 1,2,3,4

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon_1\alpha = \omega_\eta + \omega_\xi\beta \\ \dot{\beta} + \varepsilon_1\beta = \omega_\xi - \omega_\xi\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \varepsilon_1\alpha = -U\cos\varphi\cos\psi \\ \dot{\beta} + \varepsilon_1\beta = -\frac{V}{R} - U\cos\varphi\sin\psi \end{cases}$$

$$\alpha_{уст} = -\frac{U\cos\varphi\cos\psi}{\varepsilon_1}$$

$$\beta_{уст} = -\frac{V}{R\varepsilon_1} - \frac{U\cos\varphi\sin\psi}{\varepsilon_1}$$

Общие ур-я:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi\beta + \frac{K_2}{H}(\alpha - \chi_2) - \frac{M_x^{бк}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha + \frac{K_1}{H}(\beta - \chi_1) - \frac{M_y^{бк}}{H} = 0 \end{cases}$$

Получили скоростные ошибки от движения основания, Земли. Эти ошибки это коррекция.

Тогже из-за движения будет возникать из-за центростремительного ускорения.

4) Преобразуем $\dot{V} \neq 0, V = 0, U = 0, M^{бк} = 0$

$\dot{\beta} + \varepsilon_1(\beta - \chi_1) = 0$

$\dot{\beta} + \varepsilon_1\beta = \varepsilon_1\frac{\dot{V}_\eta}{g}$

$\beta_{уст} = \chi_1 = \frac{\dot{V}_\eta}{g}$

При ускорениях возникнет отклонение от истинного положения и акселерометров. Тогда сигнал с них поступит на движители коррекции и создастся момент.

стр. 141-142 изд. I

Если ускорение действует долго: $\frac{dV}{dt}\cdot\frac{1}{V} = \varepsilon_1\frac{\dot{V}}{g}\cdot\frac{dV}{\dot{V}} = \varepsilon_1\frac{dV}{g}$

$\beta_{уст} = at\cdot\frac{1}{g}\cdot\dot{\beta}\frac{dV}{\dot{V}} = \varepsilon_1\chi_1$

приращение скор-я

$\frac{dV}{dt} = \dot{V}$ ускор-е

Надо увеличить ε_1, но тогда ↑ погрешность от скорости.

Лучше отключать коррекцию при ускорениях.

Правильно? Почему возвр-ся с меньшей скоростью?

стр. 145 изд. I

Уходим с большой скоростью.

$\dot{\beta} \approx \varepsilon_1\chi_1$

возвращается с меньшей скоростью

$\dot{\beta} \approx -\varepsilon_1\beta$

$\frac{K}{H}\chi_1$ момент

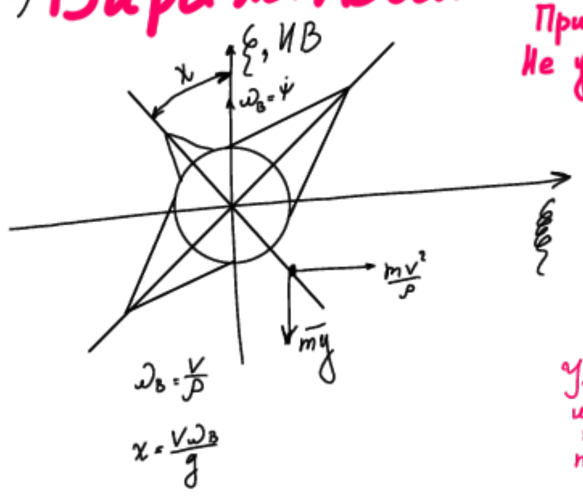
$\frac{K}{H}$ угол

χ_1 угловая скорость

5) Вираж. Левый вираж. Вид сзади

При вираже будет действовать центростреми-ое ускорение $a = -\omega v$ $\left\{\omega = \frac{V}{\rho}\text{ - угловая скорость виража}\right\}$

Не учитываем вращение Земли, т.к. $\omega \gg U\sin\varphi$, $U\cos\varphi$ не влияет на скоростные погрешности.



Запишем общую ур-я:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi\beta + \varepsilon_2(\alpha - \chi) - \frac{M_x^{бк}}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha + \varepsilon_1\beta - \frac{M_y^{бк}}{H} = 0 \end{cases}$$

Угол имеется только по 1-ой оси.

на одной оси крен, поэтому тут $\chi = 0$

Г-он идеальный. Учитываем только угловую скорость виража.

$\omega_\eta = 0, \omega_\xi = \omega_в = \frac{V}{\rho}$, $M^{бк} = 0$

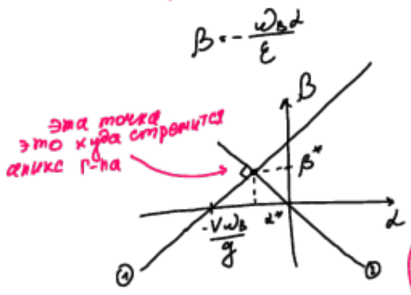
$$\begin{cases} \dot{\alpha} - \omega_в\beta + \varepsilon_2\alpha - \varepsilon_2\frac{V\omega_в}{g} = 0 \quad (1) \\ \dot{\beta} + \omega_в\alpha + \varepsilon_1\beta = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Найдем установившееся знач-е у I-го ур-я

(*) $\beta = \frac{\varepsilon\alpha}{\omega_в} + \frac{\varepsilon V}{g}$ тут по модулю 2 минус

получили ур-я двух прямых

$\beta = -\frac{\omega_в\alpha}{\varepsilon}$



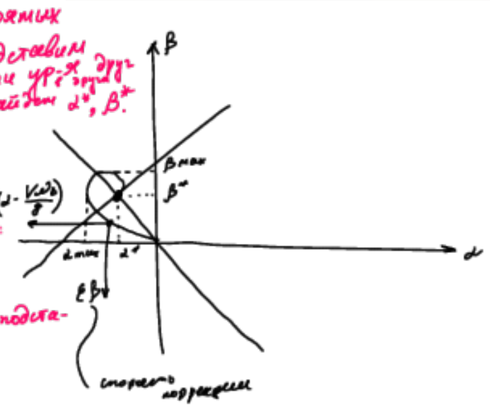
Подставим эти ур-я друг в друга и найдем α^*, β^*.

$$\begin{cases} \alpha^* = -\frac{\varepsilon^2\omega_в V}{g(\omega_в^2 + \varepsilon^2)} \\ \beta^* = \frac{V\varepsilon\omega_в^2}{g(\omega_в^2 + \varepsilon^2)} \end{cases}$$

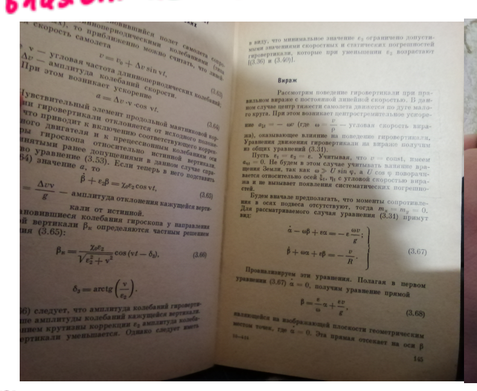
$\alpha = \frac{\omega_в(\beta g - \varepsilon V)}{g\varepsilon}$ ← подстав.

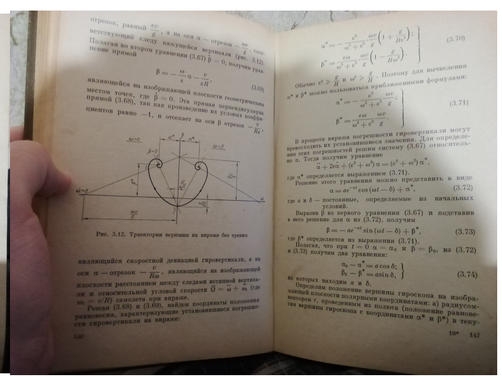
Из (*) выразили α

Продифферен-ем и подставим в прошлое ДУ



149 стр. изд. I





Инерционная сила при наличии центрострем-го ус.я вызывает момент, под дей-ием которого ГВ отклоняется от положения ист-ой вертикали со скоростью: $\varepsilon(\alpha - \frac{V\omega_B}{g})$

При левом вираже оси α и β вместе со скоростью ω_B повор-ются, а апекс гир-па поворся со скор-ю: $\beta\omega_B$???

Дуть $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

Как только появляется ус. β, как-от действует коррекция.

При правом вираже все аналогично, но в другую сторону.

Из (1) выр-им β и подставим в (2): $\beta = \frac{\dot\alpha}{\omega_B} + \frac{\varepsilon_2\alpha}{\omega_B} + \frac{\varepsilon_2 V}{g}$

$$\ddot\alpha + \alpha\varepsilon\dot\alpha + \alpha(\varepsilon^2+\omega_B^2) - \alpha^*(\omega_B^2+\varepsilon^2) = 0$$

Решение ДУ:

$$\alpha = Ae^{-\varepsilon t}\cos(\omega t - \delta) + \alpha^*$$

$$\beta = -Ae^{-\varepsilon t}\sin(\omega t - \delta) + \beta^*$$

Погрешности во время ПП достигают макс-их знач-ий. Эти значения больше установившихся. Для их нахождения решим ДУ 2 порядка.

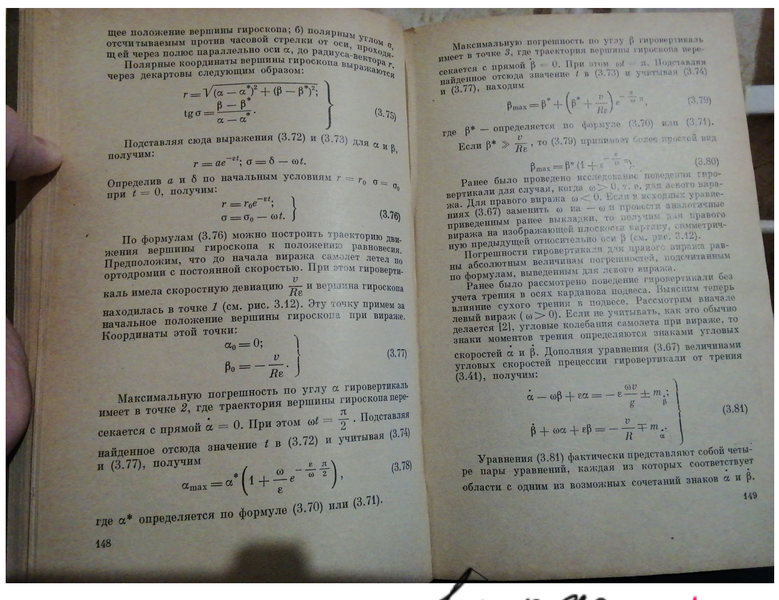
Перейдем к полярным координатам:

$$r = \sqrt{(\alpha-\alpha^*)^2 + (\beta-\beta^*)^2}$$

$$tg\,\sigma = \frac{\beta-\beta^*}{\alpha-\alpha^*}$$

можно заметить, что макс-ые ошибки > установившихся значений.

$$\begin{cases} \alpha_{max} = \alpha^*\left(1 + \frac{\omega_B}{\varepsilon}e^{-\frac{\varepsilon\cdot\pi}{\omega_B\cdot 2}}\right) \\ \beta_{max} = \beta^*\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon}{\omega_B}\pi}\right) \end{cases}$$



Максимальную погрешность по углу β гировертикаль имеет в точке δ, где траектория вершины гироскопа пересекается с прямой $\dot\beta = 0$. При этом $\omega t = \pi$. Подставляя найденное отсюда значение t в (3.73) и учитывая (3.74) и (3.77), находим

$$\beta_{max} = \beta^* + \left(\beta^* + \frac{v}{R\varepsilon}\right)e^{-\frac{\varepsilon}{\omega}\pi}, \qquad (3.79)$$

где β^* — определяется по формуле (3.70) или (3.71).

Если $\beta^* \gg \frac{v}{R\varepsilon}$, то (3.79) принимает более простой вид

$$\beta_{max} = \beta^*\left(1 + e^{-\frac{\varepsilon}{\omega}\pi}\right). \qquad (3.80)$$

Ранее было проведено исследование поведения гировертикали для случая, когда $\omega \geq 0$, т. е. для левого виража. Для правого виража $\omega < 0$. Если в исходных уравнениях (3.67) заменить ω на $-\omega$ и провести аналогичные приведенным ранее выкладки, то получим для правого виража на изображающей плоскости картину, симметричную предыдущей относительно оси β (см. рис. 3.12).

Погрешности гировертикали для правого виража равны абсолютным величинам погрешностей, подсчитанным по формулам, выведенным для левого виража.

Ранее было рассмотрено поведение гировертикали без учета трения в осях карданова подвеса. Выясним теперь влияние сухого трения в подвесе. Рассмотрим вначале левый вираж ($\omega \geq 0$). Если не учитывать, как это обычно делается [2], угловые колебания самолета при вираже, то знаки моментов трения определяются знаками угловых скоростей $\dot\alpha$ и $\dot\beta$. Дополняя уравнения (3.67) величинами угловых скоростей прецессии гировертикали от трения (3.41), получим:

$$\left.\begin{aligned} \dot\alpha - \omega\beta + \varepsilon\alpha &= -\varepsilon\frac{\omega v}{g} \pm m_{\dot\beta}; \\ \dot\beta + \omega\alpha + \varepsilon\beta &= -\frac{v}{R} \mp m_{\dot\alpha}. \end{aligned}\right\} \qquad (3.81)$$

Уравнения (3.81) фактически представляют собой четыре пары уравнений, каждая из которых соответствует области с одним из возможных сочетаний знаков $\dot\alpha$ и $\dot\beta$.

Поведение ГВ с учетом ~~радиальной~~ коррекции при вираже (с трением)

$$\begin{cases} \dot\alpha - \omega_B\beta + \varepsilon\alpha = -\varepsilon\frac{V\omega_B}{g} \pm m_{\dot\beta} \\ \dot\beta + \omega_B\alpha + \varepsilon\beta = \mp m_{\dot\alpha} \end{cases}$$

Получим ур-я прямых. Для этого положим $\dot\alpha = \dot\beta = 0$.

Выразим β:

$$\begin{cases} \beta = \frac{\varepsilon\alpha}{\omega_B} + \frac{\varepsilon V}{g} \mp \frac{m_{\dot\beta}}{\omega_B} \quad (*) \\ \beta = -\frac{\omega_B\alpha}{\varepsilon} \mp \frac{m_{\dot\alpha}}{\varepsilon} \end{cases}$$

Рассмотрим левый вираж. ($\omega_B > 0$)

это 4-ре пары ур-ий для своей области

Определим границы обл-ти I:

Решая систему ур-ий (*) получим:

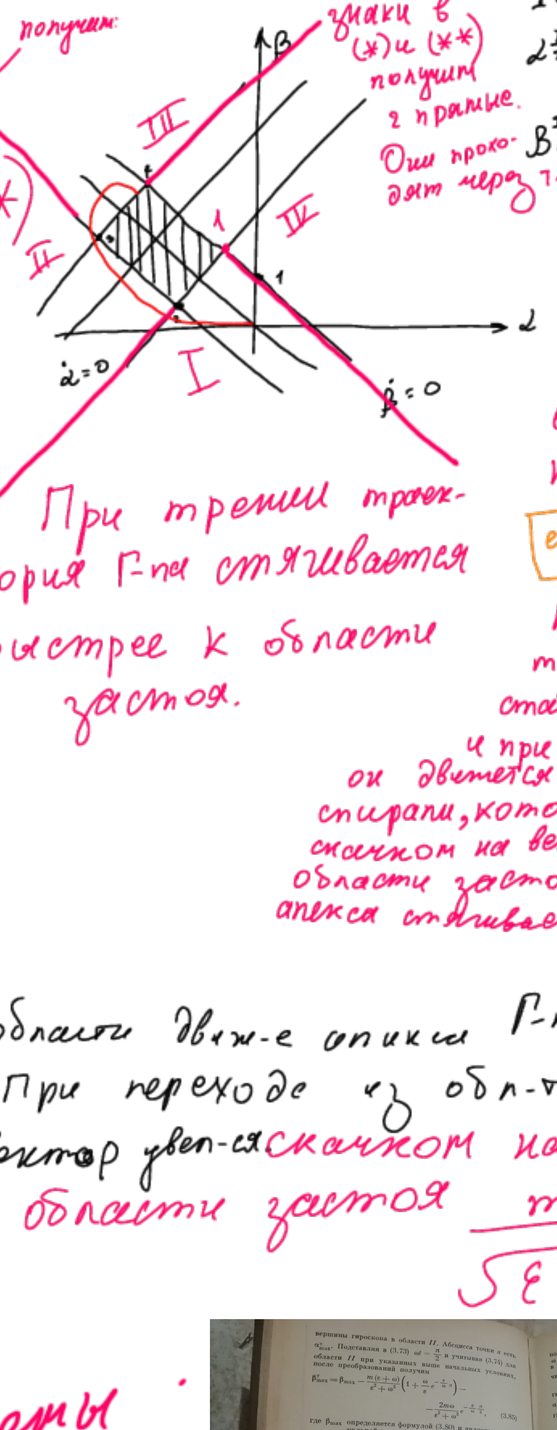
$$\alpha_T^* = \alpha^* + \frac{\varepsilon\omega_B}{\varepsilon^2+\omega_B^2}\left(\mp\frac{m_{\dot\beta}}{\omega_B} \mp \frac{m_{\dot\alpha}}{\varepsilon}\right) \quad (**)$$

$$\beta_T^* = \beta^* - \frac{\varepsilon\omega_B}{\varepsilon^2+\omega_B^2}\left(\mp\frac{m_{\dot\alpha}}{\omega_B} \pm \frac{m_{\dot\beta}}{\varepsilon}\right)$$

Трение ок-ет стабилизирующее действие.

т.е. трение это хорошо для левого виража.

Учитывая знаки в (*) и (**) получим 2 прямые. Они проходят через т. 1.



I. $\dot\alpha < 0, \dot\beta > 0$

$$\alpha_T^I = \alpha^* - \frac{\varepsilon\omega_B}{\varepsilon^2+\omega_B^2}\left(\frac{m_{\dot\beta}}{\omega_B} + \frac{m_{\dot\alpha}}{\varepsilon}\right)$$

$$\beta_T^I = \beta^* - \frac{\varepsilon\omega_B}{\varepsilon^2+\omega_B^2}\left(-\frac{m_{\dot\alpha}}{\omega_B} + \frac{m_{\dot\beta}}{\varepsilon}\right)$$

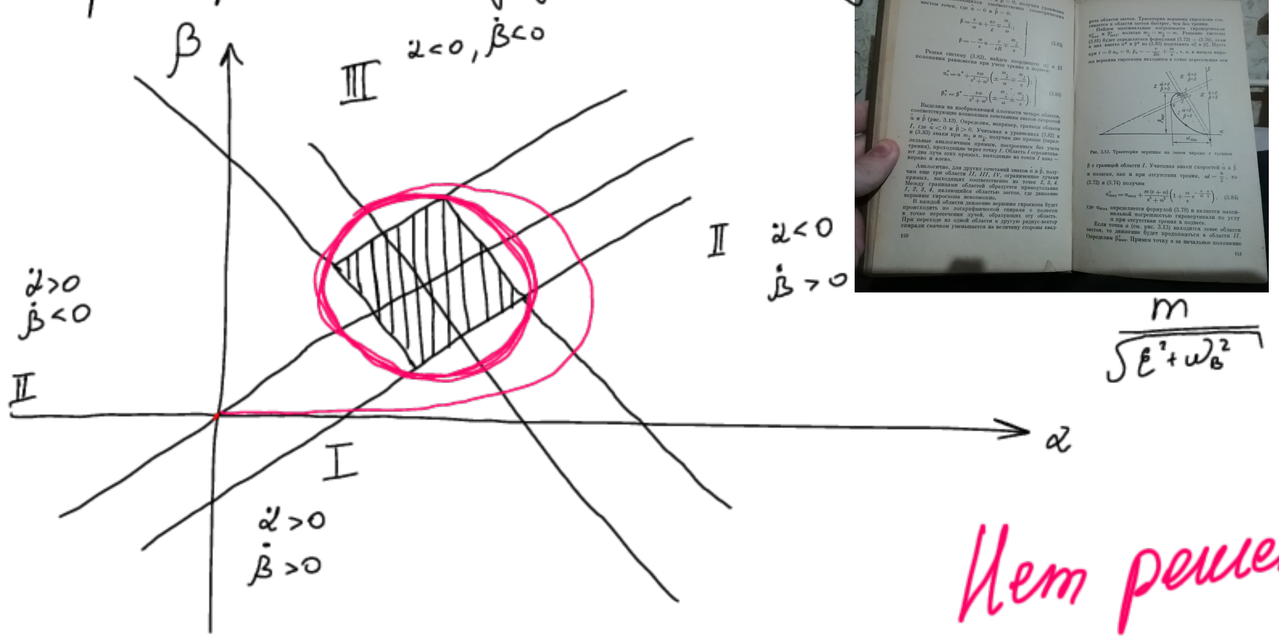
точки 1,2,3,4 образуют область застоя. Тот движение вершины Г-па невозможно

стр. 150 изд. I

При трении траектория Г-па стягивается быстрее к области застоя.

При левом вираже трение оказывает стабилизирующее св-во и при движ-ии апекса Г-па он движется по логарифм-ой спирали, которая уменьшается скачком на вел-ну квадрата области застоя и траектория апекса стягивается быстрее.

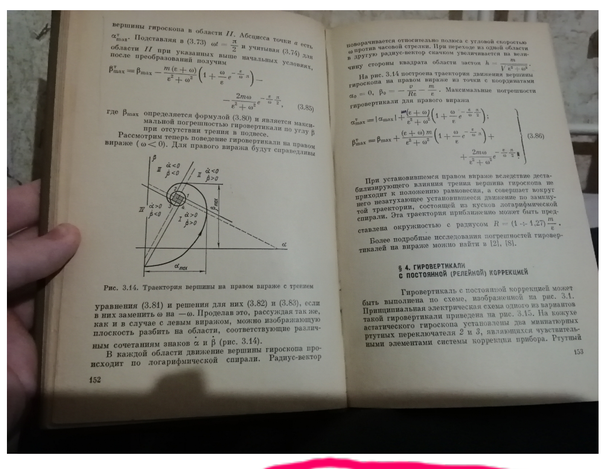
При вираже в другую сторону получится картинка:



$$\frac{m}{\sqrt{\varepsilon^2+\omega_B^2}}$$

Каждая область движ-е апекса Г-па происх-ит по спирали. При переходе из обл-ти в область радиус-вектор увел-ся скачком на вел-ну стороны области застоя $\frac{m}{\sqrt{\varepsilon^2+\omega_B^2}}$

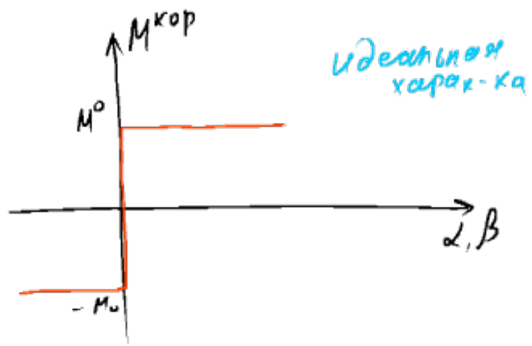
Нет решения данной проблемы.



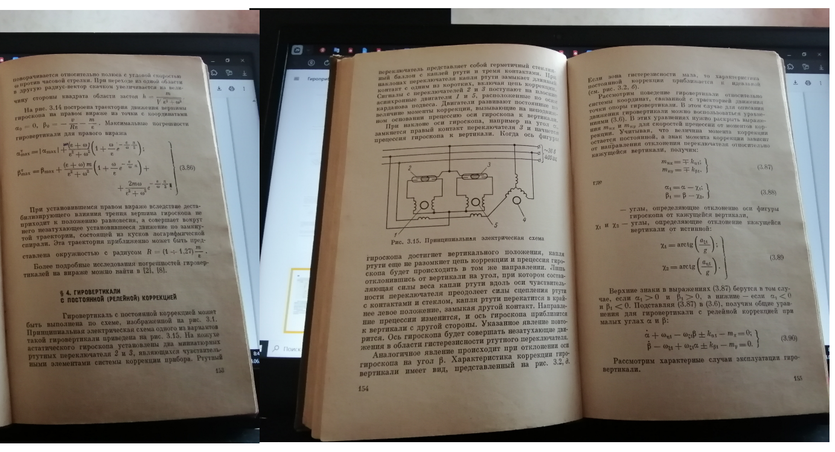
Лекция (06.05.2026)

стр. 153 изд. I

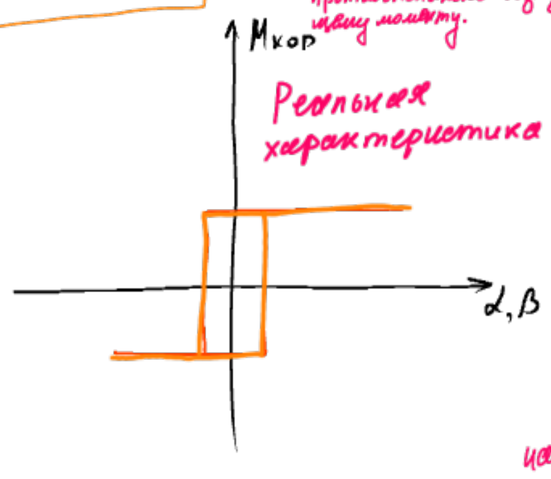
Релейная коррекция:



Идеальная харак-ка



Знак минус показ-т, что момент коррекции направлен противоположно возмущающему моменту.



Реальная характеристика

$$\begin{cases} M_x^{кор} = -M_x^0\,sign(\alpha - \chi_\alpha) \\ M_y^{кор} = -M_y^0\,sign(\beta - \chi_\beta) \end{cases}$$

возм. ет из уравнений.

$$\left.\begin{aligned} m_x^{кор} &= \mp K\alpha_1 \\ m_y^{кор} &= \mp K\beta_1 \end{aligned}\right\}$$

при $\alpha_1, \beta_1 > 0$ берем верхний знак.

как я понял, это прецессия

Возьмем общее ур-е для ГВ и подставим нашу коррекцию.

$$\begin{cases} \dot\alpha + \omega_\eta - \omega_\xi\beta \pm K\alpha_1 - \frac{M_x^{вн}}{H} = 0 \\ \dot\beta - \omega_\xi + \omega_\xi\alpha \pm K\beta_1 - \frac{M_y^{вн}}{H} = 0 \end{cases}$$

общее ур-е для релейной коррекции. Рассмотрим все частные случаи.

Частный случай:

1) $\dot V = 0,\ V = 0,\ U = 0,\ M^{вн} = 0$

$$\begin{cases} \dot\alpha = \mp K\alpha_1 = \dfrac{M_x^{кор}}{H}\operatorname{sign}(\alpha - \chi_\alpha) \\ \dot\beta = \mp K\beta_1 = \dfrac{M_y^{кор}}{H}\operatorname{sign}(\beta - \chi_\beta) \end{cases} \quad (1)$$

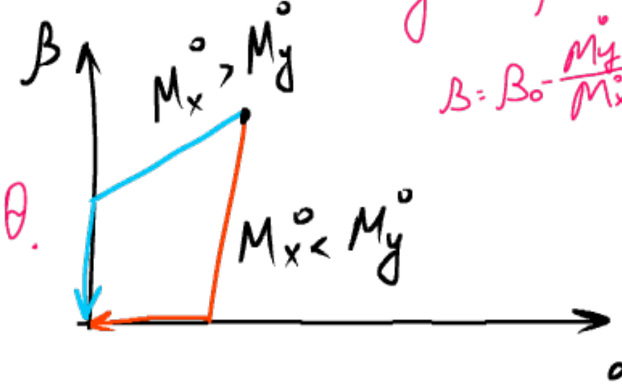
ДУ

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 - \dfrac{M_x^{кор}}{H}\operatorname{sign}(\alpha - \chi_\alpha)t \\ \beta = \beta_0 - \dfrac{M_y^{кор}}{H}\operatorname{sign}(\beta - \chi_\beta)t \end{cases} \quad (2)$$

решение ДУ

$$\frac{\alpha_0 - \alpha}{\beta_0 - \beta} = \frac{M_x^{\circ}\operatorname{sign}(\alpha - \chi_\alpha)}{M_y^{\circ}\operatorname{sign}(\beta - \chi_\beta)} = \frac{M_x^{\circ}\operatorname{sign}(\alpha)}{M_y^{\circ}\operatorname{sign}(\beta)} = \operatorname{tg}\theta \quad (3)$$

получили ур-е прямой с наклоном $\operatorname{tg}\theta$.

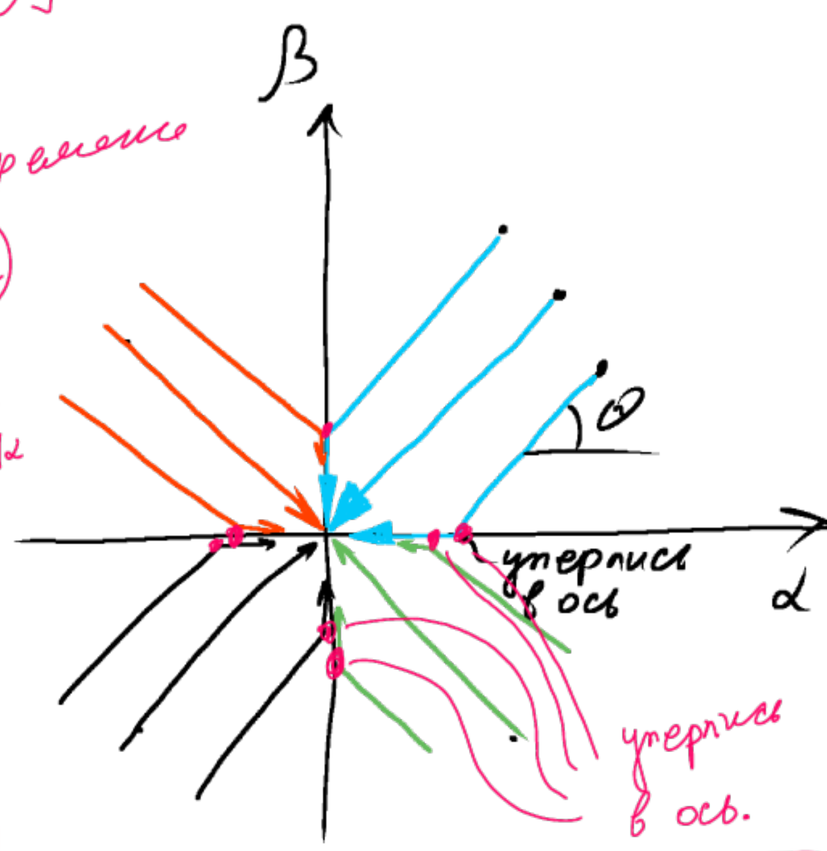


Избавимся от времени

$\beta_0 - \beta = k\frac{\operatorname{sign}(\beta)}{\operatorname{sign}(\alpha)}(\alpha_0 - \alpha)$

Д $\alpha > 0, \beta > 0$

$\beta = \beta_0 - \frac{M_y^\circ}{M_x^\circ}\alpha_0 + \frac{M_y^\circ}{M_x^\circ}\alpha$



Учет момент трения:

2) $M^{вн} = M^{тр}$ Если учесть момент трения, то получим такие ДУ:

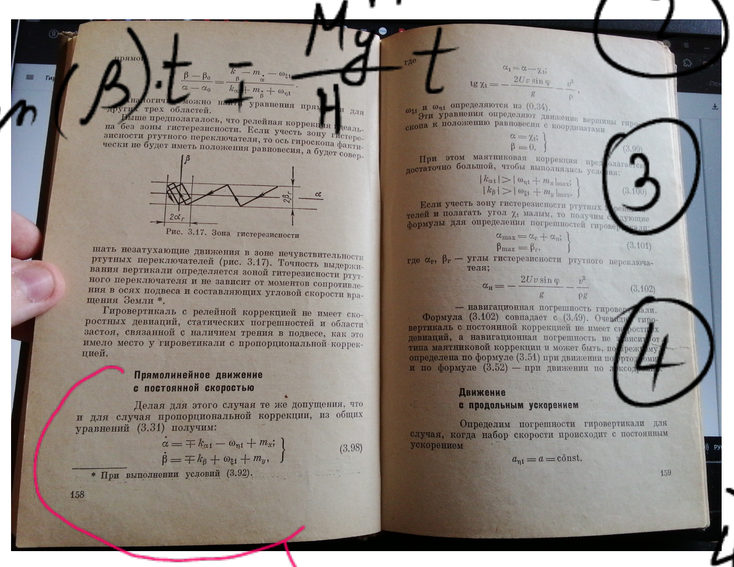
$$\begin{cases} \dot\alpha - \dfrac{M_x^\circ}{H}\operatorname{sign}(\alpha) \mp \dfrac{M_x^{тр}}{H} = 0 \\ \dot\beta - \dfrac{M_y^\circ}{H}\operatorname{sign}(\beta) \mp \dfrac{M_y^{тр}}{H} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ДУ с учетом трения.

Решим эти ДУ:

Решение ДУ:

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 - \dfrac{M_x^\circ}{H}\operatorname{sign}(\alpha)\cdot t \pm \dfrac{M_x^{тр}}{H}t \\ \beta = \beta_0 - \dfrac{M_y^\circ}{H}\operatorname{sign}(\beta)\cdot t \mp \dfrac{M_y^{тр}}{H}t \end{cases} \quad (2)$$

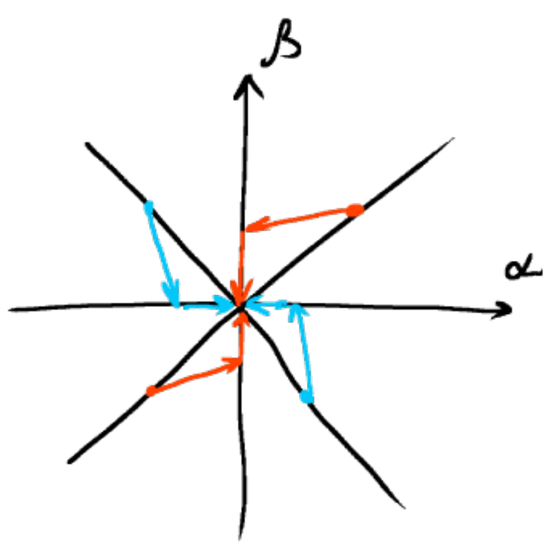


(3)

(4)

Как и в прошлом случае избавимся от t:

$$\frac{\alpha_0 - \alpha}{\beta_0 - \beta} = \frac{M_x^{кор}\operatorname{sign}(\alpha) \mp M_x^{тр}}{M_y^{кор}\operatorname{sign}(\beta) \mp M_y^{тр}} \quad (3)$$



(1) $\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha} = \frac{M^\circ - M^{тр}}{M^\circ + M^{тр}} < 1$ $\alpha > 0, \beta > 0$

(2) $\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha} = \frac{M^\circ + M^{тр}}{-M^\circ \mp M^{тр}} < -1$ $\alpha < 0, \beta > 0$

(3) $\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha} = \frac{-M^\circ - M^{тр}}{-M^\circ + M^{тр}} < 1$ $\alpha < 0, \beta < 0$

(4) $\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha} = -\frac{M^\circ + M^{тр}}{M^\circ - M^{тр}} < -1$ $\alpha > 0, \beta < 0$

Трение влияет на то, что скорость коррекции ↓.

4) Основание движется равномерно. Все идеально (нету зоны гистерезиса)

$V = const,\ \dot V = 0,\ U$

Всегда следим за уходом гор-та

При $\alpha, \beta = 0$ $M^{кор} \neq 0$ => всегда следим за уходом горизонта.

Поскольку коррекция всегда включена, то ГВ следит за истинной вертикалью.

Не создается скоростной погрешность.

5) Равноускоренное движение:

$V \neq 0,\ \dot V = const \neq 0,\ U,\ M^{тр} = 0$

$\beta_{max} = \frac{M_y^\circ}{H}\cdot\Delta t = \frac{M_y^\circ}{H}\frac{\Delta V}{\dot V}$ ~ время эв-х самолетом ур-ем

$\beta_{max} = \chi_\eta = \frac{\dot V}{g}$ — максим-ный угол отклонения при линейном ускорении.

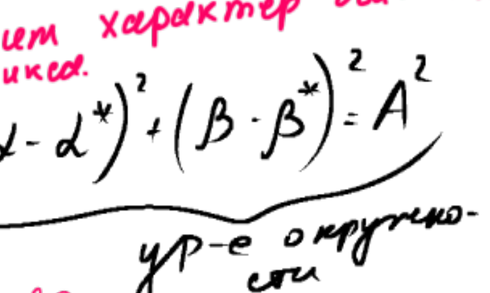
$\frac{M_y^\circ}{H}\frac{\Delta V}{V} = \frac{\dot V}{g} \Rightarrow \dot V = \sqrt{\frac{M_y^\circ \cdot g \cdot \Delta V}{H}}$

Здесь происходит отклонение ГВ, но здесь хотя бы после завершения действия ускорения ГВ вур-ся к положению ИВ также быстро, как и ушла.

баллистическая погрешность.

$\beta_{max} = \sqrt{\frac{M_y^\circ \cdot \Delta V}{H \cdot g}}$

Просто отключаем коррекцию.



3) Учет гистерезис

Из этой зоны не выходим. До бесконечности будем блуждать в зоне гистерезиса.

Чем она меньше, тем точнее опр-ем положение истинной вертикали.

симметричный случай

6) Поведение ГВ с релейной коррекцией на вираже (трение не учитывается)

$$\begin{cases} \dot\alpha - \omega_в\beta + \dfrac{M_x^\circ}{H}\operatorname{sign}(\alpha - \chi_1) = 0 \\ \dot\beta + \omega_в\alpha + \dfrac{M_y^\circ}{H}\operatorname{sign}(\beta) = 0 \end{cases}$$

χ_1 ~ угол отклонения от вертикали

система ДУ неоднородных

Выразим β и найдем $\dot\beta$

$$\beta = \frac{\dot\alpha - \omega_x^{кор}\cdot\operatorname{sign}(\alpha - \chi_1)}{\omega_B}$$

$$\dot\beta = \frac{\ddot\alpha}{\omega_B}$$

=>

$$\frac{\ddot\alpha}{\omega_в} + \omega_в\alpha + \frac{M_y^\circ}{H}\operatorname{sign}(\beta) = 0$$

$$\ddot\alpha + \omega_в^2\alpha + \frac{M_y^\circ}{H}\omega_в\operatorname{sign}(\beta) = 0$$

Решение ДУ:

$$\alpha = A\sin(\omega_B t + \delta) + \alpha^*$$

$$\beta = A\cos(\omega_B t + \delta) + \beta^*$$

установившиеся значения

$$\alpha^* = \frac{\omega_x^{кор}\operatorname{sign}(\alpha - \chi_1)}{\omega_B}$$

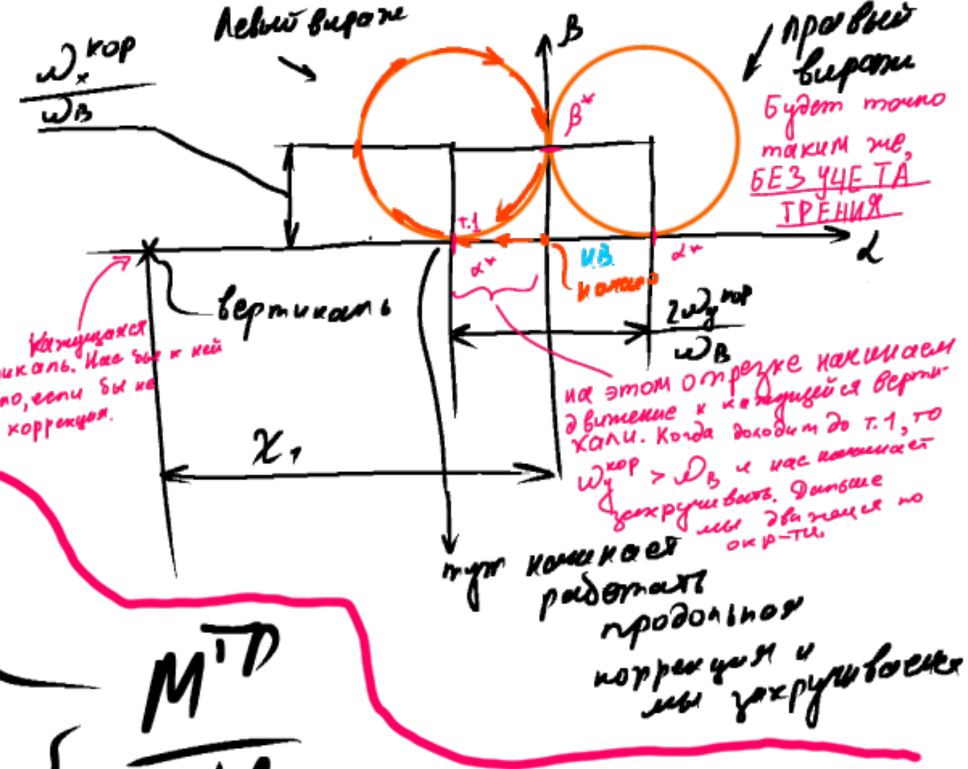
$$\beta^* = \frac{\omega_y^{кор}\operatorname{sign}\beta}{\omega_B}$$

Определим характер движения апикеса.

$$\underbrace{(\alpha - \alpha^*)^2 + (\beta - \beta^*)^2 = A^2}_{\text{ур-е окружности}}$$

Возведем в квадрат и сложим. Получили ур-е окружности

Пусть апекс находится в т.(0,0) в начале. Под действием коррекции Апекс начинает уходить к кан-ля вертикали. Когда α станет меньше чем $\frac{\omega_x^{кор}}{\omega_в}$ то коррекция



Влияние трения:

$$\dot{\alpha} - \omega_в \beta + \omega_x^{кор} sign(\alpha - \chi_1) \mp m_{\dot{\beta}}^{\cdot} = 0$$

$$\dot{\beta} + \omega_в \beta + \omega_y^{кор} sign(\beta) \pm m_\alpha = 0$$

α Зацикляем $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ (Найдем установившиеся значения)

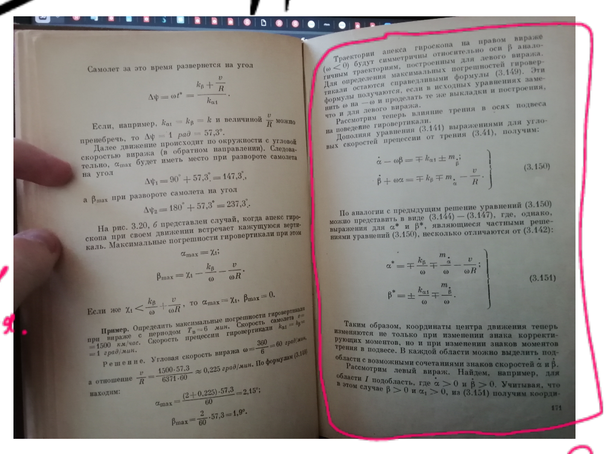
$$\alpha^* = \frac{\omega_y^{кор} sign(\beta) \mp m_\alpha}{\omega_в}$$

$$\beta^* = \frac{\omega_x^{кор} sign(\alpha - \chi_1) \mp m_{\dot{\beta}}}{\omega_в}$$

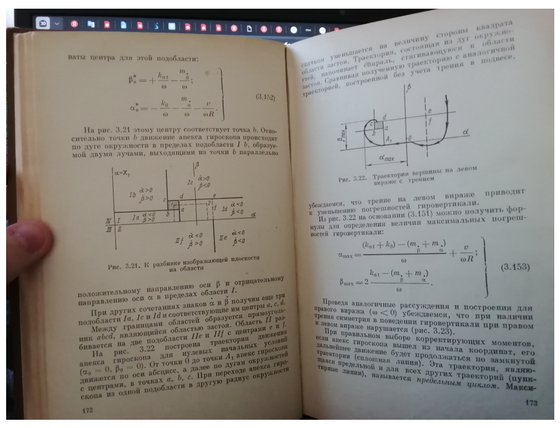
Получили смещение и зависимость смещения от знаков моментов трения.

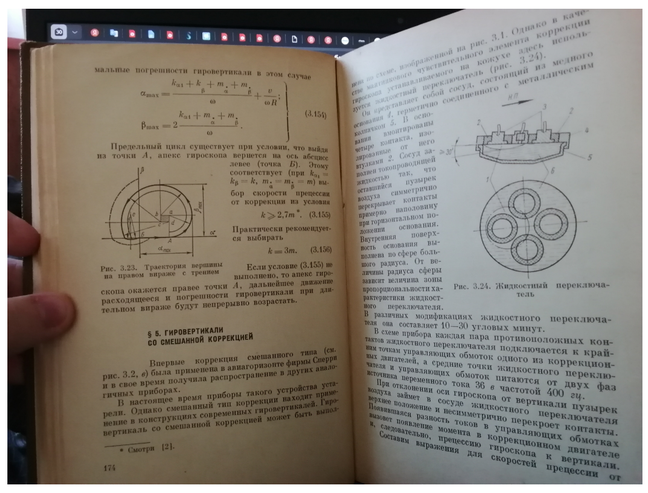
Появилась зона застоя.

$$\frac{M^{тр}}{H}$$

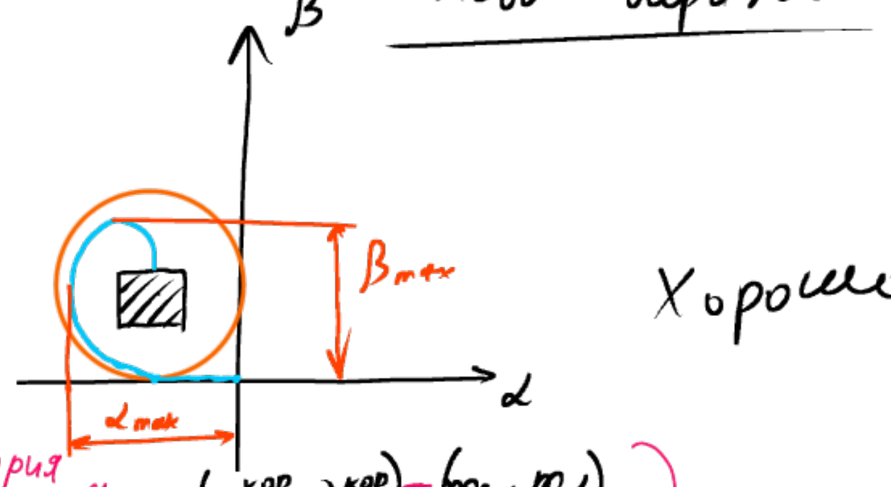


Двигаемся по спирали и попадаем в область застоя. Хорошо влияет трение на левом вираже. Заходим в зону застоя и уже не выходим.





Левый вираж:



Хорошо.

эта траектория называется предельным циклом.

$$\alpha_{max} = \frac{(\omega_x^{кор} + \omega_y^{кор}) - (m_\beta + m_\alpha)}{\omega_в}$$

$$\beta_{max} = 2\frac{\omega_x^{кор} - (m_\beta + m_\alpha)}{\omega_в}$$

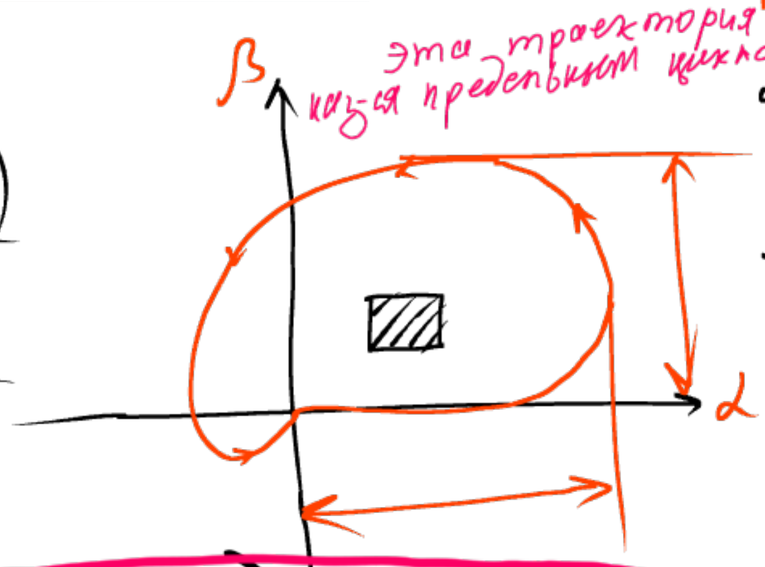
максимальные значения при трении ↓ чем без него.

Правый вираж

$$\alpha_{max} = \frac{(\omega_x^{кор} + \omega_y^{кор}) + (m_\alpha + m_\beta)}{\omega_в}$$

$$\beta_{max} = 2\frac{\omega_x^{кор} + (m_\alpha + m_\beta)}{\omega_в}$$

Плохо



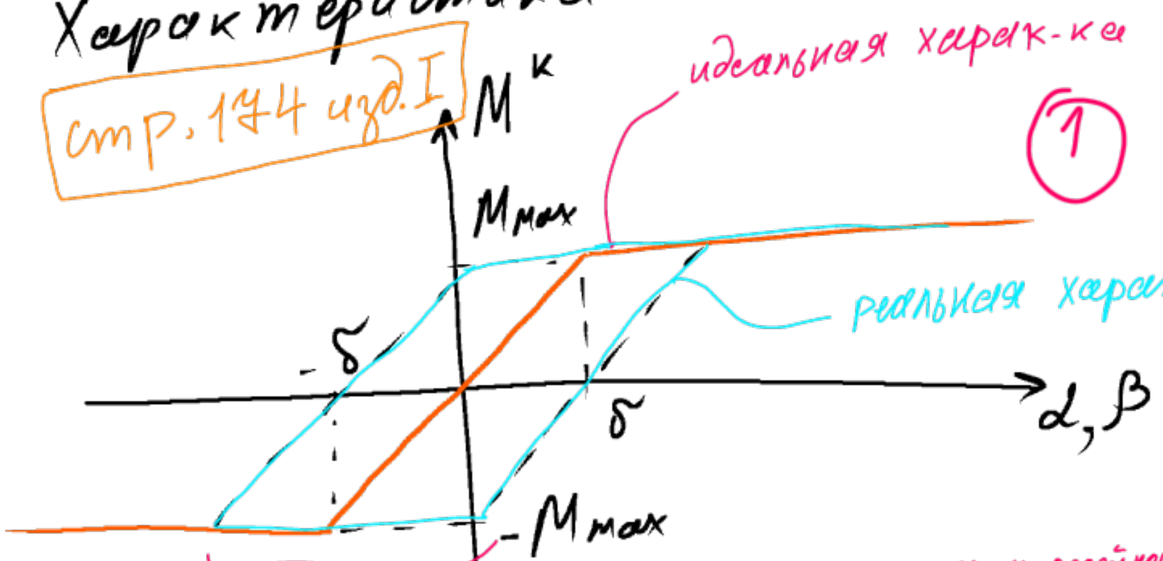
На виражах надо отключать либо применять смещающую коррекцию

Лекция (15.05.26)

Характеристика идеальная для смещающей коррекции:

Тут используется ЖМП (Ампула, в которой есть пузырек воздуха. Своим протеканием он разгоняет её)

стр. 174 изд. I



Будет некоторый гистерезис, но он меньше, чем у релейной коррекции.

(1)

$$m_x^к = \begin{cases} \mathcal{E}\alpha_1, |\alpha_1| < \delta \\ \mp K\alpha_1, |\alpha_1| \le \delta \\ \alpha_1 = \alpha - \chi \end{cases}$$

(2)

$\mathcal{E}$ – момент пропорционален α

$\dot{\alpha}_1$ – удельная скорость коррекции

K – момент релейный

α_1 – это угол отклонения по вертикали от истинной вертикали.

(3) Уравнение движения:

Взяли обычные ур-я и в них добавили нашу коррекцию

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \omega_\eta - \omega_\xi \beta - \underbrace{m_x^к}_{M^{кор}/H} - m_y = 0 \\ \dot{\beta} + \omega_\zeta + \omega_\xi \alpha - m_y^к - m_z = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим частные случаи:

1) Основание неподвижно, Г-п идеальный, Земля неподвижна.

$m_x = 0,\ \omega_\eta = \omega_\xi = \omega_{\xi\xi} = 0,\ \chi_1, \chi = 0$ ①

③ Ур-е движения в VII-ой зоне

Получим такие ур-я:

$$\begin{cases} \dot\alpha = -\varepsilon\cdot\alpha \\ \dot\beta = -K_\beta \end{cases}$$

радиальная

репейная

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{\varepsilon}{K_\beta}(\beta_0-\beta)}$$

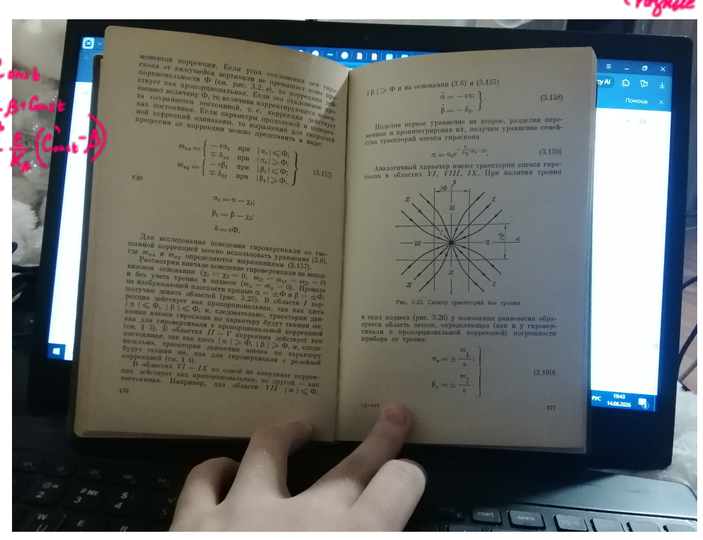
$$\ln\alpha = \frac{\varepsilon}{K_\beta}\beta + C_{const}$$

$$\alpha = e^{\frac{\varepsilon}{K_\beta}\beta + C_{const}}$$

$$\alpha = e^{-\frac{\varepsilon}{K_\beta}(C_{const}-\beta)}$$

$$\frac{d\alpha}{dt}\cdot\frac{dt}{d\beta} = \frac{\varepsilon\cdot\alpha}{K_\beta} \qquad \frac{d\alpha}{\alpha} = d\beta\cdot\frac{\varepsilon}{K_\beta}$$

Получается, что меняется по экспоненте, поэтому идут дуги

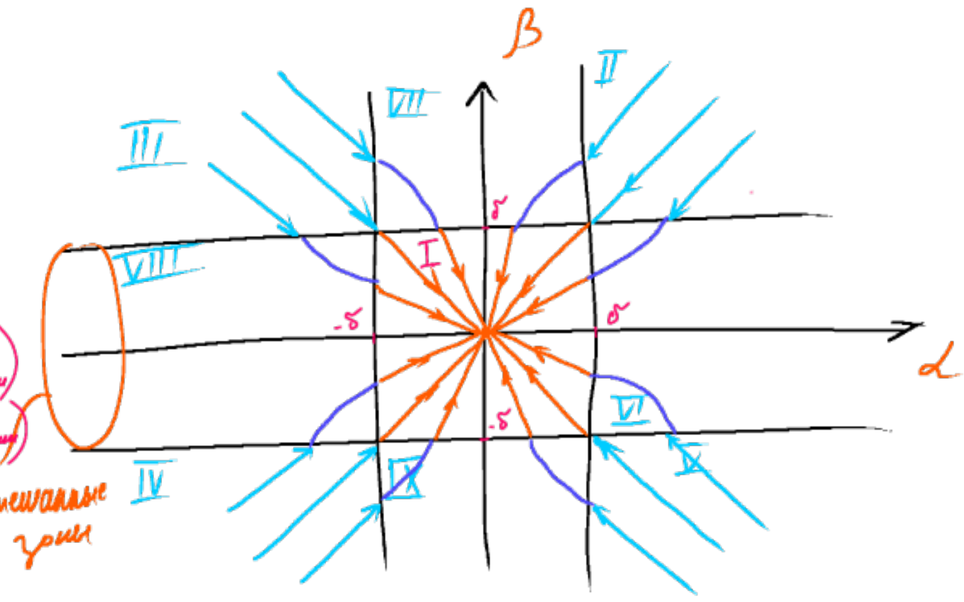


1. Проведем 4 прямые: $\alpha = \pm\delta$ ②

В зоне I работает коррекция как пропорциональная, т.к. $|\alpha| \le \delta$, $|\beta| \le \delta$. Такие графики как и у радиальной коррекции.

В зонах II-V коррекция работает как репейная поскольку $|\alpha| \ge \delta$, $|\beta| \ge \delta$. Движемся по прямой под 45° (если моменты равны от коррекции)

В областях VI-IX действует смешанная коррекция (по двум осям разные коррекции)



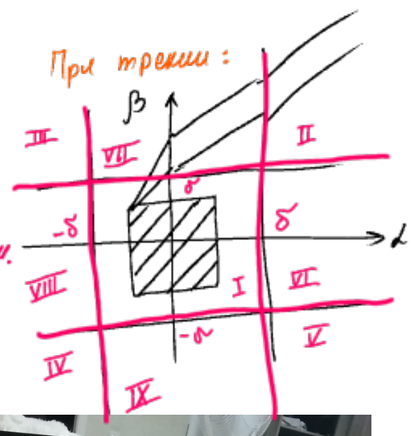
При трении:

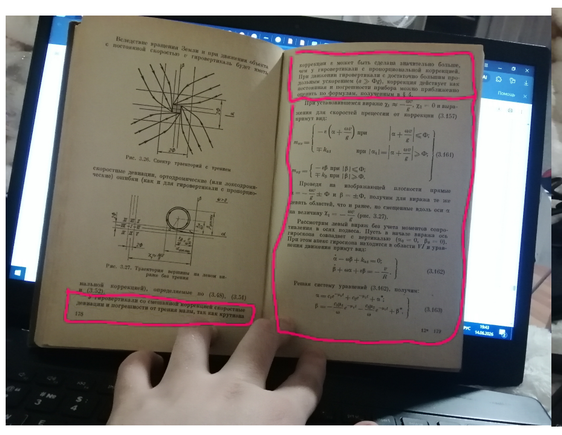
При трении образуется область застоя.

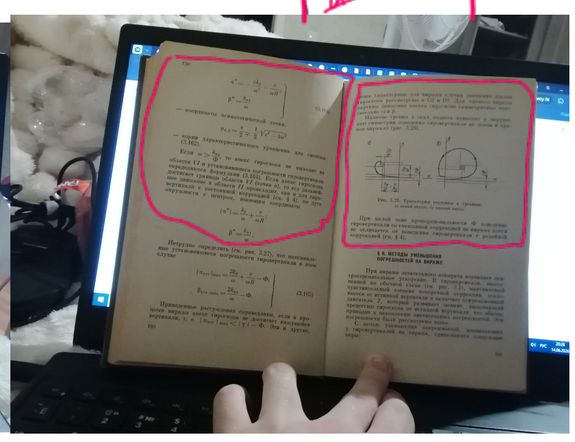
$$\alpha^* = \pm\frac{m_{\dot\beta}}{\varepsilon}$$

$$\beta_* = \pm\frac{m_{\dot\alpha}}{\varepsilon}$$

Скоростные девиации и ошибки из-за трения малы, т.к. ε можно сделать больше чем в радиальной коррекции.







Методы погрешностей гировертикалей на виражах.

Для радиальной коррекции:

Для уменьшения погрешностей можно отключить продольную коррекцию (это коррекция по Y, по крену). Из-за чего возникает погрешность на вираже? Возникает центростремительное ускорение коррекция реагирует на это и наш ГВ начинает уводить от истиной ГВ к кажущейся.

Для пропорциональной коррекции: отключаем коррекцию по оси Y (продольную коррекцию). Ур-я примут вид:

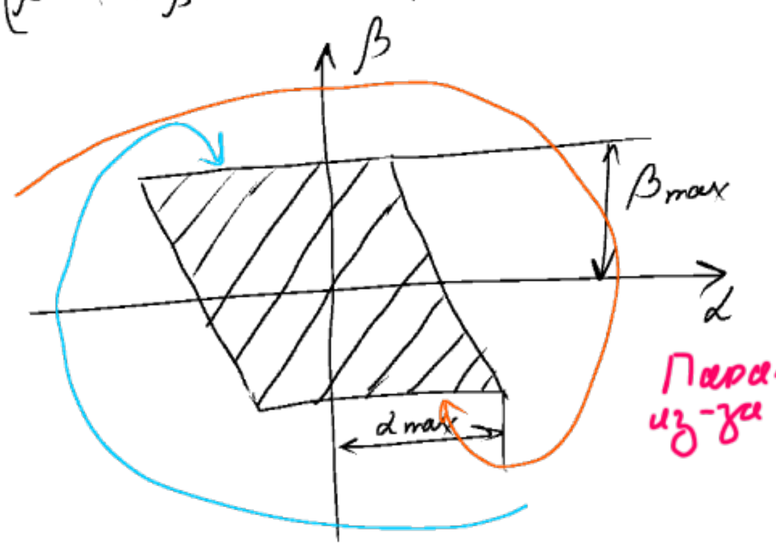
$$\begin{cases} \dot\alpha - \omega_\beta\beta = \pm m_{\dot\beta} \leftarrow \text{нету } \varepsilon\alpha \\ \dot\beta + \omega_\beta\alpha + \varepsilon\beta = \frac{V}{R} \mp m_{\dot\alpha} \end{cases}$$

$\omega_B > 0$ (левый вираж)

$$\alpha_{max} = \frac{\varepsilon + \omega_B}{\omega_B^2} m$$

$$\beta_{max} = \frac{m}{\omega_B}$$

максимальные погрешности



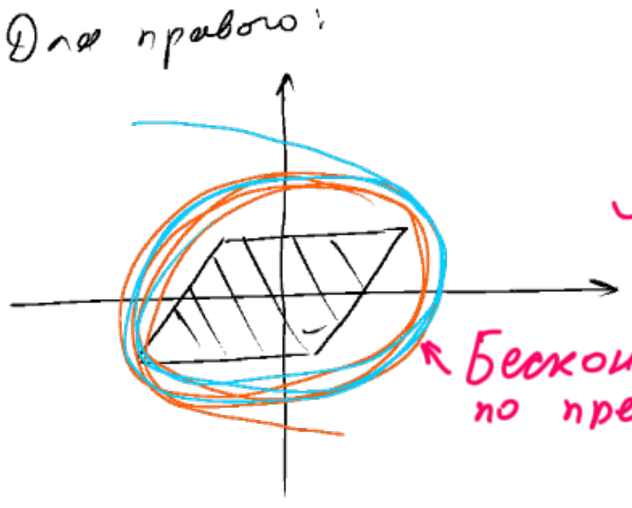
Параллелограм возникает из-за внешних моментов.

При левом вираже мы попадаем в зону застоя и там и остаемся.

Что за m? Это $m_{\dot\alpha}, m_{\dot\beta} = \frac{M_{пор}^{x\ или\ y}}{H}$

Трение на левом вираже стабилизирует, а на правом дестабилизирует

Для правого:



$$|\alpha_{max}| = |\beta_{max}| = \frac{8}{\pi}\cdot\frac{m}{\varepsilon}$$

макс-ые ошибки равны по 2-м осям.

Бесконечно движется по предельному циклу.

менее характерные для виража случаи движения акселерометра рассмотрены в [2] и [8]. Для правого виража картины движения акселерометра симметричные относительно оси β.

Наличие трения в осях подвеса приводит к нарушению симметрии поведения гировертикали на левом и правом виражах (рис. 3.28).

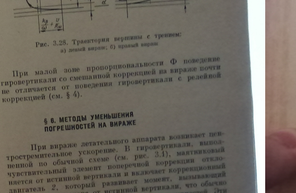


Рис. 3.28. Траектории вершины z тренинг:
а) левый вираж; б) правый вираж

При малой зоне пропорциональности Φ поведение гировертикали со смешанной коррекцией на вираже почти не отличается от поведения гировертикали с релейной коррекцией (см. § 4).

§ 6. МЕТОДЫ УМЕНЬШЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ НА ВИРАЖЕ

При вираже летательного аппарата возникает центростремительное ускорение. В гировертикали, выполненной по обычной схеме (см. рис. 3.1), маятниковый чувствительный элемент поперечной коррекции отклоняется от истинной вертикали и включает корректирующий двигатель 2, который развивает момент, вызывающий прецессию гироскопа от истинной вертикали, что обычно приводит к накоплению значительных погрешностей. Эти погрешности были рассмотрены выше.

С целью уменьшения погрешностей, возникающих у гировертикалей на вираже, применяется следующие меры:

1. Отклоняют ось собственного вращения гироскопа на некоторый угол в направлении движения объекта.
2. Отключают поперечную коррекцию во время виража.
3. Подключают коррекционный двигатель поперечной коррекции к маятниковому чувствительному элементу продольной коррекции.

В первом случае кожух гироскопа отклоняют вперед по направлению движения на некоторый небольшой угол $\beta_н$, причем в этом положении сигнал продольной коррекции равен нулю. Угол наклона оси гироскопа выбирают так, чтобы возникающий при вираже относительно оси кожуха гироскопа гироскопический момент $M_{гх} = H\omega \sin \beta_н \approx H\omega\beta_н$ уравновесил момент поперечной коррекции $M_{кх}$. В случае пропорциональной коррекции $M_{кх} = -N\dfrac{\omega v}{g}$.

Полагая $M_{гх} = M_{кх}$, определим необходимый угол наклона гироскопа:

$$\beta_н = \frac{\varepsilon v}{g}, \tag{3.166}$$

где $\varepsilon = \dfrac{N}{H}$.

Для компенсации виражной погрешности при любой скорости движения объекта v нужно угол $\beta_н$ сделать переменным, изменяющимся по (3.166). Это осуществляется в некоторых морских гировертикалях. Иногда у гировертикали угол $\beta_н$ делают постоянным. В этом случае компенсация будет выполняться только для некоторой определенной скорости v_0, для которой

$$\beta_н = \frac{\varepsilon v_0}{g}. \tag{3.167}$$

Однако при скоростях движения, отличающихся от v_0, компенсация виражных погрешностей будет не полной, а при $v < 2v_0$ погрешности будут даже большими, чем при отсутствии наклона оси гироскопа. Это следует из уравнений движения, которые для гировертикали с наклоном оси гироскопа можно получить из уравнений (3.67), если учесть, что в данном случае $\beta = \beta_1 + \beta_н$ (где β_1 — угол отклонения гироскопа от положения равновесия) и сигнал продольной коррекции пропорционален углу β_1 (а не β):

$$\dot\alpha - \omega(\beta_н + \beta_1) + \varepsilon\left(\alpha + \frac{\omega v}{g}\right) = 0;$$

$$\dot\beta_1 + \omega\alpha + \varepsilon\beta_1 = -\frac{v}{R}.$$

При выполнении условия (3.167) эти уравнения примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot\alpha - \omega\beta_1 + \varepsilon\alpha &= \frac{\omega\varepsilon}{g}(v_0 - v); \\ \dot\beta_1 + \omega\alpha + \varepsilon\beta_1 &= -\frac{v}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{3.168}$$

Откуда установившиеся погрешности гировертикали (при $\varepsilon^2 \gg \frac{g}{R}$ и $\omega^2 \gg \frac{g}{R}$)

$$\left.\begin{aligned} \alpha^* &= -\frac{\varepsilon^2}{\omega^2 + \varepsilon^2}\cdot\frac{\omega(v_0 - v)}{g}; \\ \beta^* &= \frac{\varepsilon\omega}{\omega^2 + \varepsilon^2}\cdot\frac{\omega(v_0 - v)}{g}. \end{aligned}\right\} \tag{3.169}$$

Условие компенсаций виражных погрешностей для гировертикали с релейной коррекцией можно получить аналогично предыдущему, приравнивая гироскопический момент от наклона оси гироскопа моменту поперечной коррекции, что приводит к необходимости выполнения условия

$$\beta_н = \frac{k_{кл}}{\omega}. \tag{3.170}$$

Из (3.170) следует, что при постоянном угле наклона $\beta_н$ компенсация виражных погрешностей выполняется только для одной угловой скорости виража $\omega = \omega_0$, а при других угловых скоростях компенсации будет лишь частичной.

Заметим, что для гировертикали с пропорциональной коррекцией компенсация не зависит от угловой скорости виража.

Другим распространенным методом уменьшения погрешностей гировертикалей на вираже является отключение поперечной коррекции.

В авиационных гировертикалях отключение поперечной коррекции на вираже осуществляется специальным прибором, состоящим из гироскопа с двумя степенями свободы и устройства, обеспечивающего временную задержку выходного сигнала.

При возникновении угловой скорости виража рамка двухстепенного гироскопа отклоняется от нулевого положения и разрывает электрическую цепь поперечной коррекции с некоторой временной задержкой, позволяющей предотвратить разрыв цепи коррекции при рысканиях самолета или случайных угловых возмущениях.

Отключение поперечной коррекции предотвращает прецессию гироскопа к направлению кажущейся вертикали и тем самым способствует уменьшению возникающих при вираже погрешностей. Все же при этом гироскоп остается не корректируемым в поперечной плоскости и может прецессировать от вертикали под действием вредных моментов (остаточная несбалансированность, упругие моменты токоподводов и т. п.) и составляющих вращения Земли. Однако погрешности, накапливаемые гировертикалью от этих факторов меньше, чем от поперечной коррекции.

Рассмотрим как влияет на вираже трение в подвесе на поведение гировертикали с отключенной поперечной коррекцией.

Для случая пропорциональной коррекции можно получить уравнения движения из уравнения (3.67), если в них отбросить член $\varepsilon\left(\alpha + \dfrac{\omega v}{g}\right)$, определяющий скорость прецессии гировертикали от поперечной коррекции:

$$\left.\begin{aligned} \dot\alpha - \omega\beta &= \pm m_{\dot\beta}; \\ \dot\beta + \omega\alpha + \varepsilon\beta &= -\frac{v}{R} \mp m_{\dot\alpha}. \end{aligned}\right\} \tag{3.171}$$

Исследование этих уравнений методами, аналогичными приведенным в § 3, показывает [2], [8] *, что на левом

* Член $\frac{v}{R}$ не учитывается; предполагается что $m_{\dot\alpha}^* = m_{\dot\beta}^* = m$.

вираже ($\omega > 0$) траектория вершины гироскопа стягивается к области застоя, заключающей начало координат (рис. 3.29, а). Крайние границы этой области определяют максимальные погрешности гировертикали:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{max} &= \frac{\varepsilon + \omega}{\omega^2}m; \\ \beta_{max} &= \frac{m}{\omega}. \end{aligned}\right\} \tag{3.172}$$

На правом вираже ($\omega < 0$) трение препятствует приходу вершины гироскопа к зоне застоя и продольная коррекция удерживает вершину гироскопа на некоторой



Рис. 3.29. Отключение поперечной коррекции ($\varepsilon_1 = 0$):
а) левый вираж; б) правый вираж

предельной замкнутой траектории, окружающей начало координат (рис. 3.29, б). Максимальные установившиеся погрешности при этом

$$|\alpha_{max}| \approx |\beta_{max}| \approx \frac{8}{\pi}\frac{m}{\varepsilon}. \tag{3.173}$$

Для случая постоянной коррекции уравнения движения (3.150) примут вид:

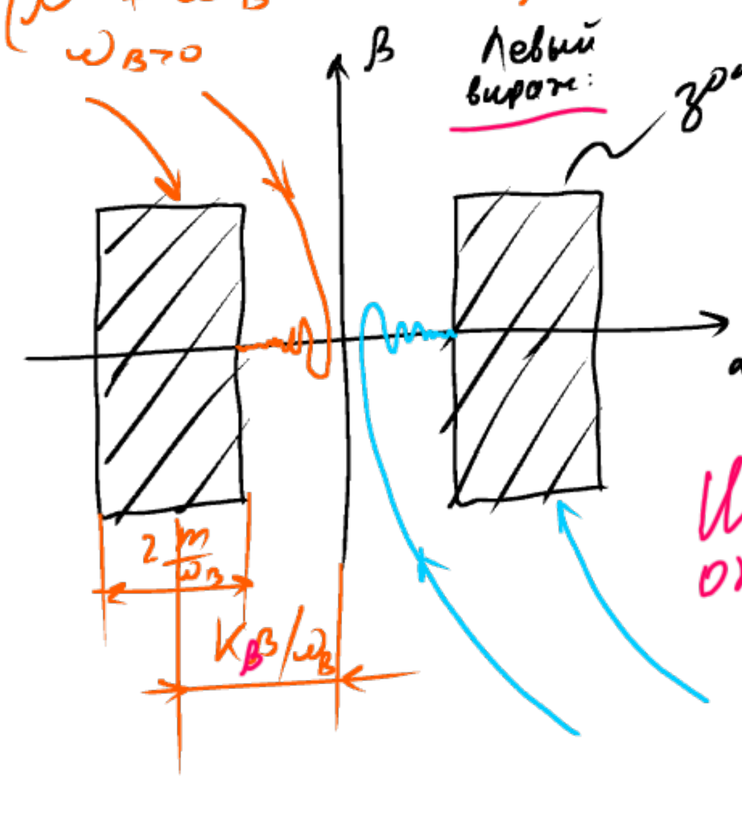
$$\left.\begin{aligned} \dot\alpha - \omega\beta &= \pm m_{\dot\beta}; \\ \dot\beta + \omega\alpha &= \mp k_\beta \mp m_{\dot\alpha} - \frac{v}{R}. \end{aligned}\right\} \tag{3.174}$$

Для релейной коррекции: (постоянной коррекции)

$$\begin{cases} \dot\alpha - \omega_в\beta = \mp m_в \\ \dot\beta + \omega_в\alpha = \mp k_\beta \mp m_\alpha - \dfrac{V}{R} \end{cases}$$

Запишем ур-я движения и уберем продольную коррекцию.

$\omega_в \to 0$



$$|\alpha_{max}| = \frac{k_\beta + m_\alpha}{\omega_в} \qquad m_\alpha = m_\beta = m$$

$$|\beta_{max}| = \frac{m_\beta}{\omega_в}$$

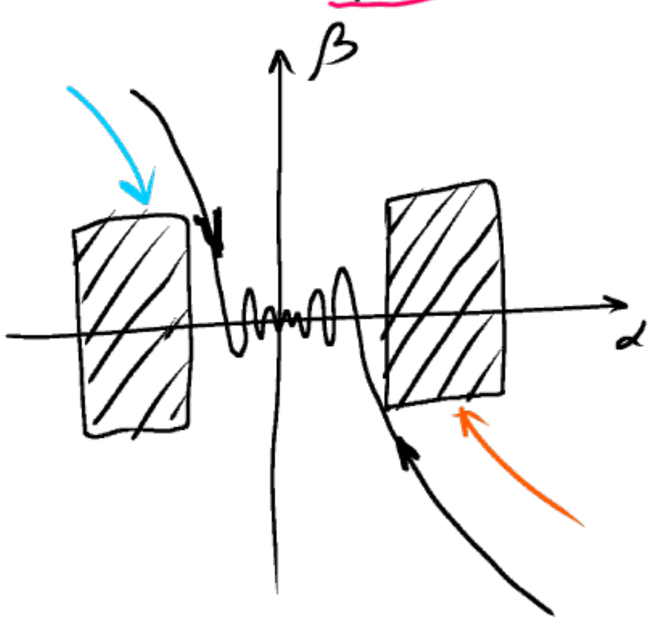
Ширина области застоя зависит от соотношения скорости прецессии от момента внешних сил к скорости выхода.

Области застоя симметричны.

$K_в/\omega_в$ – расстояние до центра застоя.

Если попадаем в зону застоя, то там и остаемся. Если очередная зона застоя, то будет наблюдаться некоторый перех-ой процесс. За счет трения мы входим в зону застоя и из нее уже не выходим.

Правый вираж:



$\frac{K}{m} > 9{,}45$ — при таком случае будет устойчивое положение.

При ПРАВОМ вираже те же зоны застоя и определяются они точно также.

При таком условии будет выполняться устойчивое положение: $\frac{K}{m} > 2{,}45$

Только в таком случае правый вираж будет устойчивым.

Максимальные погрешности определяются точно также.

Выводы:

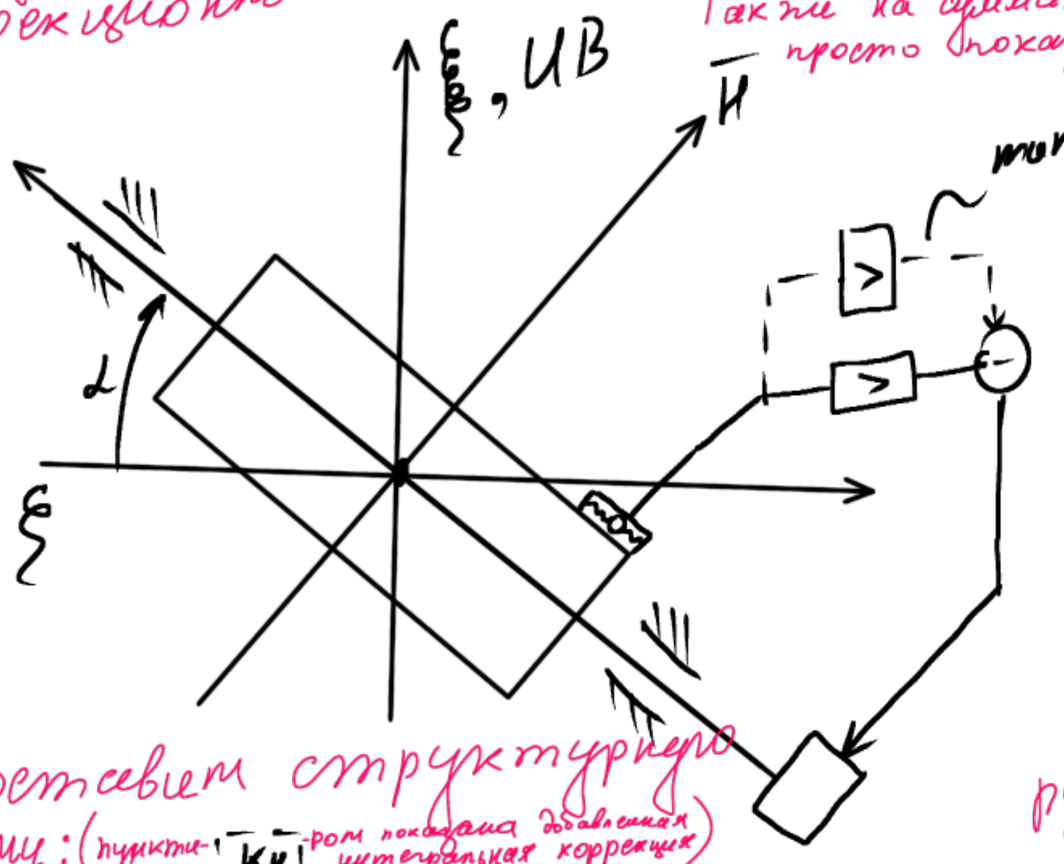
Для радиальной коррекции нужно отключать продольную коррекцию. При не отключении коррекции мы колеблемся не вокруг нуля. А в данном случае вокруг нуля.

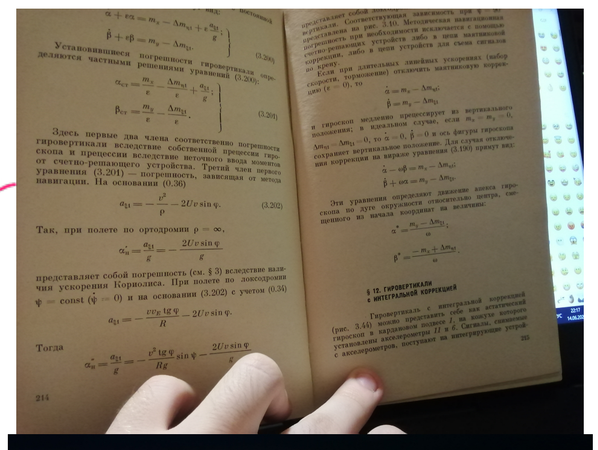
Для релейной коррекции получаем, что мы колеблемся вокруг не нуля, но максимальные ошибки меньше и также при выполнении условия $\frac{K}{m} > 2{,}45$ правый вираж будет устойчив.

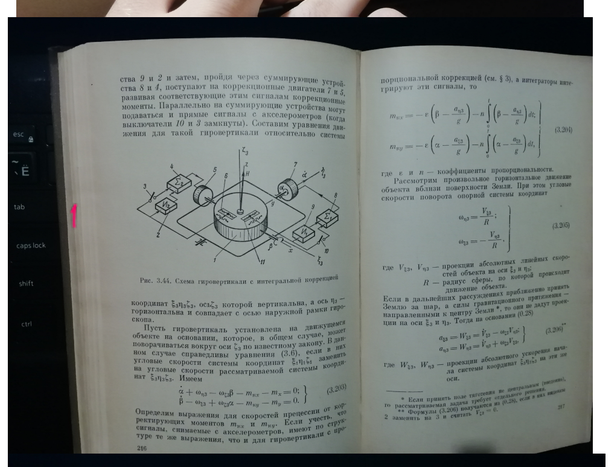
ГВ с интегральной коррекцией

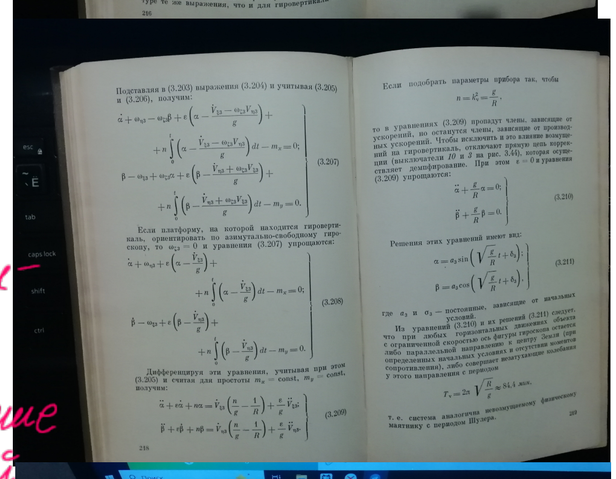
ГВ с интегральной коррекцией можно представить как астатический гир-оп в кардан-ом подвесе, на кожухе которого установлены акселерометры. Сигналы с акселер-ом поступают на интегрирующее устр-во и далее пройдя на суммирующее устр-во поступает на коррекционные двигатели, которые создают коррек-ые моменты.

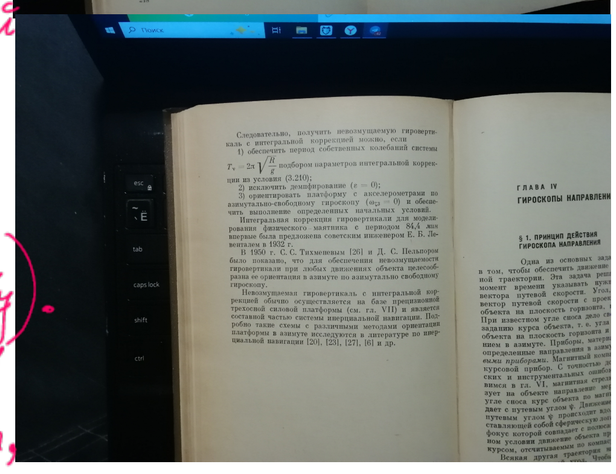
Также на сумматор (параллельно) могут подаваться просто показания с акселерометров. (пунктир)



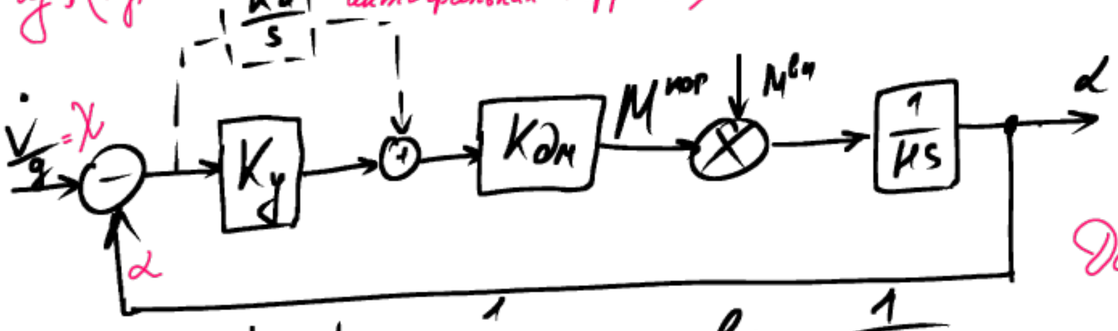








Составим структурную схему: (пунктиром показана добавленная интегральная коррекция)



$K_и$ – коэф-нт интегрирующего звена.

На вход поступает смещение от вертикали истиной к кажущейся.

От χ отнимаем α.

Дальше их разницу усиливаем (подаем на $K_у$).

Далее сигнал идет на ДМ (звено $K_{дм}$).

Дальше надо получить угол, для этого делим на H и получаем $\omega_{прец}(\dot\alpha)$ и далее интегрируем.

Можно сказать, что это звено Г-па.

Теперь по структурной схеме получим выр-е для α

$$\alpha = \frac{\dot V}{g}\,\frac{K_у K_{дм}\frac{1}{Hs}}{1+K_у K_{дм}\frac{1}{Hs}} + M^{вн}\,\frac{\frac{1}{Hs}}{1+K_у K_{дм}\frac{1}{Hs}} \ominus$$

При ↑ $K_у$ (*) это ↑ дин-ую ошибку

От второго входа. Можно представить, что $M_{вн}$ это вход, α это выход, а остальное ОС

$$\ominus\ \frac{\dot V}{g}\,\frac{K_у K_{дм}}{Hs+K_у K_{дм}} + M^{вн}\,\frac{1}{Hs+K_у K_{дм}}$$

избавились от знаменателей в числителе.

Найдем $\alpha_{уст}$ как:

$$\lim_{s\to 0}\alpha(s) = \alpha_{уст} = \frac{\dot V}{g} + \frac{M^{вн}}{K_у K_{дм}}$$

Почему дин-ая ошибка ↑?

Как можно ↓ погрешность? Можно ↑ $K_у$, но частота среза ↑. Ухудшится (*) см. ПП. Динамическая ошибка ↑. Надо искать компромисс. Нужно вводить коррекцию.

Теперь запишем выр-е для α, но с учетом коррекции:

$$\alpha = \frac{\dot{v}}{g}\frac{(K_y + \frac{K_u}{s})K_{дм}\cdot\frac{1}{Hs}}{1+(K_y+\frac{K_u}{s})K_{дм}\cdot\frac{1}{Hs}} + M^{вн}\frac{\frac{1}{Hs}}{1+(K_y+\frac{K_u}{s})\cdot K_{дм}\cdot\frac{1}{Hs}} =$$

$$= \frac{\dot{v}}{g}\left(\frac{K_y K_{дм} + K_u K_{дм}}{Hs^2 + K_y K_{дм} s + K_u K_{дм}}\right) + M^{вн}\frac{s}{Hs^2 + K_y K_{дм} s + K_u K_{дм}}$$

При равномерном движении ошибки не будет.

$$\alpha_{уст} = \frac{\dot{v}}{g}$$

Земля это идеальная сфера

Не учитывает кривизну поверхности

Физический смысл интегральной коррекции:

ЛА движется по меридиану, высотой полета пренебрегаем.

Чему равна скорость ухода ГВ? $\leftarrow \frac{V}{R}$

Необходимо обеспечить, чтобы при ускорении ГВ сохранялся свое положение. Нужно создать такой момент, чтобы гироскоп прецессировал со скоростью $\frac{V}{R}$.

$$\omega_{ИВ} = \frac{V}{R} = \omega_{кор} = \frac{M_{кор}}{H} \Rightarrow M^{кор} = H\frac{V}{R}$$

Тогда момент коррекции: $M^{кор} = H\frac{V}{R}$

$$M_{кор} = H\int \underbrace{\frac{\dot{v}}{R}}_{(1)} dt = \frac{Hg}{R}\int \underbrace{\frac{\dot{v}}{g}}_{(2)} dt = \frac{Hg}{R}\int \alpha_{кор}\, dt$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} + \dot{\omega}_\eta + \omega_\xi \beta - \frac{\dot{M}^x_{кор}}{H} - \frac{M^{вн}_x}{H} = 0 \\ \dot{\beta} - \dot{\omega}_\xi + \omega_\xi \alpha - \frac{\dot{M}^y_{кор}}{H} - \frac{M^{вн}_y}{H} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Если вместо V действует $\dot{v}$, то $M_{кор}$ записывается как (1). Получим угол отклонения кажущейся вертикали от ИВ $\alpha_{кор}$: дважды продифференцируем и подействуем на g (2).

Запишем стандартные уравнения ГВ (3)

Запишем чему равны моменты коррекции (4).

$$\begin{cases} M^x_{кор} = -K_x(\alpha - \chi_1) + K^u_x\int(\alpha - \chi_1)dt \\ M^y_{кор} = -K_y(\beta - \chi_2) - K^u_y\int(\beta - \chi_2)dt \end{cases} \quad (4)$$

Пропорц-ая составляющая

$$\varepsilon_x = \frac{K_x}{H},\ \varepsilon_y = \frac{K_y}{H},\ \varepsilon^u_x = \frac{K^u_x}{H},\ \varepsilon^u_y = \frac{K^u_y}{H}$$

$\chi = \frac{\dot{v}}{g}$ Подставим (4) и (5) в (3) и продифференцируем сразу, чтобы избавиться от интеграла.

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \varepsilon_x\dot{\alpha} + \varepsilon^u_x\alpha = \varepsilon_x\frac{\ddot{V}_\xi}{g} + \varepsilon^n_x\frac{\dot{V}_\xi}{g} - \frac{\dot{V}_\xi}{R} \quad (5) \\ \ddot{\beta} + \varepsilon_y\dot{\beta} + \varepsilon^u_y\beta = \varepsilon_y\frac{\ddot{V}_\eta}{g} + \varepsilon^n_y\frac{\dot{V}_\eta}{g} - \frac{\dot{V}_\eta}{R} \quad (6) \end{cases}$$

Берем из (6) производную коррекции и получим (7).

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \varepsilon^u_x\alpha = \dot{V}_\xi\left(-\frac{1}{R} + \frac{\varepsilon^u_x}{g}\right) \\ \ddot{\beta} + \varepsilon^u_y\beta = \dot{V}_\eta\left(-\frac{1}{R} + \frac{\varepsilon^u_y}{g}\right) \end{cases} \quad (7)$$

Если сделать $\varepsilon^u = \frac{g}{R}$ то избавимся от правых частей.

$$\varepsilon^u_x = \frac{g}{R},\ \varepsilon^u_y = \frac{g}{R}$$

Тогда $\omega_0^2 = \varepsilon^u$ и $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$. Получили частоту Шулера

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0 \\ \ddot{\beta} + \omega_0^2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\varepsilon^u_{x,y}}$$

Колебания незатухающие.

Не отключаем коррекцию и смотрим:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha} + \varepsilon_x \dot{\alpha} + \varepsilon_x^{и} \alpha = \varepsilon_x \dfrac{\ddot{V}_{\xi}}{R} \\ \ddot{\beta} + \varepsilon_y \dot{\beta} + \varepsilon_y^{и} \beta = \varepsilon_y \dfrac{\ddot{V}_{\eta}}{R} \end{cases}$$

$$\alpha_{уст} = \frac{\ddot{V}_{\xi}}{R} \cdot \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_x^{и}}$$

$$\beta_{уст} = \frac{\ddot{V}_{\eta} \cdot \varepsilon_y}{R \cdot \varepsilon_y^{и}}$$

Теперь посмотрим что будет если ничего не отключать:

Колебания затухают.

Имеются ошибки.

Чтобы ↓ ошибки можно ↑ $\varepsilon^{и}$. Или при ускорениях можно отключать пропорциональную составляющую. Ввести только интегральную коррекцию нельзя т.к. будут тогда незатухающие колебания.

Интегральная коррекция помогает при движении с постоянной скоростью.

Уравнения движения маятникова гирокомпаса (Из пельпора)

Составим уравнения движения ГК. В качестве опорной выберем географическую систему координат $O\xi\eta\zeta$, в которой ось $O\zeta$ направим по истинной вертикали, а ось $O\eta$ — на север (см. кн. 1). Полагаем, что ось наружной рамы прибора удерживается в вертикальном положении. Положение осей Резаля Ox, Oy, Oz относительно системы координат $O\xi\eta\zeta$ определяется углами α, β (рис. 7.2). Учитывая маятниковость в приборе, считаем, что угол β мал.

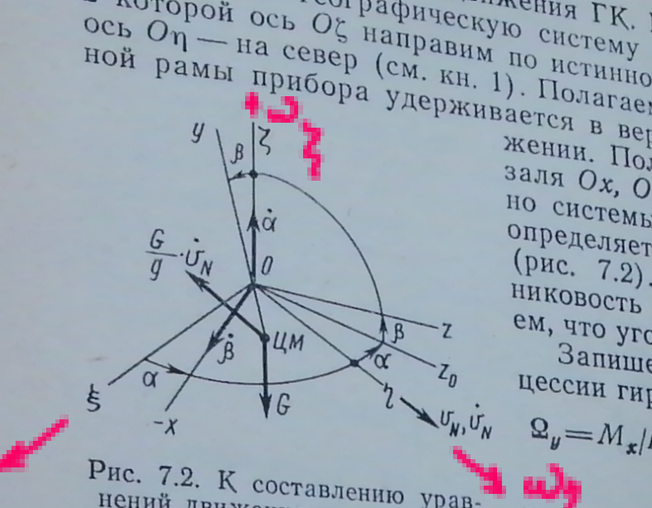


Рис. 7.2. К составлению уравнений движения гирокомпаса

Запишем уравнения прецессии гироскопа:

$$\Omega_y = M_x/H, \quad \Omega_x = -M_y/H. \quad (7.1)$$

Из рис. 7.2 находим с учетом малости β

$$\Omega_x = -\dot\beta - \omega_\zeta \cos\alpha - \omega_\eta \sin\alpha,$$
$$\Omega_y = \dot\alpha + \omega_\zeta + (\omega_\xi \sin\alpha - \omega_\eta \cos\alpha)\beta, \quad (7.2)$$

где ω_ξ, ω_η, ω_ζ — угловые скорости системы координат $O\xi\eta\zeta$:

$$\omega_\xi = -v_N/R, \quad \omega_\eta = U\cos\varphi + v_E/R, \quad \omega_\zeta = U\sin\varphi + \frac{v_E}{R}\operatorname{tg}\varphi. \quad (7.3)$$

Полагаем, что точка подвеса ГК движется произвольно по горизонтальной поверхности Земли. Маятниковые моменты $M_{x\text{м}}$ и $M_{y\text{м}}$ определим приближенно, приложив в центре масс гироскопа силы тяжести G и инерции $\frac{G}{g}\dot v_N$ от ускорения $\dot v_N$:

$$M_{x\text{м}} = Gl(\beta + \dot v_N/g), \quad M_{y\text{м}} = -\varepsilon Gl(\beta + \dot v_N/g). \quad (7.4)$$

Подставляя (7.2) и (7.4) в (7.1) и пренебрегая величиной $\omega_\xi \sin\alpha - \omega_\eta\cos\alpha$, малой по сравнению с $h = Gl/H$, получим приближенные уравнения прецессии гирокомпаса

202

$$\dot\alpha + \omega_\zeta - h\left(\beta + \frac{\dot v_N}{g}\right) - \frac{M_x^*}{H} = 0,$$
$$\dot\beta + \omega_\zeta\cos\alpha + \omega_\eta\sin\alpha + \varepsilon h\left(\beta + \frac{\dot v_N}{g}\right) - \frac{M_y^*}{H} = 0, \quad (7.5)$$

где h — скорость прецессии от максимального маятникового момента Gl,

$$h = Gl/H; \quad (7.6)$$

M_x^*, M_y^* — возмущающие моменты.

Рассмотрим движение ГК для некоторых случаев его эксплуатации и определим возникающие при этом погрешности.

Неподвижное основание. При этом $v_N = v_E = 0$, $\varphi = \text{const}$, а из (7.3) следует, что $\omega_\xi = 0$, $\omega_\eta = U\cos\varphi$, $\omega_\zeta = U\sin\varphi$. Полагаем моменты $M_x^* = M_y^* = 0$, а угол α — малым.

При этом уравнения (7.5) примут вид

$$\dot\alpha - h\beta = -U\sin\varphi, \quad \dot\beta + U\cos\varphi\,\alpha + \varepsilon h\beta = 0. \quad (7.7)$$

Для положения равновесия ГК, полагая $\dot\alpha = \dot\beta = 0$, получим

$$\beta^* = U\sin\varphi/h, \quad \alpha^* = \varepsilon\operatorname{tg}\varphi. \quad (7.8)$$

Угол β^* определяет отклонение оси гироскопа от плоскости горизонта, а угол α^* — отклонение от плоскости меридиана в азимуте и называется *девиацией от затухания*. При отсутствии затухания ($\varepsilon = 0$) погрешность $\alpha^* = 0$. Гирокомпас с гидравлическим успокоителем (см. рис. 7.1, *в*) такой погрешности не имеет. Характеристический полином

$$\Delta(\mu) = \mu^2 + \varepsilon h\mu + hU\cos\varphi, \quad (7.9)$$

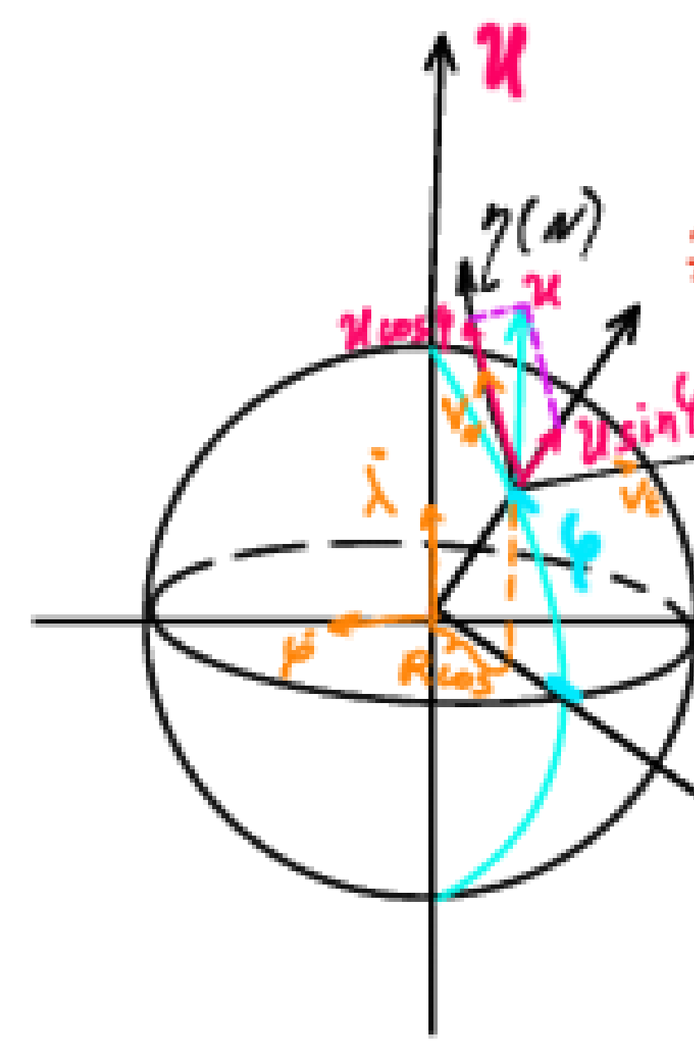
соответствующий уравнениям (7.7), при выполнении условия $\varepsilon < 2\sqrt{U\cos\varphi/h}$ имеет комплексные корни

$$\mu_{1,2} = -0{,}5\varepsilon h \pm i\sqrt{hU\cos\varphi - (0{,}5\varepsilon h)^2}, \quad (7.10)$$

определяющие собственные затухающие колебания ГК с периодом

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{hU\cos\varphi - (0{,}5\varepsilon h)^2}}. \quad (7.11)$$

203



$$\omega_\zeta = (U + \dot\lambda)\sin\varphi = \left(U + \frac{V_E}{R\cos\varphi}\right)\sin\varphi$$
$$\omega_\eta = (U + \dot\lambda)\cos\varphi = \left(U + \frac{V_E}{R}\cos\varphi\right)\cos\varphi$$
$$\omega_\xi = \frac{V_N}{R}$$

Указатель направления ортодромии:

не изменились. Из (7.39) можно получить формулу для вычисления курса (азимута) платформы в ее исходном положении:

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{i_1 - i_3}{2i_2 - i_1 - i_3}\right). \quad (7.40)$$

Определение ψ по (7.40) может осуществляться вычислительным устройством (ВУ) с учетом знаков числителя и знаменателя. В этой схеме исключается погрешность от постоянной составляющей момента $M_\text{в}$. В реальных условиях погрешность ГК будет зависеть от возможной нестабильности параметров k, H, $M_\text{в}$ во время измерений, что не учитывается в уравнениях (7.39), а также от точности вычисления ψ. К погрешностям прибора приводят угловые колебания и вибрации основания, возможные при его эксплуатации, а также наклоны его выходной оси (эта погрешность рассмотрена выше).

§ 7.2. Указатели направления ортодромии

Указатель направления ортодромии (УНО) представляет собой трехстепенной астатический гироскоп в кардановом подвесе, ось наружной рамы которого устанавливается вертикально. Прибор имеет устройства горизонтальной и азимутальной коррекции. Устройство горизонтальной коррекции (рис. 7.8) состоит из индуктивного датчика угла ДУ1, сигнал с которого поступает на датчик момента ДМ1. Развиваемый ДМ1 момент зависит от угла β отклонения оси Oz гироскопа от перпендикуляра к оси наружной рамы. Он вызывает прецессию гироскопа, восстанавливающую нарушенную перпендикулярность его осей. Такую коррекцию называют *межрамочной*.

В указателе направления ортодромии с маятниковой коррекцией (рис. 7.9) горизонтальная коррекция осуществляется по сигналу, поступающему с жидкостного маятникового переключателя ПЖ, укрепленного на кожухе гироскопа, на моментный датчик ДМ1. Такую коррекцию называют *маятниковой*. При отсутствии ускорений она стабилизирует ось Oz гироскопа в плоскости горизонта.

Гироскоп, имеющий только горизонтальную коррекцию, называется *азимутально свободным*. На неподвижном основании (и при движении объекта по ортодромии) он имеет кажущуюся скорость прецессии в азимуте α,

216

равную вертикальной составляющей суточного вращения Земли: $\dot\alpha = -U\sin\varphi$. Компенсация такого ухода оси гироскопа в схеме (рис. 7.8) осуществляется формированием на моментном датчике ДМ2 момента, вызывающего прецессию гироскопа в азимуте с угловой скоростью $U\sin\varphi$.

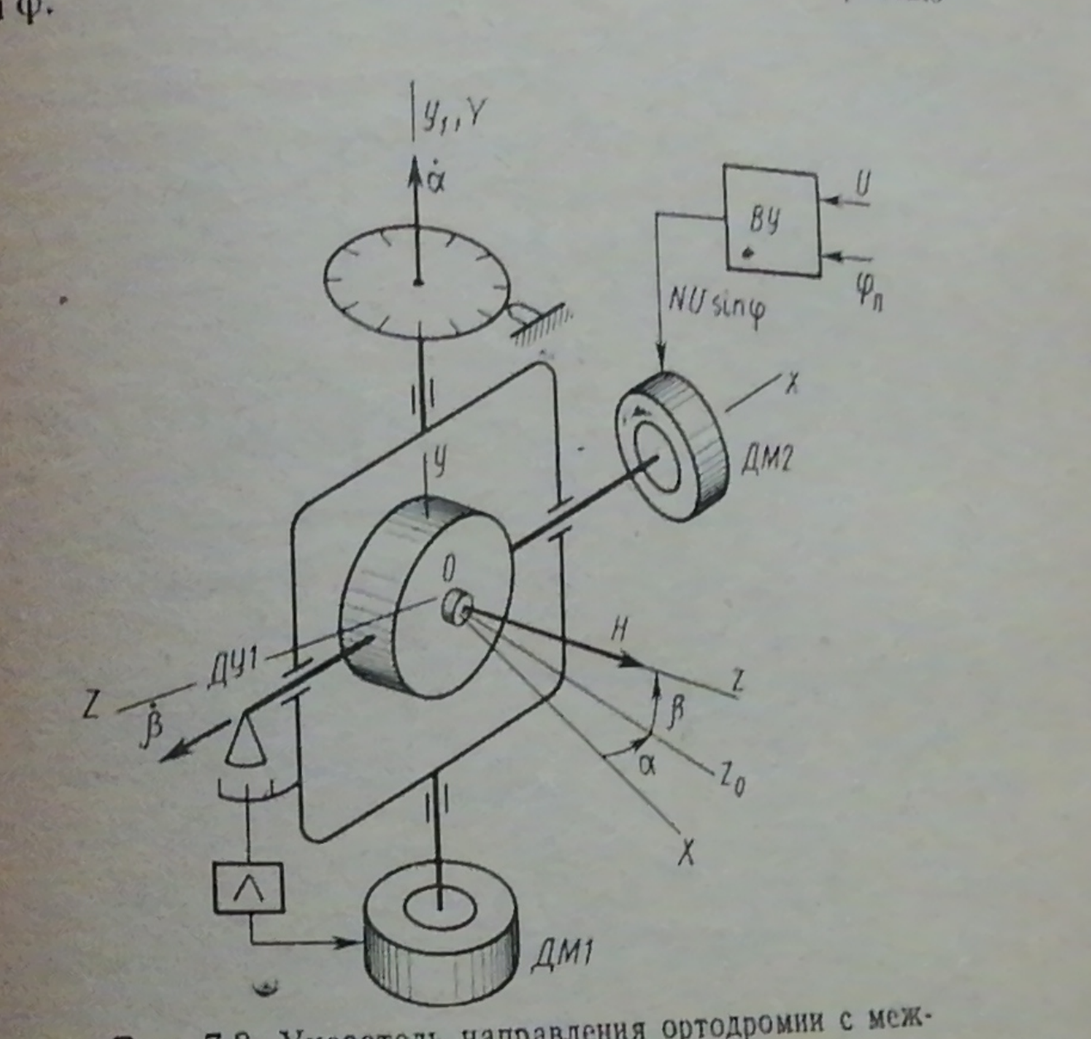


Рис. 7.8. Указатель направления ортодромии с межрамочной коррекцией

На схеме (рис. 7.9) положение гироскопа в азимуте не корректируется, а производится лишь вращение шкалы прибора относительно наружной рамы гироскопа интегрирующим двигателем (ИД), управляемым счетно-решающим устройством навигационной системы. Показания прибора отсчитываются по шкале против индекса, укрепленного на корпусе прибора. УНО не имеет направляющего момента, способного привести его ось к направлению меридиана, поэтому шкалу прибора необходимо предварительно установить в заданное положение в азимуте, используя внешнюю информацию.

Рассмотрим УНО, установленный на объекте, движущемся вдоль ортодромии. Свяжем с ортодромией траекторную систему координат $O\xi_1\eta_1\zeta_1$. Проекции $\omega_{\xi 1}$, $\omega_{\eta 1}$, $\omega_{\zeta 1}$

217

ГЛАВА VI

КУРСОВЫЕ ПРИБОРЫ С ГИРОСКОПИЧЕСКИМ ОСРЕДНЕНИЕМ ПОКАЗАНИЙ

§ 1. МАГНИТНЫЙ КОМПАС. ПОВОРОТНЫЕ ОШИБКИ

Магнитный компас, как это хорошо известно, использует свойства магнитной стрелки устанавливаться вдоль силовых линий магнитного поля Земли и некоторых особенностей проекций этих силовых линий на земную поверхность.

Вектор напряженности магнитного поля Земли отклонен от плоскости горизонта на угол, называемый углом наклонения и обозначаемый через θ. В северном полушарии $\theta > 0$, и вектор напряженности находится под горизонтом.

Проекция вектора напряженности на плоскость горизонта образует с направлением географического меридиана угол, называемый *углом склонения*, или просто *склонением*, и обозначается через d. При $d > 0$ проекция вектора напряженности отклоняется от направления на север к востоку.

Геометрическое место проекций точек магнитной силовой линии на земную поверхность образует магнитный меридиан. Очевидно, в каждой точке на поверхности Земли угол склонения есть угол между географическим и магнитным меридианами. Величина склонений определяется по специальным картам, на которых нанесены линии равных магнитных склонений, называемые *изогонами*.

335

В промежуточных точках магнитное склонение определяется интерполированием. В средних широтах углы склонения невелики, поэтому на этих широтах магнитная стрелка, имеющая вертикальную ось вращения, устанавливается приближенно (с точностью до угла склонения) вдоль географического меридиана.

Ось вращения магнитной стрелки стабилизируется по местной вертикали посредством устойчивого маятника, колебания которого демпфируются специальной жидкостью.

Максимальный момент маятниковой системы выбирается достаточно большим, чтобы угол наклона магнитной стрелки к плоскости горизонта, обусловленный действием вертикальной составляющей вектора магнитной напряженности, был невелик.

Для любых типов магнитных компасов существуют два принципиальных источника ошибок, не зависящих от степени совершенства их инструментального изготовления. Одни ошибки, получившие наименование *магнитных девиаций*, обусловлены влиянием местных магнитных полей, возникающих из-за наличия на объекте железных масс и функционирования разнообразного электрооборудования. Характер местных магнитных полей зависит от ориентации объекта в пространстве. Это объясняется свойствами твердого и мягкого железа.

Твердое железо * обладает большой коэрцитивной силой, поэтому оно долгое время (годами) сохраняет свое магнитное состояние. Это состояние оно может приобрести, например, при постройке движущихся объектов, особенно морских кораблей, когда они длительное время занимают постоянное положение относительно магнитного меридиана места.

Мягкое железо коэрцитивной силой не обладает и приобретает от земного магнетизма лишь мгновенное магнитное состояние. Направление магнитной оси в намагниченном мягком железе, вообще говоря, не совпадает с направлением намагничивающего поля. Так, например, при намагничивании бруска из мягкого железа магнитная ось всегда примерно совпадает с осью бруска, а сила намагничивания пропорциональна величине проекции вектора напряженности намагничивающего поля на эту ось.

* К нему относятся, например, закаленные сорта стали.

336

В зависимости от курса $\psi_\text{к}$ корабля магнитная девиация δ приближенно описывается уравнением

$$\delta \approx A + B\sin\psi_\text{к} + C\cos\psi_\text{к} + D\sin 2\psi_\text{к} + E\cos 2\psi_\text{к}, \quad (6.1)$$

где δ и коэффициенты девиации A, B, C и D выражают одновременно или в отвлеченной, или в градусной мере.

Первый, два последующих и два последних члена правой части (6.1) соответственно определяют постоянную или круговую, полукруговую и четвертную девиации. Полукруговая девиация обусловлена действием твердого железа, круговая и четвертная — действием мягкого железа.

Коэффициенты девиации A и C зависят часто в значительной мере от угла крена движущегося объекта *. Для уничтожения магнитной девиации располагают поблизости от компаса магниты и бруски или шары из мягкого железа, создающие силы, равные или почти равные и противоположные возмущающим и тем самым уничтожающие или значительно ослабляющие их действие на любом курсе как при прямом положении объекта, так и при крене. Указанные магниты и бруски из мягкого железа помещают в специальном девиационном приборе, входящем в конструкцию компаса.

Перейдем ко второй группе ошибок магнитного компаса. Строго говоря, в любом компасе магнитная стрелка или ее физический эквивалент устанавливаются вдоль проекции полного вектора напряженности земного поля на плоскость чувствительности магнитного элемента. Направление этой проекции определяет приборный или компасный меридиан. При горизонтальном положении плоскости чувствительности приборный меридиан совпадает с магнитным меридианом.

При наклоне плоскости чувствительности к плоскости горизонта направление приборного меридиана изменяется. Вследствие этого в приборе возникают ошибки, называемые поворотными. Поворотные ошибки зависят как от угла наклона плоскости чувствительности, так и от его направления.

* См. более подробно [9].

22—414 337

Поворотная ошибка

$$\Delta\psi_\text{п} = \psi_\text{н} - \operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}\psi_\text{н}\cos\gamma - \frac{\operatorname{tg}\theta\sin\gamma}{\cos\psi_\text{н}}\right]. \quad (6.2)$$

Эту ошибку нужно прибавить к показаниям прибора, чтобы получить магнитный курс.

В (6.2) $\psi_\text{н}$ — угол, который образует с магнитным меридианом положительная горизонтальная ось поворота плоскости чувствительности магнитного элемента. При $\psi_\text{н} > 0$ положительная ось отклоняется от севера к востоку. С конца положительной оси вращение плоскости чувствительности происходит против часовой стрелки.

γ — угол наклона плоскости чувствительности к плоскости горизонта. Углы $\psi_\text{н}$ и γ изменяются в пределах $0 \leqslant \psi_\text{н} \leqslant 2\pi$ и $0 \leqslant \gamma \leqslant \frac{\pi}{2}$.

Здесь не приводится вывод формулы (6.2), так как она получается из (5.7) простой заменой φ на $-\theta$. Геометрически причины, обусловливающие девиацию наклона двухстепенного гирокомпаса и поворотную ошибку магнитного компаса, совпадают. Различие состоит в том, что в первом случае вектор угловой скорости вращения Земли находится в плоскости географического меридиана и поднят над горизонтом на угол широты места φ, а вектор напряженности магнитного поля Земли расположен в плоскости магнитного меридиана и находится под горизонтом, составляя с его плоскостью угол наклонения θ. Характер поворотной ошибки зависит от величины угла γ. В случае $\gamma < 90° - \theta$ ошибка обращается в нуль при $\psi_\text{н} = 90°$ и $\psi_\text{н} = 270°$ и достигает максимума на промежуточных румбах. В случае $\gamma > 90° - \theta$ поворотная ошибка остается равной нулю при $\psi_\text{н} = 270°$ и достигает своего максимально возможного значения $\pm 180°$ при $\psi_\text{н} = 90°$. На рис. 6.1—6.3 построено семейство кривых поворотных ошибок для различных значений угла γ и одном и том же угле наклонения $\theta = 72°$. Из рис. 6.3 видно, что максимальная ошибка $\Delta\psi_\text{п} = \pm 180°$ достигается при одном и том же значении $\psi_\text{н} = 90°$ для всех $\gamma > 90° - \theta$. Физически это происходит потому, что при указанных условиях полный вектор напряженности проектируется на нижнюю полупрямую линию наибольшего

338

ската, которая в данном случае будет находиться в южной части наклоненной плоскости чувствительности магнитного элемента.

Физической причиной, вызывающей наклон плоскости чувствительности, является действие на маятниковый элемент компаса сил инерции, возникающих при движении

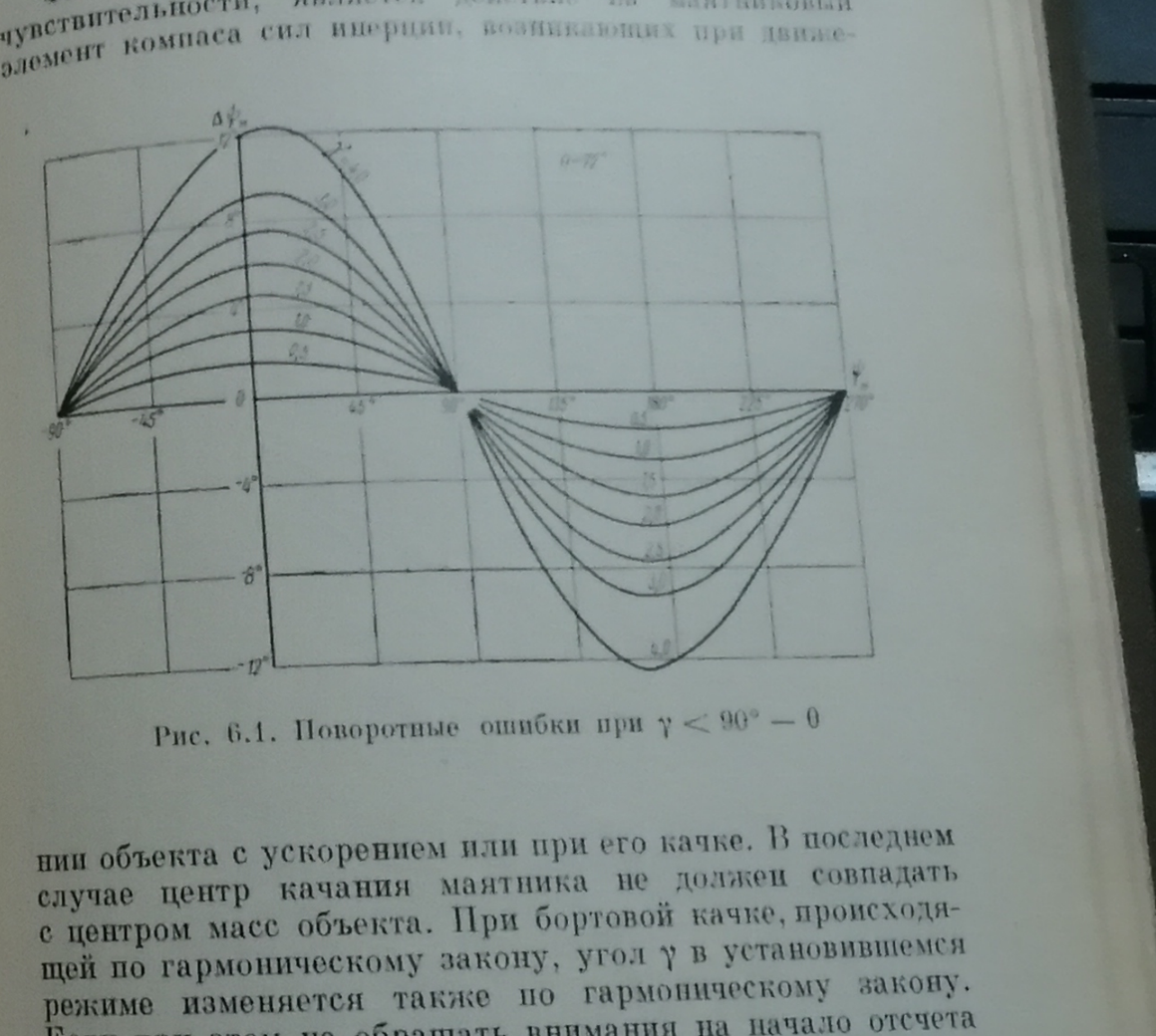


Рис. 6.1. Поворотные ошибки при $\gamma < 90° - \theta$

нии объекта с ускорением или при его качке. В последнем случае центр качания маятника не должен совпадать с центром масс объекта. При бортовой качке, происходящей по гармоническому закону, угол γ в установившемся режиме изменяется также по гармоническому закону. Если при этом не обращать внимания на начало отсчета времени, то можно записать, что $\gamma = \gamma_0 \sin nt$, где n — частота качки объекта, а γ_0 зависит как от параметров качки объекта, так и от динамических характеристик маятниковой системы компаса. В этом случае $\Delta\psi_\text{п}$ приближенно изменяется по закону $\Delta\psi_\text{п} = \Delta\psi_\text{п}^0 \sin nt$, где $\Delta\psi_\text{п}^0$ снимается с графика поворотной ошибки, соответствующего значению $\gamma = \gamma_0$ в точке $\psi_\text{н} = \psi_\text{к}$ ($\psi_\text{к}$ — курс корабля или самолета).

22* 339

Длительное движение центра масс объекта с ускорением возможно только при искривлении траектории. Это имеет место при циркуляциях кораблей и виражах самолета. Например, при правильном вираже самолета угол

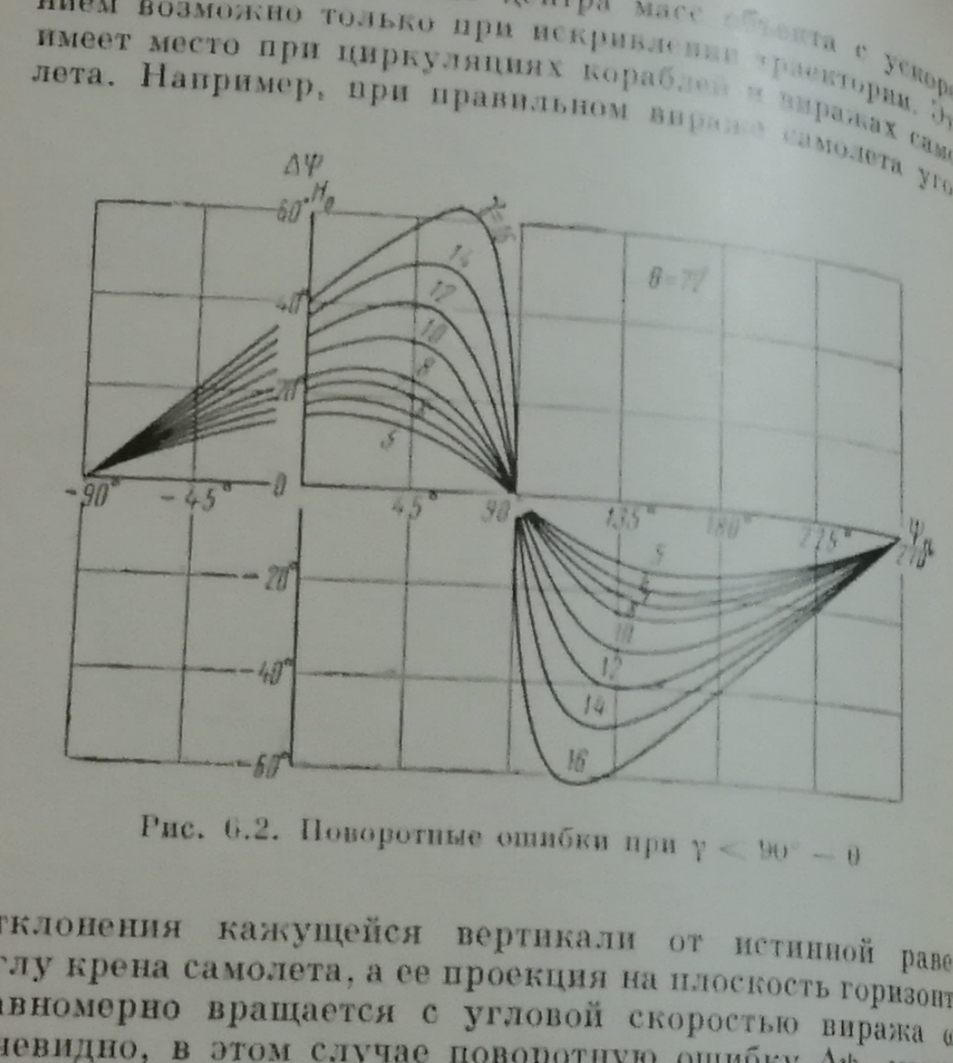


Рис. 6.2. Поворотные ошибки при $\gamma < 90° - \theta$

отклонения кажущейся вертикали от истинной равен углу крена самолета, а ее проекция на плоскость горизонта равномерно вращается с угловой скоростью виража ω. Очевидно, в этом случае поворотную ошибку $\Delta\psi_\text{п}$ можно определять по (6.2) при $\psi_\text{н} = \omega t$* и $\gamma = \gamma_0$, если через γ_0 обозначить величину угла крена самолета, т. е. для одного периода виража $\Delta\psi_\text{п}$ будет принимать все значения, определяемые одним из графиков (см. рис. 6.1—6.3). Таким образом, в обоих случаях имеем периодическое изменение поворотной ошибки, но только при бортовой качке этот период измеряется секундами, а при вираже — минутами. Поворотная ошибка практически вызывает, если так можно выразиться, полное функциональное расстройство магнитного компаса во многих ответственных случаях эволюций корабля и самолета. Так возникает задача

* Если не интересоваться начальной фазой.

340

о подавлении влияния поворотных ошибок на процесс управления и навигации. Эта задача была практически решена в курсовых приборах, получивших название гиромагнитных компасов, которые будут рассматривать ниже. В настоящее время в подавляющем большинстве

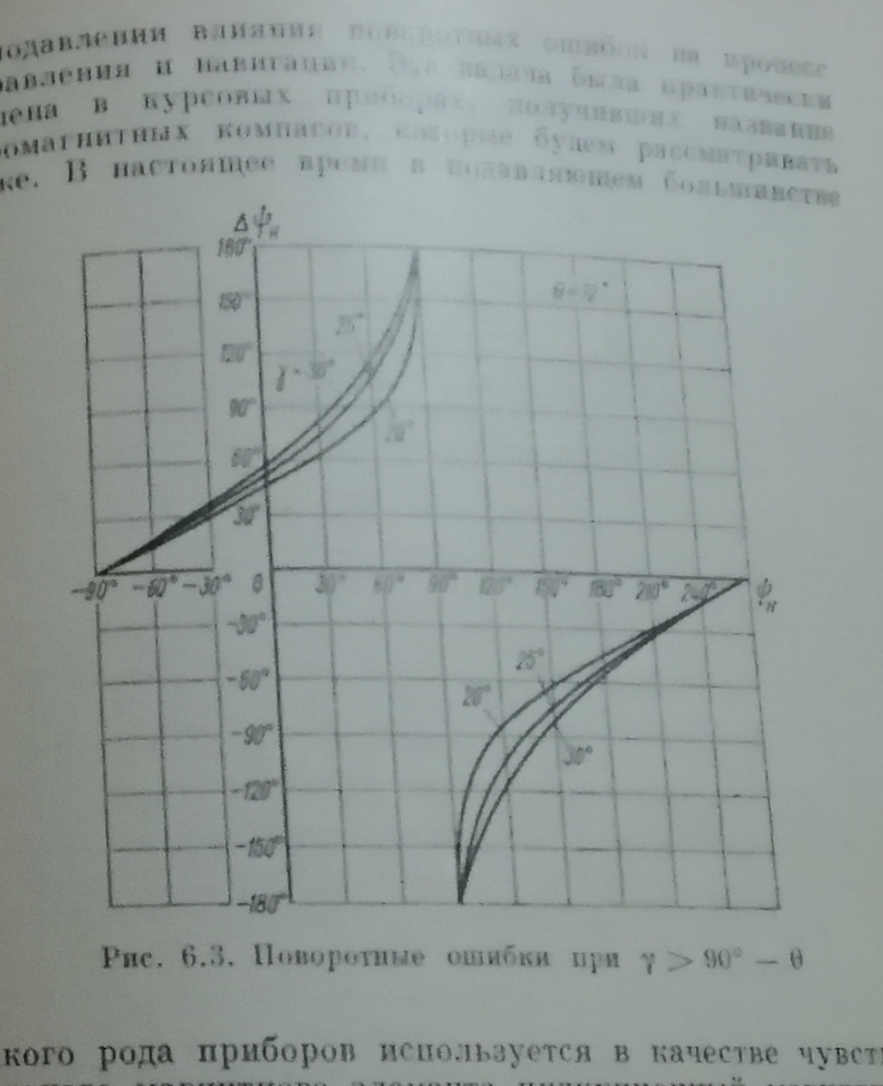


Рис. 6.3. Поворотные ошибки при $\gamma > 90° - \theta$

такого рода приборов используется в качестве чувствительного магнитного элемента индукционный магнитный датчик. Основной частью индукционного датчика является магнитный зонд, принципиальная схема которого изображена на рис. 6.4. Индукционный магнитный зонд представляет собой трансформатор с двумя пермаллоевыми сердечниками. При пропускании переменного тока через первичную обмотку во вторичной ток не наводится, так как магнитные потоки в сердечниках равны и противоположно направлены. Однако во внешнем постоянном магнитном поле во вторичной обмотке будет индуцироваться переменное напряжение. Этот на первый взгляд парадоксальный факт объясняется резко выраженной нелинейной характеристикой магнитной индукции пер-

341

Рис. 6.4. Магнитная индукционная зона

$+ H_1 \sin \omega t$, а для другого $H = H_0 - H_1 \sin \omega t$. Тогда нетрудно получить, что $B = 2bH_0 + 2bH_0^3 + 6bH_0 H_1^2 \sin^2 \omega t$ будет суммарной индукцией для двух сердечников. Очевидно произведя этой величины по времени

$$\dot{B} = 6b\omega H_0 H_1^2 \sin 2\omega t$$

получа и в конечном итоге является причиной возбуждения в вторичной обмотке трансформатора. Из выражения для $\dot{B}$ видно, что переменное напряжение во вторичной обмотке имеет удвоенную частоту, амплитуду, пропорциональную величине H_0, фазу, изменяющуюся на 180° в зависимости от знака H_0. Видно, что через H_0 обозначается постоянная величина напряжения вспомогательной цепи.

В магнитных индукционных датчиках используются три магнитных зонда, расположенных треугольником. Первичные обмотки этих зондов соединяются последовательно, вторичные — в треугольник. Плоскость треугольника совпадает с плоскостью трубопровода. Датчик позиционируется в горизонтальном канале так,

---

* Так как изложение этого вопроса носит описательный характер, мы сохранили стандартное обозначение для напряженности магнитного поля.

что плоскость магнитных зондов была параллельна плоскости. В магнитных индукционных расходомерах применяется схема, которого изображена на рис. 6.5. Генератор прямоугольных сигналов, обычно строго постоянного тока, синхронное с работой сегмента, подключается или

Рис. 6.5. Дистанционная магнитная коллекторная с индукционными датчиками

управления реверсивный электродвигатель, отрабатывающий ротор в нужное положение.

Сигнал в указанное прибора работает в трансформаторном режиме. Индукционный датчик с сегментом образует систему дистанционной передачи, работающей так же, как и обычная сельсинная передача, только роль ротора сельсина-датчика выполняет здесь горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля земли. При повороте этой составляющей в плоскости чувствительности на некоторый угол ротор сельсина в указанное отношение относительно статора на тот же самый угол *. Тогда при надлежащем наборе нужного зеркала на шкале указателя можно прочесть магнитный курс объекта.

Индукционные датчики имеют ряд преимуществ перед чувствительными элементами, использующими магнитные стрелки. В частности они не имеют подпятника деталей в плоскости своей чувствительности. Малые габариты

---

* С точностью до магнитических и инструментальных погрешностей.